



Universidade Federal do Maranhão
Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional - PROFMAT



Núbia César Villas Boas

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NO ENSINO FUNDAMENTAL: ESTRATÉGIAS DE ENSINO E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA APRENDIZAGEM

São Luís - MA
2025

Universidade Federal do Maranhão
Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional - PROFMAT

Núbia César Villas Boas

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NO ENSINO FUNDAMENTAL:
ESTRATÉGIAS DE ENSINO E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA
APRENDIZAGEM

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) da UFMA como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Este exemplar corresponde a versão prévia da dissertação defendida pela aluna Núbia César Villas Boas e aprovada pela comissão julgadora.

Luís Fernando Coelho Amaral
(Orientador)

São Luís - MA
2025

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

César Villas Boas, Núbia.

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS NO ENSINO FUNDAMENTAL :
eSTRATÉGIAS DE ENSINO E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA
APRENDIZAGEM / Núbia César Villas Boas. - 2025.
67 f.

Orientador(a): Luís Fernando Coelho Amaral.
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em
Rede - Matemática em Rede Nacional/ccet, Universidade
Federal do Maranhão, São Luís, 2025.

1. Ensino de Geometria. 2. Semelhança de Triângulos.
3. Van Hiele. 4. Etnomatemática. 5. Aprendizagem. I.
Coelho Amaral, Luís Fernando. II. Título.

Universidade Federal do Maranhão
Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional - PROFMAT

Dissertação apresentada no Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT)
da UFMA como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Geometria

Aprovada em: 01 de agosto de 2025.

Prof. Dr. Luís Fernando Coelho Amaral

Orientador

Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Prof. Dra. ValesKa Martins de Souza

Universidade Federal do Maranhão (UFMA)

Prof. Dr. João Coelho Silva Filho

Universidade Estadual do Maranhão (UEMA)

São Luís - MA
2025

Dedicatória

Dedico este trabalho, com gratidão e afeto, a minha mãe, que me ensinou, com o exemplo, o valor da educação, da perseverança e da honestidade.

A Lidianne, pelo apoio incondicional nos momentos de cansaço e incerteza.

Aos estudantes, diretora Concita e o professor Remédios da comunidade quilombola Cajueiro de Alcântara, cuja sabedoria, vivências e participação deram vida a esta pesquisa e reafirmaram meu compromisso com uma educação que valorize os saberes locais.

E a todos os professores e professoras que, com dedicação e coragem, seguem acreditando na transformação social por meio do ensino.

Agradecimentos

A realização desta dissertação foi possível graças ao apoio, incentivo e colaboração de muitas pessoas, às quais registro aqui minha mais profunda gratidão.

A Deus, pela força, pela saúde e pela esperança que me sustentaram ao longo desta caminhada.

À minha família, pelo amor incondicional, paciência e compreensão durante todos os momentos de dedicação e ausência. Em especial aos meus pais, que sempre acreditaram na educação como caminho de transformação.

Ao meu orientador, Luís Fernando Coelho Amaral, pela orientação cuidadosa, pelas contribuições valiosas e pelo incentivo constante à pesquisa crítica e comprometida com a realidade educacional e pelo respeito ao tempo da orientanda sem pressões e cobranças exageradas.

Aos professores e colegas do programa de pós-graduação, pelas trocas de ideias, pelas leituras e pelas inspirações ao longo do curso.

Ao IFMA – Campus Alcântara, pela estrutura, apoio institucional e pela oportunidade de desenvolver esta pesquisa em um ambiente de formação e transformação.

Aos estudantes que participaram da pesquisa, especialmente da comunidade quilombola, que, com sua escuta, curiosidade e saberes, deram sentido à proposta deste trabalho. Foram eles os verdadeiros protagonistas deste percurso.

À comunidade de Alcântara, pela receptividade, pelo respeito e pela riqueza cultural compartilhada, que tanto contribuíram para uma abordagem mais humana e significativa da matemática.

Por fim, agradeço a todos e todas que, de alguma forma, contribuíram para que esta jornada fosse possível — com palavras, gestos, incentivo ou silêncio. Cada apoio foi essencial.

"O ensino da Geometria não pode ser reduzido à mera aplicação de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas, sem a preocupação da descoberta de caminhos para sua demonstração, como também para dedução de suas fórmulas." (Fainguelernt, 1995, p. 46)

Resumo

Esta dissertação investiga o ensino da semelhança de triângulos no Ensino Fundamental, utilizando a teoria dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele articulada à abordagem da Etnomatemática. O estudo foi realizado em uma escola quilombola, com o objetivo de compreender como essas referências teóricas e culturais contribuem para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos, respeitando seu contexto sociocultural. A metodologia envolveu uma intervenção pedagógica composta por cinco encontros, nos quais foram aplicadas atividades práticas e reflexivas para diagnosticar e promover o avanço nos níveis de pensamento geométrico dos estudantes. Os resultados indicaram que, embora inicialmente os alunos apresentassem um nível reduzido de compreensão geométrica, houve progresso significativo ao longo das atividades. A valorização dos saberes culturais por meio da Etnomatemática mostrou-se fundamental para o engajamento dos estudantes, tornando o aprendizado mais significativo e conectado à realidade local. Conclui-se que a combinação dessas abordagens favorece o ensino da geometria, promovendo avanços conceituais e maior interesse dos alunos pelo conteúdo. Espera-se que este estudo contribua para futuras pesquisas sobre metodologias inovadoras e contextualizadas no ensino da matemática, especialmente em comunidades culturalmente diversas.

Palavras-chave: Ensino de Geometria; Semelhança de Triângulos; Van Hiele; Etnomatemática; Aprendizagem.

Abstract

This dissertation investigates the teaching of triangle similarity in elementary education, using Van Hiele's theory of geometric thought levels combined with the Ethnomathematics approach. The study was conducted in a quilombola school, aiming to understand how these theoretical and cultural references contribute to the development of students' geometric reasoning while respecting their sociocultural context. The methodology involved a pedagogical intervention consisting of five sessions, during which practical and reflective activities were applied to diagnose and promote students' progress in geometric thinking levels. Results indicated that, although students initially showed a limited level of geometric understanding, significant progress was observed throughout the activities. Valuing cultural knowledge through Ethnomathematics proved essential for student engagement, making learning more meaningful and connected to the local reality. It is concluded that combining these approaches enhances geometry teaching, fostering conceptual advances and increased student interest in the content. This study is expected to contribute to future research on innovative and contextualized methodologies in mathematics education, especially in culturally diverse communities.

Key-words: Geometry Teaching; Triangle Similarity; Van Hiele; Ethnomathematics; Learning.

Sumário

Introdução	1
1 Síntese do Histórico do Ensino de Geometria no Brasil	3
1.1 Ensino de Geometria nas últimas décadas	5
1.2 Breve Histórico da Geometria no Maranhão	7
1.3 Caracterização do Objeto de Estudo	9
2 Teorias e Estratégias no Ensino de Matemática	12
2.1 Geometria no Ensino Fundamental	14
2.2 Semelhança de Triângulos	16
2.3 Teorias de Aprendizagem na Geometria	20
3 Metodologia e Contribuições para Aprendizagem em Geometria	23
3.1 Planejamento das Atividades e Estratégias Aplicadas	24
3.2 Análise das Atividades, Desempenho e Resultados	30
3.3 Reflexões sobre o processo de ensino aprendizagem	41
Considerações Finais	47
4 Anexos	52
4.1 Atividade Diagnóstica	52
4.2 Produto Educacional: Sequência Didática	55

Introdução

Minha trajetória na docência no ensino básico iniciou-se em 2006, em Goiânia, atuando com estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA), cujo perfil exigia um ensino e uma metodologia sensíveis às especificidades e experiências de vida desse público. Em 2010, mudei-me para Araguatins, no Tocantins, onde passei a lecionar para turmas do ensino médio compostas por estudantes da etnia indígena Apinajé, experiência que me levou a adaptar conteúdos de geometria às realidades culturais e às formas próprias de aprender dessa comunidade. Em 2016, iniciei minha atuação em Alcântara, no Maranhão, no ensino médio, com alunos oriundos de comunidades quilombolas. Esse contexto trouxe novos desafios, exigindo que o ensino da matemática, em especial da geometria, dialogasse com os saberes e conhecimentos específicos da cultura local. Ao longo dessa trajetória, vivenciar a diversidade cultural em sala de aula despertou meu interesse em buscar metodologias de ensino que respeitassem os contextos socioculturais e promovessem aprendizagens significativas.

A Geometria desempenha um papel fundamental no ensino de Matemática, pois permite aos alunos compreender e representar o espaço em que vivem. No entanto, o ensino desse ramo da Matemática, especialmente no que se refere à semelhança de triângulos, enfrenta desafios que impactam diretamente a aprendizagem dos estudantes. Dificuldades conceituais, abordagens pedagógicas inadequadas e a baixa contextualização do conteúdo são alguns dos fatores que contribuem para a deficiência na formação geométrica dos alunos. Diante desse cenário, esta dissertação busca investigar metodologias de ensino que possam tornar o aprendizado da semelhança de triângulos mais significativo e acessível.

Uma das teorias que embasa este estudo é a Teoria do Conhecimento de van Hiele, que propõe uma progressão hierárquica no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, independentemente da idade. Além disso, a Etnomatemática, que valoriza o conhecimento matemático inserido nas práticas culturais das comunidades, se mostra essencial neste contexto, pois a pesquisa foi desenvolvida em uma escola situada em uma comunidade quilombola. A proposta de integração entre essas duas abordagens permite um ensino que respeita o ritmo de aprendizagem dos alunos e considera suas experiências socioculturais, tornando a Matemática mais próxima da realidade deles.

O problema central desta pesquisa está relacionado à seguinte questão: como a teoria de van Hiele, aliada ao programa de Etnomatemática, pode contribuir para o ensino da semelhança de triângulos em uma escola quilombola? A escolha desse tema justifica-se pela necessidade de aprimorar a forma como a Geometria é ensinada, proporcionando um aprendizado mais eficaz e contextualizado para os alunos do Ensino Fundamental.

O objetivo geral desta pesquisa é analisar a contribuição da teoria de van Hiele e da Etnomatemática para o ensino da semelhança de triângulos. Especificamente, busca-se:

- Identificar o nível de pensamento geométrico dos alunos antes e depois da intervenção pedagógica;
- Aplicar estratégias de ensino alinhadas à teoria de van Hiele;
- Relacionar os conceitos de semelhança de triângulos com elementos da cultura quilombola local;
- Avaliar o impacto da abordagem etnomatemática na compreensão dos alunos sobre o tema.

A pesquisa foi realizada por meio de uma intervenção pedagógica na Escola Municipal Barão de Grajaú, situada em uma comunidade quilombola chamada Agrovila Cajueiro na cidade Alcântara-MA. Inicialmente, houve um contato com a direção da escola e o professor da turma para compreender o contexto e as necessidades dos alunos. Posteriormente, foram planejadas e aplicadas atividades didáticas fundamentadas na teoria de van Hiele e na Etnomatemática, buscando um ensino mais contextualizado e significativo.

A dissertação está estruturada em cinco capítulos contando com a Introdução no início e Considerações finais no último. O Capítulo 1, após a introdução, apresenta uma síntese do histórico do ensino de Geometria no Brasil com seções sobre o ensino de geometria nas últimas décadas, breve histórico da geometria no Maranhão e a caracterização do objeto de estudo. O Capítulo 2 aborda as teorias e estratégias no ensino de geometria e seções sobre geometria no Ensino Fundamental, semelhança de triângulos e teorias de aprendizagem na geometria. O Capítulo 3 aponta a metodologia e contribuições para aprendizagem em geometria e seções que mostra o planejamento das atividade e estratégias aplicadas, análise de dados aplicados no Ensino Fundamental e reflexões sobre o processo de ensino aprendizagem. Finalizando com as considerações finais sobre a pesquisa e o trabalho desenvolvido durante toda dissertação.

Assim, espera-se que esta pesquisa contribua para a melhoria do ensino de Geometria, destacando a importância de abordagens pedagógicas que respeitem os diferentes níveis de desenvolvimento dos alunos e valorizem seus contextos culturais.

1

Síntese do Histórico do Ensino de Geometria no Brasil

A geometria é uma das áreas fundamentais da matemática, e sua compreensão é essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial dos estudantes. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, o ensino de geometria pode se tornar um divisor de águas na formação dos alunos, pois proporciona uma base sólida para o aprendizado de conteúdos mais complexos no ensino médio. Este capítulo aborda o contexto histórico educacional do ensino de Geometria no Brasil apresentando avanços, desafios e as metodologias que tem sido adotadas.

O conhecimento de geometria que se tem hoje se dá no conjunto dos conhecimentos, práticas, estudos e saberes adquiridos por diferentes povos e culturas ao longo do tempo. Por volta de 3500 a.C, na Mesopotâmia e no Egito tem-se relatos das primeiras construções de templos e demarcações de terras, segundo Monteiro (2015) "devido às necessidades que o homem tinha de resolver questões práticas do dia a dia, como divisões de terras férteis, construção de casas e também observar e prever os movimentos dos astros".

Apesar do historiador grego Heródoto escrever que a geometria nasceu no antigo Egito, os registros mais antigos de atividades humanas no campo da geometria de que dispomos remontam à época dos babilônios há talvez cerca de cinco mil anos e foram aparentemente motivadas por problemas práticos de agrimensura. Gorodski (2002).

Com isso, podemos perceber que o estudo de geometria é de interesse e importância desde milhares de anos até hoje.

Trazendo para o contexto histórico brasileiro, o ensino de geometria foi moldado no Brasil colônia (1500-1822) passando pelo Brasil Império, que durou por volta de 67 anos, chegando até o Brasil República, iniciando em 1889 e permanecendo até os dias atuais.

Durante o Brasil colônia a educação ficou restrita a uma pequena parcela da população e tinha uma natureza predominantemente técnica e religiosa, pois foi uma autoridade exclusiva da Companhia de Jesus liderada pelo padre Manoel da Nóbrega que fundou a primeira escola e durante a maior parte deste período histórico os jesuítas foram os únicos responsáveis pelos ensinamentos escolares no país, deixando o ensino

brasileiro com essa referência de educação. Nos tempos atuais, ainda é perceptível os ensinamentos de uma educação tecnicista e com teor religioso nas escolas vinda de nossa herança do Brasil colônia. Assim também, os ensinamentos de matemática, nesse período, estavam ligados aos objetivos religiosos e atividades práticas da época, que eram comércio, administração de propriedade e atividades militares, de acordo com Gomes (2014) "ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal, e os estudos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais"e, segundo Monteiro (2015) o início do ensino de geometria no Brasil fica ligado às demandas da guerra, logo somente as pessoas que fossem ser capacitadas para o serviço militar recebiam ensinamentos de geometria, como diz Konzen, Bernardi e Cecco (2017) p. 3 "Pode-se perceber que, nessa época, a preocupação principal era que os militares aprendessem na prática, sem rigor científico dos teoremas, demonstrações e corolário".

Diante desse cenário percebemos o quão frágil começou nosso ensino de matemática e ensinamentos de geometria no Brasil, esse período durou até 1827, deixando um atraso no país enquanto a Europa estava em pleno desenvolvimento científico inclusive na área de matemática no início do século XIX.

Após o período colonial, no Brasil, a República é sancionada uma lei que permitiria a criação de escolas em todas as cidades, vilas e lugares com número maior de população instalada. Nesse momento, era um cenário em que mais de 80% das pessoas eram analfabetas, e a ênfase das escolas era para ler, escrever e contar, separando meninos de meninas, e estas tinham o ensinamento voltado para economia doméstica. Com o decorrer do tempo de acordo com Monteiro (2015) , a Academia Real dos Guardas-Marinhas e a Academia Real Militar se transformaram, respectivamente, em um curso de nível secundário e um curso de nível superior, destacando-se pela inclusão de disciplinas de matemática com foco especial na geometria.

Esse autor também relata que a geometria era ensinada apenas nos cursos primários com objetivo dos estudantes aprenderem noções básicas de medição de terrenos. Essa conjuntura nos permite compreender como o ensinamento de matemática e especificamente o ensino de geometria se apresentou de forma precária e dúvidosa em relação a outros países.

Nas últimas décadas, no entanto, observa-se um movimento de retomada e revalorização da geometria no currículo escolar, impulsionado por novas abordagens pedagógicas e pelas diretrizes educacionais, como discutido na próxima seção 1.1.

1.1 Ensino de Geometria nas últimas décadas

Vale destacar que os professores de matemática, até a década de 30, segundo Azevedo (1958) eram “quase todos autodidatas ou recrutados, como no Império, nos quadros das profissões liberais”. Após esse período, com a criação da Universidade de São Paulo e do Rio de Janeiro, em 1934 e 1935 respectivamente, que os professores das escolas secundárias passam a obter formação e mesmo assim não eram suficientes para todas as escolas uma realidade ainda hoje existente.

