

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO
BÁSICA (PPGEEB)

JOÃO OTÁVIO SILVA FERREIRA

**APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES POR MEIO DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:** uma experiência com estudantes do sexto ano do
Ensino Fundamental de uma escola pública federal do Maranhão



São Luís
2023

JOÃO OTÁVIO SILVA FERREIRA

**APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES POR MEIO DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:** uma experiência com estudantes do sexto ano do
Ensino Fundamental de uma escola pública federal do Maranhão

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Programa de Pós-Graduação em
Gestão de Ensino da Educação Básica
(PPGEEB) como requisito para
obtenção do título de Mestre em
Gestão de Ensino da Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Manoel dos
Santos Costa

São Luís
2023

Imagem da Capa
Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/fracoes-kids/>

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

Ferreira, João Otávio Silva.

Aprendizagem de frações e suas operações por meio da resolução de problemas: uma experiência com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública federal do Maranhão/João Otávio Silva Ferreira. - 2023.

125 p.

Orientador: Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica/CCSO, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2023.

1. Educação Matemática. 2. Operações com Frações. 3. Metodologia de Ensino. 4. Resolução de problemas. I. Costa, Manoel dos Santos. II Título.

JOÃO OTÁVIO SILVA FERREIRA

**APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES POR MEIO DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:** uma experiência com estudantes do sexto ano do
Ensino Fundamental de uma escola pública federal do Maranhão

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Gestão
de Ensino da Educação Básica (PPGEEB)
como requisito para obtenção do título de
Mestre em Gestão de Ensino da Educação
Básica.

Aprovado em: ____ / ____ / ____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa (Orientador)
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática (PPGEEB)

Prof. Dr. João Batista Botentuit Junior (1º examinador)
Doutor em Educação (PPGEEB)

Prof. Dra. Érica Marlúcia Leite Pagani (2º examinador)
Doutora em Ensino de Ciências e Matemática (CEFET-MG)

Agradeço a Deus por toda sua graça. Aos meus pais (Patrício e Maria José – *in memoriam*) e aos meus filhos que sempre me deram força e apoio.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, agradeço a Deus todo-poderoso por ter me concedido força, proteção divina e saúde para alcançar a realização deste trabalho e pela conquista de um sonho realizado.

Aos meus professores da graduação: professores Ericeira, José Maria e Ivone, obrigado pelo incentivo para que eu chegasse à conclusão da graduação.

Agradeço à minha esposa Lêda Maria e aos meus filhos Leina Rosane, Carlos Rafael e ao meu filho Carlos Eduardo (*in memoriam*), pelo apoio, incentivo e ajuda para conclusão desse trabalho.

Agradeço também ao meu orientador, professor Dr. Manoel dos Santos Costa, pela orientação e apoio recebidos, e a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica da UFMA, pela forma carinhosa com que me receberam no programa desta Instituição. Se sou o que sou hoje, devo muito a todos eles, que me iniciaram na pesquisa e me mostraram o caminho para me tornar melhor.

Aos professores da banca de qualificação que, pelas valiosas contribuições durante a apresentação, me ajudaram a ampliar de forma significativa as minhas ideias para concluir este trabalho.

Aos meus amigos, colegas e professores do curso, em especial ao professor Assis de quem sentirei minhas saudades pelos momentos de apoio, ânimo, confiança e carinho.

À professora Luzia da Conceição Azevedo Reis, professora de Matemática do Colégio Universitário, agradeço pelo apoio, dedicação e contribuição pelo desenvolvimento do trabalho de campo.

À nossa colega bolsista Jaqueline pela ajuda, apoio, dedicação e colaboração no desenvolvimento do trabalho.

Por fim, agradeço a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho. A todos vocês, meus sinceros agradecimentos.

“Continue andando. Haverá a chance de você ser barrado por um obstáculo, talvez por algo que você nem espere. Mas siga, até porque eu nunca ouvi falar de ninguém que foi barrado enquanto estava parado.”

Charles F. Kettering

RESUMO

Dentre os conteúdos (objetos de conhecimentos) de Matemática desenvolvidos na Educação Básica, especificamente no Ensino Fundamental, as frações são um dos que geram algumas dificuldades para os estudantes, principalmente ao chegarem nos anos finais do Ensino Fundamental, pois até então estavam acostumados a lidar com os números naturais. Dessa forma, o objetivo desta pesquisa é promover a aprendizagem dos conceitos de frações e suas operações com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental por meio da Resolução de Problemas, de acordo com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Foi utilizada a metodologia de pesquisa qualitativa, e os dados foram construídos por meio da observação participante dos registros realizados no diário de campo e na análise documental. Os documentos investigados foram os manuscritos (as resoluções) feitos pelos estudantes para os problemas propostos e que foram entregues ao pesquisador para análise. Foi desenvolvida uma sequência didática com 8 (oito) problemas, trabalhados em uma turma do 6º ano de uma escola federal no Estado do Maranhão. Os dados coletados e analisados mostraram que o trabalho realizado, a partir da Resolução de Problemas, possibilitou aos estudantes a aprendizagem dos conceitos relativos à fração e suas operações. Apesar de a maioria de os alunos já ter estudado essa temática no 5º ano, inicialmente apresentaram dúvidas frequentes em relação aos problemas apresentados, principalmente quando foram resolvidos individualmente. No entanto, na fase em que eles se reuniram em pequenos grupos para solucionar os problemas, sentiram-se mais estimulados. Dessa forma, foi possível observar que tiveram uma relevante progressão quanto ao aprendizado desse conteúdo, o que demonstra que, quando os trabalhos são desenvolvidos por meio da resolução de problemas em pequenos grupos, os estudantes sentem-se com vontade de aprender Matemática. Além disso, a pesquisa evidenciou o desenvolvimento de habilidades ligadas à resolver problemas como a experimentação, a elaboração de conjecturas e formalização de conceitos e procedimentos matemáticos.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Ensino Fundamental. Aprendizagem de Frações. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

Among the contents (objects of knowledge) of Mathematics developed in Basic Education, specifically in Primary Education, fractions are one of those that generate some difficulty for students, especially when they reach the final years of Primary Education, because until then they had been used to dealing with natural numbers. Thus, the aim of this research is to build learning about the concepts of fractions and their operations with students in the sixth year of elementary school through Problem Solving, in accordance with the Common National Curriculum Base (BNCC) guidelines. A qualitative research methodology was used and the data was gathered through participant observation, field diary entries and document analysis. The documents investigated were the manuscripts (the solutions) made by the students to the proposed problems, which were given to the researcher for analysis. A didactic sequence was developed with 8 (eight) problems, worked on in a 6th grade class at a federal school in the state of Maranhão. The data collected and analyzed showed that the work carried out using Problem Solving enabled the students to learn concepts related to fractions and their operations. Although most of the students had already studied this subject in 5th grade, they initially had doubts about the problems presented, especially when they were solved individually. However, when they got together in small groups to solve the problems, they felt more stimulated, so it was possible to see that they made significant progress in learning this content, which shows that when the work is done by solving problems in small groups, the students feel like learning math. In addition, the research showed the development of skills linked to solving problems, such as experimentation, making conjectures and formalizing mathematical concepts and procedures.

Keywords: Mathematics Education. Elementary School. Fraction Learning. Problem Solving.

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
COLUN	Colégio Universitário da Universidade Federal do Maranhão
E-COLUN	Identificação do Aluno Individualmente
G-COLUN	Identificação do Grupo de Alunos
NCTM	National Council of Teacher of Mathematics
PBL	Aprendizagem baseada em problemas
PCM	Proposta Curricular do Maranhão
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PE	Pesquisador
PPGEEB	Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica
PROFMAT-COLUN	Identificação de a professora titular da turma

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Entrada da escola campo da pesquisa.....	47
Figura 2: Área interna da escola - pátio.....	48
Figura 3 - Área interna da escola – sala de aula.....	48
Figura 4 - Área interna da escola – sala dos professores	48
Figura 5 - Área interna da escola – biblioteca.....	49
Figura 6 - Resposta apresentada por E-COLUN ₁	61
Figura 7 - Resposta apresentada por E-COLUN ₁	61
Figura 8 - Resposta apresentada por E-COLUN ₂	61
Figura 9 - Resposta apresentada por G-COLUN ₂	63
Figura 10 - Resposta apresentada por G-COLUN ₃	63
Figura 11 - Respostas apresentadas por E-COLUN ₂ e E-COLUN ₃ , respectivamente	65
Figura 12 - Resposta apresentada por E-COLUN ₁ e E-COLUN ₆ , respectivamente	66
Figura 13 - Resposta apresentada por G-COLUN ₃ e G-COLUN ₄ , respectivamente	67
Figura 14 - Resposta apresentada por G-COLUN ₄	69
Figura 15 - Resposta apresentada por G-COLUN ₆	70
Figura 16 - Resposta apresentada por G-COLUN ₄	72
Figura 17 - Resposta apresentada por G-COLUN ₅	72
Figura 18 - Resposta apresentada por G-COLUN ₆	72
Figura 19 - Resposta apresentada por G-COLUN ₇	73
Figura 20 - Resposta apresentada por G-COLUN ₅	75
Figura 21 - Resposta apresentada por G-COLUN ₆	75
Figura 22 - Resposta apresentada por G-COLUN ₆	76
Figura 23 - Resposta apresentada por G-COLUN ₆	77
Figura 24 - Resposta apresentada por G-COLUN ₄ e G-COLUN ₆ , respectivamente	77
Figura 25 - Resposta apresentada por G-COLUN ₇	77
Figura 26 - Resposta apresentada por G-COLUN ₉ e G-COLUN ₁₀ , respectivamente	79
Figura 27 - Resposta apresentada por G-COLUN ₁₁	79
Figura 28 - Resposta apresentada por G-COLUN ₁₂	80
Figura 29 - Resposta apresentada por G-COLUN ₁₃	80
Figura 30 - Resposta apresentada por G-COLUN ₁₀	81
Figura 31 - Resposta apresentada por G-COLUN ₉	82
Figura 32 - Resposta apresentada por G-COLUN ₁₁	82
Figura 33 - Resposta apresentada por G-COLUN ₁₃	82

LISTA DE QUADROS

Quadro - Habilidades a serem desenvolvidas com o ensino das frações.....	29
Quadro 2 - Esquema de resolução de problemas na visão de George Polya.....	34
Quadro 3 - Etapas sugeridas por Allevatto e Onuchic	42
Quadro 4 - Objetos de conhecimento e habilidades dos problemas geradores	54
Quadro 5 - Problemas 1 – Construindo a ideia de fração como parte/todo	59
Quadro 6 - Problemas 2 – Construindo a ideia de fração como parte/todo.....	65
Quadro 7 - Problema 3 - Construindo a ideia de fração como parte/todo	68
Quadro 8 - Problema 4 – Construindo a ideia de fração como parte/todo.....	71
Quadro 9 - Problema 5 – Comparação de frações.....	74
Quadro 10 - Problema 6 – Comparação de frações.....	76
Quadro 11 - Problema 7 – Cálculo envolvendo frações.....	78
Quadro 12 - Problema 8 – Cálculo envolvendo adição com frações.....	81

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL	23
3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA ESCOLAR	32
4 O CENÁRIO E A METODOLOGIA DA PESQUISA	45
4.1 A Instituição de Ensino e os Alunos Participantes	46
4.2 A Natureza da Pesquisa e os Instrumentos da Coleta dos Dados.....	49
4.3 Sobre o Produto Educacional da Pesquisa.....	53
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	56
5.1 Descrições dos encontros com os estudantes	56
5.2 Sequências Didáticas: os problemas geradores	57
5.2.1 Habilidade - EF06MA07	59
5.2.2 Habilidade - EF06MA08	76
5.2.3 Habilidade - EF06MA09	78
5.2.4 Habilidade - EF06MA10	81
5.3 Saberes Matemáticos e Estratégias Utilizadas pela Professora da Turma em suas Aulas	83
6 CONCLUSÃO	86
REFERÊNCIAS	88
ANEXO A – Carta de apresentação para pesquisa de campo	93
ANEXO B - Carta de aceitação para pesquisa de campo	94
APÊNDICE A – Questionário aplicado a professora titular turma	95
APÊNDICE B – Produto Educacional	98

1 INTRODUÇÃO

A ideia que norteou a elaboração desta dissertação teve origem em minha vida escolar que iniciou como estudante do curso científico (antigo 2º grau), no período de 1971 a 1973, momento em que comecei a gostar de Matemática e Física. Em 1976 ingressei, na Universidade Federal do Maranhão (UFMA) como servidor Administrativo e, ao mesmo tempo, como estudante no curso de Licenciatura em Física, que não concluí na época, devido a diversos problemas particulares, terminei por abandonar o curso, ficando, assim, vários anos fora da sala de aula, e somente em 2013 pude concluí-lo.

Minha primeira experiência como docente ocorreu no Estágio Supervisionado, quando vivenciei a prática em sala de aula com o componente curricular de Física para alunos do Ensino Médio, no Centro de Ensino “Liceu Maranhense”. Após ter concluído o curso de Licenciatura em Física, lecionei por um ano, em um Colégio Particular de São Luís, período em que pude vivenciar experiências como professor, especialmente de Matemática. Após esse período nessa escola, tive de abandonar a função docente, optando pela permanência como servidor da UFMA (Assistente Administrativo), pois, além de ter um salário melhor, exercia uma função gratificada que exigia maior presença no local de trabalho. No entanto, essa vivência como professor de Matemática me estimulou para querer aprender mais sobre esse componente curricular e, portanto, voltar para sala de aula, desta vez, como aluno de Pós-Graduação. Mas foi somente em 2021 que participei do processo seletivo para ingresso no Programa de Pós-Graduação em “Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB); na própria universidade em que sou servidor, a Universidade Federal do Maranhão”.

Uma das etapas do processo seletivo era apresentar um pré-projeto para realização da pesquisa e, conseqüentemente, para a escrita da dissertação do mestrado. A temática escolhida foi sobre o ensino de frações no sexto ano do Ensino Fundamental.

A partir do que foi exposto, apresentamos, nesta introdução, algumas reflexões acerca da justificativa e relevância do tema escolhido, assim como os objetivos da pesquisa e de como a dissertação está organizada.

A presente dissertação pauta a sua justificativa na percepção de que, apesar de a educação ser a base para uma sociedade justa e igualitária, a educação

brasileira, na atualidade, precisa de novas propostas para a sua concretização. Uma delas é atender às necessidades educacionais dos alunos diante das metodologias tradicionais, que já não surtem o efeito esperado.

Estes, entre outros desafios, serão vencidos se efetivamente houver um plano pedagógico que adote metodologias de ensino capazes de estimular o aluno e que seja capaz de libertá-lo de paradigmas antigos de aprendizagem, que impedem um novo saber, contribuindo, assim, para a formação de sujeitos críticos em diversas áreas do conhecimento. Sabe-se que esta educação tem como prioridade capacitar o estudante para a vida, pois essa fase é a base para que as demais séries possam fluir sem tanta dificuldade e, com isso, o decorrer do desenvolvimento da aprendizagem seja mais eficiente. A Matemática está inserida nesse contexto e no cotidiano das pessoas, por isso, ter um bom e claro entendimento dessa área, faz com que aconteça também um melhor desenvolvimento do raciocínio lógico.

O objetivo desta pesquisa é cotruir a aprendizagedos os conceitos de frações e suas operações com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental por meio da Resolução de Problemas, de acordo com as orientações da BNCC.

A proposta é que os estudantes passem a ter o entendimento e atuação do ensino das Frações na Educação Básica. Incluem-se, portanto, conceitos matemáticos em situações cotidianas, e, nessa perspectiva, podemos pensar na Resolução de Problemas como ferramentas metodológicas para aprendizagem da Matemática.

O estudo das frações surgiu no Egito, às margens do Rio Nilo, para demarcação de terras. Os babilônios usavam as frações para registro de suas transações comerciais. Com as frações, realizamos representações e estabelecemos cálculos envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação e potenciação. A palavra fração vem do latim “fractus” e significa “partido”, dividido ou quebrado. A fração é concebida como subunidades dos inteiros, para que possamos expressar algo menor do que uma unidade que já foi pré-estabelecida. A fração se apresenta como quociente, onde o resultado é uma divisão. A fração como razão é utilizada para expressar índices comparativos, que expressam escalas, na comparação de grandezas diferentes dando ideia de proporcionalidade.

Além disso, as frações são números que expressamos pela razão de dois números inteiros. Podemos dizer que a fração de um número é representada de uma forma genérica com a razão a/b onde **a** é o numerador e o **b** o denominador e, por

definição, **b** é diferente de zero. São utilizadas para representar parte de um inteiro. Ao analisarmos os acontecimentos no dia a dia, verificamos várias utilizações de frações, como um modo de expressar uma quantidade a partir de uma razão de dois números inteiros. O uso de fração é frequente em nosso dia a dia. A fração é utilizada em várias atividades, como na confecção de bolo, na divisão de conta entre pessoas, entre outros exemplos.

Esse processo de ensinar e aprender, aplicado no entendimento tradicional, nos traz problemas e dificuldades devido ao seu modelo, muitas vezes mecânico e operatório, buscando apenas a resolução de situações-problema apresentadas pelos professores, quando na verdade deveria buscar a compreensão baseada na aprendizagem do conceito, teoria e prática. Trata-se, portanto, de uma matéria sequencial. O conteúdo frações está presente em todos os tempos históricos e sociais, contribuindo para a capacidade intelectual, onde não devemos apenas nos preocupar com os conceitos e dados científicos, mas aproveitar a curiosidade dos alunos, incentivando a exploração e redescoberta de conceitos.

As discussões das concepções e representação sobre o ensino de números racionais na representação fracionária nas séries do ensino fundamental revelam a preocupação de educadores com o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina, devido a dificuldade dos alunos em compreender as frações, e muitos professores também enfrentam dificuldades ao ensiná-las. Além disso, verifica-se que há poucos trabalhos e pesquisas desenvolvidos nessa área. Nas escolas, os trabalhos são frequentemente apresentados por meio de aulas expositivas, com exercícios repetitivos baseados exclusivamente em livros didáticos, sem levar em consideração que muitos educadores acreditam que os números fracionários têm pouca aplicação no dia a dia.

Nesse conteúdo, David e Fonseca (1997) apontam que a importância do trabalho com números racionais e a sua representação fracionária está voltada para um ensino que se preocupe com o aspecto conceitual. Continuando, o ensino de frações é tão importante quanto o processo de aprendizagem de qualquer outro conteúdo matemático, na medida em que se encontra presente e inter-relacionado com outros conceitos trabalhados na própria disciplina de matemática.

O proposto neste trabalho trata da aprendizagem da Matemática, mais especificamente sobre os objetos de conhecimento envolvendo as frações, por meio¹

¹ Utilizaremos, no título e em alguns trechos do texto o termo "por meio" da resolução de problemas como sinônimo da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas, cujas etapas dessa metodologia foram utilizadas parcialmente.

de resolução de problemas, delimitando-se ao conteúdo do 6º ano do Ensino Fundamental.

A aprendizagem nos conteúdos matemáticos é um dos desafios que se destaca entre professores e alunos, por ser considerado um dos componentes curricular mais difíceis de ser absorvidos, conforme pesquisas e experiências práticas em sala de aula, onde a maioria dos alunos apresenta dificuldades na aprendizagem dos conteúdos objeto do conhecimento da matemática. O processo de ensino de matemática não pode se limitar apenas a ensinar os alunos a decorar métodos e aplicar fórmulas. Precisamos motivar os alunos a serem agentes ativos e participativos de seu processo de ensino-aprendizagem.

A resolução de problemas é uma atividade no dia a dia que relembra à história da civilização, mas também é uma abordagem metodológica iniciada no século XX. Essa prática de resolver problemas nas aulas de Matemática envolve professores e alunos em situações de aprendizagem, desempenhando diferentes ações e responsabilidades, promovendo a aprendizagem mais significativa.

A elaboração desta pesquisa foi baseada nas leituras de textos da literatura da área da Educação Matemática que realizamos e detectamos algumas dificuldades dos estudantes ao chegarem aos anos finais do Ensino Fundamental, em relação ao ensino de Matemática, por exemplo, com a aprendizagem das frações. Além disso, a maioria dos conteúdos (objeto de conhecimento) trabalhados nesse nível de ensino muitas vezes é abordada em sala de aula de maneira fragmentada, isolada, sem conexão com a própria Matemática e, também, com outras áreas do conhecimento, o que termina por desestimular os estudantes e, conseqüentemente, o desenvolvimento do pensamento matemático.

Assim, de acordo com o antigo documento de referência curricular brasileiro, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), o estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo: aluno, professor e saber matemático, assim como das relações entre elas.

Dentre outros, esse foi um dos motivos que nos motivou a desenvolver este projeto de pesquisa, para que se pudesse ter a oportunidade de pesquisar “algo” que possa contribuir para a formação dos alunos dos anos finais do Ensino

Fundamental, pois sabemos da grande importância da Matemática no processo educacional e no desenvolvimento de outras áreas do conhecimento.

A escolha pelo tema frações deve-se à importância atribuída a esse conteúdo² matemático. Segundo Bertoni (2009), os conteúdos sobre essa temática têm sido um dos temas mais difíceis para os alunos do Ensino Fundamental, e as abordagens de ensino desses conteúdos são muito antigas, dando importância às nomenclaturas e às figuras geométricas planas divididas e pintadas.

As situações parte/todo se resumem, em geral, em dividir área de figura em partes iguais, em nomear frações como o número de partes pintadas sobre o número total e em analisar a equivalência e a ordem da fração por meio da percepção. No que diz respeito às operações com frações, não funciona com retângulos pintados, talvez porque elas envolvam uma visão mais dinâmica da fração (SANTOS; CARVALHO, 2010, p. 6).

Além disso, de acordo com Pereira (2009) a maioria dos alunos do Ensino Fundamental sai desse nível de ensino sem dominar as operações básicas com as frações. Isso se tornará um problema para eles ao chegarem aos anos escolares posteriores, quando precisarem trabalhar com outros ramos da matemática, como a Estatística, Probabilidade, Matemática Financeira, dentre outros.

Sendo assim, pretende-se com este projeto priorizar a compreensão dos significados e procedimentos envolvidos nos conceitos e nas operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) das frações por meio da resolução de problemas, nos anos finais do Ensino Fundamental, por acreditarmos que pode ser um facilitador para a aprendizagem desse conteúdo para os alunos.

De acordo com antigo documento de referência curricular, os PCN, “a resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance” (BRASIL, 1998, p.40).

De maneira igualitária a Base Nacional Comum Curricular – BNCC considera a resolução de problemas como sendo o coração do desenvolvimento das atividades matemáticas. De acordo com o documento, a resolução de problemas se constitui em uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual deve ser “ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p. 266).

² A partir de agora, quando nos referirmos ao termo conteúdo, estaremos nos referindo, de maneira equivalente, a objetos de conhecimento, conforme indicação da BNCC (BRASIL, 2018).

A resolução de problemas na perspectiva de alguns pesquisadores (VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021; COSTA; MARTINS; PAGANI; NUNES, 2022) e de documentos oficiais (BRASIL, 1998; 2018; MARANHÃO, 2000; NCTM, 2007), possibilita aos alunos a oportunidade de mobilizar, construir e ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como ampliar a visão que têm os problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Neste trabalho buscamos realizar uma experiência com alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental com o intuito de analisar como se dá o processo de construção da aprendizagem dos conceitos de frações e de suas operações com frações por meio da resolução de problemas matemáticos, buscando dar um tratamento adequado e integrado ao tema, por meio da (re) construção desses conceitos.

Partindo de uma determinada situação ou de um determinado assunto, deve-se procurar sempre evidenciar as possíveis conexões entre os conteúdos, pois uma compreensão mais profunda da Matemática só é verificada quando os alunos percebem suas conexões; quando percebem que estão falando “da mesma coisa”, com pontos de vista diferentes (COSTA; ALLEVATO, 2015).

De acordo com os PCN

[...] o saber matemático não tem se apresentado [aos alunos] como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação (BRASIL, 1998, p. 40).

Portanto, “ensinar Matemática tem sido, frequentemente, uma tarefa difícil. As dificuldades intrínsecas somam-se às decorrentes de uma visão distorcida da disciplina, estabelecida, muitas vezes, desde os primeiros contatos do professor com o aluno” (MARANHÃO, 2000, p. 37).

Assim, no tocante às formas de trabalho em sala de aula, também há necessidade de mudanças. A prática mais usual no ensino de Matemática tem sido como destacam os PCN, “aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições e exemplos [...] seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação” (BRASIL, 1998, p. 37).

Com esse tipo de trabalho o aluno aprende a reproduzir o que lhe foi ensinado, mas essa não se tem mostrado uma metodologia eficaz. A Proposta Curricular do Maranhão (PCM) enfatiza que “a simples reprodução, não implica a aquisição de conhecimentos, o que impede o aluno a utilizar os conteúdos ensinados/aprendidos, em contextos diferentes” (MARANHÃO, 2000, p. 37).

Além dos documentos oficiais, educadores matemáticos estão requisitando dos professores novas metodologias de ensino, e a resolução de problemas é uma delas. Contudo, existe uma carência muito grande por parte dos professores em estarem utilizando essas “novas” metodologias de ensino.

É fundamental que haja preocupação por parte do professor, quanto à adoção de alternativas metodológicas, tendo em vista a aquisição de aprendizagens significativas para o aluno e, conseqüentemente, o desenvolvimento de suas habilidades (MARANHÃO, 2000, p. 25).

A Proposta Curricular do Maranhão propõe que os conteúdos matemáticos sejam trabalhados a partir de situações-problema, pois essa metodologia de ensino permite a discussão de ideias a respeito do tema estudado e os professores não perdem de vista os objetivos que pretendem atingir (MARANHÃO, 2000).

Nesse sentido, D’Ambrósio (1989) faz um alerta com relação a este assunto, dizendo que:

Em nenhum momento, no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento (D’AMBRÓSIO, 1989, p. 89)

Construir uma base para a aquisição do raciocínio matemático, estimulando o interesse do aluno para que ele explore novas ideias e descubra novos caminhos na aplicação dos conceitos matemáticos construídos na resolução de problemas é um dos objetivos do professor em sala de aula. No entanto, utilizar a resolução de problemas como metodologia em sala de aula requer do professor, uma preparação cuidadosa e mais flexível com relação às atividades que serão propostas, ou seja, requer uma disponibilidade para ultrapassar as dificuldades que vão desde a administração do tempo até a organização e desenvolvimento das atividades.

A partir desses aspectos e acredita-se que a aprendizagem dos conceitos das frações e de suas operações por meio da resolução de problemas pode proporcionar aos estudantes aulas mais dinâmicas, e, que estes podem tomar “gosto” pela Matemática, tornando-se construtores de sua própria aprendizagem, estimulando-os pela observação e a concentração.

Com base nos estudos iniciais realizados por meio das leituras que fizemos na literatura, permitiram identificar o seguinte questionamento: De que maneira o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas poderá contribuir para a aprendizagem de conceitos das frações e suas operações no sexto ano do Ensino Fundamental?

Para responder a esse questionamento delineamos outros, que são mais específicos. São eles:

a) Como estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental exploram os conceitos de frações e de suas operações na resolução de problemas matemáticos?

b) Que saberes podem ser observados nos estudantes em relação a sua aprendizagem sobre conceitos de frações e de suas operações por meio da resolução de problemas matemáticos?

Diante do que foi exposto anteriormente, e a partir dos questionamentos, elaboramos o objetivo geral de nossa pesquisa, que é:

Averiguar de que maneira o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos de frações e de suas operações e, conseqüentemente, para a aprendizagem dos estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental.

Para que possamos alcançar o objetivo proposto acima, delinemos alguns objetivos específicos:

a) Promover a construção da aprendizagem dos conceitos de frações como parte-todo, número, quociente, razão e operador multiplicativo e de suas operações e, conseqüentemente, a aprendizagem dos estudantes por meio da resolução de problemas.

b) Verificar os saberes construídos e manifestados por estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental em relação aos conceitos de frações e suas operações, construídos ou não por meio da resolução de problemas.

c) Analisar as dificuldades manifestadas pelos estudantes no momento da construção da aprendizagem de conceitos de frações e de suas operações durante a resolução de problemas.

e) Elaborar uma apostila como produto educacional que servirá de orientação aos professores de Matemática no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos das frações e suas operações com base na metodologia da Resolução de Problema, apresentando modelos de problemas com a finalidade de promover a compreensão da representação fracionária.

A dissertação foi organizada em cinco seções, além das referências, apêndices e anexos. A primeira seção trata da introdução que apresenta algumas reflexões acerca da justificativa e relevância do tema, assim como os objetivos da pesquisa, em seguida, na segunda seção, é feita uma abordagem sobre o ensino das frações nos anos finais do Ensino Fundamental. A terceira seção faz uma abordagem teórica sobre a Resolução de Problemas enquanto Metodologia de Ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática, e a quarta seção apresenta o cenário, a metodologia da pesquisa e os instrumentos utilizados para a coleta dos dados, isto é, a Instituição de ensino e os alunos participantes, a natureza da pesquisa e sobre o produto educacional. A quinta seção denominada de “Apresentação e Análises dos dados” traz uma descrição dos encontros e dos problemas para a construção dos conceitos de frações e suas operações. Finalmente, finalizamos este relatório apresentando as Considerações finais sobre nossa pesquisa e algumas sugestões para o desenvolvimento de futuros trabalhos.

2 O ENSINO DE FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), o ensino de frações está organizado de forma que transpassam todas as etapas do Ensino Fundamental (anos iniciais e anos finais), ou seja, a cada ano este assunto será trabalhado de maneira gradativa e com mais profundidade. A partir de um estudo que realizamos no documento, verificamos que o ensino de frações se inicia a partir do 2º ano do Ensino Fundamental, e desenvolvido de forma progressiva até o 8º ano, possibilitando assim um desenvolvimento contínuo nesta etapa da Educação Básica.

No entanto, quando se trata do ensino de frações e sua aprendizagem existem muitas dificuldades que precisam ser superadas, principalmente no que diz respeito aos interesses dos estudantes pela construção de sua aprendizagem. De acordo com Lopes (2008), o ensino de frações passa por vários obstáculos, exigindo do professor mais esforço e trabalho o que compromete a aprendizagem dos estudantes. Segundo esse autor:

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudoproblemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas (LOPES, 2008, p. 7).

Em outras palavras, o processo de aprendizagem dos objetos de conhecimento envolvendo as frações ainda se constitui um desafio para os professores da Educação Básica que têm problemas com o processo de ensino de modo que este se revele em aprendizagem e, para os estudantes, esse conhecimento é considerado complexo porque pode trazer dificuldades para a aprendizagem deste e de outros conteúdos de matemática no prosseguimento dos estudos (ALVES; MARTENS, 2011). Isso significa dizer que esse estado de compreensão do conceito de fração não se limita aos educandos do Ensino Fundamental.

Segundo Campos e Rodrigues (2007, p. 70).

[...] a prática de sala de aula, entretanto, revela que mesmo alunos de nível médio ou superior apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos.

No entanto, nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental, na maioria das vezes, os conteúdos são tratados de maneira isolada sem haver nenhuma conexão dentro da própria área ou, ainda, com outras áreas do conhecimento. Por isso, percebe-se que muitos alunos desse nível de ensino não conseguem compreender os conceitos matemáticos pelo fato de não haver uma relação entre o conhecimento que esses alunos trazem consigo para a sala de aula e o conteúdo que está sendo estudado (SÁ et al, 2014).

Algumas Pesquisas (NUNES et al, 2005), têm ratificado as dificuldades dos estudantes em relação ao conceito de fração, quer seja do ponto de vista de seu ensino, quer seja do ponto de vista da aprendizagem. No que se refere ao ensino, o que tem se evidenciado é ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos e uma forte tendência para traduzir esse conceito apenas utilizando a exploração do significado parte-todo, a partir de sua representação a/b com a e b inteiros e $b \neq 0$.

Ainda de acordo com essas autoras, o ensino e a aprendizagem das frações é um processo complexo para os alunos e as dificuldades podem surgir quando estes transferem as propriedades do conjunto dos números naturais para as frações, não compreendendo as características particulares de cada conjunto numérico, o que pode comprometer a aprendizagem. Os alunos podem até apresentar dificuldades em manipular os números racionais, sem necessariamente ter uma compreensão clara do conceito.

Isso significa que a aprendizagem sobre os números racionais na sua forma fracionária tem que ser mostrada, desde o início do processo escolar, pois é complexa para ser compreendida pelos estudantes, principalmente os do Ensino Fundamental, o que segundo Magina, Bezerra e Spinillo (2009), termina se tornando uma dificuldade para os alunos na construção da aprendizagem do conceito de fração assim como suas operações.

Corroborando com essa temática, Nunes e Bryant (1997) argumentam que as aparências se enganam, quando se trata de frações. E ainda acrescentam:

Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não o têm. Elas usam os termos fracionais certos; elas falam sobre frações coerentemente, elas resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (NUNES; BRYANT, 1997, p. 191).

Essas dificuldades podem estar relacionadas à maneira como esse conteúdo é trabalhado em sala de aula para os estudantes. Toledo e Toledo (1997) ainda acrescentam que, tanto nos livros didáticos como em salas de aulas, os números racionais são desenvolvidos quase que exclusivamente pela ideia de fração, que é ensinada de modo rígido, por meio de ilustrações de situações de natureza contínua que é repartida em partes iguais e são coloridas **b** dessas partes, para representar a fração a/b .

Essa situação se agrava nos anos finais do ensino fundamental, quando, por exemplo, as operações com frações são consideradas como domínio do educando, mas eles podem perceber a fração apenas como dois números separados por um traço horizontal, pois regras e conceitos, quando malformados, são esquecidos rapidamente.

Sabe-se que existe uma grande dificuldade em desenvolver o raciocínio lógico na aprendizagem da matemática. Dentre os conteúdos matemáticos ensinados nos anos finais do Ensino Fundamental, as frações estão entre os principais e um dos mais difíceis de ser trabalhado com os alunos, pois trata de um processo complexo e as dificuldades de compreensão podem estar associadas às dificuldades do professor em ministrar tal conteúdo, por isso faz uso de recurso metodológico pouco apropriado para o desenvolvimento desse conteúdo e consequentemente para a aprendizagem dos alunos e de métodos ultrapassados que acabam tornando o ensino e a aprendizagem de forma mecânica e desinteressante para os alunos (VALERA 2003).

Portanto, há sempre a necessidade de se levar o aluno à construção do seu próprio conhecimento matemático pelo fazer e pensar, auxiliando-o na compreensão dos significados. Isto é especialmente relevante quando se trata do ensino das frações, principalmente quando o professor precisa criar oportunidades e condições para que o aluno possa realmente compreender seus conceitos e suas operações. Além disso, o ensino e a aprendizagem desse conteúdo têm sido bastante limitados e muitas vezes apresentado fora da realidade do educando, criando, dessa forma uma repulsa por parte dos alunos a essa temática e, consequentemente, à matemática. Isso faz com que o educando tente compreender e desenvolver o raciocínio e ir à busca de solucionar determinado problema.

Desta forma, o conteúdo de frações deve ser explorado de forma natural e diversificado. De acordo com Silva e Perovano (2012. p. 2).

O ensino do conceito de frações e o desenvolvimento da conservação de quantidades, bem como a habilidade em resolver problemas que envolvam os números racionais em geral, são muito importantes, e exigem do professor habilidades para facilitar a aprendizagem do aluno. No entanto, em sala de aula, cabe ao professor evitar o ensino desse conceito de forma mecânica, em que se busca apenas a memorização de regras e aplicação direta de técnicas.

Assim, o ensino de Matemática realizado de forma mecânica não desperta a construção de conceitos quanto aos conteúdos em estudo pelos estudantes, pois trata de uma forma pronta e acabada em si mesmo. Em relação aos conceitos de frações, na maioria das vezes, é trabalhado dessa forma, o que leva ao estudante ter dificuldades na construção e compreensão desse conteúdo.