Sob a influência das transformações no ensino de Matemática ocorridas nos Estados Unidos e na França, o Brasil iniciou, na década de 1960, um processo de mudanças expressivas nessa área, impulsionado pelo Movimento da Matemática Moderna. Além desse movimento, a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, em 1961, trouxe novas orientações para o ensino de matemática e geometria no Brasil. O que foi o movimento de Matemática moderna no Brasil segundo Lorenzato (2006a):

Esse movimento surgiu, de um lado, motivado pela Guerra Fria entre União Soviética e Estados Unidos e, de outro, como resposta à constatação, após a Segunda Guerra Mundial, de uma considerável defasagem entre o progresso científico-tecnológico e o currículo escolar vigente. A Sociedade Norte-Americana de Matemática, por exemplo, optou, em 1958, por direcionar suas pesquisas ao desenvolvimento de um novo currículo escolar de matemática. Surgem então vários grupos de pesquisa envolvendo matemáticos, educadores e psicólogos.

No entanto no Brasil o início da matemática moderna no país ficou marcada pela influência francesa, especialmente durante as décadas de 1940 e 1950, quando matemáticos franceses ministravam aulas nas universidades do país. Esses professores faziam do grupo Bourbaki, que buscava reorganizar e unificar as diferentes teorias matemáticas sob uma base comum. A principal meta desse grupo era alcançar uma visão integrada da matemática, considerando as estruturas fundamentais divididas entre as áreas algébrica e topológica.

Em relação à geometria, a consistência do movimento em questão demandava, conforme aponta Pavanello (1993) “propor um trabalho com a geometria sob o enfoque das estruturas, feito por planos vetoriais ou por transformações geométricas”. A autora ainda aponta a resistência entre os professores em trabalhar o novo currículo da educação primária da forma que a matemática moderna propunha.

Segundo Pavanello (1993):

A orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a álgebra mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizará sua importância. A maioria dos alunos do 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois, em geral, os professores das quatro séries iniciais limitam-se a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto. O estudo de geometria passa a ser feito, quando o é, apenas no 2º grau. A substituição do

Desenho Geométrico pela Educação Artística nos dois graus de ensino vem, no entanto, tornar ainda maior a dificuldade dos alunos em trabalhar com as figuras geométricas e sua representação.

A citação evidencia uma das principais consequências da introdução da Matemática Moderna no sistema educacional brasileiro: a marginalização da geometria no currículo escolar. Ao priorizar conteúdos algébricos e conjuntos — muitas vezes em detrimento da visualização e do raciocínio espacial —, os professores passaram a evitar o ensino de geometria, seja por falta de domínio do enfoque transformacional, seja por insegurança metodológica. Essa lacuna tem impactos significativos na formação dos alunos, que frequentemente chegam ao ensino médio sem uma base sólida em conceitos geométricos fundamentais. A retirada do Desenho Geométrico e sua substituição pela Educação Artística contribuiu ainda mais para esse esvaziamento, dificultando o desenvolvimento de habilidades essenciais para a leitura, a interpretação e a construção de representações espaciais. Tal contexto reforça a urgência de repensar o ensino de geometria, promovendo sua revalorização desde os anos iniciais e oferecendo aos professores subsídios teóricos e metodológicos adequados.

Na década de 1980, o movimento da Nova Matemática trouxe uma perspectiva crítica em relação ao ensino tradicional. A geometria passou a ser abordada de maneira mais integrada com outras áreas da matemática, com o objetivo de promover o desenvolvimento de habilidades mais amplas nos alunos. Contudo, essa abordagem recebeu críticas, especialmente devido à sua complexidade e à falta de uma formação adequada para os professores.

Diante dos desafios do final do século XX e início do século XXI, como a inclusão social e a diversidade cultural, o ensino de geometria passou a ser reavaliado. De acordo com BRASIL (2018), implementada em 2017, estabeleceu novas diretrizes para a educação matemática, destacando a importância de um ensino que integre teoria e prática, respeitando as especificidades regionais e sociais dos alunos.

A trajetória do ensino de geometria no Brasil é caracterizada por transformações significativas, que refletem as mudanças sociais, culturais e pedagógicas ao longo do tempo. Desde os métodos tradicionais até as abordagens contemporâneas, a geometria sempre teve um papel fundamental na formação matemática dos estudantes. Os desafios enfrentados, como a necessidade de adaptação às novas demandas sociais e educacionais, destacam a importância de uma reflexão constante sobre as práticas pedagógicas, com o objetivo de promover um conhecimento significativo e acessível a todos.

Compreender a trajetória do ensino de geometria em âmbito nacional permite lançar luz sobre os desafios e avanços que marcaram o cenário educacional brasileiro. No entanto, é igualmente importante considerar as especificidades regionais, que muitas vezes revelam dinâmicas próprias de implantação curricular, formação docente e acesso ao conhecimento matemático. Nesse contexto, a realidade do estado do Maranhão oferece elementos valiosos para uma análise mais localizada, permitindo observar como as políticas educacionais, as condições estruturais das escolas e os aspectos socioculturais influenciaram o ensino de geometria ao longo do tempo.

1.2 Breve Histórico da Geometria no Maranhão

Durante a colonização, a educação no Maranhão estava profundamente marcada pela influência da Igreja Católica. O ensino formal era restrito, focando principalmente na doutrinação religiosa e na formação moral. As primeiras escolas, especialmente as fundadas pelos jesuítas, ofereciam um ensino rudimentar de matemática, incluindo noções básicas de geometria relacionadas a medições e formas, úteis para as atividades comerciais e agrícolas da época. Como destacou Ruckstadter e Junior (2017) em seu artigo sobre os textos do Pe. Serafim Leite, essas instituições religiosas desempenharam um papel crucial na educação colonial, atuando como espaços de mediação cultural entre as culturas indígena e europeia.

Durante a colonização, a educação no Maranhão estava profundamente marcada pela influência da Igreja Católica. O ensino formal era restrito, focando principalmente na doutrinação religiosa e na formação moral. As primeiras escolas, especialmente as fundadas pelos jesuítas, ofereciam um ensino rudimentar de matemática, incluindo noções básicas de geometria relacionadas a medições e formas, úteis para as atividades comerciais e agrícolas da época.

Com a independência do Brasil em 1822, o Maranhão iniciou um processo de institucionalização do ensino. A criação de escolas públicas, a partir da Lei de 1827, começou a incorporar a matemática e, conseqüentemente, a geometria nos currículos, como parte de um esforço para expandir a educação básica no país. A fundação do Liceu Maranhense em 1838 foi um marco importante, promovendo uma educação mais estruturada e formalizada. Essas mudanças educacionais refletiram a necessidade de uma formação mais ampla e inclusiva, alinhada com os objetivos de desenvolvimento nacional e regional, conforme expresso em políticas educacionais posteriores, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, que visava garantir uma formação básica comum para todos os cidadãos.

Durante o processo de institucionalização do ensino no Maranhão, os livros didáticos passaram a exercer papel fundamental na organização dos saberes escolares, especialmente no campo da matemática. Autores como Soares (2021), professor atuante no final do século XIX e início do século XX, destacaram-se por produzir materiais voltados à formação docente e ao ensino sistematizado da aritmética e da geometria. Suas obras e sua atuação como educador revelam um esforço local em consolidar conteúdos como áreas e volumes no currículo das escolas primárias e normais, refletindo a preocupação em alinhar o ensino às exigências de uma instrução pública mais estruturada e acessível. A presença desses conteúdos nos livros didáticos elaborados ou adaptados por educadores maranhenses evidencia o avanço, ainda que gradual, na valorização da geometria como parte essencial da formação matemática básica. A geometria era considerada uma ferramenta prática, essencial para as atividades cotidianas e comerciais que estavam em crescimento na região. Essa abordagem prática da geometria reflete a necessidade de uma educação que atendesse às demandas econômicas e sociais da época, conforme observado em estudos sobre a história do ensino de matemática no Brasil, que destacam a importância da geometria em contextos militares e comerciais segundo o artigo Caldatto e Pavanello (2015). Além disso, a inclusão da geometria nos currículos escolares foi influenciada por mudanças educacionais mais amplas no Brasil, que buscavam promover uma formação mais avançada e inclusiva.

No início do século XX, o ensino da geometria no Maranhão passou por profundas transformações, impulsionadas por reformas educacionais que visavam modernizar o ensino brasileiro. A chegada da Matemática Moderna, que priorizava a lógica e a abstração, impactou diretamente a forma como a geometria era ensinada, influenciada por movimentos internacionais de reformulação curricular que buscavam maior rigor na estruturação do conhecimento matemático de acordo com Matos e Silva (2011). Essas mudanças refletiram-se no ensino da geometria, que passou a enfatizar uma abordagem mais teórica, distanciando-se das aplicações práticas predominantes em períodos anteriores. Durante esse período, o método intuitivo também teve influência na formação de professores, destacando a geometria como uma disciplina essencial para o ensino das formas, conforme proposto por Oliveira (2016). Além disso, o Movimento da Matemática Moderna, que ganhou força nas décadas de 1960 e 1970, continuou a moldar o ensino de geometria no Brasil, introduzindo novas práticas pedagógicas que afetaram significativamente as práticas escolares.

A Fundação da Universidade Federal do Maranhão (UFMA) em 1966 marcou um ponto de inflexão na formação de professores no estado, oferecendo novas oportunidades de especialização em disciplinas como matemática e geometria. A UFMA, criada pela Lei n.º 5.152 de 21 de outubro de 1966, teve como objetivo implantar progressivamente uma instituição de ensino superior, pesquisa e estudo em diversas áreas. A introdução de métodos pedagógicos inovadores, que priorizavam atividades práticas e a construção ativa do conhecimento, refletiu-se nas salas de aula, onde materiais concretos e trabalhos em grupo começaram a se tornar mais comuns. Essa abordagem pedagógica foi influenciada por movimentos educacionais que valorizavam a interação ativa dos alunos no processo de aprendizagem, conforme observado em estudos sobre a evolução dos métodos pedagógicos no Brasil Matos e Silva (2011).

Na segunda metade do século XX e início do século XXI, o Maranhão enfrentou desafios significativos, como a desigualdade no acesso a uma educação de qualidade e a escassez de programas de formação continuada para os professores. No entanto, iniciativas como o Programa de Formação de Professores e a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em 2017 trouxeram novas perspectivas para o ensino de geometria.

A chegada do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROF-MAT) à Universidade Federal do Maranhão (UFMA) representou um marco significativo na formação de professores de matemática no estado. O PROFMAT, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e apoiado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), visa aprimorar a formação profissional de docentes em exercício na Educação Básica, especialmente em escolas públicas Takai (2017). A implementação do PROFMAT na UFMA contribuiu para o desenvolvimento de professores de matemática, oferecendo uma formação aprofundada e relevante para a docência, alinhada com as metas do Plano Nacional de Educação (PNE), como a valorização do professor e a formação continuada. A participação da UFMA no PROFMAT reflete o compromisso da instituição em melhorar a qualidade do ensino de matemática nas redes públicas de ensino, conforme destacado em documentos oficiais do programa.

Desde a implementação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal do Maranhão (UFMA), o programa tem contribuído significativamente para a formação de professores de matemática no país e principalmente

no Estado do Maranhão . Até o momento, foram produzidas 7939 dissertações no país, sendo 111 dissertações de mestrado no âmbito do PROFMAT na UFMA de São Luís e 88 dissertações na UEMA, de acordo com PROFMAT (2025). Dentre essas, menos de dez por cento das dissertações são sobre geometria, já no banco de dados da UFMA um número significativo aborda temas relacionados à geometria, totalizando aproximadamente 13 dissertações, pouco mais de dez por cento exploram aspectos específicos da disciplina, como construções geométricas, resolução de problemas de geometria e aplicações práticas em contextos educacionais entre 2013 a 2024. Essas dissertações refletem o compromisso do Profmat em aprimorar a formação dos professores, alinhando-se com as metas do Plano Nacional de Educação de valorizar a formação continuada dos docentes.

A implementação de políticas educativas no Maranhão, como a política Escola Digna, alinhou-se de forma significativa ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), que chegou à Universidade Federal do Maranhão (UFMA) com o objetivo de aprimorar a formação de professores de matemática. Essas políticas educativas buscam integrar a geometria ao cotidiano dos alunos, promovendo um ensino que respeita as diversidades culturais e sociais do Maranhão. Nesse contexto, o PROFMAT se destaca ao oferecer uma formação que não apenas aprofunda o conhecimento matemático dos docentes, mas também incentiva a aplicação prática desse conhecimento em projetos que conectam a geometria ao patrimônio cultural local, como a arquitetura colonial e as formas presentes nas manifestações artísticas da região. Assim, o PROFMAT contribui para uma educação mais contextualizada e relevante.

A história do ensino de geometria no Maranhão é marcada por um processo contínuo de transformação e adaptação, refletindo as mudanças sociais e educacionais ao longo dos anos. Desde as abordagens simples do período colonial, onde a geometria era essencial para atividades práticas e militares, até as práticas contemporâneas que buscam integrar o conhecimento geométrico à realidade dos estudantes, a geometria tem sido uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico e da cidadania. À medida que o estado avança na melhoria da educação, o ensino da geometria continuará desempenhando um papel essencial na formação dos cidadãos maranhenses do futuro, conforme destacado em estudos sobre ensino de matemática no Liceu Maranhense Soares (2016).

Compreender esse percurso histórico do ensino de geometria no Maranhão permite contextualizar as práticas pedagógicas atuais e reconhecer os desafios que ainda persistem no processo de ensino-aprendizagem desse componente curricular. A partir dessa perspectiva, torna-se essencial delimitar o foco específico desta pesquisa, apresentando o contexto em que foi desenvolvida, os sujeitos envolvidos e os fundamentos teóricos que orientaram a investigação. Na próxima seção, tem-se a caracterização do objeto de estudo, com o intuito de situar o leitor quanto aos elementos centrais da proposta e às particularidades do ambiente educacional em que se insere.

1.3 Caracterização do Objeto de Estudo

Ao realizar um breve resgate histórico sobre o ensino de matemática e geometria no Brasil, com destaque para o estado do Maranhão, observa-se as transformações ocorridas ao longo do tempo, refletindo mudanças tanto na sociedade quanto nas escolas.

Essas transformações visam melhorar o processo de ensino-aprendizagem na Educação Básica. Este trabalho se insere nesse contexto de evolução, sendo uma das iniciativas proporcionadas pelo programa PROFMAT, que capacita professores da educação básica para promover melhorias no ensino de matemática em suas comunidades de atuação. A comunidade escolhida para este estudo foi a Comunidade Quilombola Agrovila Cajueiro, localizada no município de Alcântara-MA, com foco em 20 estudantes do 9º ano da Escola Municipal Barão de Grajaú.

O Brasil possui uma rica diversidade cultural, resultado do encontro de povos de diferentes origens que, ao longo do tempo, compartilharam, ressignificaram e recriaram suas formas de viver e interagir com o mundo. Contudo, esse processo de intensa interação também foi marcado pela estruturação do racismo, que se consolidou como um grande fator de opressão contra as populações negras e indígenas, agravando desigualdades e negando direitos fundamentais, como o acesso à vida digna, o reconhecimento das identidades e a valorização dos saberes tradicionais, conforme Pereira e Simas (2023).

Neste estudo, foram abordadas estratégias de ensino como ferramentas para aprimorar a aprendizagem dos estudantes em geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental, com foco no 9º ano e no tema semelhança de triângulos. A pesquisa fundamenta-se na Teoria dos Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, proposta por Van Hiele, e na Etnomatemática, valorizando o contexto cultural dos estudantes. O objeto de estudo são os resultados da aplicação dessas estratégias, explorando como os níveis de aprendizagem geométrica podem ser desenvolvidos de maneira significativa ao integrar conhecimentos locais da comunidade quilombola, promovendo uma abordagem contextualizada e culturalmente relevante.

O desenvolvimento deste trabalho, cujo objeto de estudo é o ensino de geometria, justifica-se pela identificação de dificuldades recorrentes enfrentadas pelos alunos do ensino fundamental nessa área, conforme apontado por pesquisas recentes e resultados de avaliações nacionais, como a Prova Brasil. Essas evidências reforçam a necessidade de implementar metodologias que promovam uma aprendizagem significativa e culturalmente contextualizada, valorizando os conhecimentos prévios dos estudantes e o contexto sociocultural em que estão inseridos.

As estratégias de ensino fundamentadas na Teoria de Van Hiele e na Etnomatemática têm grande potencial para contribuir com o aprimoramento do desempenho em geometria dos estudantes do ensino fundamental. A Teoria de Van Hiele, ao descrever níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, orienta o planejamento pedagógico de forma a respeitar o processo gradual de aprendizagem dos alunos, posicionando-se como guia tanto para a aprendizagem quanto para a avaliação das habilidades geométricas Kalleff et al. (1994). Essa abordagem garante que conceitos básicos sejam consolidados antes de avançar para ideias mais abstratas, promovendo um entendimento mais profundo e estruturado.