Nessa perspectiva, Dionísio et al (2019), apontam que o ensino de frações nos anos finais do Ensino Fundamental deve proporcionar aos alunos seu entendimento, sua compreensão e suas relações, por isso deve-se reconhecer que:

[...] a importância e a necessidade do aprendizado dos números racionais [na forma fracionária], quando se olha para a história e para o processo de desenvolvimento de diferentes povos, atentando-se ao uso, ao processo de formalização. Esse pode ser um caminho válido, porque para facilitar a aprendizagem deste tema, apresenta-se a experiência compartilhada com outras culturas (VALERA, 2003, p.58).

Contudo, é preciso que se compreenda que o ensino da Matemática depende dos métodos de trabalho utilizados pelo professor em sala de aula e, também, do diálogo com os alunos, do domínio do conteúdo, da contextualização e do estímulo à aprendizagem. Ou seja, alunos precisam ser motivados e desafiados através de relações concretas e qualitativas. Portanto, o ensino de frações no Ensino Fundamental é de extrema importância, pois apresenta fundamentações de ordem prática (CARDOSO; MAMEDE, 2021).

Entretanto, as práticas mais utilizadas nas salas de aula, segundo Demo (2004), são percebidos como monótonas e cansativas, afinal o professor apenas “transfere” conceitos e regras que, na maioria das vezes, parecem sem sentido e sem utilidade para os alunos. Sendo assim, alguns autores (VAN DE WALLE, 2009) e documentos oficiais (BRASIL, 2018), percebem as dificuldades com o ensino e a aprendizagem de frações nos anos finais do Ensino Fundamental.

De acordo com Van de Walle (2009), os conceitos das frações sempre representam um grande desafio aos estudantes, do Ensino Fundamental à Educação Superior, pois a falta de compreensão, segundo o autor, termina sendo

traduzida como múltiplas dificuldades com o cálculo de frações, os conceitos de decimal e de porcentagem, além do uso das frações em medidas e em outros contextos como razão e proporção.

No entanto, segundo esse autor, é necessário que os alunos compreendam que o objeto ou coleção é dividido/compartilhado em porções/partes iguais para assim elaborar o conceito de fração e ainda ressalta algumas ideias que são importantes de se considerar no trabalho com frações. São elas:

1. As partes fracionárias são partilhas iguais (repartir) ou porções de tamanhos iguais de um todo ou unidade, que pode ser um objeto ou uma coleção de coisas;
2. As partes fracionárias possuem nomes especiais que dizem quantas partes daquele tamanho são necessárias para formar o todo;
3. Quanto mais partes fracionárias forem usadas para formar um todo, menores elas serão;
4. O denominador de uma fração indica por qual número o todo foi dividido a fim de produzir o tipo de partes; assim, o denominador é um divisor, ou seja, o denominador nomeia o tipo de parte fracionária considerada.
5. Duas frações equivalentes são modos de descrever a mesma quantidade usando partes fracionárias de tamanhos diferentes (VAN DE WALLE, 2009).

A compreensão dessas ideias precisa estar atrelada ao entendimento de que a fração é uma das representações dos números racionais. No entendimento de Pires (2012), os números racionais são relacionados à divisão de dois números inteiros, assim, desde que um número apresente um quociente entre dois números quaisquer ele é um número racional. A autora ressalta que no Ensino Fundamental a abordagem dos números racionais tem o objetivo de fazer com que os alunos percebam que os números naturais são insuficientes na resolução de determinados problemas. Em algumas situações, utilizando apenas os números naturais não é possível indicar o resultado de uma divisão ou a medida de uma grandeza.

Na compreensão de Van de Wale (2009), o objetivo no desenvolvimento das frações no Ensino Fundamental deve ser o de ajudar os estudantes a construir a ideia de partes fracionárias do todo, as partes que resultam quando o todo ou unidade é compartilhado em porções de mesmo tamanho ou repartido em partes iguais, “porém a ideia de partes fracionárias é tão fundamental para um forte

desenvolvimento dos conceitos de frações que deve ser mais explorada com tarefas adicionais (p. 326)

Vale ressaltar que a BNCC é um documento “[...] que define um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica assegurando seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento” (BRASIL, 2018, p. 9).

No que se refere ao ensino da Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental o documento reúne um conjunto de ideias fundamentais, como equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias exprimem o desenvolvimento do pensamento Matemático e deve converter em objeto de conhecimento levando o aluno a se tornar protagonista do seu cotidiano.

Ainda de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018) os conteúdos a serem desenvolvidos sobre frações encontram-se na unidade temática Números. Essa unidade temática tem no pensamento numérico seu maior significado, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar os objetos e de interpretar quantidades. Ou seja, nessa unidade temática os estudantes desenvolvem ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática, portanto, no estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e as operações, aponta o documento. Além disso,

Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 298).

Os objetos de conhecimento da unidade temática “Números”, no sexto ano do Ensino Fundamental, sobre Frações incluem: (a) Significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações; e (b) As operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais (BRASIL,

2018). Esses objetos visam o desenvolvimento de habilidades específicas de acordo com as orientações da BNCC.

Sendo assim, apresentamos no Quadro 1, a seguir, as habilidades que são recomendadas pelo documento para a construção da aprendizagem sobre essa temática (frações), e que dever ser desenvolvida com os estudantes do 6º ano.

Quadro 1: Habilidades a serem desenvolvidas com o ensino das frações

CÓDIGO BNCC	HABILIDADES
EF06MA07	Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
EF06MA08	Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionárias e decimais, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
EF06MA09	Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
EF06MA10	Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p. 301)

Na BNCC, as habilidades contempladas para o sexto ano do Ensino Fundamental em relação ao ensino das frações introduzem o conceito de mais um significado, isto é, quociente, relacionado com a divisão retomando as frações equivalentes. Nesse ano de escolaridade, as habilidades da mudança de representação, decimal para fração e vice-versa, aparecem como aprendizagens essenciais a serem garantidas para os estudantes. Há também a preocupação de que os professores trabalhem com situações-problema envolvendo as operações com os números racionais.

De acordo com Vande Walle (2009) é preciso levar em consideração as concepções que os alunos trazem sobre operações, usando sua compreensão do que as operações significam para os cálculos com frações. De acordo com o autor “os significados de cada operação com frações são os mesmos que os significados

para as operações com números inteiros. As operações com frações devem começar aplicando esses mesmos significados às partes fracionárias” (VAN DE WALLE, 2009, p. 345). E ainda acrescenta:

- Para a adição e subtração, é crítico compreender que o numerador diz o número de partes e o denominador o tipo de parte.
- Para a multiplicação por uma fração, é útil relembrar que o denominador é um divisor. Essa ideia permite que encontremos as partes do outro fator.
- Para a divisão por uma fração, os dois modos de pensar sobre operações: partição e medida – são extremamente importantes.
- O conceito de partição ou de repartir em partes iguais da divisão levará a um procedimento de divisão muito diferente do procedimento gerado pelo conceito de medida ou subtrações repetidas (VAN DE WALLE, 2009, p. 345).

A estimativa dos cálculos com frações está quase sempre ligada aos conceitos das operações e de frações. De acordo com Van de Walle (2009) um algoritmo de cálculo não é necessariamente obrigatório para fazer estimativas. A estimativa deve ser parte integral do desenvolvimento do cálculo para manter a atenção dos estudantes sobre os significados das operações e o tamanho dos resultados esperados.

O cálculo com frações é construído sobre uma compreensão das operações e do senso numérico fracionário. A habilidade de calcular e de estimar com frações serão úteis ao usuário sempre que essas habilidades forem exigidas (VAN DE WALLE, 2009, p. 345).

Sendo assim, Van de Walle (2009), sugere como alternativa de ensino e aprendizagem, por exemplo, o uso da metodologia de resolução de problemas, para a construção dos conceitos das frações e suas operações, enfatizando a interação entre as linguagens oral e escrita e a interação entre os alunos e professor e entre os alunos, momento em que serão conduzidos a fazer o compartilhamento das resoluções com a turma.

Neste contexto, o papel do professor no ensino, ganha novas dimensões: o de organizador e o de mediador da aprendizagem. Para desempenhar esse papel, além de conhecer as condições socioculturais, as expectativas e competência cognitiva dos alunos, o docente precisará escolher o problema de acordo com o ano de escolaridade do aluno e que possibilitam a construção de conhecimentos e procedimentos que alimentam o processo de resolução, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir (COSTA; ALLEVATO, 2015; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Assim, como o contato dos alunos, no que se refere à representação fracionária dos números racionais, é pouco frequente na vida cotidiana, pois se limita a leitura (metades, terços, quartos, etc.), que, na maioria das vezes, é vivenciada apenas pela via da linguagem oral e não pelas representações. Dessa forma, o professor pode explorar situações em que os números naturais não são suficientes para solucioná-los, isto é, deve explorar situações em que haja a necessidade de explorar o uso dos números racionais para chegar a uma solução.

A BNCC (BRASIL, 2018) indica, também, que o trabalho com os números racionais, na forma fracionária, deve ser direcionado a outras articulações, à relação parte-todo, à leitura, à escrita e às comparações, às diferentes representações de um mesmo número, à fração como um operador, às frações equivalentes, às representações gráficas, às operações aritméticas e à exploração em situações-problema. Porém, para que os estudantes possam de fato compreender o cálculo com fração, é necessário que ele entenda que este possui uma conexão com duas áreas da Matemática: os decimais e porcentagens, e o raciocínio proporcional (VAN DE WALLE, 2009).

Portanto, para ensinar, aprender e avaliar a Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, a resolução de problemas pode ser um dos caminhos propostos, para que o aluno desenvolva algum tipo de estratégia, conforme será apresentado na próxima seção.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA ESCOLAR

A resolução de problemas tem ocupado lugar de destaque nas produções acadêmicas e, conseqüentemente, na prática pedagógica dos professores em sala de aula. No Brasil esse reconhecimento começou a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998). O documento apontava a resolução de problemas como um caminho para o ensino de Matemática em sala de aula (PALMA; DARSIE, 2013). O atual documento de referência curricular do Brasil, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, apresenta a resolução de problemas como um eixo articulador de grande destaque que se constitui em uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual deve ser “ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p. 266).

Assim, a resolução de problemas tem sido considerada, nas últimas décadas, uma das principais tendências metodológicas no ensino de Matemática para o desenvolvimento dos conteúdos (objetos de conhecimento) em sala de aula. É nesse sentido que os documentos oficiais (BRASIL, 1998; 2018) mostram que vem ocorrendo no Brasil uma renovação/reformulação curricular em que se procurou incorporar algumas inovações propostas pelas pesquisas da área de Educação Matemática, em que “a resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a resolução de intrigantes e importantes problemas” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 37).

Conceber a resolução de problemas como uma metodologia de ensino vai além das abordagens até então identificadas ao longo da trajetória histórica do ensino de Matemática, em que os problemas apareciam como “exercícios” que complementaríamos a temática em estudo, ou seja, se apresentavam com o intuito de auxiliar na fixação de técnicas de resolução de alguns algoritmos (DALCIN; SANTOS, 2013). Além disso, a resolução e elaboração de problemas se apresentam na BNCC também como competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos ao longo da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio).

Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a Resolução de Problemas, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição

fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (BRASIL, 2018, p. 277).

Em outras palavras, o que a BNCC recomenda é que a resolução de problemas possa caminhar no sentido de desenvolver nos alunos o protagonismo para além de resolver um problema proposto pelo professor. Nessa perspectiva, educadores matemáticos afirmam que a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciarem as informações que estão ao seu alcance.

Vale ressaltar que a resolução de problemas foi, durante muito tempo, um dos principais objetivos do ensino de Matemática, tendo o matemático George Polya como um dos principais teóricos a contribuir com esta temática com o seu livro “A arte de resolver problemas”. No entanto a resolução de problemas era vista como uma habilidade a ser aprendida por meio da repetição. Ou seja, nas aulas de Matemática a resolução de problemas era utilizada como uma atividade tradicional, em que qualquer atividade procedimental que fosse desenvolvida dentro ou fora da sala de aula era considerada problema, não havendo diferença entre exercícios e problemas (ITACARAMBI, 2010).

De acordo com Polya (2006³), resolver problemas é encontrar os caminhos desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, temos que procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema. Sendo assim, resolver um problema é encontrar um caminho, a partir de uma dificuldade, onde nenhum outro é conhecido de antemão; um caminho que contorne um obstáculo, para encontrar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente.

O autor ainda acrescenta afirmando que “ao procurarmos a solução, podemos variar continuamente o nosso ponto de vista, a nossa maneira de encarar um problema” (POLYA, 2006, p. 4). Por isso, segundo o autor, para que possamos ir à busca da solução de um problema matemático devemos seguir quatro fases necessárias para a resolução: (1) compreensão do problema; (2) estabelecimento de um plano; (3) execução do plano e (4) fazer um retrospecto.

Compreender o Problema: primeiro de tudo, o estudante precisa compreender o problema, isto é, o enunciado verbal precisa ser bem entendido. O

³ A edição em português da obra intitulada “A Arte de Resolver Problemas”, de George Polya, consultada é de 2006, mas a obra original é de 1945.

estudante precisa estar em condições de considerar as partes principais do problema (os dados, a incógnita, a condicionante), atenta e repetidamente, sob vários pontos de vista. Além disso, deve também desejar resolvê-lo.

Estabelecimento de um Plano: temos um plano quando conhecemos de modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter solução. Mas tudo começa inicialmente pela compreensão do problema para que se possa estabelecer um bom plano, pois o principal feito para se resolver um problema é a concepção da ideia e estas são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos, afinal é difícil ter uma boa ideia se temos pouco conhecimento sobre o tema ou conteúdo envolvido no problema.

Execução do Plano: conceber um plano para resolver um problema, não é fácil; contudo, após ter realizado fica fácil sua execução. Deve-se ficar atento aos passos a serem seguidos e orientados aos alunos para que eles não percam suas ideias, para que não deixem nem um detalhe para trás no qual possa levá-los ao erro. Vale ressaltar que o plano proporciona apenas um roteiro geral, portanto, é preciso ter paciência.

Fazer um Retrospecto ou Verificação: fazer a verificação do resultado final é um momento muito importante. Fazendo isso, o aluno poderá consolidar o seu conhecimento e melhorar a sua capacidade de resolver problemas. Podendo ter a clareza dos passos executados e as estratégias utilizadas, o que pode vir a facilitar a resolução de outros problemas.

Quadro 2: Esquema de resolução de problemas na visão de George Polya

FASES	QUESTÕES / RECOMENDAÇÕES
Compreender o problema	✓ O que se pede no problema? ✓ Quais são os dados e as condições do problema? ✓ É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama? ✓ É possível estimar a resposta?

Elaborar o plano	✓ Qual é o seu plano para resolver o problema? ✓ Que estratégia você tentará desenvolver? ✓ Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este? ✓ Tente organizar os dados em tabelas ou gráficos. ✓ Tente resolver o problema por partes.
Executar o plano	✓ Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo. ✓ Efetue todos os cálculos indicados no plano. ✓ Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
Fazer o retrospecto ou verificação	✓ Examine se a solução obtida está correta. ✓ Existe outra maneira de resolver o problema? ✓ É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Fonte: Müller (2000, p. 135)

O uso dessas etapas, segundo Polya (2006), auxilia os estudantes a organizar suas ideias iniciais para resolver um problema. As discussões dessas ideias iniciais durante a resolução com a de um colega ou do grupo favorecem o aprendizado, redimensionando, desta forma, o papel do professor.

Nessa perspectiva, Palma e Darsie (2013) afirmam que a inserção dos alunos com os problemas matemáticos tem sido determinada pela sequência de conteúdos apresentados nos livros didáticos, ou seja, a resolução de problemas aparece, com frequência, após o trabalho desenvolvido pelo professor em relação ao conteúdo em estudo. As autoras ainda acrescentam que a finalidade de o professor trabalhar com a resolução de problemas matemáticos dessa maneira é a de exercitar os algoritmos anteriormente trabalhados, pois se acreditava que, pela repetição e pela memorização, os alunos aprendem os conteúdos matemáticos (PALMA; DARSIE, 2013).

Contudo, os PCN, em 1998, já alertavam a comunidade escolar para essa prática no ensino de Matemática. De acordo com o documento “a prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado” (BRASIL, 1998, p. 40).

O que o documento vinha chamando a atenção dos educadores é que ensinar Matemática não pode se limitar a ensinar os alunos a decorar métodos e aplicar formulas. É preciso motivar os estudantes a serem agentes ativos participativos e conconstructores de seu processo de aprendizagem.

Diante do exposto, é notório que a resolução de problemas está presente há bastante tempo na Educação Matemática. No Brasil com as mudanças que têm ocorrido no currículo, principalmente com a chegada dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) e mais recente com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Então nos questionamos: Somente as fases propostas por George Polya, em 1945, ainda são suficientes para o que se pretende o trabalho com a resolução de problemas nas aulas de Matemática, de acordo com o que propõe os documentos oficiais?

As contribuições de Polya foram e são significativas, principalmente se considerarmos o momento histórico em que foram produzidas, e merecem ser mais estudadas e compreendidas dentro de uma perspectiva contemporânea da educação, porém as etapas sugeridas pelo autor limitam-se ao estudo do processo de resolução de problemas presentes nos livros didáticos.

Atualmente na resolução de problemas enquanto metodologia de ensino, o problema é colocado antes de a teoria ser apresentada aos alunos, que passam a explorá-lo e a levantar hipóteses. Isso significa dizer que a resolução de problemas como estratégia de ensino, dá uma nova dimensão às contribuições de Polya, uma vez que esta “nova” maneira de concebê-la nas aulas de Matemática desloca os problemas do final da sequência didática para o início do processo. Ou seja, a caracterização da Educação Matemática, em relação à resolução de problemas, de acordo com Allevato e Onuchic (2021) e Costa (2021) vem mudando ao longo das últimas décadas, e, essas mudanças refletem uma tendência de reação ao que era proposto no passado.

De acordo com esses autores, no início do século XX, a resolução de problemas se configurava como o domínio de procedimentos algoritmos ou o conhecimento a ser obtido por repetição e memorização de exercícios. Na década de 1960 surgiu o movimento denominado de “Matemática Moderna” que não teve o sucesso esperado na aprendizagem dos alunos, e por isso houve a necessidade de novas mudanças no cenário educacional.

Apesar de sua abordagem desde a época de George Polya, foi somente a partir da década de 1970 que a resolução de problemas começou a ganhar destaque no ensino de Matemática, e a ser reconhecida no cenário educacional, assim como suas implicações nos currículos e documentos oficiais, ou seja, ganharam espaço como constructo teórico e de reflexão sobre a prática.

Nesse período os educadores matemáticos começaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia maior destaque, assim, foi criado um processo de mudança sobre “o que ensinar”, “como ensinar” e “por que ensinar” Matemática. Para Onuchic e Allevato (2005) existem duas importantes razões para mudar a forma de se trabalhar a Matemática em sala de aula: (i) que os alunos de amanhã apreciem a importância do papel da Matemática na cultura em que vivem e, (ii) atender àqueles que têm interesse na Matemática.

Em 1980, a educação matemática recebe destaque nos Estados Unidos com a publicação de um documento publicado pelo National Council of Teachers of Mathematics – (NCTM), denominado “Uma agenda para a ação”, que indicava a resolução de problemas como sendo o foco da Matemática Escolar para os próximos anos (NCTM, 1980). A partir daí e no decorrer dos anos de 1990, aconteceram várias mudanças e avanços nas pesquisas e nas práticas envolvendo a Resolução de Problemas, embora persistissem as incertezas.

Nesse mesmo período, mais exatamente em 1996, é lançado no Brasil, o documento de referência curricular denominado de “Parâmetros Curriculares Nacionais” - PCN (BRASIL, 1998). Esse documento também sinaliza para a importância de se desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas, de explorá-los, de generalizá-los e até de propor novos problemas a partir deles. Além disso, o documento recomenda a Resolução de Problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutindo caminhos para se fazer Matemática em sala de aula.

Nos anos 2000, uma nova visão para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática começa a ser indicada pelos Standards (NCTM, 2000), e entre as possibilidades para o seu desenvolvimento em sala de aula, a resolução de problemas aparece como primeiro padrão em que o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas é fortemente recomendado.

O atual documento de referência para o currículo do Brasil, a BNCC - Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), que substituiu os PCN que ficaram em vigor até 2017, aponta, dentre outras tendências metodológicas, que a resolução de problemas é uma forma privilegiada para o desenvolvimento das atividades matemáticas, motivo pelo qual é, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de toda a Educação Básica.

Sendo assim, busca-se com esta pesquisa averiguar de que maneira a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas pode contribuir para a construção dos conceitos de frações e de suas operações inserido na unidade temática “Números” da BNCC (BRASIL, 2018) e, consequentemente, para a aprendizagem dos estudantes do sexto ano Ensino Fundamental.

Em relação aos números, os estudantes do Ensino Fundamental têm a oportunidade de desenvolver habilidades referentes ao pensamento numérico, ampliando a compreensão a respeito dos diferentes campos e significados das operações. Para isso, propõe-se a resolução de problemas envolvendo naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento) (BRASIL, 2018, p. 527).

Além disso, a BNCC orienta que a aprendizagem matemática deve estar intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos. A partir disso, várias habilidades indicadas pelo documento a serem desenvolvidas em Matemática, em todos os anos de escolaridade, são enunciadas como resolver e elaborar problemas (BRASIL, 2018).

Para que isso se concretize, os estudantes precisam desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas, ou seja, os estudantes “devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” (BRASIL, 2018, p. 529).

No entender de Onuchic e Allevato (2021), um bom caminho para desenvolver os conteúdos matemáticos em sala de aula, seria a utilização da metodologia de ensino e aprendizagem “através” da resolução de problemas. Essa abordagem, segundo as autoras, sinaliza para uma “nova” maneira de se conceber a resolução de problemas que se constitui num caminho para ensinar Matemática e

não apenas para ensinar a resolver problemas, e tem como princípio que o problema é um ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos.

Embora, no geral, a expressão “resolução de problemas” se remeta às questões relativas ao ensino de Matemática, percebemos que ela também vem sendo bastante utilizada em outras áreas do conhecimento, como a Física e a Química, por exemplo; por isso, tem sido um tópico presente nos currículos escolares (ALLEVATO; ONUCHIC, 2007).

Diante destas considerações, questionamo-nos: Afinal, o que é um problema matemático?

Em geral considera-se um problema uma determinada situação que apresenta dificuldades para as quais não se tem uma solução evidente. Encontramos na literatura da educação Matemática várias definições para esse questionamento, dentre as quais destacamos a de Polya que, em 1945, já expressava em sua concepção de que estamos diante de um problema quando buscamos de forma consciente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.

Onuchic (1999) considera um problema como sendo tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver. A autora ainda esclarece que “o problema não é um exercício no qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou uma determinada técnica operatória” (p. 215). Além disso, um problema exige a elaboração de estratégias que possibilitem o aprimoramento do conhecimento durante a construção de sua resolução.

De acordo com Vianna (2002) um problema é individual, para cada pessoa, condicionado àquilo que é o seu mundo e às suas preocupações. O autor afirma que um problema é “uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da tarefa não for desejada pelo sujeito, a situação não pode ser considerada um problema” (p. 403).

No entender de Van de Walle (2009) um problema é qualquer tarefa ou atividade para a qual os alunos não têm regras ou métodos prescritos ou memorizados, nem há sentimentos por parte dos estudantes de que há um método “correto” ou específico para a resolução.

Costa (2021) em sua concepção considera que uma atividade será um problema quando o aluno demonstra que tem interesse em resolvê-la, mas ainda não possui conhecimentos disponíveis para desenvolver os procedimentos necessários à sua resolução.

Ressalte-se que esses autores, em suas definições, não se prendem exclusivamente a um problema matemático e, portanto, podem ser consideradas, também, em problemas de outras áreas do conhecimento.

Então, como diferenciar um problema de um problema matemático?

Luiz Roberto Dante, brasileiro, Livre-docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), define um problema como sendo “qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”, e um problema matemático como “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la” (DANTE, 1989, p. 45).

A partir dessas definições sobre o que é um problema, pode-se concluir que nem sempre é possível determinar se uma atividade ou tarefa matemática é de fato um problema ou simplesmente um exercício, sem considerar a experiência dos estudantes com seus conhecimentos prévios e com os objetivos estabelecidos para a realização da atividade. Assim sendo, nesta pesquisa, iremos considerar as concepções de Onuchic (1999) e Costa (2021) que uma atividade ou uma tarefa matemática será um problema quando o aluno considerar que ele não sabe fazer, mas que tem interesse em resolver, mesmo não tendo todos os conhecimentos e/ou procedimentos necessários para desenvolver a resolução.

É nesse sentido que Hatfield (1978), Schroeder e Lester (1989) e Onuchic (1999), consideram o fortalecimento e aprimoramento do trabalho com resolução de problemas como alternativa para o ensino de Matemática em sala de aula, considerando a sua principal função que é desenvolver a compreensão matemática dos alunos, sempre considerando que a compreensão ou não de determinadas ideias aparece quando se resolve um problema.

Os autores (HATFIELD, 1978; SCHROEDER; LESTER, 1989; ONUCHIC, 1999), se referem a três maneiras de se abordar a resolução de problemas em sala de aula e que consideram essenciais na configuração da abordagem que caracteriza a atividade de ensino do professor, são elas: (1) ensinar **sobre** resolução de problemas; (2) ensinar Matemática **para** resolver problemas e (3) ensinar Matemática **“através”** da resolução de problemas (grifo nosso).

Ensinar **sobre** resolução de problemas refere-se a teorizar acerca da resolução de problemas, isto é, explicar estratégias e métodos para se obter a solução. Um importante representante dessa linha é o matemático George Polya. De acordo com o autor, resolver problemas é uma atividade humana fundamental, pois a maior parte de nosso pensamento consciente se relaciona com problemas (POLYA, 2006).

Ao **ensinar** para a resolução de problemas, o professor apresenta a Matemática “formal” e, em seguida, oferece aos alunos o problema ou exercício como possibilidade de aplicação. Essa é a prática mais usual nas aulas de Matemática e era fortemente presente nos livros didáticos (BRASIL, 1998). Com a chegada da BNCC alguns livros didáticos já demonstram, também, sua preocupação com o ensino de Matemática partindo da resolução de problemas (BRASIL, 2018).

Um bom caminho para ensinar, aprender e avaliar os conteúdos matemáticos seria a utilização de uma metodologia ensino de Matemática **através da resolução** de problemas. Essa concepção sinaliza para uma nova maneira de se conceber a resolução de problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

De acordo com as autoras (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) a palavra composta “ensino-aprendizagem-avaliação” tem como objetivo expressar que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente, durante a construção do conhecimento pelos estudantes, “através” da resolução de problemas, ou seja, “no decorrer”, “ao longo” da resolução, onde a resolução de problemas é considerada ponto de partida para ensinar Matemática.

Assim, essa metodologia de ensino de Matemática consegue integrar a avaliação ao processo, ou seja, o professor consegue acompanhar os avanços dos estudantes e, com isso, aumentar a aprendizagem e (re) planejar sua prática docente quando necessário.

Considerar a avaliação dessa forma é valorizar a resolução apresentada pelo estudante, com a finalidade de compreender os procedimentos e/ou estratégias adotadas por ele para chegar à solução. Essa conduta tem o intuito de envolver os alunos em atividades que os façam pensar “sobre” e de desenvolver a Matemática que eles precisam aprender (COSTA, 2012, p. 102).

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como denominada por Allevatto e Onuchic (2021), deve-se propor aos alunos problemas que tenham o intuito de construir

novos conceitos, conteúdos ou procedimentos matemáticos, antes de se apresentar formalmente sua teoria na linguagem matemática. De acordo com as autoras, apesar de não existir uma forma rígida para desenvolver essa metodologia nas aulas de Matemática, elas sugerem que o professor organize suas aulas seguindo as seguintes etapas:

Quadro 3: Etapas sugeridas por Allevatto e Onuchic

ETAPAS		PROCEDIMENTOS
1	Proposição do problema	✓ Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, conteúdo ou procedimento.
2	Leitura individual	✓ Entregar o problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
3	Leitura em conjunto	✓ Solicitar nova leitura do problema, agora em pequenos grupos de alunos.
4	Resolução do problema	✓ Não havendo dúvidas quanto ao enunciado do problema, os alunos, em seus grupos, buscam resolvê-lo.
5	Observar e incentivar	✓ Enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento deles e estimula o trabalho colaborativo. Como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
6	Registro das resoluções na lousa	✓ Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.
7	Plenária	✓ Os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa, defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas.
8	Busca do consenso	✓ Com as dúvidas sanadas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre as soluções.
9	Formalização do conteúdo	✓ O professor registra na lousa uma apresentação formal do conteúdo matemático, organizada e estruturada em linguagem matemática,

		padronizando os conceitos, e os procedimentos construídos “a partir” e “através” da resolução dos problemas.
10	Proposição e resolução de novos problemas	✓ Após a formalização do conteúdo, o professor deve propor novos problemas.

Fonte: Allevato; Onuchic, 2021

Nessa última etapa, o professor e até mesmo os próprios estudantes podem propor novos problemas a partir do problema gerador e que estejam relacionados ao objeto de conhecimento estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar e/ou avaliar a aprendizagem dos alunos após a formalização do conteúdo, ou até mesmo ampliar sua aprendizagem, reiniciando assim, o ciclo das dez etapas.

Essas recomendações, feitas por Allevato e Onuchic (2021) para o trabalho em sala de aula com a resolução de problemas, estão em conformidade com o que é proposto pela BNCC (BRASIL, 2018). O documenteo apresenta a resolução e elaboração de problemas como uma das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos em todos os níveis de escolaridade, inclusive nos anos finais do Ensino Fundamental.

Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução de problemas, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (BRASIL, 2018, p. 277).

O que se percebe nessa citação, como recomendação da BNCC, é que a Resolução de Problemas possa caminhar no sentido de desenvolver nos alunos o protagonismo para além da resolução dos problemas propostos pelo professor.

Vale ressaltar, conforme já citamos anteriormente, que, nessa metodologia de ensino, os problemas devem ser propostos aos estudantes antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático em estudo, de acordo com o programa do componente curricular, no caso a Matemática, e de acordo com a série/ano de escolaridade em que os alunos se encontram e que seja mais apropriado à resolução dos problemas propostos. Sendo assim, o ensino e a aprendizagem de um tema matemático deve começar com um problema gerador que expressa aspectos-chave desse tópico e as técnicas matemáticas são

desenvolvidas na busca pela solução ao problema apresentado e a avaliação é feita continuamente durante a sua resolução (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

A Resolução de Problemas, nesse sentido, vem para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, mas para que isso ocorra é preciso que o professor assegure um espaço de discussão e descoberta nas quais os alunos terão a oportunidade de aprimorar e aprender novos conteúdos, conceitos e/ou procedimentos matemáticos fazendo conexões, formulações de hipóteses, tendo atitudes investigativas, ou seja, construtores de sua aprendizagem e do saber matemático (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Nesse contexto, a resolução de problemas assume o papel de instrumento de contextualização, a partir do momento em que propõe situações que exigem uma solução matemática e que direcionam para o questionamento e a inserção das operações dentro de um contexto.

Sendo assim, a presente pesquisa propõe-se em seu desenvolvimento a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino, para isso, foi delimitado um conteúdo específico a ser desenvolvido com os estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental, ou seja, a aprendizagem dos conceitos de frações e suas operações, cuja estratégia metodológica se constroi a partir de um problema gerador, de acordo com a unidade temática números, que é parte do currículo escolar e em conformidade com as indicações da BNCC (BRASIL, 2018).

4 O CENÁRIO E A METODOLOGIA DA PESQUISA

É sabido que a metodologia da pesquisa é essencial para a boa qualidade e confiabilidade do trabalho científico. Assim, cabe a presente seção apresentar os procedimentos metodológicos que foram utilizados e que deram suporte para a elaboração do estudo e para a construção do produto educacional elaborado no final da referida pesquisa. A metodologia de pesquisa adotada pelo pesquisador será determinante na condução e construção dos seus resultados.

Michaliszyn e Tomasini (2009, p. 47) definem metodologia de pesquisa como sendo “o ramo da lógica que se ocupa dos métodos utilizados nas diferentes ciências”. Os autores ainda conceituam a metodologia como sendo “a parte de uma ciência que estuda os métodos aos quais ela própria recorre”. Dessa forma, abordaremos nesta seção o contexto em que a pesquisa foi realizada: a instituição de ensino e os alunos participantes.

Além disso, baseando-nos nas leituras que realizamos na literatura atual que trata do tema, procuraremos destacar a pesquisa qualitativa, uma vez que a nossa pesquisa é dessa natureza.

A escolha pela pesquisa qualitativa se deve ao fato de que ela atende de forma mais adequada para que possamos alcançar o objetivo da pesquisa, isto é, averiguar de que maneira o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos de frações e de suas operações dos estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental.

Vale ressaltar que alguns estudos (ITACARAMBI, 2010; COSTA, 2012) sobre aprendizagem têm mostrado que quanto maior a relação entre a situação apresentada e os conhecimentos matemáticos, maiores são as possibilidades de que o aluno faça uso desse conhecimento que está sendo trabalhado em outros contextos. Assim, se queremos que os estudantes usem os seus conhecimentos prévios para resolver problemas, partimos do pressuposto de que é necessário ensinar-lhes Matemática resolvendo problemas.

Diante desta premissa, o trabalho de pesquisa desenvolvido em sala de aula foi organizado de modo a atender os pressupostos da metodologia de ensino que foi utilizada para a construção da aprendizagem dos conceitos de frações e suas operações, reforçando que a resolução de problemas é considerada, nesta proposta, como uma atividade de investigação.

Como nossa preocupação é com a aprendizagem dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental, mais especificamente do sexto ano, envolvendo os objetos de conhecimento sobre fração, organizamos os problemas de acordo com as recomendações das BNCC para o desenvolvimento habilidades específicas dessa temática com os seguintes objetos de conhecimento: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.

Os problemas foram selecionados a partir de livros didáticos de 2018 indicados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Cada problema foi pensado e selecionado, em alguns momentos, adaptados para atender as necessidades dos estudantes para a construção da aprendizagem de frações e suas operações.

4.1 A Instituição de Ensino e os Alunos Participantes

A pesquisa foi realizada no Colégio Universitário da Universidade Federal do Maranhão (COLUN), localizado no Campus Universitário do Bacanga, situado no Bairro do Bacanga em São Luís do Maranhão. Para obtermos a autorização para realização de nossa pesquisa na referida escola, procuramos a equipe gestora com a carta de apresentação para pesquisa de campo (ANEXO A) fornecida pelo Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB). A equipe gestora da escola é composta por 1 (um) diretor geral, 1 (um) coordenador de ensino médio, 1 (um) coordenador de ensino fundamental, 1 (um) coordenador da educação profissional, 1 (um) coordenador do núcleo técnico pedagógico, 1 (um) coordenador de estágio e 1 (um) coordenador de projetos, pesquisa e extensão.

A escola possui 16 (dezesseis) salas de aula climatizadas, com quadro de vidro para aplicação de pincel para quadro branco, uma secretaria, uma biblioteca, uma sala de informática, uma sala de Ciências, um auditório, um laboratório de Química, uma cantina, uma cozinha, 02 banheiros, sendo um masculino e outro feminino, uma quadra coberta de futebol. No turno matutino e vespertino funcionam salas de aula do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e Ensino Médio, educação profissional, técnico pedagógico, período em que realizamos nossa pesquisa.

A seguir apresentamos algumas imagens da parte interna da escola em que realizamos nossa pesquisa de campo.