A Etnomatemática, por sua vez, enfatiza a valorização dos saberes culturais dos estudantes, integrando a matemática ao contexto sociocultural em que estão inseridos e associando-a a uma racionalidade que extrapola as práticas escolares tradicionais Knijnik et al. (2019). Isso torna os conteúdos geométricos mais significativos e próximos da realidade dos alunos. Em comunidades quilombolas, por exemplo, o ensino pode incorporar elementos como padrões construtivos, formas geométricas em práticas artesanais ou outros aspectos do cotidiano local, criando uma ponte entre o conhecimento

escolar e a vivência cultural.

Ao unir essas duas abordagens, é possível desenvolver estratégias pedagógicas que respeitem o ritmo de aprendizagem dos estudantes e contextualizem os conteúdos de forma relevante. Essa integração não apenas facilita a compreensão dos conceitos geométricos, mas também aumenta o engajamento e interesse dos alunos, refletindo positivamente no desempenho acadêmico e na aplicação prática do conhecimento adquirido.

Com a compreensão do contexto sociocultural e educacional em que o objeto de estudo está inserido, torna-se fundamental aprofundar o embasamento teórico que orienta as estratégias pedagógicas adotadas. O próximo capítulo apresenta as principais teorias e metodologias relacionadas ao ensino de matemática, com destaque para a Teoria dos Níveis de Van Hiele e a abordagem etnomatemática, que fundamentam as práticas desenvolvidas nesta pesquisa para promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

Teorias e Estratégias no Ensino de Matemática

Neste capítulo, foram abordados os fundamentos teóricos que embasam esta pesquisa, com ênfase nas bases pedagógicas e metodológicas aplicadas ao ensino de geometria, com foco específico no tema da semelhança de triângulos nos Anos Finais do Ensino Fundamental. A fundamentação teórica será dividida em duas partes principais: as teorias educacionais que norteiam o processo de ensino-aprendizagem, destacando contribuições de autores como Van Hiele, Ubiratan D'Ambrosio, e as estratégias pedagógicas que possibilitam uma abordagem significativa, contextualizada e prática do conteúdo. Proporcionando um panorama que articule os conceitos geométricos com práticas pedagógicas que contribuem para a aprendizagem dos estudantes, possibilitando a construção de conhecimentos por parte dos alunos. Assim, são exploradas as potencialidades de metodologias como o uso de práticas da teoria, materiais concretos e tecnologias educacionais, além de discutir os desafios e possibilidades na implementação dessas estratégias no contexto escolar.

Abordar o ensino de matemática na educação básica, especialmente, nos Anos Finais do Ensino Fundamental, exige uma análise cuidadosa das diretrizes estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular. Essa etapa do ensino é caracterizada por uma transição importante no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, na qual as habilidades matemáticas são ampliadas e aprofundadas, indo além do domínio de operações básicas para o desenvolvimento do pensamento abstrato e crítico. A BNCC estabelece como premissa essencial o desenvolvimento de competências que permitam aos alunos interpretar, descrever, representar e argumentar matematicamente. Esse processo envolve a construção de uma comunicação matemática clara e eficiente, promovendo o uso de diversas linguagens – simbólicas, gráficas e algébricas – e a capacidade de estabelecer relações entre elas, favorecendo a compreensão de conceitos e a resolução de problemas BRASIL (2018). Além disso, reforça a importância de contextualizar os conteúdos, promovendo conexões entre a matemática e situações do cotidiano, e incentivando o uso de estratégias pedagógicas que estimulem a autonomia, a colaboração e o raciocínio lógico. Isso demonstra a necessidade de um ensino que integre teoria e prática, valorizando não apenas a memorização de procedimentos, mas também a compreensão conceitual e a aplicação criativa da matemática no mundo real.

A BNCC define as competências e habilidades fundamentais para orientar os processos de aprendizagem e segundo JOHNSON (2016)

Há uma tendência internacional em direção à inclusão de um eixo de processos matemáticos nos currículos de matemática. A inclusão de um eixo de processos matemáticos garante um desenvolvimento direcionado e sistemático das habilidades e competências necessárias para a matemática em todas as áreas do conteúdo e em todos os anos da formação básica, tais como: raciocinar, resolver problemas e comunicar.

A autora descreve que as orientações para a área de Matemática presentes na BNCC estão alinhadas com uma tendência internacional que promove a inclusão de um eixo de processos essenciais. Esse eixo busca garantir o desenvolvimento estruturado das habilidades e competências matemáticas dos alunos, abrangendo todas as áreas de conteúdo e se estendendo de forma contínua ao longo de todos os anos da educação básica. Essa abordagem visa assegurar que os estudantes não apenas adquiram conhecimentos matemáticos específicos, mas também desenvolvam capacidades transversais, como resolução de problemas, argumentação, comunicação e conexão entre conceitos, fundamentais para a formação integral.

A preocupação e o atual problema no ensino da matemática refletem o reconhecimento do caráter cumulativo dessa disciplina, na qual o conhecimento adquirido pelos estudantes em cada ano escolar serve como base para o aprendizado de conteúdos mais avançados, segundo Lima (2023):

Assim, é natural que os primeiros anos do treinamento matemático tenham uma importância fundamental no desempenho do aluno em seus estudos posteriores. Em particular, se queremos analisar os problemas relativos ao ensino da Matemática, é indispensável começar pelo Ensino Fundamental. p(165)

Esse processo gradual e progressivo ressalta a importância de uma abordagem pedagógica que assegure a consolidação dos conceitos fundamentais, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades matemáticas de forma sólida e contínua. Essa base, construída desde o ensino fundamental até o término do ensino médio, prepara os estudantes tanto para avançar em estudos mais complexos de matemática quanto para aplicar os conhecimentos adquiridos em contextos do dia a dia e em outras áreas do saber, independentemente de seguirem ou não uma trajetória acadêmica específica nessa disciplina.

Diante da necessidade de uma formação matemática consistente desde os primeiros anos escolares, torna-se essencial compreender como os conteúdos geométricos são trabalhados no ensino fundamental. A próxima seção discute especificamente a presença da geometria nesse nível de ensino, destacando seus desafios, potencialidades e o papel fundamental que exerce na construção do pensamento espacial e na formação integral dos estudantes.

2.1 Geometria no Ensino Fundamental

A principal referência para o professor de matemática ao planejar e direcionar o ensino da disciplina é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), complementada pelo Projeto Político-Pedagógico (PPP) da escola. Enquanto a BNCC define as competências

e habilidades que devem ser desenvolvidas em cada etapa da educação básica, o PPP reflete as especificidades da realidade escolar, considerando o contexto social, cultural e econômico dos alunos. A articulação entre essas duas diretrizes permite que o professor organize seu trabalho pedagógico de forma a atender às necessidades dos estudantes, promovendo práticas que sejam significativas, inclusivas e contextualizadas. Dessa maneira, o professor pode adaptar os conteúdos e estratégias de ensino para favorecer a aprendizagem, respeitando as particularidades de cada turma e contribuindo para o desenvolvimento integral dos alunos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) organiza a disciplina de Matemática em cinco unidades temáticas principais, cada uma projetada para desenvolver competências e habilidades específicas. Entre essas unidades, a geometria se destaca como um eixo essencial, contribuindo para a formação do pensamento espacial, lógico e crítico dos estudantes, além de permitir conexões práticas com o mundo ao seu redor. Aponta que nos Anos Finais do Ensino Fundamental BRASIL (2018):

Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Esses conceitos devem ter destaque nesta fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo.

A abordagem proposta valoriza o desenvolvimento de conceitos fundamentais da geometria, como congruência e semelhança, por meio de atividades práticas que estimulam a análise de transformações geométricas. Essa metodologia contribui para uma compreensão mais profunda das propriedades e relações entre figuras geométricas, ao mesmo tempo em que promove o aprendizado ativo e aplicado. Além disso, ao incentivar demonstrações e a construção do raciocínio hipotético-dedutivo, a estratégia prepara os alunos para lidar com problemas de forma lógica e estruturada, favorecendo o desenvolvimento de habilidades essenciais não apenas para a matemática, mas para outras áreas do conhecimento e para a tomada de decisões no cotidiano.

Nesse contexto, a Teoria dos Níveis de Van Hiele apresenta-se como um referencial importante para orientar o ensino de geometria no ensino fundamental, pois considera a evolução do pensamento geométrico por meio de níveis progressivos de compreensão. Segundo Hiele (1986a), o aprendizado da geometria não ocorre de forma espontânea, mas exige uma mediação didática que respeite os estágios de desenvolvimento cognitivo dos alunos. As autoras Schirlo e Silva (2013) reforçam que, ao reconhecer esses níveis, visualização, análise, ordenação, dedução e rigor, o professor pode planejar atividades mais adequadas às capacidades dos estudantes, promovendo avanços significativos em sua aprendizagem. Além disso, a BRASIL (2018) enfatiza a importância de desenvolver, desde os anos finais do ensino fundamental, competências relacionadas à análise, representação e resolução de problemas geométricos, articulando essas habilidades com outras áreas do conhecimento.

Ao integrar elementos da etnomatemática e da realidade sociocultural dos alunos, como sugerido por Knijnik (2002), é possível ampliar o alcance do ensino da geometria,

tornando-o mais significativo e próximo da vivência cotidiana dos estudantes. Essa abordagem permite que temas como formas geométricas, medidas, simetrias e transformações deixem de ser apenas abstrações escolares, passando a ser compreendidos em sua aplicação prática e cultural. Com isso, o ensino da geometria pode atuar como ferramenta de inclusão, valorizando saberes locais e fortalecendo a identidade dos estudantes.

Tendo em vista esses fundamentos, a próxima seção aborda o conceito de semelhança de triângulos, um conteúdo essencial no currículo de geometria do ensino fundamental, analisando como sua abordagem pode ser enriquecida por estratégias que respeitam os níveis de desenvolvimento cognitivo e valorizam o contexto sociocultural dos alunos.

2.2 Semelhança de Triângulos

O conceito de semelhança é fundamental na resolução de problemas geométricos, pois permite estabelecer relações entre figuras de diferentes tamanhos sem comprometer suas proporções. Além disso, do ponto de vista matemático, a semelhança de triângulos desempenha um papel essencial como pré-requisito para o estudo de diversos conteúdos, como a trigonometria, a geometria analítica e até mesmo aplicações em escalas cartográficas e projeções. De acordo com um dos autores mais reconhecidos de livros didáticos, Dante (2016), compreender esse conceito contribui para que os estudantes deduzam propriedades geométricas e desenvolvam o pensamento lógico, promovendo uma aprendizagem mais significativa e conectada a situações do cotidiano. O autor destaca que seu objetivo é criar condições para que o aluno atribua significado às ideias matemáticas, indo além da simples memorização, e saiba aplicá-las na resolução de problemas reais. Dentro das habilidades estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a área de Matemática, especialmente no ensino de Geometria, destaca-se a habilidade EF09MA12, que, de acordo com a BRASIL (2018):

Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. Visualizar o conceito de semelhança de triângulos em diversas situações. Utilizar os critérios de semelhança de triângulos para a resolução de problemas.

A habilidade EF09MA12, prevista na BNCC, desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes do Ensino Fundamental. Ao reconhecer e aplicar os critérios de semelhança de triângulos na resolução de problemas, os alunos aprimoram sua compreensão sobre proporções e relações métricas, além de desenvolverem a capacidade de utilizar esses conceitos em situações práticas, como medições indiretas e representações cartográficas. Podemos afirmar que a abordagem de Dante (2016) está alinhada a aprendizagem da geometria deve ir além da memorização de fórmulas, promovendo a exploração de conceitos por meio da visualização, manipulação e argumentação matemática.

Dessa forma, ao ser trabalhado em sala de aula, o conteúdo de semelhança de triângulos deve ser abordado por meio de metodologias que promovam uma aprendizagem mais significativa e alinhada ao nível de compreensão dos estudantes. Nesse sentido, esta dissertação adota como fundamentação teórica os pressupostos do programa da Etnomatemática, bem como os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico propostos

por Dina Van Hiele-Geldof (1957) e Pierre Van Hiele (1957, 1986). Essas abordagens metodológicas favorecem uma progressão estruturada do conhecimento geométrico, estimulam o pensamento crítico e contribuem para um ensino mais contextualizado e acessível, aproximando a matemática da realidade sociocultural dos alunos.

A escolha dessas abordagens justifica-se pela necessidade de aproximar o ensino da geometria das vivências dos estudantes, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos por meio de contextos culturais e de uma progressão cognitiva estruturada. Segundo Hiele (1986b), a aprendizagem da geometria ocorre em níveis hierárquicos, nos quais os alunos avançam de uma percepção intuitiva para um entendimento mais formal e abstrato dos conceitos geométricos. De forma complementar, a etnomatemática, conforme discutida por D'Ambrosio (1995), valoriza os conhecimentos prévios dos alunos e as práticas matemáticas desenvolvidas em diferentes contextos socioculturais, tornando o aprendizado mais significativo e relevante. Nessa perspectiva, Knijnik et al. (2019) destaca a importância de reconhecer os saberes matemáticos produzidos por grupos sociais específicos, enfatizando que a matemática escolar deve dialogar com essas experiências culturais para promover uma educação crítica, contextualizada e emancipadora. Assim, a combinação dessas abordagens possibilita que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais profunda da semelhança de triângulos, relacionando a teoria matemática ao seu cotidiano e às suas práticas sociais.

Diante do exposto, percebe-se que a utilização da etnomatemática e dos níveis de Van Hiele como estratégias de ensino possibilita um aprendizado mais significativo da semelhança de triângulos, promovendo uma construção gradativa do conhecimento geométrico e sua aplicação em diferentes contextos. A articulação entre essas abordagens favorece o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, respeitando seus estágios de compreensão e valorizando suas vivências culturais.

Os conceitos e critérios da semelhança de triângulos do ponto de vista matemático e segundo o livro Barbosa (2012) diremos que dois triângulos são semelhantes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices, de modo que ângulos correspondentes sejam iguais e lados correspondentes sejam proporcionais. Dessa forma os principais critérios de semelhança de triângulos abordados na Educação Básica são:

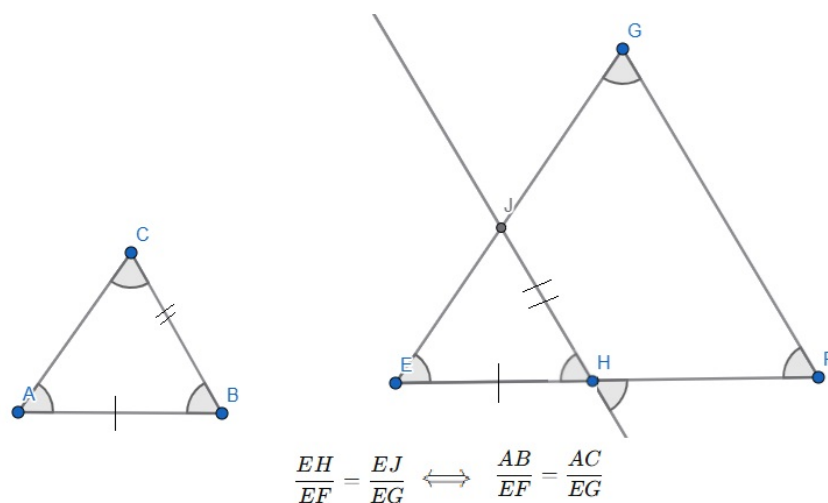
- AA (Ângulo-Ângulo): Se dois ângulos de um triângulo são congruentes a dois ângulos de outro, então os triângulos são semelhantes.
- LAL (Lado-Ângulo-Lado): Se dois lados de um triângulo estão em proporção e o ângulo entre eles é congruente ao ângulo entre os lados correspondentes de outro triângulo, então os triângulos são semelhantes.
- LLL (Lado-Lado-Lado): Se os lados correspondentes de dois triângulos estão em proporção, então os triângulos são semelhantes.

Esses critérios são fundamentais não apenas para provas matemáticas, mas também para aplicações práticas, como medição de alturas inacessíveis, construções arquitetônicas, arte e engenharias. Para exemplificar a formalização, considere a ideia da demonstração do critério AA:

- Seja o triângulo ABC tal que o ângulo A é congruente ao ângulo E de outro triângulo EFG, e o ângulo B é congruente ao ângulo F. Pelo fato de a soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180° , os terceiros ângulos também são congruentes, ou seja, ângulo C igual ao ângulo G. Logo, os triângulos ABC e DEF têm todos os ângulos correspondentes congruentes, resta mostrar que os lados são proporcionais, para isto, tome na semirreta EF o ponto H, de modo que $EH=AB$. Pelo ponto H trace, uma reta paralela a FG. Esta corta a semirreta EG num ponto J, formando um triângulo EHJ que é congruente ao triângulo ABC, já que $\hat{A}=\hat{E}$, $AB=EH$ e $\hat{B}=\hat{F}=\hat{E}HJ$. Esta última congruência deve-se ao paralelismo de JH e GF. Seguindo agora que se uma reta, paralela a um dos lados de um triângulo corta os outros dois lados, então ela os divide na mesma razão, assim temos que o seguimento EH está para EF assim como o seguimento EJ está para EG. Como $EH=AB$ e $EJ=AC$, então temos também que a razão entre os seguimentos AB e EF são proporcionais a razão entre os seguimentos AC e EG. De maneira análoga podemos verificar a proporcionalidade entre a razão dos seguimentos AC, EG e CB, GF. Assim fica demonstrado a semelhança para o critério AA.