Fig. 1: Entrada da escola campo da pesquisa

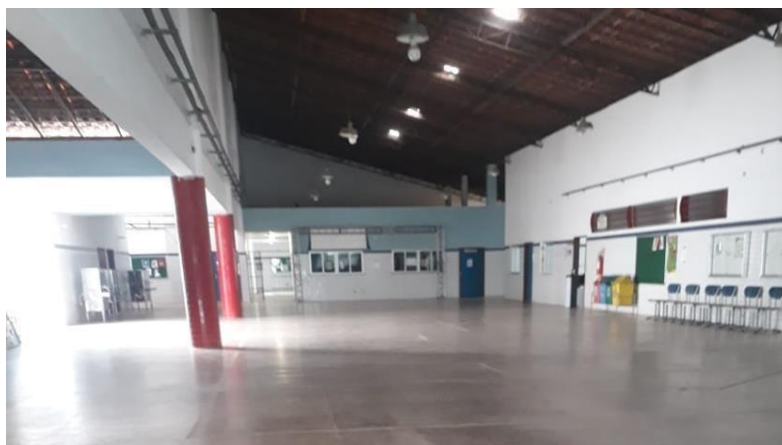


Fonte: Foto tirada pelo pesquisador

Os sujeitos da pesquisa foram estudantes de uma turma do 6º Ano do Ensino Fundamental e delineado pelo estudo dos objetos de conhecimento das frações em que faremos uso da resolução de problemas. A sequência didática (com os problemas geradores), que serviram de dados do presente estudo foi aplicada semanalmente aos estudantes no horário da aula regular de Matemática e foi acompanhada pela professora titular.

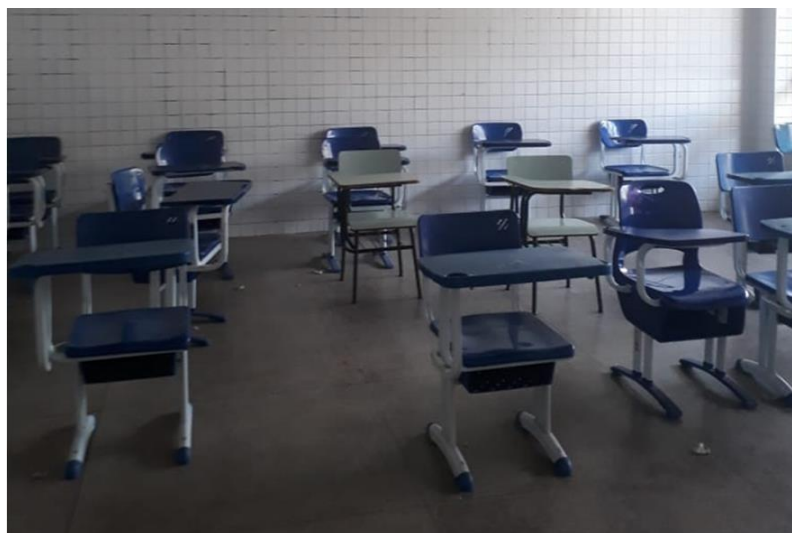
Para que pudéssemos realizar a pesquisa na referida escola foi solicitada com antecedência, autorização ao Gestor geral, que nos cedeu a carta de anuência (**Anexo B**). De posse dessa carta, fizemos a primeira visita para conhecimento do espaço escolar. A seguir apresentamos algumas imagens da escola.

Fig. 2: Área interna da escola – pátio



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador

Fig. 3: Área interna da escola – sala de aula



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador

Fig. 4: Área interna da escola – sala dos professores



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador

Fig. 5: Área interna da escola – biblioteca



Fonte: Foto tirada pelo pesquisador

Vale ressaltar que essas foram, apenas, algumas imagens (fotos) que selecionamos, dentre várias, para apresentar ao leitor a escola campo da pesquisa.

4.2 A Natureza da Pesquisa e os Instrumentos da Coleta dos Dados

A pesquisa delineada neste estudo está fundamentada na abordagem de natureza qualitativa. Esse tipo de pesquisa tem como objetivo principal interpretar o fenômeno que observa, ou seja, é basicamente aquela em que se busca entender um fenômeno específico em profundidade. Ao invés de trabalhar com instrumental estatístico, regras ou outras generalizações para análise dos dados, a pesquisa qualitativa trabalha com descrições e interpretações.

De acordo com Lüdke e André (2017, p. 14), a pesquisa qualitativa “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”. Na maioria das vezes, as pesquisas qualitativas são realizadas no local de origem dos dados e se diferenciam das demais quanto às suas características e instrumentos utilizados.

As autoras (LÜDKE; ANDRÉ, 2017), ressaltam ainda sobre a grande diversidade existente nas pesquisas qualitativas e destacam um conjunto de características que identificam uma pesquisa desse tipo: (1) a fonte dos dados é o

ambiente natural; (2) o pesquisador é o instrumento principal; (3) apresenta caráter descritivo/analítico; (4) valoriza muito o processo, e não apenas o resultado; e (5) emprega enfoque indutivo. A pesquisa realizada foi classificada como pesquisa aplicada, ou seja, aquela em que o pesquisador é movido pela necessidade de contribuir para fins práticos mais ou menos imediatos, buscando soluções para problemas concretos (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2007).

Para a coleta e análise dos dados foram utilizados três instrumentos de pesquisa:

(1) a observação participante que será realizada junto ao comportamento natural dos estudantes quando eles estiverem resolvendo os problemas propostos e, também, no momento em que estiverem discutindo em plenária sobre as resoluções apresentadas;

(2) o diário de campo onde foram registradas observações realizadas no momento em que os alunos estiverem resolvendo, discutindo e apresentando em plenária as resoluções dos problemas. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012);

(3) a análise documental que será feita nos originais escritos (resolução dos problemas) entregues pelos estudantes e que ainda não receberam nenhum tratamento analítico (HELDER, 2006; LÜDKE; ANDRE, 2017).

A observação participante é um instrumento fundamental na pesquisa de campo, muito utilizada pelos pesquisadores qualitativos para coleta de dados. O pesquisador se vale dos sentidos para obtenção dos dados; porém, não consiste somente em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja pesquisar. Também se caracteriza por uma participação ativa, implicando a participação real do pesquisador no cotidiano do grupo ou na situação a ser observada (GIL, 2017).

Para Fiorentini e Lorenzato (2012), a observação participante é um tipo de instrumento que auxilia o pesquisador quando frequenta o local onde os fenômenos ocorrem de forma natural. Isto é, “a coleta de dados é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando estas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, comendo...” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 107).

Utilizar a observação participante como instrumento de coleta de dados, de acordo com Marconi e Lakatos (2010, p. 177), é uma “tentativa de colocar o observador e o observado do mesmo lado, tornando-se o observador um membro do

grupo de modo a vivenciar o que eles [os participantes] vivenciam e trabalhar dentro do sistema de referência deles”.

Em nossa pesquisa, as observações foram feitas durante os encontros com os estudantes desde o primeiro contato. As atividades foram desenvolvidas no próprio local em que eles têm suas aulas regulares, ou seja, uma escola da rede pública federal. Registramos os dados e fatos observados em um diário de campo à medida que os mesmos foram ocorrendo.

O diário de campo é o instrumento utilizado para registrar os dados coletados na pesquisa durante os trabalhos de observações. É nele que o pesquisador registra as observações que faz dos participantes, registra os episódios e retrata os diálogos, que acontecem durante o processo. Os dados registrados no diário de campo podem ser complementados com fotografias ou até mesmo com gravações, que devem ser selecionados de acordo com a necessidade da pesquisa. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Assim, o diário de campo foi utilizado durante os encontros com os estudantes. Nele registramos o comportamento dos participantes, suas dúvidas e angústias em relação aos problemas. Para isso, iremos registrar a data conforme os fatos forem acontecendo. Nesse diário também iremos registrar as impressões e reflexões desenvolvidas pelo pesquisador durante a coleta de dados.

A análise documental, de acordo com Lüdke e André (2017), constitui um dos instrumentos de pesquisa de maior confiabilidade na pesquisa qualitativa complementando informações obtidas em outros instrumentos. Além disso, possibilita a validação das informações durante a realização de determinadas atividades. Vale ressaltar que a análise documental é realizada em documentos originais escritos “que ainda não receberam tratamento analítico por nenhum autor” (HELDER, 2006, p. 1).

Na presente pesquisa, a análise documental foi realizada nos manuscritos (resoluções dos problemas) feitos pelos estudantes e entregues ao pesquisador, considerados como fonte primária, pois se tratam de produção de documentos realizados durante o período de investigação, ou seja, durante a coleta dos dados e que ainda não foram analisados.

É oportuno destacar que a pesquisa aplicada se molda aos princípios metodológicos de um mestrado profissional. Segundo o Parágrafo único, da Portaria nº 17/ 2009 – Capes:

A oferta de cursos com vistas à formação no Mestrado Profissional terá como ênfase os princípios de aplicabilidade técnica, flexibilidade operacional e organicidade do conhecimento técnico-científico, visando o treinamento de pessoal pela exposição dos alunos aos processos da utilização aplicada dos conhecimentos e o exercício da inovação, visando à valorização da experiência profissional. (BRASIL, 2009, p. 20).

Ainda em se tratando de pesquisa aplicada, o presente projeto direciona o estudo para a pesquisa do tipo intervenção, e que, na perspectiva de Damiani et. al (2013, p. 59), são pesquisas:

[...] planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos.

O método utilizado na pesquisa foi o explicativo. Tal método caracteriza-se pela realização da tentativa de conectar ideias para que, com elas, se possam compreender as causas e efeitos de determinado fenômeno. Assim, explica-se que esta pesquisa é do tipo exploratório-descritivo uma vez que esta busca descreve a pesquisa aqui retratada que envolveu a escolha de referências teóricas relacionadas com a resolução de problemas e, também, sobre frações, que foram utilizadas na análise dos dados e, ainda, na construção do produto educacional que trata da temática sobre frações que servirá de apoio didático-pedagógico aos professores que lecionam nesse nível de ensino, bem como para subsidiar a construção de problemas geradores para o ensino dessa temática em sala de aula.

Neste estudo demos atenção aos conceitos e processos, buscando conhecimento, tanto quanto possível, minucioso dos elementos pesquisados: a abordagem de frações de acordo com as prescrições curriculares atuais – a BNCC. Acredita-se ser necessário desenvolver uma pesquisa sobre esses materiais para analisar como apresentam o tema fração e como a resolução de problemas tem apoiado (ou não) ou poderá apoiar os processos de ensino e aprendizagem deste conteúdo. Assim, esta investigação, em particular, está amparada especialmente em dois campos teóricos: (1) o ensino de frações no Ensino Fundamental e (2) a Resolução de Problemas na Educação Matemática, especialmente, da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A trajetória desta pesquisa está sendo construída a partir de estudos dos

teóricos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021), e no documento de referência curricular, a BNCC (BRASIL, 2018).

Cabe ressaltar que o Produto Educacional a ser construído será um material didático que apresentará os problemas geradores ⁴ por meio de uma sequência didática. Assim na próxima subseção é apresentada brevemente a estrutura teórica adotada para embasar construção desse Produto.

4.3 Sobre o Produto Educacional da Pesquisa

O produto educacional é resultado de um processo reflexivo e contextualizado que deve conter os saberes da experiência dos professores da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio). Tal produto não deve ser mera transposição didática, muito menos um material didático pronto para ser manipulado por professores, ao contrário, deve ser algo vivo que contenha fluência, movimento e que nunca está pronto e acabado porque representa a dinâmica das aulas de Matemática vivenciada pelos estudantes. Para tanto, o produto tem por finalidade dar suporte aos professores para o cumprimento de uma boa gestão em suas aulas.

A aplicação do produto educacional valida o aprofundamento teórico e metodológico do que foi lido e planejado durante todo o percurso da pesquisa. E é uma necessidade básica de toda e qualquer área do conhecimento. Segundo Schäfer e Ostermann (2013, p. 43), “a maioria dos produtos educacionais se encontram sob forte influência da razão técnica, sendo que o Mestrado Profissional acaba por reforçar esse tipo de racionalidade”.

A presente pesquisa se insere em um mestrado profissional na área de Educação, a qual tem como pressuposto “[...] construir pontes entre conhecimentos acadêmicos gerados na pesquisa em educação e ensino para sua aplicação em produtos e processos educativos na sociedade” (BRASIL, 2016, p. 4). “Ou seja, com demandas voltadas às necessidades regionais e nacionais”. Assim, esse tipo de mestrado possibilita atender a um escopo de formação que se origina da necessidade de significação entre as teorias e as práticas educativas, aproximando

⁴ Problema gerador – problema proposto aos estudantes como ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e/ou conteúdos matemáticos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

as pesquisas realizadas nas universidades dos problemas cotidianos das salas de aula (SILVA; POSSAMAI, 2018).

Nessa perspectiva acredita-se que o Produto Educacional, desenvolvido neste estudo, é uma forma de apresentar aos professores uma nova possibilidade para que o estudante se aproprie dos conhecimentos, valorizando o que ele já sabe e envolvendo-o na construção do saber matemático, em particular sobre frações a partir da resolução de problemas.

Assim sendo, o Produto Educacional construído a partir desta pesquisa foi material didático contendo uma sequência didática composta pelas atividades (problemas) que envolvem a aprendizagem dos conceitos e operações relacionados às frações e que foram desenvolvidas com os estudantes, participantes da pesquisa. Esse material é para uso dos professores de matemática e deve ser utilizado para o desenvolvimento de suas aulas com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

Considerando esses aspectos, acreditamos que a sequência didática contribui com as práticas pedagógicas dos professores que ensinam Matemática por possibilitar a realização de intervenções eficazes e enriquecedoras, de modo a incorporar às aulas estratégias mais desafiadoras e que proporcionem aos alunos efetivamente as aprendizagens essenciais para cada etapa escolar (RODRIGUES, SANTOS, AZEVEDO, 2020).

Ademais, os problemas foram selecionados e organizados de acordo com os objetos de conhecimentos e as habilidades sugeridas pela BNCC, conforme segue.

Quadro 4: Objetos de conhecimento e habilidades dos problemas geradores

OBJETOS DE CONHECIMENTO
Significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.
HABILIDADES
(EF06MA07): Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
(EF06MA08): Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionárias e decimais, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09): Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10): Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018)

Cada atividade (problema), foi apresentada aos estudantes por meio de uma sequência didática e organizada de modo que se faça uso das etapas sugerido por Allevato e Onuchic (2021), para o uso da Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino e aprendizagem, conforme será apresentado na próxima seção de análise dos dados. Esses procedimentos foram aplicados em uma turma do 6º ano, visando atingir um maior aproveitamento na compreensão dos alunos, comparando e ordenando as frações associada à ideia de parte/todo.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção é apresentada a descrição dos encontros com os estudantes, a sequência didática com os problemas e a análise das resoluções de cada problema. Conforme estabelecido na seção 4 que trata do Contexto e da Metodologia da Pesquisa, utilizamos como instrumentos de coleta dos dados um questionário aplicado com a professora titular da turma pesquisada, a observação participante, o diário de campo e a análise documental (resolução dos problemas). Para análise desses dados, realizamos cuidadosamente leituras das anotações feitas no diário de campo durante a aplicação dos problemas e dos documentos escritos, ou seja, as resoluções dos problemas que foram entregues pelos estudantes (sujeitos da pesquisa) ao pesquisador.

Vale destacar que, para análise, selecionamos algumas partes (fragmentos) que julgamos relevantes, tanto do diário de campo como nas resoluções apresentadas pelos estudantes. Esses fragmentos são apresentados em forma de narrativa (descrição) dos fatos ocorridos durante a resolução dos problemas para possibilitar uma melhor compreensão dos dados ao leitor.

Para realizarmos as descrições, utilizamos imagens (em formato de Figuras) das resoluções entregues pelos estudantes. Para que possamos organizá-las, e com intuito de preservar a identidade dos participantes, criamos pseudônimos, para identificá-los no decorrer do texto. Os estudantes, individualmente, foram identificados como: E-COLUN₁; E-COLUN₂, E-COLUN_n, a professora titular da turma como PROFMAT-COLUN e o pesquisador PE. E as atividades desenvolvidas em grupos, serão identificadas como G-COLUN₁, G- COLUN₂, ..., G-COLUN_n.

5.1 Descrições dos Encontros com os Estudantes

Os encontros para o desenvolvimento das atividades envolvendo a construção dos conceitos de frações e conseqüentemente a aprendizagem dos estudantes tinha por objetivo averiguar de que maneira o ensino de Matemática a partir da Resolução de Problemas pode contribuir para a construção dos conceitos de Frações e de suas operações e, conseqüentemente, para a aprendizagem dos estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental.

Para isso, realizamos 08 (oito) encontros com os estudantes, no decorrer dos meses de abril e maio de 2023, durante as aulas de Matemática, no turno matutino. Durante os encontros, a professora titular (PROFMAT-CLOUN) sempre esteve presente, acompanhando o pesquisador. Assim, apresentamos na próxima subseção os problemas que foram aplicados, trabalhados e discutidos com os estudantes, com intuito de construir conceitos de frações e suas operações e, consequentemente, a aprendizagem dos estudantes.

5.2 Sequências Didáticas: os problemas geradores

A sequência didática se constitui em uma alternativa de organização das aulas que se contrapõe ao secular modelo tradicional de ensino, pois “[...] é uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática” (ZABALA, 1998, p. 20). Assim sendo, para organizarmos a sequência didática com os problemas sobre frações que foram desenvolvidos com os participantes desta pesquisa, ou seja, com os estudantes do 6º ano.

Ou seja, nos apoiamos teoricamente em Zabala (1998), que concebe as sequências didáticas como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim, conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (p. 18).

Os problemas foram organizados de acordo com as habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) e de acordo com a unidade temática em que o objeto de conhecimento (frações) está inserido. No referido documento, a unidade temática “Números” indica o trabalho com o sistema de numeração decimal, conjunto dos números naturais e racionais positivo. Além disso, recomenda o desenvolvimento de várias habilidades que deve ocorrer por meio da compreensão do sistema de numeração decimal. Ou seja, pelo reconhecimento das suas características, o aluno deve ser capaz de realizar a leitura, escrita e comparação de números naturais e racionais representados em diferentes formas.

Pensando nos estudantes antes de propor os problemas:

✓ Os estudantes podem saber relacionar a simbologia de fração com um desenho geométrico em que partes de um todo estão pintadas. Porém, não necessariamente possuem a compreensão de fração como parte de um todo. Assim

sendo, para que os estudantes possam construir e desenvolver tais habilidades apresentamos problemas para que eles possam desenvolvê-las;

✓ Os problemas iniciais servirão para introduzir a ideia de frações. A partir dos problemas seguintes, pretende-se formalizar o conceito de equivalência de frações. Possivelmente os estudantes irão conseguir comparar duas frações utilizando como recurso as suas representações por meio de desenhos, contudo é necessário explorar suas limitações e ampliar outras abordagens.

✓ No decorrer das resoluções dos problemas, os estudantes irão mobilizar os conhecimentos construídos a partir dos problemas iniciais. É possível que eles algoritmos para realizar os cálculos. Cabe a cada aluno encontrar a maneira mais fácil para resolver os problemas.

✓ Os problemas estão relacionados a situações do cotidiano, portanto, pode se configurar desafiadora, na busca por uma solução.

A seguir serão apresentados os problemas trabalhados em sala de aula com os estudantes. Vale ressaltar que esses problemas estão de acordo com as orientações da BNCC, ou seja, seguindo com os objetos de conhecimentos e habilidades que se pretende construir a aprendizagem.

Todos os problemas desenvolvidos com os estudantes referem-se ao seguinte objeto de conhecimento:

OBJETOS DE CONHECIMENTO
Significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.

Os primeiros desafios encontrados ao trabalhar com estudantes estão relacionados à definição dos objetos de conhecimento e habilidades a serem abordados. Essa etapa crucial no processo educacional envolve a identificação de tópicos relevantes e a seleção das competências a serem desenvolvidas.

Portanto, a definição dos objetivos de aprendizagem e a escolha de métodos eficazes para transmitir o conhecimento são fatores-chave para o sucesso do ensino. Isso requer uma compreensão aprofundada das necessidades dos estudantes, da matéria a ser ensinada e das melhores práticas pedagógicas.

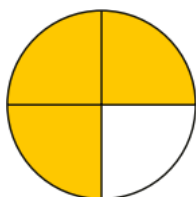
A seguir o primeiro problema desenvolvido com os estudantes:

5.2.1 Habilidade - EF06MA07

Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Para o desenvolvimento dessa habilidade foram apresentados inicialmente aos alunos 4 (quatro) problemas com o intuito de construir as primeiras ideias de fração como parte/todo. A aplicação dos dois primeiros problemas com os estudantes aconteceu de duas maneiras: inicialmente os estudantes resolveram o problema individualmente, em seguida, após todos os estudantes terem resolvido, solicitamos que formassem pequenos grupos para discutir as resoluções e dessa forma encontrar a melhor solução para o problema.

Quadro 5: Problemas 1 – Construindo a ideia de fração como parte/todo



Observe a figura:

I. Complete os espaços em branco.

a) A região delimitada por esta circunferência foi dividida em _____ partes iguais.

b) Foram pintadas _____ dessas partes.

II. Escreva a fração que indica as partes pintadas em amarelo.

III. Agora responda: o que é fração?

Fonte: Adaptado de Dante (2018).

Seguindo os passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2021), ao entregarmos o problema aos alunos, pedimos que, de início, fizessem a leitura individual e silenciosa, para a compreensão do problema. Feito essa primeira leitura, seguimos com uma leitura conjunta com todos os estudantes. Após termos feito essas leituras, questionamos sobre o que haviam entendido a respeito do que está sendo solicitado no problema, para que eventuais dúvidas fossem esclarecidas. Apesar de a maioria dos alunos terem respondido que não tinham dúvida, ainda assim, fizemos alguns todos os esclarecimentos e solicitamos que resolvessem o problema, individualmente.

Os estudantes se engajaram na resolução do problema de maneira individual, com base em seus conhecimentos prévios, mesmo antes do conteúdo em questão ter sido formalmente abordado pela professora da turma. É importante destacar que essa abordagem, aplicada não apenas neste problema, mas em todos os demais ocorreu antes de qualquer instrução formal por parte da professora titular da turma.

Essas resoluções são parte integrante da quarta etapa da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, que enfatiza a Resolução de Problemas como uma estratégia fundamental para a construção do conhecimento. Nesse contexto, os estudantes são desafiados a aplicar suas habilidades matemáticas de maneira autônoma, promovendo o desenvolvimento de raciocínio lógico, pensamento crítico e a consolidação dos conceitos.

A abordagem de aprendizado através da resolução de problemas não apenas estimula a participação ativa dos estudantes, mas também os prepara para enfrentar desafios de forma independente, cultivando sua capacidade de investigação e solução de questões complexas. Essa metodologia promove a autoconfiança dos alunos, à medida que percebem que são capazes de aplicar seus conhecimentos em situações do mundo real, preparando-os para futuros desafios acadêmicos e profissionais.

Esse problema teve como objetivo desencadear o processo de construção de conhecimento acerca dos elementos que constituem conceito de fração. A seguir, apresentamos e descrevemos algumas das resoluções que foram entregues pelos estudantes ao pesquisador e que foram desenvolvidas (solucionadas) individualmente.

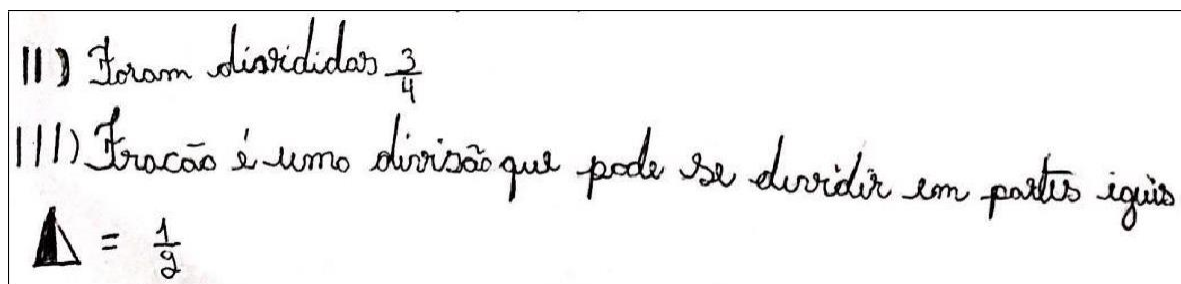
Ao analisarmos as resoluções desse problema, pretendemos, além de construir o conceito de fração, detectar, também, os saberes matemáticos desses estudantes em relação a essa temática e as estratégias utilizadas por eles em suas resoluções. Em relação aos itens (a) e (b) do problema 1, os estudantes não apresentaram dificuldades ao preencher as lacunas, conforme podemos observar nas respostas apresentadas por E-COLUN₁. Todos os estudantes responderam corretamente a esses dois itens.

Fig. 6: Resposta apresentada por E-COLUN₁

- a) A região delimitada por esta circunferência foi dividida em 4 partes iguais.
 b) Foram pintadas 3 dessas partes.

Fonte: Dados da pesquisa

Nos itens (c) e (d), assim, como os dois anteriores, de acordo com as respostas apresentadas pelos estudantes, que foram bem parecidas, não apresentaram dificuldades e, também, por não terem questionado o pesquisador no momento da resolução. As respostas foram bem parecidas. Nas figuras a seguir, apresentamos algumas das respostas apresentadas.

Fig. 7: Resposta apresentada por E-COLUN₁

Fonte: Dados da pesquisa

Ao examinarmos a solução apresentada por E-COLUN₁, podemos notar que o estudante conseguiu representar com precisão a parte colorida na figura como uma fração. Além disso, ele demonstrou compreender o conceito de fração como uma representação de uma ou mais partes de algo que foi dividido em partes iguais. No caso desse estudante (E-COLUN₁), ele ainda ilustrou essa compreensão por meio de um desenho (um triângulo) e sua representação fracionária.

Isso também ocorreu com outros estudantes, como podemos observar na figura a seguir.

Fig. 8: Resposta apresentada por E-COLUN₂

112) $\frac{3}{4}$

3) FRAÇÃO É UMA DIVISÃO QUE DIVIDIR UM TODO EM VÁRIAS PARTES. EX:  $= \frac{1}{4}$

Fonte: Dados da pesquisa

As respostas fornecidas pelos estudantes demonstram que a compreensão da construção do conceito de fração como representação de partes em relação ao todo, refletem a solidez de seu entendimento. Os alunos ilustram essa compreensão por meio de desenhos, em que conseguem de forma visual e concreta representar a fração da parte colorida na figura. Isso destaca a habilidade deles em reconhecer que uma fração representa uma ou mais partes de um todo, que foi dividido em partes iguais. Essa demonstração de conhecimento evidencia não apenas a capacidade de aplicar conceitos matemáticos, mas também a habilidade de relacionar conceitos abstratos com representações visuais concretas. Além disso, os desenhos e as representações fracionárias fornecidas pelos estudantes são uma prova do pensamento criativo e da comunicação eficaz de conceitos matemáticos complexos.

O destaque à ideia de partes iguais é particularmente notável, pois demonstra que os alunos não veem a fração apenas como um número abstrato, mas como uma representação de uma quantidade real que está intrinsecamente ligada à divisão equitativa do todo. Esse nível de compreensão é essencial para o progresso na matemática e demonstra a eficácia da abordagem pedagógica utilizada na quarta etapa da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, que enfatiza a resolução de problemas como meio de construção de conhecimento matemático.

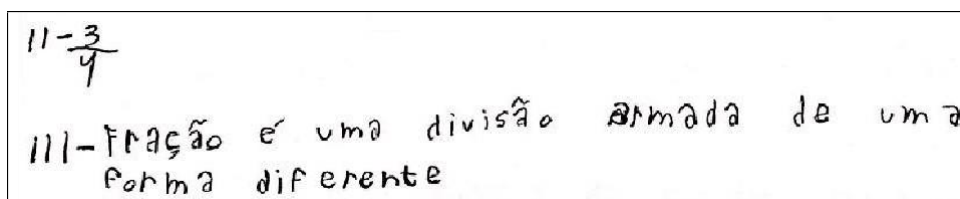
Depois de terem resolvido o problema individualmente, os estudantes foram convidados a se reunirem pequenos grupos para discutir suas re(soluções). O objetivo era chegar a um consenso sobre a melhor resposta, ou até mesmo identificar uma nova solução, caso percebessem que nenhuma das apresentadas individualmente estava correta.

A escolha de trabalhar em pequenos grupos visa, em sua maioria, criar um ambiente que permita aos estudantes entrarem em contato com as diversas abordagens utilizadas por seus colegas para resolver problema. Além disso,

acreditamos que, ao discutirem em grupo e compararem as várias soluções, os estudantes podem desenvolver suas aprendizagens por meio de uma abordagem prática e investigativa da Matemática.

A seguir, apresentamos as soluções realizadas pelos alunos dos Grupos G-COLUN₂ e G-COLUN₃.

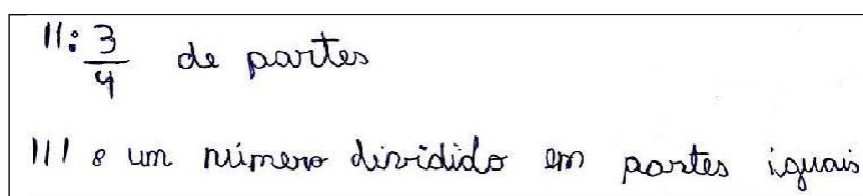
Fig. 9: Resposta apresentada por G-COLUN₂



Fonte: Dados da pesquisa

A resposta fornecida pelo grupo G-COLUN₂, demonstra uma compreensão do conceito de fração como uma representação de parte em relação ao todo. Eles também destacam a definição de fração como uma divisão representada de maneira alternativa, conforme indicado em sua resposta.

Fig. 10: Resposta apresentada por G-COLUN₃



Fonte: Dados da pesquisa

As respostas encontradas pelo grupo G-COLUN₃, refletem uma abordagem semelhante àquela apresentada pelo grupo G-COLUN₂, no entanto, eles definiram a fração como um número dividido em partes iguais. É evidente, ao analisar as resoluções dos alunos nos itens II e III, que houve discussões entre eles, resultando em algumas mudanças de respostas. Por exemplo, o Grupo G-COLUN₂ que modificou sua resposta no item III, descrevendo a fração como uma divisão representada de maneira diferente. Enquanto isso, os estudantes do grupo G-COLUN₃ permaneceram com a resposta apresentada individualmente.

Quando questionamos o grupo G-COLUN₂ sobre sua definição de "fração armada de forma diferente", eles explicaram que se trata de um desenho no qual uma parte é colorida para representar a fração. É importante destacar que esses alunos já tinham estudado esse conceito (fração) no 5º ano do Ensino Fundamental, mas a exploração mais aprofundada desse tópico só começou no 6º ano. No entanto, é evidente, com base nessas resoluções, que eles compreenderam os conceitos básicos.

Foi observado que, mesmo após discussões, os alunos dos grupos G-COLUN₂ e G-COLUN₃ permaneceram firmes em seus respectivos pontos de vista sobre o conceito de fração, com uma notável exceção no grupo G-COLUN₂. Neste grupo, houve uma modificação na definição do item III, onde os alunos passaram a enxergar a fração como uma forma alternativa de divisão, concebida de maneira única. Eles optaram por representar essa nova perspectiva por meio de desenhos nos quais coloriram uma parte que simbolizava a fração.

Essa mudança no entendimento do conceito de fração no G-COLUN₂ revela a capacidade dos alunos de adaptar e evoluir seu pensamento matemático em resposta às discussões e ao diálogo com colegas. É um exemplo notável de como a interação e o compartilhamento de diferentes perspectivas podem influenciar o processo de aprendizagem. Essas habilidades de reconsiderar, ou seja, de ajustar conceitos matemáticos é valiosa, uma vez que a matemática é um componente curricular em constante evolução.

A representação por meio de desenhos para ilustrar um novo olhar sobre para a construção do conceito de fração, também destaca a importância da comunicação visual na compreensão de conceitos matemáticos, bem como a versatilidade das representações visuais no processo de aprendizagem. Isso enfatiza a riqueza da abordagem pedagógica e da metodologia de resolução de problemas utilizadas, que permitem que os alunos explorem e construam suas próprias interpretações matemáticas.

O problema 2, a seguir, cujo objetivo tem o mesmo do primeiro problema contudo, a intenção agora era verificar se de fato os estudantes realmente haviam compreendido e construído a ideia sobre o conceito de fração.

Quadro 6: Problemas 2 – Construindo a ideia de fração como parte/todo

Desenhe um quadrado com 3 cm de lado. Depois divida na metade e cada metade na metade, de um jeito diferente e pinte. Que fração do quadrado foi pintada?

Fonte: Adaptado de Dante (2018)

Conforme as recomendadas (etapas) propostas por Allevato e Onuchic (2021), ao apresentar o problema aos alunos, adotamos uma abordagem sequencial. Primeiramente, pedimos que os alunos realizassem uma leitura individual e silenciosa para compreender o enunciado do problema. Após essa etapa, procedemos com uma segunda leitura, mas desta vez de forma coletiva, com a participação do pesquisador, visando esclarecer possíveis dúvidas e destacar pontos-chave do problema.

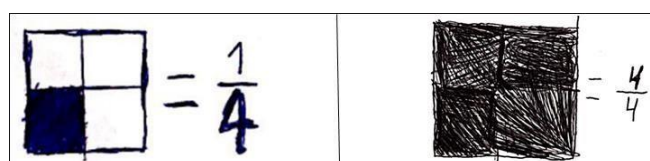
Em seguida, uma segunda leitura foi realizada de forma coletiva, com intuito de garantir que todos os estudantes estavam confiantes em sua compreensão, por isso, realizamos uma pergunta crucial:

— PE: Vocês entenderam o que está sendo solicitado no problema?

A resposta dada pelos estudantes foi unânime de que não tinham dúvidas em relação ao problema apresentado. Com base nesse consenso, instruímos os alunos a prosseguirem com a resolução do problema de forma individual, estimulando a autonomia e a aplicação de suas habilidades matemáticas para chegar a uma solução. Essa abordagem se alinha com a metodologia sugerida, priorizando o entendimento profundo do problema e a independência dos alunos na busca por soluções, elementos cruciais para o desenvolvimento de sua capacidade de raciocínio e resolução de problemas matemáticos.

Assim, nesse problema fomos dando sequência nas etapas proposta pelas pesquisadoras, precursoras da metodologia. A seguir, apresentamos algumas das resoluções referentes a esse problema. As duas primeiras resoluções foram apresentadas pelos alunos E-COLUN₂ e E-COLUN₃, respectivamente.

Fig. 11: Respostas apresentadas por E-COLUN₂ e E-COLUN₃, respectivamente



Fonte: Dados da pesquisa

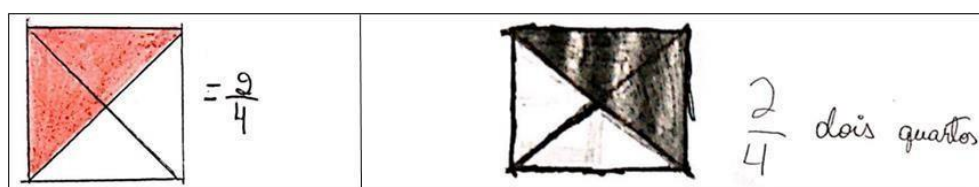
Ao analisarmos a resposta do estudante E-COLUN₂, pudemos observar que ele coloriu uma das partes do seu desenho e representou corretamente essa parte forma de uma fração, que corresponde a $\frac{1}{4}$. Enquanto o aluno E-COLUN₃ fez um desenho parecido com o do colega, no entanto, ele coloriu todos os quadrinhos, fazendo a representação correta, $\frac{4}{4}$ o que representa a figura inteira.

Apesar de os estudantes terem demonstrado compreensão, no primeiro problema, em relação ao conceito de fração, ainda assim, apresentaram dificuldade ao resolver o problema 2. Embora tenham afirmado que entenderam o que estava sendo pedido, é evidente, com base nessas respostas, que ainda têm dúvidas que precisam ser esclarecidas.