A Figura 1 ilustra a demonstração do caso AA (ângulo-ângulo) de semelhança entre triângulos da demonstração acima.

Figura 1: Caso AA



Fonte: Arquivo pessoal

Apresentar essas demonstrações aos alunos de maneira visual e interativa, como explorado no Capítulo 3 com o uso do GeoGebra, favorece o desenvolvimento do raciocínio dedutivo e a compreensão das estruturas matemáticas. Contudo, para atingir esse nível de conhecimento, é fundamental identificar o nível de compreensão prévio dos estudantes e, a partir daí, promover um aprimoramento gradual e contextualizado dos seus conhecimentos. Desse modo, as demonstrações e os conceitos geométricos tornam-se mais acessíveis, atraentes e relevantes para a sua realidade.

As perspectivas da Etnomatemática, conforme D'ambrosio (1995) e Knijnik et al. (2019), propõem a valorização dos conhecimentos matemáticos produzidos em contextos

culturais específicos, reconhecendo a matemática como um saber culturalmente situado. No caso da comunidade quilombola da Agrovila Cajueiro, em Alcântara-MA, diversas práticas cotidianas envolvem noções implícitas de proporcionalidade e forma, que podem ser exploradas pedagogicamente para tornar o ensino da geometria mais significativo e conectado à realidade dos estudantes. Essa abordagem contribui para superar a visão tradicional da matemática como um conhecimento abstrato e desvinculado da cultura, promovendo uma aprendizagem contextualizada e crítica.

Exemplos como:

- O uso de estacas ou galhos na agricultura, com medidas proporcionais;
- A observação de sombras e alturas dos mastros durante as festas populares, como no festejo de São Sebastião e Festa do Divino;
- A construção de espaços comunitários com formas triangulares ou retangulares.
- Os passos de danças tradicionais da comunidade, como Coco Marajá e tambor de criola.

As práticas culturais, mencionadas e lembradas pelos estudantes, conforme registrado no próximo capítulo, são utilizadas como ponto de partida para as atividades propostas nesta pesquisa. Assim, espera-se que os alunos construam um entendimento formal dos conceitos geométricos a partir de situações significativas e conectadas à sua realidade cultural.

A abordagem da semelhança de triângulos, fundamentada na teoria dos níveis de Van Hiele e na perspectiva da etnomatemática, possibilita um ensino mais sensível ao contexto cultural dos alunos, promovendo o desenvolvimento gradual e progressivo do pensamento geométrico. Ao integrar os critérios formais da geometria com as experiências e saberes culturais dos estudantes, espera-se favorecer uma aprendizagem mais significativa, crítica e duradoura, que valorize tanto o rigor matemático quanto a diversidade cultural presente no processo educativo.

Este capítulo fundamenta teoricamente a proposta pedagógica da dissertação, evidenciando a possibilidade de integrar rigor matemático e conhecimento cultural para promover um ensino de geometria mais inclusivo e eficaz.

Conforme apontam Hiele (1986b) e D’ambrosio (2019), o aprendizado matemático não ocorre de forma linear, mas por meio de um processo gradual, no qual o estudante constrói seu conhecimento a partir de experiências e interações com o ambiente. Voltado para a comunidade quilombola de Alcântara-MA, este estudo buscou incorporar essas perspectivas ao ensino da geometria, respeitando as especificidades culturais e contextuais da comunidade. Nesse sentido, Knijnik et al. (2019) reforçam a importância de valorizar os saberes matemáticos produzidos em diferentes contextos socioculturais, ressaltando que a etnomatemática questiona as políticas do conhecimento dominante na escola e propõe uma educação matemática crítica e contextualizada. Para aprofundar a fundamentação teórica desta pesquisa, a próxima seção aborda as teorias da aprendizagem, com ênfase na teoria dos níveis de Van Hiele e na abordagem etnomatemática, destacando suas contribuições para o ensino da geometria no ensino fundamental.

2.3 Teorias de Aprendizagem na Geometria

Ao longo do século XX, especialmente em suas primeiras décadas, diversas pesquisas foram realizadas com o propósito de entender os mecanismos da aprendizagem. Esses estudos buscaram responder a uma questão que desafia pensadores desde a Antiguidade: de que forma o indivíduo interage com o ambiente ao seu redor? Ou, de maneira mais específica, como se dá a relação entre o sujeito e o objeto? No contexto escolar, essa questão pode ser reformulada da seguinte forma: de que maneira o estudante, como sujeito, interage com o conhecimento, sendo objeto, no processo de aprendizagem? Com base em Nogueira (2007) ressalta que, nas diferentes abordagens teóricas, o termo "objeto" abrange tudo o que constitui o meio, incluindo pessoas, elementos físicos, expressões artísticas, cultura e conhecimentos.

As teorias da aprendizagem desempenham um papel fundamental nos estudos sobre os processos de ensino, sendo influenciadas por diferentes perspectivas, como o behaviorismo, com Skinner como principal referência, o construtivismo, representado por Piaget, e o sociointeracionismo, desenvolvido por Vygotsky. Embora esta dissertação não tenha como foco a análise detalhada dessas correntes teóricas, é importante destacar que elas contribuíram significativamente para a compreensão dos mecanismos envolvidos na aprendizagem, fornecendo bases para investigações sobre como os estudantes constroem conhecimento ao longo do processo educativo.

A teoria dos níveis de pensamento geométrico propostas pelo casal Dina Van Hiele-Geldof (1957) e Pierre Van Hiele (1957, 1986) foi influenciada por diferentes abordagens da aprendizagem, especialmente o construtivismo de Piaget e o sociointeracionismo de Vygotsky. Assim como Piaget, os Van Hiele identificou que a compreensão da geometria ocorre de forma gradual, passando por diferentes níveis de pensamento, desde uma percepção intuitiva das formas até o raciocínio lógico e dedutivo. No entanto, diferentemente de Piaget, que atribuía essa evolução ao desenvolvimento natural da cognição, Van Hiele enfatizou o papel essencial do ensino estruturado para a progressão dos alunos, aproximando-se da visão de Vygotsky sobre a importância da mediação no aprendizado. Além disso, pode-se perceber uma relação com o behaviorismo, uma vez que a teoria sugere a necessidade de atividades progressivas e bem planejadas para que o estudante avance nos níveis de conhecimento geométrico. Dessa forma, a teoria dos Van Hiele combina elementos dessas diferentes perspectivas, destacando tanto a importância da interação social e da instrução orientada quanto a necessidade de uma abordagem sequencial no ensino da geometria.

O modelo de pensamento geométrico desenvolvido por Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof teve origem em suas pesquisas de doutorado, concluídas simultaneamente em 1957, na Universidade de Utrecht, nos Países Baixos. Inicialmente, seus estudos não receberam grande reconhecimento internacional, e somente na década de 1970 começaram a ganhar visibilidade, especialmente com as contribuições do norte-americano Izaak Wirszup, que passou a divulgar o modelo. Nesse mesmo período, o professor Hans Freudenthal, que orientou os Van Hiele em Utrecht, destacou a importância dessas pesquisas em sua obra *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como Tarefa Educacional), publicada originalmente por Freudenthal (1973).

A partir da década de 1980, o interesse dos pesquisadores norte-americanos pela teoria cresceu significativamente, impulsionado pela tradução para o inglês de alguns dos

principais trabalhos do casal em 1984. No Brasil, essa abordagem começou a ganhar notoriedade nesse período, influenciando pesquisas acadêmicas e contribuindo para a formação de professores, consolidando-se como um referencial importante para o ensino da geometria.

No contexto brasileiro, a teoria de Van Hiele influenciou diretrizes curriculares e práticas pedagógicas, sendo mencionada em documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (1997) para a matemática no Ensino Fundamental, publicados na década de 1990. Esses documentos reforçaram a importância de considerar os diferentes níveis de pensamento geométrico dos alunos e propuseram estratégias que respeitam essa progressão no ensino da geometria. A partir de então, diversos estudos e dissertações passaram a explorar a aplicação dessa teoria no ensino da geometria, incluindo investigações sobre como os estudantes brasileiros avançam nos níveis propostos por Van Hiele e quais estratégias pedagógicas podem facilitar essa evolução.

A escolha de uma teoria de aprendizagem para o ensino da geometria, ou de qualquer outro conceito matemático, deve considerar o contexto em que a escola e os estudantes estão inseridos. Cada abordagem teórica oferece contribuições específicas para o desenvolvimento do pensamento geométrico, e sua eficácia depende das características do público-alvo e do contexto educacional. Van Hiele, por exemplo, destaca a progressão do pensamento geométrico em níveis hierárquicos, enquanto Vygotsky enfatiza o papel fundamental da interação social na aprendizagem, e Piaget foca na construção do conhecimento a partir das experiências individuais do aluno.

Nesse sentido, a etnomatemática, proposta por D'Ambrosio (1995) e ampliada por Knijnik et al. (2019), torna-se uma abordagem relevante ao reconhecer que o conhecimento matemático não é universal nem homogêneo, mas sim influenciado pela cultura e pelo cotidiano dos estudantes. Essa perspectiva valoriza os saberes matemáticos produzidos em diferentes contextos socioculturais, promovendo uma educação matemática crítica, contextualizada e inclusiva, que dialoga com as experiências dos alunos. Ao compreender a relação entre a matemática e as práticas culturais de diferentes grupos, o professor pode tornar o ensino mais significativo, conectando os conteúdos formais aos saberes prévios dos alunos. No ensino da geometria, por exemplo, explorar padrões geométricos em artefatos culturais, arquitetura e elementos do dia a dia pode facilitar a compreensão de conceitos como semelhança de triângulos, simetria e proporção. Dessa forma, a escolha de uma abordagem pedagógica deve estar alinhada com a realidade dos alunos, permitindo que a aprendizagem seja mais acessível, contextualizada e eficaz.

A Etnomatemática, proposta por Ubiratan D'Ambrosio, não é exatamente uma teoria de aprendizagem, mas sim uma abordagem que investiga a relação entre a matemática e a cultura, analisando como diferentes grupos sociais desenvolvem, utilizam e ensinam conceitos matemáticos. Neste cenário D'Ambrosio (2019) ressalta-se que o desenvolvimento do conhecimento matemático é influenciado pela diversidade cultural e seus diferentes aspectos, como a linguagem, a religião, os hábitos, a economia e as dinâmicas político-sociais. Esses elementos não apenas impactam a forma como a matemática é compreendida e aplicada, mas também estimulam a criatividade na resolução de problemas, tanto em contextos locais quanto globais.

Complementando o trabalho de Ubiratan D'Ambrosio, Gelsa Knijnik amplia a perspectiva da etnomatemática ao enfatizar sua dimensão sociopolítica, ressaltando que a matemática deve ser compreendida como um conhecimento culturalmente situado e plural.

Para Knijnik (1996), a etnomatemática vai além do reconhecimento das diversas formas de conhecimento matemático, questionando as relações de poder que legitimam a matemática acadêmica como dominante e universal, enquanto marginalizam outras “matemáticas” produzidas por grupos sociais historicamente excluídos. Ela destaca a importância de problematizar os discursos eurocêntricos presentes na educação matemática, buscando uma abordagem crítica que valorize a diversidade cultural sem cair na folclorização ou estigmatização, promovendo uma educação matemática contextualizada, inclusiva e emancipadora. Sua proposta enfatiza ainda a necessidade de integrar saberes populares e acadêmicos, reconhecendo a complexidade das relações entre cultura, poder e conhecimento no processo educativo.

Embora não seja uma teoria de aprendizagem no sentido tradicional, a Etnomatemática influencia diretamente o ensino ao reconhecer que o conhecimento matemático não é universal e único, mas sim construído de acordo com o contexto sociocultural dos indivíduos.

A articulação entre a teoria dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele e a abordagem etnomatemática revelou-se uma estratégia eficaz para o ensino da semelhança de triângulos na Escola Barão de Grajaú, situada na comunidade Agrovila Cajueiro, em Alcântara, com a turma do 9º ano de 2024. Essa combinação possibilitou conectar os diferentes estágios de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos com elementos culturais presentes em seu cotidiano, promovendo uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e alinhada às experiências dos estudantes.

A aplicação da teoria dos níveis de Van Hiele no ensino de geometria tem demonstrado resultados positivos na construção do pensamento geométrico dos alunos, especialmente quando aliada a recursos que promovem a interação e a contextualização, como materiais manipuláveis e elementos culturais do cotidiano dos estudantes conforme alguns trabalhos de dissertações já defendidas no programa Profmat. Essa abordagem gradual permite que os alunos avancem desde a percepção visual das figuras até a compreensão formal de propriedades e teoremas geométricos, respeitando seus níveis cognitivos. Quando combinada com a etnomatemática, que valoriza os saberes culturais e cotidianos dos alunos D’ambrosio (1995) e Knijnik et al. (2019), a aprendizagem torna-se mais significativa e contextualizada, favorecendo a construção de conceitos matemáticos que dialogam com a realidade dos estudantes. Assim, o ensino da semelhança de triângulos pode ser enriquecido ao integrar essas perspectivas, promovendo um desenvolvimento mais sólido e crítico do pensamento geométrico.

No próximo capítulo, é apresentada a metodologia adotada nesta pesquisa, bem como as principais contribuições da abordagem proposta para o ensino da semelhança de triângulos. Esse conteúdo, além de integrar o currículo de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, é básico para a continuidade dos estudos em geometria no Ensino Médio, servindo como base para a compreensão de conceitos mais avançados e aplicações práticas. A relevância do tema está também no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, que, segundo a teoria de Van Hiele, ocorre de forma progressiva e estruturada, demandando atividades sequenciadas e contextualizadas para facilitar a aprendizagem.

Metodologia e Contribuições para Aprendizagem em Geometria

O ensino da geometria, especialmente no que se refere à semelhança de triângulos, exige abordagens didáticas que considerem tanto o desenvolvimento cognitivo dos alunos quanto a aplicabilidade dos conceitos em diferentes contextos. Neste capítulo, são apresentadas a metodologia utilizada para o desenvolvimento da pesquisa e as contribuições observadas no processo de ensino e aprendizagem.

Inicialmente, são descritos o planejamento das atividades, a seleção dos recursos didáticos e a fundamentação teórica que orientaram a aplicação da proposta pedagógica no ensino da semelhança de triângulos. O planejamento foi elaborado com base nos níveis de pensamento geométrico de van Hiele, permitindo estruturar as atividades de acordo com o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Além disso, a abordagem etnomatemática foi incorporada para relacionar o conteúdo geométrico com o contexto sociocultural dos estudantes, tornando a aprendizagem mais significativa. A seleção dos recursos didáticos priorizou materiais que estimulam a exploração prática e a visualização dos conceitos, como representações gráficas, materiais manipulativos e exemplos extraídos do cotidiano. A fundamentação teórica, por sua vez, baseou-se em pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da geometria, garantindo que a metodologia adotada estivesse alinhada às necessidades dos alunos e aos princípios educacionais da matemática.

Para garantir a efetividade da proposta pedagógica, é fundamental que o planejamento das atividades considere não apenas os aspectos teóricos, mas também a seleção cuidadosa dos recursos didáticos que favoreçam a aprendizagem ativa e contextualizada. Ao articular os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico com a realidade sociocultural dos estudantes, as estratégias adotadas buscam promover uma experiência educativa dinâmica, que estimule a participação, a reflexão e a construção coletiva do conhecimento. Dessa forma, o planejamento detalhado das atividades e a escolha dos materiais manipulativos e tecnológicos tornam-se elementos centrais para viabilizar um ensino da semelhança de triângulos que seja, ao mesmo tempo, rigoroso e significativo.

3.1 Planejamento das Atividades e Estratégias Aplicadas

Após a definição do tema da dissertação e a delimitação do objeto de estudo no ensino da semelhança de triângulos, foi planejada uma estratégia pedagógica para analisar sua contribuição para a aprendizagem dos alunos. Para tanto, optou-se pela realização de uma intervenção pedagógica na Escola Barão de Grajaú, localizada em uma comunidade quilombola. Essa escolha teve como objetivo viabilizar uma abordagem prática e contextualizada, alinhando os conceitos geométricos às realidades socioculturais da comunidade, o que possibilitou um estudo mais significativo e adequado às necessidades dos estudantes. Por meio dessa intervenção, buscou-se não apenas avaliar o impacto da metodologia no entendimento dos conceitos geométricos, mas também investigar as dinâmicas de aprendizagem específicas desse contexto comunitário.

O primeiro contato ocorreu com a direção da escola, onde foi apresentada a proposta do trabalho a ser desenvolvido. Em seguida, por meio de uma conversa com o professor da turma do 9º ano, foi possível compreender melhor o perfil dos alunos, os conteúdos já abordados e o cronograma previsto para o ensino da semelhança de triângulos. Antes dessa etapa inicial, já tive acesso ao Projeto Político-Pedagógico (PPP) da escola, documento que orienta as práticas pedagógicas e estabelece as diretrizes de ensino. Esse acesso foi essencial para garantir o alinhamento da intervenção com os objetivos institucionais e as metodologias adotadas, possibilitando um planejamento mais adequado à realidade e às necessidades dos estudantes.

Para aprofundar essa compreensão, também foram realizadas observações preliminares em sala de aula, que permitiram identificar as dinâmicas de interação entre alunos e professor, bem como os recursos didáticos utilizados. Essas observações forneceram subsídios importantes para ajustar as estratégias pedagógicas, garantindo que as atividades propostas fossem contextualizadas e estimulassem o engajamento dos estudantes. Dessa forma, a intervenção pôde ser estruturada de maneira a respeitar o ritmo e as especificidades da turma, promovendo um ambiente propício à construção do conhecimento geométrico.

Antes de iniciar a intervenção pedagógica, foi fundamental estabelecer um diálogo próximo com a equipe escolar, especialmente com a diretora e o professor responsável pela turma do 9º ano. Esse encontro possibilitou alinhar expectativas, discutir o planejamento das atividades e compreender melhor o contexto educacional e as necessidades específicas da comunidade. A Figura 2 registra esse momento importante de articulação, que serviu como base para o desenvolvimento de uma proposta pedagógica contextualizada e colaborativa.

A Figura 2 retrata o primeiro contato com a direção da escola e a representante da Secretaria de Educação do município de Alcântara. No plano da frente, está o professor da disciplina, enquanto, ao fundo, à esquerda, encontram-se a representante da Secretaria e a direção da escola. A composição da cena evidencia o início das tratativas educacionais.

Figura 2: Pátio da Escola Municipal Barão de Grajú

Fonte: Arquivo pessoal

O diálogo inicial revelou que, apesar de já estarmos no quarto bimestre, os estudantes ainda não tinham visto os conteúdos de geometria previstos no currículo do ano letivo. Essa constatação evidenciou a necessidade de uma intervenção para introduzir o conteúdo de geometria de forma estruturada, garantindo que os alunos tivessem acesso aos conceitos fundamentais. Diante disso, foi acordado com o professor que eu realizaria o contato inicial com o conteúdo de geometria, priorizando o tema da semelhança de triângulos. A escolha desse tema, além de atender ao planejamento curricular, buscou introduzir conceitos geométricos de maneira contextualizada e alinhada ao nível de desenvolvimento dos alunos, preparando-os para um aprendizado progressivo e aprofundado nas etapas subsequentes.

Neste momento, já havia decidido trabalhar com a teoria do conhecimento de van Hiele, pois essa abordagem é aplicável independentemente da idade ou do nível

de aprendizagem do aluno, sendo flexível para diferentes contextos educacionais. Além disso, percebi a relevância de incorporar o programa de Etnomatemática, especialmente por se tratar de uma comunidade quilombola. O Projeto Político-Pedagógico (PPP) da escola propõe uma abordagem que visa fortalecer o aspecto sociocultural das comunidades quilombolas, promovendo uma visão global para a formação dos alunos. O PPP também tem como missão incentivar a participação, a interação e a valorização da cultura local por meio de ações pedagógicas que buscam o enriquecimento do ensino e a melhoria da qualidade de vida, tornando os alunos protagonistas de seu próprio projeto de vida. Essa proposta pedagógica se alinha perfeitamente com a abordagem de Etnomatemática, que visa integrar o conhecimento matemático com as práticas culturais da comunidade, tornando o aprendizado mais significativo e contextualizado.

Após o contato com a direção, o professor e a análise do Projeto Político-Pedagógico (PPP) da escola, ficou estabelecido que seriam realizados cinco encontros com os alunos ao longo de cinco semanas, cada um com duração de duas horas. Esses encontros ocorreram durante o horário regular das aulas do nono ano, a única turma da escola nesse nível de ensino, no período matutino.

Antes do início das atividades, fui apresentada à turma pelo professor e pela direção, momento em que expliquei que minha pesquisa de dissertação visava investigar o ensino de Geometria, com foco na aprendizagem sobre semelhança de triângulos. Ressaltei que esse conteúdo fazia parte do componente curricular deles e que o professor da turma acompanharia todo o processo. Para diagnosticar o nível de conhecimento prévio dos alunos, apliquei uma atividade escrita, buscando identificar suas compreensões sobre Geometria, figuras geométricas, triângulos e a presença de elementos geométricos no cotidiano e na cultura local. Identificar o nível de conhecimento geométrico dos estudantes no início do processo é uma etapa crucial, pois a teoria de Van Hiele descreve cinco níveis progressivos de desenvolvimento do pensamento geométrico. Cada nível representa uma fase distinta na construção do entendimento, exigindo abordagens pedagógicas específicas. Assim, o planejamento das atividades deve ser cuidadosamente elaborado para possibilitar a transição estruturada dos alunos entre esses níveis, promovendo um avanço consistente e significativo na aprendizagem da geometria.

Os cinco níveis de aprendizagem de Van Hiele abordados também em Crowley (1994) são:

1. Visualização (reconhecimento): Os alunos identificam figuras geométricas com base em suas aparências visuais, sem compreender suas propriedades formais.
2. Análise: Começam a reconhecer as características e propriedades das figuras, mas ainda não conseguem estabelecer relações lógicas entre elas.
3. Dedução Informal (Ordenação): Passam a compreender relações entre propriedades geométricas e começam a formular argumentos lógicos.
4. Dedução Formal (Dedutivo): Desenvolvem a capacidade de construir demonstrações formais, compreendendo a estrutura do pensamento matemático e a necessidade de axiomas e teoremas.
5. Rigor: Nesse nível mais avançado, os alunos compreendem diferentes sistemas axiomáticos e conseguem comparar estruturas matemáticas de forma abstrata.

As propriedades do modelo de Van Hiele orientam a tomada de decisão no ensino da geometria, indicando a necessidade de uma apresentação sequencial do conteúdo. Como ocorre na maioria das teorias desenvolvimentistas, um estudante deve necessariamente passar por todos os níveis, e para progredir de maneira eficaz, é fundamental que ele tenha assimilado as estratégias e conceitos dos níveis anteriores. O avanço ou estagnação em um determinado nível está mais relacionado à qualidade da instrução recebida do que à idade do estudante.

O modelo também apresenta outras características essenciais. No aspecto intrínseco e extrínseco, os objetos matemáticos que são foco de estudo em um nível tornam-se as ferramentas de análise no nível seguinte. No aspecto linguístico, as relações e conceitos que são considerados corretos em um determinado nível podem ser reinterpretados ou refinados em níveis mais avançados. Por fim, a combinação inadequada entre o nível de compreensão do aluno e o nível de ensino do curso pode comprometer significativamente a aprendizagem e a progressão esperada, tornando essencial um planejamento didático alinhado ao estágio cognitivo dos estudantes.

Desse modo, a aplicação da teoria de Van Hiele permite um ensino mais estruturado e adequado ao nível de compreensão geométrica dos alunos, favorecendo sua progressão no aprendizado. No contexto de uma comunidade quilombola, torna-se ainda mais relevante associar essa abordagem ao programa de Etnomatemática, pois este valoriza os conhecimentos e experiências culturais dos estudantes, relacionando a Matemática ao seu cotidiano. Dessa maneira, a aprendizagem se torna mais significativa, promovendo o reconhecimento da identidade cultural dos alunos e possibilitando uma construção do conhecimento matemático mais contextualizada e inclusiva.

Para aprofundar a compreensão do desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, é importante destacar que a teoria de Van Hiele organiza esse processo em cinco níveis hierárquicos, que devem ser vivenciados de forma sequencial para garantir uma aprendizagem efetiva. Considerando a faixa etária e o contexto educacional da turma estudada, este trabalho focará inicialmente na apresentação dos três primeiros níveis de aprendizagem propostos por Van Hiele, que abrangem desde o reconhecimento visual das figuras até a capacidade de realizar deduções informais. Essa abordagem permite compreender melhor o estágio atual dos alunos e orientar o planejamento das atividades pedagógicas de forma adequada ao seu desenvolvimento cognitivo.

O Quadro 1 apresenta uma síntese do planejamento do trabalho, detalhando os três primeiros níveis de aprendizagem propostos por Van Hiele, suas principais características e exemplos de atividades aplicadas ao ensino da semelhança de triângulos. Além disso, os modelos e atividades inseridos nesse processo serão contextualizados na realidade da comunidade quilombola, integrando uma abordagem etnomatemática que valoriza os saberes culturais dos estudantes e estabelece conexões significativas entre a geometria e o seu cotidiano. Essa articulação entre a teoria de Van Hiele e a etnomatemática busca promover uma aprendizagem mais completa, relevante e engajadora para os alunos. Participaram da intervenção pedagógica 20 estudantes da Escola Municipal Barão de Grajaú, aos quais foi aplicado um diagnóstico composto por 12 questões, organizadas em quatro partes: quatro perguntas sobre conhecimentos de formas geométricas, três sobre a observação dessas formas no cotidiano, três sobre percepções pessoais acerca da geometria e duas sobre reflexões a respeito da aprendizagem em geometria.

Quadro 1: Planejamento do Trabalho

Níveis van Hiele	Propriedade	Modelo
Nível 1 Visualização (Reconhecimento visual)	Identificação, distinção e nomeação das figuras geométricas com base em sua forma geral.	Classificação de recortes de triângulos em grupos de equiláteros, isósceles e escalenos, considerando também formas presentes em elementos culturais da comunidade quilombola, como padrões em artesanato, arquitetura e símbolos tradicionais.
Nível 2 Análise	Análise das figuras ou imagens com foco em seus elementos constituintes, identificação de suas características e aplicação dessas propriedades na resolução de questões.	Estabelecer relação entre triângulos através de suas propriedades: três lados de diferentes comprimentos, a soma dos ângulos internos igual a 180° , e a utilização dessas propriedades no contexto da comunidade quilombola Agrovila Cajueiro, onde o conhecimento geométrico é aplicado na construção de moradias, no planejamento de plantações e na organização do espaço comunitário.
Nível 3 Dedução Informal (Abstração)	Compreensão da importância de uma definição clara e da ideia de que uma propriedade pode ser derivada de outra; desenvolvimento de raciocínio lógico de forma intuitiva e organização das categorias de figuras geométricas.	Descrição de um triângulo com suas propriedades essenciais. O conceito de semelhança de triângulos, com ângulos congruentes e lados proporcionais, é aplicado na organização do espaço e na construção de moradias na comunidade quilombola, refletindo saberes tradicionais.

Fonte: Elaborado pela autora

Para concluir o planejamento das estratégias voltadas ao ensino da semelhança de triângulos, apresenta-se o Quadro 2, que sintetiza os dois níveis mais avançados do modelo de Van Hiele, níveis 3 e 4. Esses estágios são fundamentais para orientar a aplicação de atividades que envolvam raciocínio dedutivo e provas formais, permitindo que os alunos aprofundem sua compreensão geométrica e desenvolvam habilidades para construir e analisar argumentos matemáticos de maior complexidade. A compreensão desses níveis é essencial para o avanço progressivo no domínio das propriedades geométricas e para o desenvolvimento do pensamento matemático estruturado.

Quadro 2: Planejamento do Trabalho

Níveis van Hiele	Propriedade	Modelo
Nível 4 Dedução formal	Compreensão do raciocínio dedutivo e das técnicas de demonstração; Identificação de condições essenciais e suficientes.	Demonstrar as propriedades da semelhança de triângulos, utilizando a congruência, refletindo o uso dos conceitos geométricos na organização do seu espaço e atividades cotidianas
Nível 5 Rigor	Habilidade de entender e compreender demonstrações formais; Formulação de teoremas em diferentes sistemas e análise comparativa entre eles.	Estabelecimento e demonstração de teoremas sobre semelhança de triângulos considerando a análise de relações geométricas em ambientes culturais.

Fonte: Elaborado pela autora

Seguindo essa preparação que integra os níveis de conhecimento de Van Hiele e o programa de Etnomatemática para o ensino da semelhança de triângulos, investigamos como esses conceitos podem ser aplicados de maneira prática, com especial atenção a contextos culturais como o das comunidades quilombolas, em particular a comunidade Agrovila Cajueiro na cidade de Alcântara-MA. As abordagens de ensino sugeridas visam aprofundar a compreensão das propriedades geométricas, incentivando os alunos a aprimorarem suas habilidades em raciocínio lógico e argumentação dedutiva.

Em seguida, a próxima seção mostra uma análise detalhada das atividades desenvolvidas, com ênfase no desempenho dos alunos e nos resultados obtidos. O objetivo é avaliar a eficácia das estratégias pedagógicas empregadas, identificando suas contribuições para o processo de aprendizagem e o desenvolvimento das competências propostas. Essa avaliação permitirá compreender de que maneira as práticas adotadas influenciam o engajamento dos estudantes e a consolidação dos conteúdos trabalhados, fornecendo subsídios para aprimoramentos futuros.

3.2 Análise das Atividades, Desempenho e Resultados

Para compreender o nível de conhecimento geométrico dos estudantes em relação à semelhança de triângulos, foi realizada uma investigação inicial por meio de uma atividade teórica diagnóstica. Essa etapa teve como objetivo identificar o estágio de compreensão em que os alunos se encontravam, possibilitando um planejamento pedagógico mais direcionado e eficaz. A partir dos resultados obtidos, foi possível delinear estratégias específicas para atender às necessidades da turma, promovendo um avanço gradual e consistente no aprendizado dos conceitos geométricos.

O planejamento das atividades desempenha um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Seguindo o modelo apresentado no Quadro 1, iniciamos pelo nível adequado, considerando os resultados da atividade diagnóstica aplicada à turma. Nesse primeiro momento, identificou-se a necessidade de trabalhar a etapa de visualização, permitindo que os alunos reconhecessem e diferenciassem os tipos de triângulos, compreendendo sua nomenclatura tanto em relação aos lados quanto aos ângulos. Essa abordagem inicial foi essencial para construir uma base sólida antes de avançar para conceitos mais complexos relacionados à semelhança de triângulos.

A primeira atividade desenvolvida após o encontro inicial com os estudantes consistiu em uma proposta didático-pedagógica que buscou articular o ensino da geometria com elementos culturais de comunidades quilombolas, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada. Intitulada “Explorando Triângulos na Cultura Quilombola com Tangram”, a atividade teve como objetivo principal possibilitar que os estudantes identificassem, distinguíssem e classificassem diferentes tipos de triângulos como equiláteros, isósceles e escalenos por meio da manipulação das peças do tangram.

Essa atividade, ao integrar o Tangram com elementos culturais da comunidade quilombola, não apenas facilitou a compreensão dos conceitos geométricos, mas também promoveu uma aprendizagem contextualizada e significativa, valorizando o conhecimento local dos estudantes. A manipulação das peças possibilitou uma abordagem concreta e visual dos triângulos, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio espacial e a capacidade de classificação geométrica. Além disso, o vínculo com a cultura quilombola estimulou o engajamento dos alunos, reforçando a importância de uma educação que dialogue com suas vivências e identidades. Como resultado, observou-se um aumento na participação, na interação entre os estudantes e na apropriação dos conteúdos matemáticos, evidenciando a eficácia da proposta pedagógica em promover uma aprendizagem mais inclusiva e conectada à realidade sociocultural dos alunos.

Na Figura 3 abaixo, observa-se a interação dos estudantes, organizados em duplas, durante a manipulação do tangram e a exploração das formas geométricas. Essa dinâmica evidenciou o envolvimento ativo dos discentes no processo de aprendizagem, favorecendo a construção de conceitos por meio da visualização e do diálogo.

Figura 3: Alunos realizando atividade 1 na sala de aula

Fonte: Arquivo pessoal

Na Figura 3, é possível observar os estudantes organizados em duplas, engajados na manipulação das peças do tangram, atividade que integra elementos da cultura quilombola ao ensino da geometria. A dinâmica registrada reflete a Fase 1 do modelo de Van Hiele, fase do reconhecimento visual, em que os alunos identificam as formas geométricas de maneira intuitiva, a partir da observação e da manipulação concreta, sem recorrer ainda a descrições formais. Ao interagirem com o tangram, os discentes exploram as propriedades visuais dos triângulos, estabelecendo relações espontâneas entre as peças e as figuras que conhecem de seu cotidiano cultural. Nesse contexto, a perspectiva da Etnomatemática torna-se evidente, uma vez que o conhecimento matemático é construído a partir das práticas socioculturais locais, reconhecendo e valorizando os saberes tradicionais das comunidades quilombolas. Assim, a atividade não apenas favoreceu o desenvolvimento do pensamento geométrico, mas também fortaleceu o vínculo dos estudantes com sua identidade cultural.