O problema solicita a criação de um quadrado com 3 cm de lado, que deve ser dividido ao meio, e essa metade deve ser subdividida novamente ao meio. A falta de compreensão desse requisito também foi observada em outros estudantes, como evidenciado nas resoluções a seguir.

Notamos que os alunos têm conhecimento sobre a ideia de fração, mas na verdade faltou maior compreensão quanto a divisão em metade, pois o problema pede que seja construído um quadrado com 3 cm de lado e que fosse dividido na metade, e que essa metade fosse subdividida novamente em outra metade.

Fig. 12: Resposta apresentada por E-COLUN₁ e E-COLUN₆, respectivamente



Fonte: Dados da pesquisa

Nas resoluções apresentadas por E-COLUN₁ e E-COLUN₆, também fica evidente a falta de compreensão dos estudantes em relação ao conceito de fração como parte de um todo. Esperávamos que os estudantes criassem um quadro maior com três quadradinhos de cada lado (representando 1 cm). Ou seja, esperávamos que eles percebessem que o quadro maior precisaria ser dividido em quadros menores. É importante destacar que todos os estudantes resolveram o problema de maneira incorreta, sugerindo que, apesar de terem estudado as primeiras noções de

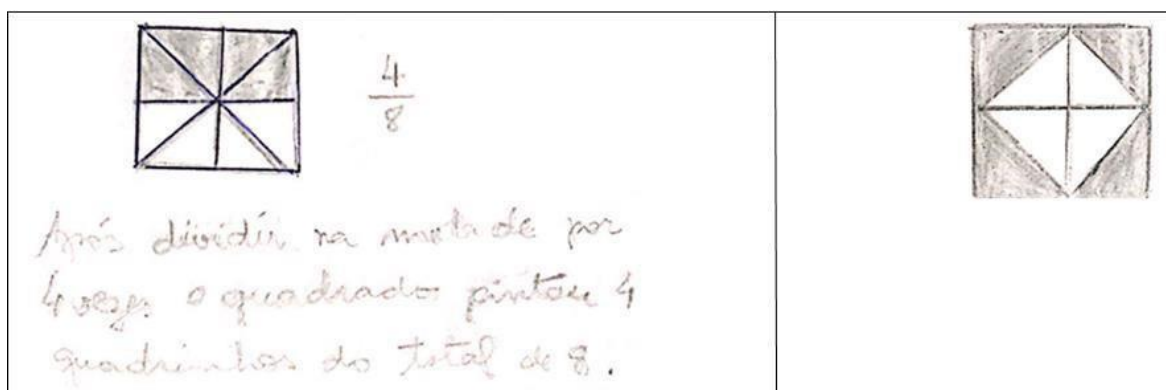
frações no 5º ano do Ensino Fundamental e de entenderem que se trata de uma divisão em partes iguais, ainda apresentaram dificuldades para aplicar esse conceito na representação correta, fazendo uma divisão equivocada do quadrado maior e sua representação fracionária.

Após os estudantes terem apresentado suas resoluções individuais, foi solicitado que eles formassem grupos com 4 (quatro) componentes para resolver o mesmo problema novamente. O objetivo era observar como eles abordariam a questão em grupo, se eles manteriam alguma das resoluções feitas individualmente ou se apresentariam uma nova resolução. Durante essa etapa, o pesquisador, acompanhado de a professora titular da turma, em vez de fornecerem respostas prontas, eles questionavam os estudantes de maneira a orientá-los a desenvolver estratégias para encontrar a solução correta para o problema.

Na resolução dos alunos E-COLUN₁ e E-COLUN₆, observamos um padrão semelhante em relação à compreensão sobre a ideia de fração como parte de um todo. Eles enfrentam dificuldades em aplicar corretamente o conceito de frações na sua representação fracionária.

A seguir as resoluções apresentadas por dois grupos:

Fig. 13: Resposta apresentada por G-COLUN₃ e G-COLUN₄, respectivamente



Fonte: Dados da pesquisa

As respostas apresentadas pelos grupos G-COLUN₃ e G-COLUN₄, estão fora do contexto, onde os grupos mostram dificuldades no entendimento do que é solicitado no problema. As intervenções realizadas pelo pesquisador tiveram a finalidade de oferecer aos alunos a oportunidade de corrigir as dificuldades

apresentadas quando resolveram o problema individualmente, e, desse modo, contribuir para uma construção mais significativa do conceito de fração.

Como podemos observar nas resoluções (Figuras 13) que mesmo estando em grupo e com as intervenções feitas pelos pesquisadores, algumas dúvidas permaneciam e só foram sanadas, de fato, no momento das discussões entre o pesquisador e os estudantes.

Contudo, essas duas soluções apresentadas nos chamaram à atenção. O grupo G-COLUN₄ nos apresentou sua solução somente por meio do desenho, sem fazer uso da linguagem matemática, ou seja, a sua representação fracionária. Já o outro grupo, G-COLUN₃, nos apresentou uma solução com desenho e sua representação matemática.

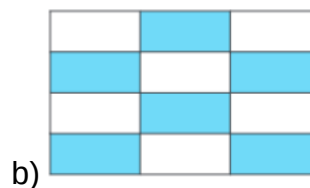
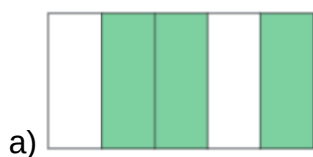
Em ambos os casos, apesar de não estarem corretas, o seu raciocínio está, além disso, esse grupo G-COLUN₃ faz referência ao termo “divisão” e ainda explicou como fez para pintar, ou seja, relaciona a parte/todo. Isso nos mostra que esse grupo já começa a construir seu entendimento para o conceito de fração.

Vale ressaltar que o pesquisador em alguns momentos fez intervenções para esclarecer eventuais dificuldades, ainda assim, um dos grupos (G-COLUN₄) não apresentou uma solução matemática, apenas o desenho sem demonstrar a representação fracionária, por outro lado o G-COLUN₃ apresentou solução com desenho e representação matemática, inclusive fazendo referência ao termo “divisão”.

A partir do próximo problema (3), os alunos foram organizados apenas pequenos grupos, ou seja, eles não resolveram individualmente, seguindo as recomendações sugeridas por Allevato e Onuchic (2021) para o trabalho com resolução de problemas em sala de aula.

Quadro 7: Problema 3 - Construindo a ideia de fração como parte/todo

Escreva uma fração que representa a parte pintada de cada figura. Em seguida, escreva a fração que representa a parte não pintada.



A seguir são apresentadas algumas das resoluções que os estudantes desenvolveram em seus grupos.

Figura 14: Respostas apresentadas por G-COLUN₄

Resposta – Figura (a)		Resposta – Figura (b)	
Parte pintada	Parte não pintada	Parte pintada	Parte não pintada
$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{6}{12}$

Fonte: Dados da Pesquisa

É notório que as soluções apresentadas por esse grupo estão corretas; no entanto, seria adequado que no item b os estudantes tivessem apresentado uma solução escrita de forma simplificada, pois dessa forma não apenas demonstraria o entendimento do conceito de fração, como também evidenciaria o entendimento sobre simplificação de frações, ou seja, demonstrando que é possível encontrar uma fração mais simples sem alterar a quantidade, isto significa expressá-las de forma mais clara e concisa.

Ou seja, a figura 14 (respostas apresentadas por G-COLUN₄) revela que o grupo apresentou uma resposta que, de modo geral, está correta. No entanto, é importante ressaltar que essa solução (item b do problema), embora tecnicamente correta, carece de alguns elementos essenciais para que a resposta seja mais completa e abrangente. Por exemplo, já que o grupo não simplificou as frações (parte pintada e parte não pintada) poderia ter acrescentado o termo “avos” em suas respostas. Em particular, a omissão da palavra “avos” representa um aspecto crítico, uma vez que a correta representação de frações envolve a clareza na expressão da unidade das partes em relação ao todo. A inclusão da palavra “avos” é importante para que possamos denotar em quantas partes, maior que dez, a quantidade total de “algo” foi dividida e representada nas frações.

Além disso, a falta de menção à relação de equivalência ou simplificação das frações é um ponto de melhoria na resposta e, portanto, precisa ser mais debatido com os estudantes, esse objeto de conhecimento. A simplificação é uma parte fundamental do conceito de frações, pois demonstra a capacidade dos alunos de reduzir uma fração ao seu termo mais simples, enfatizando a compreensão da relação entre numerador e denominador.

Vale ressaltar que, embora as respostas do G-COLUN₄, estivessem corretas na sua essência, no momento das discussões com a turma elas foram aprimoradas. Nesse momento foram debatidos sobre o substantivo masculino “avos” utilizados na leitura das frações e que designa cada uma das partes iguais em que foi dividida determinada unidade e cujo denominador é maior do que dez, e também, sobre a relação de equivalência (simplificação), o que evidencia uma compreensão mais profunda do conceito de fração.

Essas discussões não apenas refletiriam com maior precisão o entendimento dos estudantes sobre esse tema, como também ajudou a solidificar o conhecimento das frações como uma representação de partes em relação ao todo.

Outras resoluções foram apresentadas de maneiras semelhantes.

Fig. 15: Resposta apresentada por G-COLUN₆

Resposta – Figura (a)		Resposta – Figura (b)	
Parte pintada	Parte não pintada	Parte pintada	Parte não pintada
$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{12}$ avos	$\frac{6}{12}$ avos

Fonte: Dados da Pesquisa

Os alunos comentaram que esse problema foi mais fácil que os anteriores. É possível perceber que eles apresentam respostas parecidas com a de outros grupos e de forma correta. A diferença, nesse caso, foi apenas o acréscimo do termo “avos”, pelo grupo G-COLUN₆, demonstrando assim, conhecimento da escrita por extenso de frações.

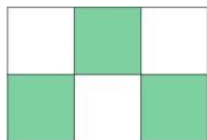
No entanto, vale ressaltar que nessas soluções o conceito de fração foi utilizado de forma correta, apesar de ainda não terem demonstrado entendimento quanto em relação a equivalência (simplificação) de frações, conforme podemos observar item (b) do problema. A representação parte/todo está correta, no entanto, poderiam ter apresentado uma solução escrita de forma simplificada, ou seja, $6/12 = 1/2$, tanto para a parte pintada, como para a parte não pintada.

Comparando essas duas resoluções, podemos resumir que os grupos G-COLUN₄ e G-COLUN₆ apresentaram a mesma resposta, correta, entretanto um dos grupos não incluiu o termo “avos”, e nenhum deles incluiu em suas respostas a equivalência da parte simplificação na conclusão de suas respostas.

O próximo problema apresentado aos alunos foi semelhante ao anterior, com o intuito de avaliar a aprendizagem construída.

Quadro 8: Problema 4 – Construindo a ideia de fração como parte/todo

Observe as figuras a seguir.



Agora responda:

Em que estas figuras são parecidas e em que são diferentes?

Fonte: Dante (2018)

Após os estudantes, em seus respectivos grupos, terem finalizado a resolução desse problema, o pesquisador questionou aos estudantes: O que vocês acharam desse problema? Os estudantes expressaram que consideraram o problema relativamente fácil de resolver, especialmente por já terem visto o anterior que foi bem semelhante a esse e que no entender deles também foi fácil e, por isso, responderam com sucesso.

Nas figuras a seguir, apresentamos algumas das soluções proporcionadas pelos diferentes grupos. Essas representações visuais oferecem uma visão abrangente das abordagens variadas adotadas pelos estudantes para resolver o problema, demonstrando sua compreensão crescente e a capacidade de aplicar conceitos matemáticos de maneira prática. As soluções visualizadas nas figuras ilustram o progresso dos alunos na resolução de problemas matemáticos e a aplicação das estratégias pedagógicas utilizadas. Essa diversidade de abordagens reflete a riqueza da aprendizagem colaborativa e da resolução de problemas como métodos de ensino, promovendo a criatividade e o pensamento crítico entre os estudantes.

No problema foram apresentadas duas figuras divididas em partes e com algumas dessas partes pintadas e, a partir delas foi questionado em que as figuras são parecidas e em que são diferentes. As respostas são apresentadas a seguir:

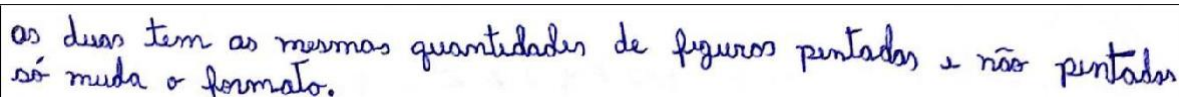
Fig. 16: Resposta apresentada por G-COLUN₄


Fonte: Dados da Pesquisa

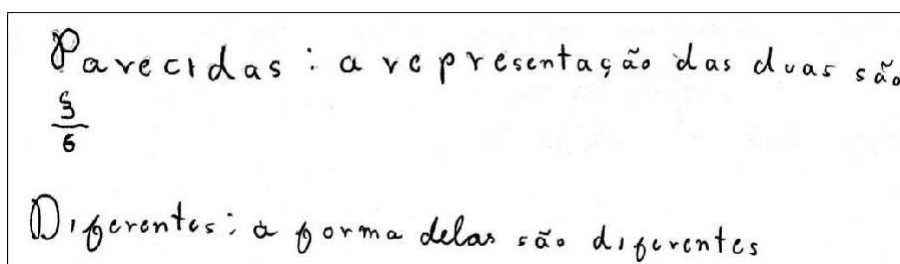
A resposta oferecida pelo grupo G-COLUN₄ revela uma compreensão notável do problema ao identificar a mesma fração, destacando apenas a mudança na figura geométrica. Essa abordagem demonstra a capacidade dos estudantes de generalizar conceitos matemáticos, percebendo que a fração representa uma quantidade específica de um todo, independentemente da representação em forma de figura. Essa capacidade de reconhecer a equivalência das frações em diferentes contextos é uma habilidade matemática crucial que demonstra um nível de maturidade conceitual entre os estudantes.

Essa resposta ilustra como a compreensão dos princípios matemáticos pode ser aplicada de maneira flexível e abrangente, promovendo a resolução de problemas de forma eficaz. A abordagem do grupo G-COLUN₄ destaca a versatilidade e a profundidade de sua compreensão do conceito de fração, uma habilidade fundamental na matemática e em muitos outros domínios.

Outras respostas apresentaram entendimentos semelhantes pelos estudantes, como podemos observar nas figuras 17 e 18, a seguir.

Fig. 17: Resposta apresentada por G-COLUN₅


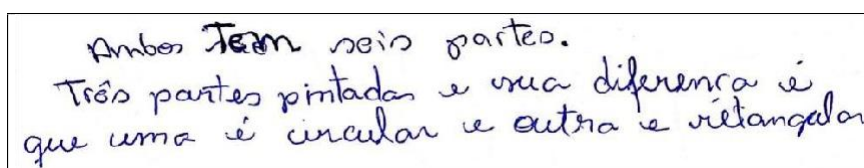
Fonte: Dados da Pesquisa

Fig. 18: Resposta apresentada por G-COLUN₆


Fonte: Dados da Pesquisa

Nessas respostas os dois grupos identificam que as duas figuras possuem a mesma quantidade de partes pintadas e não pintadas, mudando apenas o formato. Percebe-se que o grupo G-COLUN₆ adotou uma estratégia semelhante à dos grupos anteriores, destacando apenas a diferença na forma geométrica, enquanto a representação das frações permaneceu a mesma. Isso mostra uma consistência nas respostas em relação à representação da fração, independentemente da variação na forma geométrica utilizada.

Fig. 19: Resposta apresentada por G-COLUN₇



Fonte: Dados da Pesquisa

Analisando as resoluções (respostas) apresentadas pelos estudantes para esse problema, é possível perceber que eles entenderam e conseguiram construir sua aprendizagem acerca do conceito de fração como parte/todo, ou seja, compreenderam que fração representa matematicamente as partes de uma determinada quantidade em que foi dividida uma figura, no caso do problema, em partes iguais. Nas respostas os alunos mostram que as figuras se parecem nas quantidades de partes que foram pintadas em relação ao todo e que a diferença se encontra no formato da figura. A resposta apresentada por G-COLUN₆ indica a representação fracionária de ambas e resposta de G-COLUN₇ apresenta bem a diferença entre elas.

Após os estudantes terem resolvido os problemas em seus grupos, solicitamos que um representante viesse até a lousa para apresentar sua resposta e explicar o processo utilizado para chegar a ela. Em seguida, conduzimos uma discussão em grupo sobre as diferentes resoluções apresentadas. Esse momento denominado por Allevato e Onuchic (2021) de Plenária, serviu para que pudéssemos discutir com toda a turma sobre as resoluções apresentadas pelos estudantes, e foi primordial para a construção do conhecimento sobre frações.

Além disso, esse momento serviu também para que pudéssemos discutir com toda a turma sobre as resoluções apresentadas pelos estudantes, e foi primordial para a construção da aprendizagem, pois, foi possível esclarecer as

dúvidas que ainda permaneciam. Assim, os alunos puderam construir seus conhecimentos e, conseqüentemente, sua aprendizagem em relação ao conceito de fração. Essa etapa teve a finalidade de analisar os resultados obtidos, comparando-os com as dos demais colegas, verificando se as intervenções realizadas surtiram algum efeito.

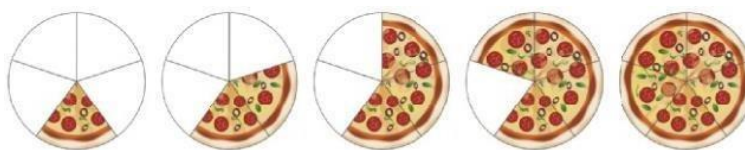
Todos os grupos (G-COLUN₄, G-COLUN₅, G-COLUN₆, G-COLUN₇) mostraram conhecimento sobre conceito de fração como parte-todo, demonstrando seus pontos parecidos e diferentes das figuras, onde a demonstração foi realizada na lousa para justificar suas respostas e explicar como fizeram para encontrar suas respostas que foram debatidas entre eles.