A experiência foi enriquecida pela conexão entre as formas geométricas e os padrões visuais presentes no cotidiano e nas manifestações artísticas das comunidades quilombolas. Durante a atividade, os alunos compartilharam memórias e experiências culturais vivenciadas, como a dança do coco Marajá e tambor de crioula, o processo de feitura da farinha, os festejos de São Sebastião e Festa do Divino, preparação do terreno para o plantil da mandioca, construção de casas e organização do espaço para festejos e outros saberes e fazeres tradicionais locais, tornando o processo de aprendizagem mais significativo e enraizado em sua realidade sociocultural.

Partindo das memórias e experiências relatadas pelos estudantes, propomos uma nova atividade com o objetivo de favorecer a transição do Nível 1 (reconhecimento visual) para o Nível 2 (análise) da teoria dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele, conforme descrito no Quadro 1 do planejamento. A partir da observação de situações

concretas do cotidiano como a construção de moradias, a organização das plantações e o uso do espaço comunitário, os alunos serão incentivados a identificar formas triangulares presentes em seu entorno imediato.

Em um segundo momento, utilizando instrumentos como régua, fita métrica e trena, os estudantes serão conduzidos à medição dos lados desses triângulos, à comparação de comprimentos e à análise das relações entre seus elementos, como a identificação dos ângulos do triângulo, lados e suas medidas. Ao integrar práticas de mensuração e investigação geométrica com contextos reais e culturalmente significativos, essa proposta didática promove o desenvolvimento do pensamento analítico, facilitando a progressão ao Nível 2 de Van Hiele e, simultaneamente, valorizando os saberes tradicionais da comunidade como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático escolar.

Além disso, essa etapa prática possibilita aos estudantes estabelecer conexões concretas entre os conceitos geométricos e suas aplicações no cotidiano, fortalecendo a compreensão dos princípios matemáticos por meio da experimentação direta. Ao relacionar as medições realizadas com situações reais vivenciadas na comunidade quilombola, os alunos são incentivados a refletir criticamente sobre a utilidade da geometria, ampliando seu interesse e motivação pelo aprendizado. Essa abordagem interdisciplinar contribui para a construção de um conhecimento mais significativo e duradouro, ao mesmo tempo em que respeita e incorpora a diversidade cultural presente no ambiente escolar, promovendo uma educação mais inclusiva e contextualizada.

As Figuras 4 e 5 a seguir ilustram momentos da atividade realizada com os estudantes da comunidade quilombola Agrovila Cajueiro.

Figura 4: Alunos realizando atividade 2 no espaço comunitário



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 5: Alunos realizando atividade 2 na comunidade

Fonte: Arquivo pessoal

As Figuras 4 e 5 mostram estudantes envolvidos em uma atividade prática de medição no ambiente escolar, utilizando instrumentos como régua e trena e fita métrica para medir alturas e distâncias a partir de uma estaca cravada no solo. Essa atividade revela um momento significativo de aprendizagem onde os alunos ultrapassam o reconhecimento visual das formas geométricas (nível 1) e passam a analisar suas propriedades estruturais e relações entre medidas, aspectos centrais do nível 2 da Teoria de Van Hiele.

Nesse nível, os estudantes já conseguiam compreender, por exemplo, que o ângulo formado entre a estaca e o chão representa um ângulo reto, e que a medição da sombra e da altura da estaca pode ser usada em relações geométricas como semelhança de triângulos. Eles identificam propriedades como perpendicularidade, paralelismo e proporcionalidade, não apenas visualmente, mas com base em argumentação e verificação. Sob a perspectiva da etnomatemática, essa prática também se insere em um contexto de valorização dos saberes locais. A medição do solo e da luz solar remete a práticas tradicionais utilizadas por agricultores e construtores da comunidade, que muitas vezes estimam ângulos, alturas e distâncias com base em observações empíricas e conhecimentos passados entre gerações. Ao trazer essas práticas para o espaço escolar, a atividade reconhece que a matemática não se limita à sala de aula, mas está presente nas práticas cotidianas da comunidade quilombola de Alcântara.

Nas Figuras 4 e 5, é possível observar que os estudantes trabalham com objetos de pequenas dimensões, cujas medidas podem ser facilmente verificadas com o uso de régua e fita métrica.

Já a Figura 6, o desafio é outro: os alunos aplicam os conhecimentos adquiridos

para medir a altura de objetos que não podem ser acessados diretamente, utilizando o comprimento das sombras como recurso, o que marca um avanço significativo na compreensão e aplicação das propriedades geométricas.

Figura 6: Alunos medindo sombra de um poste



Fonte: Arquivo pessoal

Conforme ilustrado na Figura 6, os estudantes realizaram a medição da sombra projetada por um poste, aplicando conceitos geométricos relacionados à semelhança de triângulos. Essa medida foi comparada com outras previamente obtidas, estabelecendo uma relação direta com o mastro tradicionalmente erguido durante o período de festejo da comunidade quilombola. Ao integrar essa prática metodológica com elementos culturais locais, a atividade promoveu não apenas o desenvolvimento do raciocínio matemático, mas também valorizou e resgatou saberes tradicionais, tornando o processo de aprendizagem mais significativo e contextualizado.

Neste momento, eles não apenas reconhecem as formas geométricas envolvidas, mas também analisam relações proporcionais entre lados de triângulos semelhantes, aplicando conceitos como razão, proporcionalidade e ângulos retos, característicos do nível 2 da Teoria de Van Hiele. A compreensão de que essas relações não ocorrem por acaso, mas obedecem a propriedades geométricas universais, abre espaço para uma

transição natural ao nível 3, em que os estudantes começam a organizar e justificar essas descobertas por meio de deduções lógicas, como o uso sistemático do Teorema de Tales para compreender a semelhança de triângulos. Dessa forma, a atividade promove uma aprendizagem significativa e progressiva, ao articular a geometria prática do cotidiano com o desenvolvimento do pensamento matemático formal. Integra-se, assim, a dois pilares fundamentais: a análise das propriedades geométricas por meio do uso de instrumentos e do raciocínio lógico, característico do Nível 2 da teoria de Van Hiele, e a valorização dos saberes culturais e práticos que compõem o campo da etnomatemática. Essa abordagem amplia o sentido da aprendizagem escolar e fortalece os vínculos entre o conhecimento matemático e a realidade sociocultural da comunidade.

Após a realização da prática de medição de sombras e do comprimento de diferentes objetos, os estudantes foram orientados a representar graficamente a situação observada, utilizando esquemas que envolvem triângulos. Nessa etapa, passaram a associar as medidas obtidas, altura dos objetos, comprimento das sombras e distâncias, aos lados de triângulos, identificando a posição do ângulo reto, comumente formado entre o solo e o objeto em pé. Essa representação permitiu que reconhecessem padrões e relações entre os triângulos construídos, especialmente no que se refere à conservação dos ângulos e à proporcionalidade dos lados correspondentes, levando-os à compreensão do conceito de semelhança de triângulos. A atividade, ancorada em uma situação concreta e significativa do cotidiano, favoreceu o desenvolvimento de habilidades associadas à fase 3 da teoria dos níveis de Van Hiele, denominada dedução informal. Nessa fase, os alunos já são capazes de estabelecer relações entre propriedades geométricas e construir argumentos informais baseados em observações e regularidades, mesmo sem recorrer à linguagem formal da demonstração. Ao integrar conceitos geométricos à vivência da comunidade quilombola, a proposta contribuiu para a construção de um conhecimento matemático com sentido, enraizado na realidade sociocultural dos estudantes.

As Figuras 7 e figura 8 registram momentos significativos da atividade realizada com os estudantes. Na primeira imagem Figura 7, observa-se um grupo de alunas envolvidas na medição da sombra projetada por um objeto, utilizando uma trena e um galho como referência vertical. Essa etapa prática foi essencial para que os alunos estabelecessem relações entre os elementos do triângulo formado — altura do objeto, comprimento da sombra e distância do ponto de observação —, promovendo uma vivência concreta do conceito de semelhança. Na segunda imagem Figura 8, as estudantes do grupo, representadas por duas alunas na imagem, aparecem analisando os dados coletados e representando-os graficamente em seus cadernos, momento em que começam a identificar padrões e a elaborar raciocínios com base em propriedades geométricas. Essas ações revelam o engajamento dos alunos em processos característicos da fase 3 da teoria de Van Hiele, em que há reconhecimento de relações entre propriedades e construção de argumentos informais sobre figuras geométricas, a partir de experiências significativas ligadas ao contexto cotidiano da comunidade.

Figura 7: Alunas medindo sombra de um galho

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 8: Alunas anotando e analisando as medidas

Fonte: Arquivo pessoal

As etapas desenvolvidas ao longo das atividades descritas e representadas nas Figuras 3 até a Figura 8 permitiram observar, de forma progressiva, o avanço dos

estudantes pelos níveis 1, 2 e 3 da teoria de Van Hiele. No nível 1 (visualização), os alunos identificaram as formas triangulares com o tangram e relataram as memórias e vivências da cultura da comunidade, reconhecendo-as intuitivamente por suas características visuais. No nível 2 (análise), passaram a explorar e descrever propriedades específicas dos triângulos, como lados, ângulos e a presença do ângulo reto na construção da situação-problema, compreendendo as partes que compõem essas figuras de forma mais estruturada, realizando várias medições de alturas e sombras de diversos objetos.

Finalmente, no nível 3 (dedução informal), os estudantes demonstraram a capacidade de relacionar as propriedades geométricas estudadas, reconhecendo a semelhança entre triângulos distintos com base na congruência dos ângulos e na proporcionalidade dos lados. Além disso, foram capazes de justificar suas conclusões por meio de argumentações consistentes, fundamentadas nas representações construídas durante as atividades. Esses resultados evidenciam não apenas a consolidação dos conceitos geométricos, mas também ressaltam a importância das experiências concretas e culturalmente situadas como elementos mediadores no desenvolvimento do pensamento geométrico, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada.

Para finalizar a aplicação do planejamento das estratégias voltadas ao ensino da semelhança de triângulos, recomenda-se a consulta o Quadro 2, que apresenta os dois níveis mais avançados do modelo de Van Hiele. Esses níveis dedução informal (nível 3) e dedução formal (nível 4) são essenciais para orientar a elaboração de atividades mais complexas, que promovam o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos, possibilitando-lhes avançar na compreensão e na aplicação rigorosa das propriedades geométricas. Com base nesse referencial teórico, iniciam-se as atividades práticas com os estudantes, visando o desenvolvimento progressivo das habilidades correspondentes aos níveis superiores do pensamento geométrico, fundamentais para a construção de um conhecimento matemático mais estruturado e consistente.

A atividade proposta, intitulada “Reflexos e Sombras: Explorando a Semelhança com Dedução”, foi planejada com o objetivo de desenvolver nos estudantes da comunidade Cajueiro competências relacionadas ao nível 4 da teoria de Van Hiele, o qual se caracteriza pela capacidade de realizar deduções formais a partir de definições, propriedades e teoremas previamente estabelecidos. Nessa atividade, os alunos e alunas foram convidados a representar geometricamente situações que mediram durante a atividade externa, como a formação de triângulos entre os objetos e suas sombras, e, a partir disso, estabelecer, por meio de raciocínios dedutivos, a semelhança entre triângulos. A justificativa do uso da semelhança com base na congruência de ângulos e na proporcionalidade dos lados estimulando a construção de argumentos lógicos, incentivando o aluno e aluna a ir além da identificação visual e empírica das figuras.

A Figura 9 evidencia a concentração e o envolvimento dos estudantes durante a realização da atividade teórica em sala de aula, após a etapa prática de medições realizada na semana anterior a este momento.

Figura 9: Estudantes em sala realizando atividade teórica após a prática

Fonte: Arquivo pessoal

O registro reflete a dedicação individual de cada aluno na resolução das tarefas propostas, evidenciando um momento significativo de consolidação dos conceitos geométricos trabalhados ao longo da atividade, especialmente aqueles relacionados à semelhança de triângulos e ao desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Neste estágio, os estudantes iniciam o processo de formalização dos conhecimentos, identificando os critérios de semelhança e aplicando-os a situações concretas. A atividade estimula a articulação entre teoria e prática, permitindo que os alunos associem os conceitos a vivências do cotidiano, como a medição de árvores altas por meio de suas sombras, a estimativa da altura de postes de iluminação pública, o planejamento da construção de telhados e cercas em terrenos irregulares da comunidade e também verificar a altura do mastro que é usado nos momentos de festejo de São Benedito e Festa do Divino como os próprios estudantes relataram.

A partir dessas construções, os estudantes foram capazes de identificar pares de triângulos formados por objetos reais e suas respectivas sombras, realizando uma análise cuidadosa das medidas dos lados e da congruência dos ângulos formados com o solo. Essa atividade prática permitiu que os alunos aplicassem os critérios de semelhança de triângulos, especialmente o caso ângulo-ângulo (AA), que estabelece que dois triângulos são semelhantes quando possuem dois ângulos correspondentes congruentes. Fundamentados nos princípios da geometria euclidiana e no modelo de Van Hiele, os estudantes desenvolveram argumentações consistentes para justificar a

semelhança entre os triângulos, evidenciando a apropriação dos conceitos geométricos e a capacidade de relacionar teoria e prática. Essa abordagem contribuiu para o avanço do pensamento geométrico, promovendo a construção de um conhecimento matemático sólido e contextualizado.

Esse aprofundamento teórico possibilitou aos alunos consolidar a compreensão dos critérios de semelhança, promovendo a transição do pensamento concreto para o abstrato, característica do nível 4 do modelo de Van Hiele. A verificação desse avanço ocorreu por meio da observação das argumentações apresentadas pelos estudantes durante as discussões em sala, nas quais foram capazes de justificar formalmente a validade dos casos lado-ângulo-lado (LAL) e lado-lado-lado (LLL) sem recorrer a experimentações práticas. Em particular, alguns alunos demonstraram autonomia ao construir provas dedutivas, articulando propriedades como a congruência dos ângulos opostos pelo vértice e a proporcionalidade dos lados correspondentes, evidenciando um domínio conceitual mais abstrato. Essas manifestações, registradas em anotações e gravações das aulas, confirmaram que os estudantes estavam aptos a operar com conceitos geométricos em um nível de raciocínio lógico-formal, consolidando a eficácia das estratégias pedagógicas adotadas.

Esse processo evidenciou a compreensão dos conceitos envolvidos, permitindo que os estudantes articulassem as observações empíricas com propriedades geométricas formais, desenvolvendo um raciocínio dedutivo compatível com os objetivos de aprendizagem previstos para o nível 4 do modelo de Van Hiele. Após a atividade prática que possibilitou a demonstração do caso de semelhança ângulo-ângulo (AA), os alunos avançaram para a análise teórica dos demais casos de semelhança entre triângulos, como lado-ângulo-lado (LAL) e lado-lado-lado (LLL). Por meio de argumentações dedutivas, foram capazes de demonstrar a validade desses casos com base em definições, relações proporcionais e propriedades geométricas, justificando, por exemplo, que os ângulos opostos por vértice são congruentes e que os lados estão em proporção, evidenciando um domínio mais abstrato dos conceitos e a capacidade de construir justificativas matematicamente fundamentadas, mesmo sem o suporte de experimentações práticas.

Com o objetivo de proporcionar aos estudantes uma vivência que se aproxime do nível 5 do modelo de Van Hiele caracterizado pela formalização, generalização e uso de linguagem lógica rigorosa, foi planejada uma atividade no laboratório de informática do IFMA Campus Alcântara. A proposta consiste em utilizar o software GeoGebra para explorar propriedades da semelhança de triângulos de maneira dinâmica, permitindo aos alunos manipular figuras, testar conjecturas e observar relações entre ângulos e lados em diferentes configurações geométricas. Esta etapa representa uma tentativa de avançar no desenvolvimento do raciocínio dedutivo mais formal, ampliando o contato dos estudantes com ambientes computacionais que favorecem a abstração e a argumentação matemática estruturada.

A Figura 10 registra um momento significativo da atividade desenvolvida no laboratório de informática do IFMA Campus Alcântara, onde os estudantes do 9º ano da Escola Municipal Barão de Grajaú, da comunidade quilombola Cajueiro, foram convidados a utilizar o software GeoGebra com o objetivo de aprofundar os conceitos de semelhança de triângulos.

Figura 10: Estudantes da comunidade Cajueiro no laboratório de informática do IFMA-Campus Alcântara



Fonte: Arquivo pessoal

Observa-se que cada aluno está concentrado diante de um computador, interagindo de forma individual com a proposta digital. A presença do monitor da escola e de um estudante monitor de matemática do IFMA foi fundamental para apoiar os estudantes na manipulação do ambiente digital, garantindo que a atividade ocorresse de forma fluida. Este momento evidencia a tentativa de avançar para o nível 5 do modelo de Van Hiele, promovendo um ambiente de exploração geométrica em que os alunos foram estimulados a formular conjecturas, testar relações e argumentar com base em raciocínio dedutivo e abstrato.

A realização das atividades planejadas, desde as práticas com o Tangram (nível 1), passando pela investigação empírica com sombras e medidas (nível 2), representação gráfica e construção dos triângulos (nível 3), até a formalização teórica dos critérios de semelhança (nível 4), culminando na experiência com o GeoGebra no laboratório do IFMA (tentativa de alcançar o nível 5), permitiu uma compreensão progressiva e significativa dos conceitos geométricos por parte dos estudantes. Cada etapa foi cuidadosamente estruturada para respeitar os níveis de desenvolvimento cognitivo previstos pelo modelo de Van Hiele, articulando saberes escolares e conhecimentos oriundos da realidade vivida na comunidade quilombola. Ao final dessa trajetória, foi possível observar indícios de avanços importantes na capacidade dos alunos em compreender, justificar e aplicar propriedades matemáticas de forma autônoma e articulada, inclusive em ambientes tecnológicos. Esse

percurso reforça a importância de um ensino pautado na mediação, na contextualização e na valorização dos processos de construção do pensamento geométrico, evidenciando que é possível alcançar níveis mais elevados de raciocínio matemático quando se consideram as experiências, a cultura local e o tempo de aprendizagem de cada estudante.

Encerrada a aplicação das atividades propostas em cada nível do modelo de Van Hiele, com a devida adaptação à realidade dos estudantes da comunidade quilombola Cajueiro, torna-se necessário refletir sobre o percurso metodológico adotado e suas contribuições efetivas para a aprendizagem em geometria.

A seguir, apresenta-se uma análise do processo ensino-aprendizagem desenvolvido ao longo deste trabalho, considerando os avanços observados, os desafios enfrentados, os aspectos culturais envolvidos e o papel da etnomatemática na mediação dos saberes escolares.

3.3 Reflexões sobre o processo de ensino aprendizagem

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino de Geometria é fundamental para o desenvolvimento da compreensão espacial e da capacidade de representação do mundo ao redor, permitindo aos estudantes descrever, localizar-se e interagir com o espaço físico de forma consciente e crítica nos documentos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (1997). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça essa perspectiva ao indicar que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ser capazes de reconhecer e utilizar propriedades geométricas em contextos diversos, analisando formas e relações espaciais, além de resolver problemas que envolvam medidas e proporcionalidade BRASIL (2018). Ambas as diretrizes ressaltam a importância de estimular a observação, a identificação de semelhanças e diferenças, a percepção de regularidades, a construção de argumentos e o elo entre a Matemática e a realidade vivida pelos estudantes, assim como sua conexão com outras disciplinas do currículo. No entanto, tais objetivos nem sempre se concretizam na prática escolar, em virtude de diversos fatores. Entre os principais, destacam-se a tradicional marginalização da Geometria nos currículos, comumente posicionada apenas nas últimas unidades dos livros didáticos, a carência de formação específica dos professores na área e limitações estruturais, como a escassez de recursos didáticos, o acesso restrito a tecnologias e as deficiências de infraestrutura, sobretudo em escolas situadas em comunidades quilombolas, periferias urbanas, aldeias indígenas, assentamentos e outros contextos historicamente negligenciados pelo poder público. Esses entraves reforçam a urgência de se adotar metodologias mais contextualizadas, integradas e formativas, capazes de promover aprendizagens significativas, críticas e equitativas para todos os estudantes.

As observações e evidências colhidas ao longo da aplicação das atividades possibilitaram uma análise aprofundada sobre o processo de construção do conhecimento geométrico pelos estudantes do 9º ano da Escola Municipal Barão de Grajaú, situada na comunidade quilombola Cajueiro. Os registros escritos, os comentários orais dos alunos e as interações durante as tarefas revelaram um avanço progressivo nos níveis de pensamento geométrico, conforme descrito no modelo de Van Hiele. Desde o primeiro nível, com a exploração de formas por meio do tangram, até a tentativa de alcançar o nível 5 utilizando o laboratório de informática do IFMA Campus Alcântara, foi possível

observar o crescimento da capacidade de abstração, argumentação e formalização por parte dos estudantes. A atividade prática de medição de sombras, por exemplo, foi essencial para transpor os conceitos da geometria do plano para situações reais, o que está em consonância com a proposta da BNCC de promover uma aprendizagem contextualizada, significativa e voltada à resolução de problemas. Além disso, os vínculos culturais da comunidade foram incorporados ao processo, fortalecendo o sentimento de pertencimento e valorização do conhecimento local aspectos essenciais à etnomatemática. A reflexão sobre essas evidências aponta não apenas para os resultados obtidos, mas também para os caminhos formativos possíveis quando se alia intencionalidade pedagógica, conhecimento teórico e respeito às realidades socioculturais dos alunos.

O início do processo de ensino-aprendizagem foi cuidadosamente planejado a partir de uma escuta ativa com o professor regente da turma e da análise da realidade educacional vivenciada na escola. A escolha do conteúdo de geometria, com foco na semelhança de triângulos, foi pautada em experiências anteriores em sala de aula que evidenciaram uma lacuna significativa na formação matemática dos estudantes, especialmente no que diz respeito aos conceitos básicos de geometria plana. Observou-se que muitos alunos chegam ao ensino médio sem domínio de fundamentos como a semelhança de triângulos, o que compromete a compreensão de tópicos mais avançados da geometria. Diante disso, optou-se por iniciar o trabalho com esse conteúdo, visando oferecer uma base sólida e progressiva, alinhada ao nível de desenvolvimento dos estudantes do 9º ano e às diretrizes da BNCC, que orientam para um ensino que desenvolva o pensamento geométrico de forma articulada e contextualizada.

Ainda na etapa inicial de planejamento, também se considerou a inserção de elementos da etnomatemática nas atividades, motivada pela missão expressa no Projeto Político-Pedagógico (PPP) da Escola Municipal Barão de Grajaú. Esse documento institucional orienta que a prática pedagógica deve incentivar a participação, a interação e a valorização da cultura local, com vistas ao enriquecimento do ensino e à promoção da qualidade de vida dos alunos, estimulando-os a se tornarem protagonistas de seu próprio projeto de vida. Ao longo da aplicação das atividades, essa escolha se mostrou acertada: a inclusão de referências culturais da comunidade quilombola Cajueiro nas propostas pedagógicas gerou um envolvimento mais natural, despertando o interesse dos estudantes e tornando o processo de aprendizagem mais significativo. A valorização do contexto sociocultural dos alunos, além de cumprir um objetivo institucional, revelou-se uma estratégia potente para aproximar os conceitos matemáticos da realidade vivida pelos estudantes.

O planejamento estruturado em forma de tabela, articulando os níveis de conhecimento do modelo de Van Hiele às atividades propostas e aos aspectos culturais da comunidade, foi fundamental para a organização pedagógica do trabalho. Essa sistematização possibilitou visualizar com clareza os objetivos de cada etapa, favorecendo a seleção de estratégias adequadas e permitindo antecipar o que deveria ser apresentado aos estudantes e, ao mesmo tempo, o que poderia ser despertado neles por meio da mediação docente. Na primeira atividade, correspondente ao nível 1 do Quadro 1, foi proposta a exploração do tangram, um material manipulativo que favorece a visualização e identificação de formas geométricas por meio da experimentação. A apresentação do tangram foi acompanhada do desafio de relacionar suas peças triangulares a elementos culturais presentes no cotidiano da comunidade quilombola Cajueiro, como a dança do

coco Marajá, o processo de feitura da farinha, os festejos de São Sebastião a Festa do Divino tradicional em Alcântara e replicada nas comunidades durante todo ano, preparação do terreno para o plantil da mandioca. A proposta mostrou-se acertada, pois os alunos não apenas reconheceram as formas geométricas, mas também relataram que passariam a lembrar dos triângulos sempre que estivessem diante desses elementos culturais, evidenciando a eficácia da associação entre geometria e contexto local. Como defende D’ambrosio (2019), o reconhecimento da matemática presente nas manifestações culturais contribui para uma aprendizagem mais significativa, ao conectar o saber escolar aos conhecimentos e experiências vividas pelos estudantes. Além disso, o uso de materiais concretos no ensino de geometria, conforme apontado por Lorenzato (2006b), amplia as possibilidades de compreensão e promove uma abordagem mais inclusiva e sensível às diferentes formas de aprender.

Como previsto no planejamento com os estudantes, foi necessário respeitar o ritmo de evolução da aprendizagem para propor a atividade de transição voltada ao alcance do nível 2 do modelo de Van Hiele. Para isso, retomei elementos das memórias culturais apresentadas por eles na Atividade 1 e elaborei a Atividade 2 com base na medição de sombras — uma prática já utilizada no estudo da semelhança de triângulos. Procuramos, no entanto, contextualizar esse conteúdo com elementos da comunidade: trabalhamos, por exemplo, com a sombra de galhos usados nas cercas dos roçados de mandioca, e com a sombra de postes como analogia ao mastro erguido durante o festejo de São Sebastião. Essas referências se mostraram eficazes na transição do reconhecimento visual das figuras (nível 1) para uma análise mais estruturada de suas propriedades geométricas (nível 2).

Essa experiência permite algumas reflexões importantes sobre o processo ensino-aprendizagem da geometria, especialmente no que diz respeito à transição entre os níveis do pensamento geométrico. Em primeiro lugar, foi essencial respeitar o ritmo de desenvolvimento dos estudantes, observando atentamente os sinais de que estavam prontos para avançar. Esse cuidado evitou rupturas na aprendizagem e favoreceu uma transição mais fluida, em que os alunos puderam se apropriar do novo conteúdo de maneira significativa.

Outro aspecto relevante foi o uso de referências culturais presentes no cotidiano da comunidade. Elementos como a sombra dos galhos utilizados em cercas ou a sombra dos mastros dos festejos locais não apenas despertaram o interesse dos estudantes, como também promoveram uma conexão afetiva e simbólica com o conteúdo matemático. Ao se verem representados nas situações-problema, os alunos demonstraram maior engajamento e disposição para analisar as relações geométricas envolvidas.

Essa abordagem facilitou a passagem do reconhecimento visual das figuras, típico do nível 1, para uma análise mais estruturada e relacional, característica do nível 2. Ao utilizar contextos concretos e culturalmente significativos, foi possível promover a reconstrução simbólica necessária para a compreensão das propriedades geométricas subjacentes às situações apresentadas. Observou-se, em alguns casos, momentos de "insight", nos quais os estudantes começaram a perceber regularidades e a formular argumentos sobre as semelhanças entre triângulos.

Dessa forma, a etnomatemática não atuou apenas como recurso de contextualização, mas como estratégia pedagógica capaz de mediar avanços cognitivos. A articulação entre prática e teoria, entre o saber empírico e o saber escolar, foi fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem, mostrando que os conhecimentos construídos na vi-

vência comunitária podem se tornar ponto de partida legítimo e potente para o ensino formal da matemática.

A continuidade do trabalho no mesmo espaço em que haviam realizado a medição de sombras possibilitou aos estudantes uma ampliação natural de sua percepção geométrica. Após a experiência prática da Atividade 2, os alunos começaram a identificar, de forma ainda informal, a configuração triangular formada entre o objeto, sua sombra e a linha imaginária que une suas extremidades. Essa observação levou-os a reconhecer que, apesar das diferenças nas dimensões dos objetos, os triângulos gerados apresentavam proporções semelhantes. A sombra passou a ser percebida como uma base, enquanto o objeto projetado era compreendido como uma altura, aproximando-se de uma visão mais estruturada e relacional. Esse foi o ponto de partida para a Atividade 3, que aprofundou a análise dessas propriedades, conduzindo os estudantes à construção de argumentos mais consistentes sobre a semelhança de triângulos característica do nível 3 do modelo de Van Hiele, no qual se iniciam processos dedutivos a partir das relações observadas.

A realização da Atividade 3 marcou um momento importante no avanço cognitivo dos estudantes, pois sinalizou a emergência de um pensamento mais abstrato e analítico. Ao compararem os triângulos formados no ambiente real, os alunos deixaram de lado a simples percepção visual para buscar regularidades e justificar suas conclusões. Ainda que muitos argumentos fossem informais, o movimento em direção à dedução estava presente o que caracteriza o início do nível 3 na teoria de Van Hiele. A participação ativa nas discussões, a elaboração de raciocínios baseados em relações proporcionais e a apropriação dos critérios de semelhança mostraram que os estudantes estavam desenvolvendo não apenas o conteúdo matemático, mas também competências argumentativas fundamentais para o pensamento geométrico. Essa transição foi favorecida pelo vínculo entre experiência prática e formalização conceitual, mediada por uma abordagem que respeitou os contextos culturais e cognitivos dos aprendizes.

Na Figura da 11, observa-se a continuidade do processo de aprendizagem em um novo momento, agora em sala de aula, em outro dia.

Figura 11: Professora Núbia conduzindo a atividade de forma dialógica



Fonte: Arquivo pessoal

Após vivenciarem a prática no ambiente externo e desenvolverem argumentos sobre a semelhança de triângulos na Atividade 3, os estudantes retornam ao espaço formal da escola para aprofundar a reflexão e iniciar a dedução mais estruturada, característica do nível 4 do modelo de Van Hiele. A professora conduz a atividade de forma dialógica, incentivando os alunos a registrarem suas ideias, analisarem relações entre ângulos e lados correspondentes e expressarem, por escrito, as justificativas que fundamentam a semelhança entre triângulos com base em critérios matemáticos. O ambiente demonstra envolvimento e atenção, com os estudantes participando da discussão e se dedicando ao desenvolvimento das atividades escritas.

Esse momento representa uma etapa significativa no processo de consolidação do pensamento geométrico, pois exige dos alunos não apenas a observação e argumentação informal, mas a capacidade de organizar o raciocínio de forma lógica e coerente, utilizando linguagem matemática mais formalizada. A transição do nível 3 para o nível 4 implica a superação da dependência do suporte visual, abrindo espaço para a elaboração de deduções baseadas em definições, teoremas e propriedades geométricas. Essa atividade escrita, portanto, não é apenas uma sistematização do que foi aprendido anteriormente, mas um avanço cognitivo em direção ao pensamento dedutivo. A reflexão que se impõe é a importância da articulação entre prática, cultura e teoria na formação de uma base sólida para o raciocínio matemático, mostrando que a formalização só ganha sentido quando nasce de experiências vividas e compreendidas pelos sujeitos em seu contexto.

Para verificar se os estudantes haviam alcançado o nível 4 do modelo de Van Hiele, foram observados alguns indicadores específicos durante as atividades em sala. A análise concentrou-se principalmente na forma como os alunos utilizavam a linguagem matemática, buscando a presença de termos formais como “ângulos congruentes”, “razão entre lados correspondentes” e os critérios de semelhança de triângulos. Além disso, atentou-se para a elaboração de justificativas com base em definições e propriedades geométricas, não apenas em observações visuais. Também foi avaliada a capacidade de organizar o pensamento por meio de encadeamentos lógicos, demonstrando que conseguiam construir argumentos dedutivos a partir de informações dadas. Um elemento importante foi a progressiva desvinculação do suporte visual, evidenciada quando os estudantes resolviam problemas com base em descrições escritas, utilizando raciocínio abstrato. Por fim, o modo como redigiam suas explicações com clareza, coerência e fundamentação foi considerado um forte indicativo da transição para um pensamento mais formalizado e estruturado, próprio do nível 4. Esses aspectos foram fundamentais para compreender o avanço cognitivo promovido pelas atividades propostas e o papel da mediação didática nesse processo.

Como desdobramento das atividades anteriores, a realização da prática no laboratório de informática do IFMA com os estudantes da comunidade marcou um momento de aprofundamento do raciocínio dedutivo, já iniciado em sala de aula, ao mesmo tempo em que buscou favorecer uma aproximação com o nível 5 do modelo de Van Hiele. Por meio do uso do software GeoGebra, os alunos puderam manipular construções geométricas dinâmicas e visualizar, de maneira interativa, como os critérios de semelhança se aplicam a diferentes triângulos. A possibilidade de alterar medidas e observar em tempo real a conservação das proporções e dos ângulos favoreceu a internalização das propriedades formais discutidas anteriormente em sala. Essa experiência, ao mesmo tempo visual e conceitual, promoveu um ambiente propício à generalização de ideias e

à elaboração de conjecturas, o que sinaliza o início de um pensamento mais integrado e formal, características do nível 5. Embora nem todos tenham alcançado esse estágio plenamente, os indícios de reflexão autônoma, de questionamentos mais complexos e da tentativa de organizar raciocínios em estruturas mais amplas demonstram o potencial dessa abordagem aliada à tecnologia. A atividade reforça a importância de um ensino que articule os saberes culturais e vivenciais dos alunos com as ferramentas digitais e o conhecimento matemático formal, favorecendo uma aprendizagem significativa e duradoura.

As reflexões das experiências descritas ao longo desta seção evidenciam como o processo de ensino-aprendizagem da semelhança de triângulos pode ser enriquecido quando articulado aos níveis de Van Hiele, aos contextos culturais dos estudantes e ao uso de diferentes espaços e recursos pedagógicos. Desde as atividades iniciais baseadas na observação e no reconhecimento visual, passando pelas práticas de argumentação e sistematização em sala, até o uso do laboratório de informática para promover abstrações mais avançadas, foi possível acompanhar o desenvolvimento progressivo do pensamento geométrico dos alunos. Essas vivências revelam a potência de uma abordagem que respeita os tempos cognitivos dos aprendizes, valoriza seus saberes locais e favorece a construção ativa do conhecimento matemático. Com isso, abre-se espaço para as considerações finais deste trabalho, nas quais serão retomadas as principais contribuições da pesquisa, os desafios enfrentados e as possibilidades para futuras práticas e investigações no campo da educação matemática.

Consideração Finais

Esta dissertação teve como objetivo investigar o ensino da semelhança de triângulos em uma turma do ensino fundamental, utilizando a teoria dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele e elementos do programa de Etnomatemática como base metodológica. A pesquisa buscou compreender como essas abordagens poderiam contribuir para o processo de aprendizagem dos alunos, especialmente em um contexto de comunidade quilombola, valorizando os saberes culturais e promovendo uma abordagem mais significativa da geometria escolar.

A análise das atividades aplicadas revelou que os estudantes, inicialmente, apresentavam baixos níveis de compreensão geométrica, conforme os estágios descritos por Van Hiele. Contudo, ao longo das intervenções pedagógicas, foram observados avanços progressivos no reconhecimento de figuras, na identificação de padrões e na compreensão das propriedades que caracterizam a semelhança de triângulos. Esses avanços foram favorecidos por uma prática didática estruturada e intencional, que respeitou os estágios cognitivos dos alunos e integrou elementos da cultura local como estratégia de contextualização e motivação.

Ficou evidente que a transição entre os níveis de pensamento geométrico não ocorre de forma automática. Ela exige mediação qualificada, tempo para reflexão e experiências concretas que dialoguem com o repertório dos estudantes. As atividades que exploraram observações do cotidiano, como as medições de sombra e as referências a elementos culturais por exemplo, o Festejo de São Sebastião e o uso de galhos nas plantações, permitiram a construção de sentidos para os conceitos trabalhados, favorecendo a evolução do nível 1 (visual) até os níveis 2 e 3 (análise e informalidade dedutiva).

A sequência didática, elaborada como produto educacional desta pesquisa e apresentada nos anexos da dissertação (Anexo – Produto Educacional: Sequência Didática), detalha a descrição de cada etapa, seus objetivos, os materiais utilizados e as orientações metodológicas. A sua implementação propiciou um ambiente favorável ao desenvolvimento do pensamento geométrico, tanto na sala de aula quanto no laboratório de informática. A utilização do software GeoGebra permitiu a visualização dinâmica das propriedades dos triângulos semelhantes, favorecendo a experimentação, a formulação de conjecturas e o início de formalizações correspondentes aos níveis 4 e 5 de Van Hiele. Ainda que nem todos os alunos tenham atingido esses níveis superiores de forma consolidada, os indícios de avanços na linguagem formal, nos argumentos e na capacidade de generalização confirmam o potencial dessa abordagem.

A incorporação de elementos da Etnomatemática mostrou-se fundamental para o

engajamento dos estudantes. Ao conectar os conteúdos matemáticos ao seu cotidiano, a proposta valorizou os saberes prévios dos aprendizes e deu significado à aprendizagem. Tal abordagem demonstrou-se eficaz para aproximar o ensino da realidade dos estudantes, reforçando a importância da contextualização, da interdisciplinaridade e do reconhecimento da pluralidade de conhecimentos no ambiente escolar.

Apesar dos resultados positivos, algumas limitações merecem destaque. O tempo restrito para a aplicação das atividades limitou a consolidação de aprendizagens mais complexas. Além disso, percebeu-se a necessidade de formação mais aprofundada dos professores quanto às teorias da aprendizagem em geometria, especialmente no que diz respeito à aplicação dos níveis de Van Hiele em contextos diversos. Assim, recomenda-se que futuras investigações explorem propostas de intervenção com maior duração, bem como alternativas metodológicas que dialoguem com diferentes contextos socioculturais.

Por fim, esta pesquisa reforça a importância de um ensino de matemática que respeite os ritmos de aprendizagem dos alunos e das alunas e valorize suas experiências culturais. Ao unir a teoria de Van Hiele e os princípios da Etnomatemática, é possível construir estratégias pedagógicas mais inclusivas e eficazes, capazes de promover um aprendizado duradouro, crítico e significativo. Espera-se, portanto, que este estudo contribua para reflexões sobre a prática docente e inspire novas investigações no campo da educação matemática, especialmente no que se refere ao ensino da geometria em contextos historicamente marginalizados. Como defende D’ambrosio (2019), é preciso compreender que “toda matemática é cultural e está relacionada à vida dos povos”, e é justamente nesse reconhecimento que se constrói uma educação matemática verdadeiramente transformadora.

Referências Bibliográficas

AZEVEDO, F. de. **A transmissão da cultura**. [S.l.]: Ed. Melhoramentos, 1958.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria euclidiana plana**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM - Sociedade Brasileira de Matemática, 2012. v. 11. (Coleção do Professor de Matemática, v. 11). ISBN 978-85-8337-106-9.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base nacional comum curricular**. [S.l.]: MEC Brasília, DF, 2018.

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, v. 24, n. 1, p. 103–128, 2015.

CROWLEY, M. L. O modelo van hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, p. 1–20, 1994.

D'AMBROSIO, U. Multiculturalism and mathematics education. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Taylor & Francis, v. 26, n. 3, p. 337–346, 1995.

_____. **Etnomatemática-Elo entre as tradições e a modernidade: Nova Edição**. [S.l.]: Autêntica Editora, 2019.

DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações. **São Paulo: Ática**, v. 2, 2016.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**. 1st. ed. Dordrecht, Netherlands: D. Reidel / Springer, 1973. ISBN 978-90-277-0322-4.

GOMES, M. L. M. História da educação matemática, formação de professores a distância e narrativas autobiográficas: dos sofrimentos e prazeres da tabuada. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, SciELO Brasil, v. 28, n. 49, p. 820–840, 2014.

GORODSKI, C. **Alguns aspectos do desenvolvimento da geometria**. 2002.

HIELE, P. M. V. **Structure and Insight: a theory of mathematics education**. Orlando: Academic Press, 1986.

_____. **Structure and insight: A theory of mathematics education. (No Title)**, 1986.

JOHNSON, S. B. **Análise da Base Nacional Comum Curricular de Matemática**. 2016.

KALEFF, A. M. M. R.; HENRIQUES, A. de S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do pensamento geométrico—o modelo de van hiele. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 9, n. 10, p. 21–30, 1994.

KNIJNIK, G. **Educação matemática e comunidades rurais: possibilidades e limites de uma proposta pedagógica com base na etnomatemática**. Tese (Tese (Doutorado em Educação)) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1996.

KNIJNIK, G. Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. **Educação em Revista**, v. 18, n. 36, p. 35–52, 2002. Acesso em: 20 maio 2025. Disponível em: <<https://periodicos.ufmg.br/index.php/edrevista/article/view/44957>>.

KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; GIONGO, I. M.; DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento**. [S.l.]: Autêntica Editora, 2019.

KONZEN, S.; BERNARDI, L. T. M. dos S.; CECCO, B. L. O campo do ensino de geometria no brasil: do brasil colônia ao período do regime militar. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA)**, v. 2, n. 2, p. 58–70, 2017.

LIMA, E. L. **Matemática e ensino**. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2023.

LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos**. [S.l.]: Autores associados, 2006.

_____. **O que é mesmo um bom professor de Matemática?** Campinas: Autores Associados, 2006.

MATOS, J. M.; SILVA, M. C. L. da. O movimento da matemática moderna e diferentes propostas curriculares para o ensino de geometria no brasil e em portugal. **Boletim de Educação Matemática**, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, v. 24, n. 38, p. 171–196, 2011.

MONTEIRO, I. A. O desenvolvimento histórico do ensino de geometria no brasil. **Universidade Estadual paulista “Júlio de Mesquita Filho”–Instituto de Biociências exatas**. Unesp–SP, 2015.

NOGUEIRA, C. M. I. As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de matemática. **Acta Scientiarum. Human and Social Sciences**, Universidade Estadual de Maringá, v. 29, n. 1, p. 83–92, 2007.

OLIVEIRA, M. C. A. d. A geometria como disciplina do curso de formação de professores primários: a influência do método intuitivo nas primeiras décadas do século xx no brasil. **Revista Perspectiva**, 2016.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, v. 1, n. 1, 1993.

PCN, P. C. N. ensino fundamental. **Brasil and BRASIL and Ministério da Educação e Cultura Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino fundamental.** [S.l.]: MEC/SEF Brasília, 1997.

PEREIRA, L. B.; SIMAS, H. C. P. Educação escolar e saberes tradicionais quilombolas. Edua, 2023.

PROFMAT. **Banco de Dissertações – PROFMAT.** 2025. <<https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=&polo=>>. Acesso em: 9 março 2025.

RUCKSTADTER, F. M. M.; JUNIOR, O. S. Os textos do pe. serafim leite (sj) na revista do instituto histórico e geográfico brasileiro: um projeto formativo centrado na ideia de nação católica. **Revista Práxis Educativa**, v. 12, n. 1, 2017.

SCHIRLO, A. C.; SILVA, S. d. C. R. da. Teoria de van hiele: contribuições para a forma/ação de professores de matemática. **Revista Iberoamericana de Educación**, Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la . . . , v. 63, n. 1, p. 2, 2013.

SOARES, W. d. J. B. Ensino de matemática no liceu maranhense através dos arquivos ludovicenses. **VIII Seminário Nacional do Centro de Memória-Unicamp. Campinas**, 2016.

_____. João antonio coqueiro: sua produção e expertise docente. 2021.

TAKAI, A. M. Perspectivas do profmat: política pública em construção. 2017.

4

Anexos

4.1 Atividade Diagnóstica

Professora Núbia César Villas.

Atividade diagnóstica

Nome: _____ **Turma:** _____

Parte 1: Conhecimento sobre Formas Geométricas

1. **Quais destas formas geométricas você conhece? (Marque todas que você conhece)**

☐ Quadrado ☐ Triângulo ☐ Círculo ☐ Retângulo

☐ Losango ☐ Trapézio ☐

Outros: _____

2. **O que é um triângulo?**

☐ É uma forma com 4 lados. ☐ É uma forma com 3 lados.

☐ Eu não sei o que é um triângulo. ☐ Outro:

3. **Quantos lados tem um quadrado?**

☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ Não sei

4. **Você consegue identificar formas geométricas no ambiente à sua volta? Marque as que você consegue identificar facilmente:**

☐ Janela ☐ Mesa ☐ Piso do chão ☐ Teto

☐ Papel de parede ☐ Outro: _____

Parte 2: Observação do Cotidiano

5. **Você já viu algum padrão geométrico em objetos ou construções da sua cultura ou região (exemplo: tapetes, construções, vestuário, etc.)? Se sim, descreva um exemplo.**

6. **Como você acha que as formas geométricas aparecem em elementos culturais? (por exemplo, nas artes, nas construções, na roupa, etc.)**

7. **Você consegue explicar como as formas geométricas são usadas para criar algo? Dê um exemplo, se souber.**

Parte 3: Percepções Pessoais sobre Geometria

8. O que você pensa sobre a geometria?

☐ É algo que usamos no dia a dia, como em objetos e construções.

☐ É uma matéria difícil, só precisa saber fórmulas e regras.

☐ Eu não sei muito sobre geometria.

☐ Outros: _____

9. Você acha que a geometria está relacionada com a cultura de um povo?
Como?

10. Você já usou formas geométricas para desenhar ou criar algo? Se sim, o que você fez?

Parte 4: Reflexões sobre Aprendizagem

11. Qual é a sua expectativa sobre o aprendizado de geometria nesta aula?

12. O que você gostaria de aprender sobre geometria que você ainda não sabe?

4.2 Produto Educacional: Sequência Didática

Este anexo apresenta o produto educacional elaborado no âmbito desta pesquisa: uma sequência didática voltada ao ensino de semelhança de triângulos com a utilização do software GeoGebra.

A proposta foi organizada em etapas sucessivas, cada uma acompanhada de seus objetivos, materiais necessários, atividades planejadas e orientações metodológicas. O propósito central consiste em proporcionar um ambiente de aprendizagem investigativo, que favoreça a visualização, a experimentação, a formulação de conjecturas e a construção de formalizações no campo da Geometria.

A aplicação da sequência contribuiu para o desenvolvimento gradual do pensamento geométrico pelos estudantes, em consonância com os níveis de Van Hiele, revelando indícios de avanços na linguagem formal, na elaboração de argumentos e na capacidade de generalização.

Planejamento do trabalho

Sequência Didática para o Ensino de Semelhança de Triângulos

Objetivo geral: Desenvolver o pensamento geométrico dos alunos do 9º ano, articulando os níveis de Van Hiele com a Etnomatemática e recursos tecnológicos, para compreender e aplicar as propriedades da semelhança de triângulos.

Público-alvo: Estudantes do 9º ano (20 alunos) da Escola Municipal Barão de Grajaú – Comunidade Quilombola Cajueiro.

Carga horária total: 5 Encontros (2h cada) + 1 encontro no laboratório do IFMA (2h).

Etapas da Sequência Didática

Encontro	Nível de Van Hiele	Objetivo Específico	Atividade	Recursos	Contextualização Cultural
0 - Avaliação Diagnóstica inicial	-----	Levantar conhecimentos prévios sobre figuras geométricas, triângulos e uso desses conceitos no cotidiano.	Aplicação de questionário diagnóstico	Folha impressa, lapis e borracha.	Incluir perguntas que convidem o aluno a reconhecer elementos geométricos na cultura local (artesanato, festas, construções).
1	Nível 1 – Visualização	Reconhecer e classificar triângulos (equiláteros, isósceles, escalenos) por forma e aparência.	Atividade 1 – Tangram Cultural: Manipulação das peças para formar triângulos, identificando e nomeando.	Tangram, imagens, papel, lápis.	Padrões de artesanato, arquitetura e símbolos locais.
2	Nível 1 → Nível 2 – Transição	Identificar formas triangulares no espaço comunitário e relacionar com elementos reais.	Observação no entorno escolar e comunitário. Registro das formas encontradas.	Papel, lápis, câmera.	Construções, plantações, mastros de festas.
	Nível 2 – Análise	Medir lados e ângulos de triângulos reais, comparando propriedades.	Atividade 2 – Medindo Sombras: Uso de régua, trena e fita métrica para medir sombras e alturas.	Trena, fita métrica, régua.	Medição de galhos de cerca, postes e mastros festivos.

3	Nível 3 – Dedução informal	Relacionar medidas obtidas com propriedades da semelhança.	Representação gráfica dos triângulos medidos. Identificação de ângulos retos e proporção de lados.	Papel milimetrado, lápis, régua.	Relação com práticas agrícolas e construção de casas.
4	Nível 4 – Dedução formal	Justificar formalmente a semelhança de triângulos (casos AA, LAL, LLL).	Atividade 3 – Reflexos e Sombras: Discussão e prova formal dos casos de semelhança a partir das medidas coletadas.	Quadro, marcadores, caderno.	Comparação com métodos tradicionais de medição local.
5	Tentativa de Nível 5 – Rigor	Explorar propriedades no ambiente digital, testar conjecturas e generalizar.	Construção de triângulos semelhantes no GeoGebra.	Computadores, software GeoGebra, projetor.	Análise e registro dos resultados em formato digital.

Atividades

- Atividade 1 – Tangram Cultural
 - ✓ Formar triângulos com peças do tangram e classificá-los.
 - ✓ Relacionar as formas obtidas com padrões do artesanato, símbolos religiosos e construções típicas da comunidade.
 - ✓ Registrar as descobertas com desenhos e legendas.
- Atividade 2 – Medindo Sombras
 - ✓ Em duplas, medir altura e sombra de objetos na comunidade (poste, galho, mastro).
 - ✓ Calcular a razão entre as medidas.
 - ✓ Comparar com outra medição feita no mesmo horário para verificar proporcionalidade.
- Atividade 3 – Reflexos e Sombras: Explorando a Semelhança
 - ✓ A partir dos dados coletados, representar os triângulos em escala.
 - ✓ Identificar ângulos correspondentes e lados proporcionais.
 - ✓ Justificar formalmente a semelhança usando o caso AA e, posteriormente, LAL e LLL.
- Atividade 4 – GeoGebra no Laboratório
 - ✓ Construir dois triângulos semelhantes variando ângulos e lados.
 - ✓ Usar ferramentas do software para medir e confirmar proporcionalidade.
 - ✓ Elaborar conjecturas sobre propriedades invariantes.