Os dois próximos problemas têm por objetivo realizar comparação entre frações menores, maiores ou em que se faz uso das diferentes representações. Esse é um importante momento para que os estudantes conheçam os símbolos de comparação $>$ (maior), $<$ (menor) e $=$ (igual) e possam aprender a forma correta de sua utilização ao comparar frações.

Esse problema, assim como os dois anteriores, os alunos realizaram a leitura individual, em seguida em pequenos grupos, realizaram nova leitura dessa vez de forma coletiva para que pudessem entre eles esclarecer eventuais dúvidas. Nas Figuras a seguir estão algumas das resoluções/soluções apresentadas pelos estudantes ao resolverem em seus grupos.

Quadro 9: Problema 5 – Comparação de frações

Todas as pizzas são de mesmo tamanho e foram repartidas em 5 partes iguais.



- a) represente com frações as partes que ainda restam em cada pizza.
- b) observando as pizzas, ordene as frações da menor para a maior.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018)

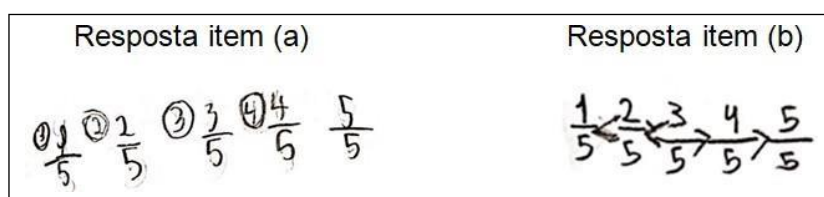
Nesse problema, assim como nos anteriores, seguimos os mesmos procedimentos utilizados nos anteriores. Iniciamos com as instruções para que os estudantes realizassem uma leitura individual e silenciosa do problema, permitindo-lhes tempo para compreender o enunciado de forma autônoma. Após essa primeira

leitura, prosseguimos com uma leitura coletiva, envolvendo todos os estudantes da turma, a fim de promover uma compreensão mais abrangente e identificar eventuais pontos de dúvidas.

Em seguida, questionamos os alunos se haviam entendido o que estava sendo solicitado no problema, visando assegurar que não havia dúvidas quanto ao que estava sendo solicitado. A maioria dos estudantes indicou não ter dúvidas, mas, mesmo assim, optamos por realizar esclarecimentos adicionais para garantir a clareza e que todos estivessem seguros para enfrentar mais um desafio matemático. Esse procedimento assegurou que nenhum estudante fosse abandonado e que todos tivessem a oportunidade de abordar o problema com confiança e compreensão.

Nas figuras a seguir, são apresentadas algumas das soluções apresentadas pelos estudantes e que foram desenvolvidas em seus respectivos grupos.

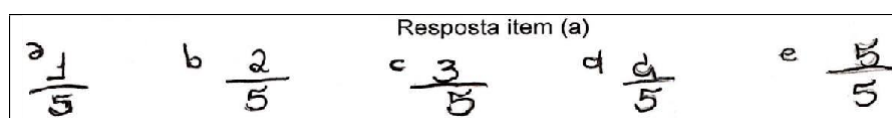
Fig. 20: Resposta apresentada por G-COLUN₅



Fonte: Dados da Pesquisa

Com relação ao problema 5, do Quadro 9 (comparação de frações) o grupo G-COLUN₅ representou no item a, as partes que ainda restam de cada pizza, mas, com relação ao item b, eles tiveram dificuldade para comparar as frações de duas em duas proposições, enquanto era pedido a representação da fração da menor para a maior.

Fig. 21: Resposta apresentada por G-COLUN₆



Fonte: Dados da Pesquisa

O grupo G-COLUN₆ com referência a figura 21 respondeu corretamente a questão a, apresentando a representação das frações com relação às partes que ainda restam em cada pizza.

Fig. 22: Resposta apresentada por G-COLUN₆

Resposta item (b)

$$\frac{1}{5} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5}{5}$$

Fonte: Dados da Pesquisa

Na comparação das frações o grupo G-COLUN₅ listou adequadamente as frações, mas no item b começou de uma forma e terminou de outra. Com relação à equipe G-COLUN₆ no item b não indicaram a forma crescente. Verificamos uma desatenção dos grupos com relação ao conteúdo do problema em relação o seu objetivo. Também foi observado que nenhum dos dois grupos fez menção a $\frac{5}{5}$ como sendo o inteiro da figura.

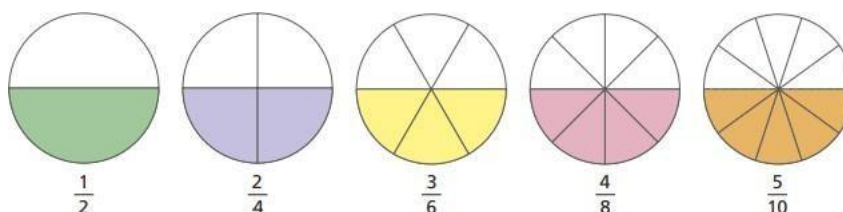
5.2.2 Habilidade - EF06MA08

Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionárias e decimais, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

O próximo problema que também tem por objetivo comparar frações e partir destas levar o aluno a compreender que fração é um número racional que pode ser escrito nas formas fracionária e decimal.

Quadro 10: Problema 6 – Comparação de frações

Em cada figura a seguir a metade do disco está pintada



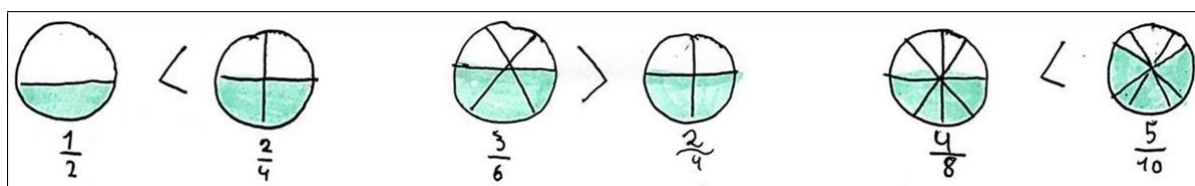
Usando $>$, $<$ ou $=$, compare as frações indicadas.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018).

Da mesma forma que no problema anterior eles realizaram a leitura individual e silenciosa para a compreensão do problema. Posteriormente fizemos uma leitura em conjunto com todos os alunos. Após termos realizado essa leitura, questionamos se haviam entendido o que o problema está sendo solicitado para que eventuais dúvidas fossem esclarecidas.

A seguir algumas das soluções.

Fig. 23: Resposta apresentada por G-COLUN₆



Fonte: Dados da Pesquisa

Nessa resposta o grupo fez a comparação de duas em duas frações, logo a primeira é menor que a segunda fração; a terceira é maior que a quarta e a quinta é menor que sexta, enquanto pediu a comparação de todas as frações.

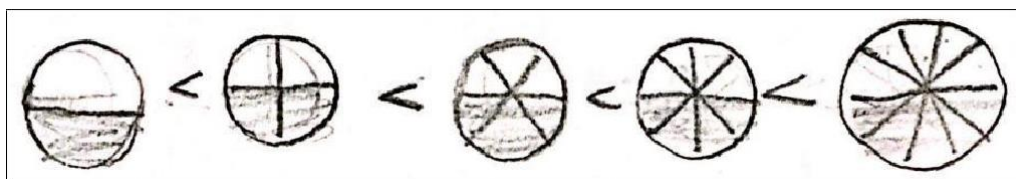
Figura 24: Resposta apresentada por G-COLUN₄ e G-COLUN₆, respectivamente.

The figure shows two handwritten mathematical expressions. The first expression is a sequence of comparisons: $\frac{1}{2} < \frac{2}{4} < \frac{3}{6} < \frac{4}{8} < \frac{5}{10}$. The second expression shows the equivalence of all these fractions: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Fonte: Dados da Pesquisa

Nas discussões dessas respostas, referente ao problema 6 (Quadro 10), no grupo G-COLUN₄ os alunos demonstraram o comparativo entre as frações onde uma fração pode ser maior que a outra, o grupo G-COLUN₆ mostrou que existe uma igualdade entre as frações.

Figura 25: Resposta apresentada por G-COLUN₇



Fonte: Dados da Pesquisa

Durante a discussão em relação à resposta apresentada ao problema do Quadro 10, o grupo G-COLUN₇ trouxe uma perspectiva que ressaltou a diferença entre as frações, demonstrando essa compreensão por meio de representações visuais. No entanto, houve uma lacuna na identificação da compreensão da fração em seu formato fracionário, e a conexão com a representação decimal não foi feita.

Essa observação destacou a necessidade de aprofundar o entendimento da relação entre frações e suas representações na forma decimal. A capacidade de converter entre essas duas formas de números racionais é um conceito matemático importante, pois ajuda os estudantes a compreenderem como as representações na forma fracionária e decimal estão intrinsecamente relacionados. As discussões proporcionaram ao grupo G-COLUN₇ uma oportunidade para enfatizar essa conexão e para fornecer uma visão mais abrangente do conceito de números racionais.

Essa abordagem demonstra a importância das discussões em grupo para a aprendizagem matemática, permitindo que os estudantes compartilhem diferentes perspectivas e, ao mesmo tempo, destaca a necessidade de explorar os vínculos entre os conceitos e procedimentos matemáticos para uma compreensão mais completa e integrada.

5.2.3 Habilidade - EF06MA09

Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

Os próximos problemas têm por objetivo construir a aprendizagem envolvendo cálculo com frações, cujo resultado seja um número natural, e foram resolvidos sem o uso de calculadora.

Quadro 11: Problema 7 – Cálculo envolvendo frações

Dos amigos que Mariana convidou para a festa, 20 estudam na mesma classe que ela, o que corresponde a $\frac{5}{6}$ do número de convidados. Quantas pessoas Mariana convidaram para a festa?

Fonte: Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018).

Voltamos a pedir que fizessem uma leitura individual e silenciosa para a compreensão do problema. Feita essa primeira leitura, fizemos uma leitura conjunto

com todos os alunos. Após termos feito essa leitura, questionamos se haviam entendido o que está sendo solicitado no problema para que eventuais dúvidas fossem esclarecidas. Apesar de a maioria dos alunos terem respondido que não tinham dúvida, ainda assim, fizemos todos os esclarecimentos.

Figura 26: Resposta apresentada por G-COLUN₉ e G-COLUN₁₀, respectivamente.

Handwritten work for G-COLUN₉ (left): $R=24$, a diagram with four boxes each containing '4', and $S=24$.
 Handwritten work for G-COLUN₁₀ (right): $\frac{5x}{6} = 20$, $24 \cdot \frac{5}{6} = 20$, and the text "Ela convidou 24 pessoas".

Fonte: Dados da Pesquisa

Com relação à figura 26, os grupos G-COLUN₉ e G-COLUN₁₀ encontraram a mesma resposta, tendo em vista que consideraram 20, como correspondente a 5/6 dos convidados, onde multiplicaram por X e igualaram a 20, e encontraram 24 como resultado do número de convidados.

Figura 27: Resposta apresentada por G-COLUN₁₁

Handwritten work for G-COLUN₁₁: $\frac{5}{6} \cdot x = 20$, $\frac{5}{6} \cdot x = 20$, $5 \cdot 20 \div 6$, $x = 20 \cdot \frac{6}{5}$, $x = 24$, and a vertical multiplication $\begin{array}{r} 20 \\ \times 1.2 \\ \hline 24 \end{array}$.

Fonte: Dados da Pesquisa

Conforme observado na Figura 27, o grupo G-COLUN₁₁ adotou uma estratégia semelhante à do grupo G-COLUN₁₀, encontrando uma resposta idêntica ao resolver o problema. Sua abordagem consistiu em considerar o número 20 como equivalente a 5/6 do total de convidados, e para determinar o número total de convidados, multiplicaram-no por "X" e igualaram a 20, chegando a um resultado de 24 como o número total de convidados.

Essa abordagem mostra a eficácia da estratégia utilizada por ambos os grupos na resolução do problema, destacando a consistência dos resultados obtidos

por meio do uso dessa técnica. A compreensão da equivalência entre a fração e o valor total, juntamente com a aplicação correta das operações matemáticas, possibilitou que ambos os grupos chegassem à mesma conclusão de forma precisa e coerente.

Essa similaridade nas estratégias utilizadas para solucionar o problema ressalta a capacidade de os estudantes aplicarem conceitos matemáticos de forma consistente e reforça a importância de métodos eficazes na resolução de problemas matemáticos. Além disso, ela destaca a importância do pensamento crítico e da aplicação das habilidades matemáticas em diferentes contextos, contribuindo para o desenvolvimento da competência matemática dos estudantes.

A seguir, apresentamos resoluções apresentadas por outros grupos.

Fig. 28: Resposta apresentada por G-COLUN₁₂

$$\frac{5x}{6} = 20$$

$$5x = 20 \times 6$$

$$5x = 120$$

$$x = 24$$

24 pessoas

Fonte: Dados da Pesquisa

Com relação a figura 28 o G-COLUN₁₂ seguia a mesma estratégia e encontrou como resposta 24 convidados.

Fig. 29: Resposta apresentada por G-COLUN₁₃

$$\frac{5}{6} = 20$$

20 * 5 = 100

100 / 4 = 25

Adicionando um 4º
igual a $\frac{5}{6} = 24$

Fonte: Dados da Pesquisa

O grupo G-COLUN₁₃, seguiu a mesma linha achando a mesma resposta e demonstrando o resultado com uma figura. Verifica-se que eles consideraram 20

igual a $\frac{5}{6}$ e demonstraram que cada quadrado é igual a 4, logo acharam que Mariana convidou 24 pessoas.

5.2.4 Habilidade - EF06MA10

Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Quadro 12: Problema 8 – Cálculo envolvendo adição com frações

No primeiro dia de trabalho, Arnaldo pintou $\frac{1}{8}$ de uma parede e, no segundo dia, pintou $\frac{3}{8}$ da mesma parede. Avalie o que ele fala.



Agora responda: A fala do Arnaldo está correta? Justifique sua resposta.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018)

Fig. 30: Resposta apresentada por G-COLUN₁₀

Sim, por que $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ é ~~igual~~ igual a $\frac{4}{8}$,
e $\frac{4}{8}$ é a metade de $\frac{8}{8}$ (que é o total)

Fonte: Dados da Pesquisa

Nessa questão o grupo G-COLUN₁₀, acha que sim, pois eles somaram o quantitativo pintado nos dois dias e acharam $\frac{4}{8}$ que corresponde a metade do total.

Fig. 31: Resposta apresentada por G-COLUN₉

Sim porque ele no primeiro dia pintou $\frac{1}{8}$ e no segundo $\frac{3}{8}$.

$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$ metade

Fonte: Dados da Pesquisa

A resposta fornecida pelo grupo G-COLUN₉ resultou no mesmo valor de resposta, demonstrando uma abordagem semelhante às estratégias utilizadas pelos grupos G-COLUN₄ e G-COLUN₁₁. Nesse caso, o G-COLUN₉ adotou a mesma lógica de cálculo, somando as partes pintadas da figura para chegar a uma fração $\frac{4}{8}$, o que equivale à metade do total da parede pintada.

Essa consistência nos resultados reflete a eficácia dessa estratégia específica na resolução do problema, destacando a capacidade dos alunos de aplicar princípios matemáticos de maneira coerente. A identificação da metade do total da parede pintada por meio da representação fracionária $\frac{4}{8}$ é um exemplo da compreensão da relação entre frações e proporções, o que é fundamental para a competência matemática.

Essa convergência de resultados enfatiza ainda mais a importância do pensamento crítico e da aplicação consistente das habilidades matemáticas, além de ilustrar como diferentes estudantes podem utilizar estratégias semelhantes para alcançar a mesma solução correta em um problema matemático. Essa uniformidade nas respostas é uma indicação positiva da compreensão sólida dos conceitos matemáticos subjacentes.

Fig. 32: Resposta apresentada por G-COLUN₁₁

Sim. Porque 4 é a metade de 8

Fonte: Dados da Pesquisa

O grupo G-COLUN₁₁ apenas demonstrou a resposta, não apresentando os cálculos para o entendimento da resolução do problema.

Fig. 33: Resposta apresentada por G-COLUN₁₃

RP: Não, porque a metade de $\frac{3}{8}$ é $\frac{4}{8}$

Fonte: Dados da Pesquisa

O grupo G-COLUN₁₃, não apresentou a demonstração dos cálculos e apresentou uma resposta diferente dos outros grupos que não corresponde a uma resposta adequada.

5.3 Saberes Matemáticos e Estratégias Utilizadas pela Professora da Turma em suas Aulas

Nesta subseção procuramos evidenciar os saberes matemáticos e as estratégias (metodologias de ensino) utilizadas pela professora titular da turma no desenvolvimento de suas aulas. Além disso, buscamos saber sobre sua formação acadêmica, experiência profissional e como utiliza a resolução de problemas em sala de aula. Para isso, utilizamos um questionário com questões abertas.

A professora possui licenciatura em Matemática, especialização em Educação Especial e Mestrado em Educação. Tem vasta experiência como professora, com 30 anos de trabalhos de sala de aula. Há 26 anos desenvolve suas atividades docentes no Colégio Universitário, trabalhando 20 horas semanais. Atualmente leciona no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental.

O primeiro questionamento que realizamos no questionário foi o seguinte: O que te motivou a cursar licenciatura em Matemática?

A professora respondeu que foram “as habilidades com o cálculo e o raciocínio lógico em sala de aula, desde criança, e a facilidade em realizar as situações propostas em atividades” (PROFMAT-COLUN).

Observando a resposta da professora, podemos notar que o interesse dela pela licenciatura em Matemática foi devido ao fato de gostar de cálculos e não pelo fato de querer ser professora.

Questionamos também sobre qual o ano/série de escolaridade ela mais gosta de lecionar. A professora (PROFMAT-COLUN) respondeu dizendo que “Não há preferência por ano/série. Cada um/uma tem suas especificidades, como alunos e alunas em diferentes idades e habilidades para o cálculo; uns tendo mais e outros menos”.

O próximo questionamento foi em relação ao desenvolvimento dos conteúdos em sala de aula. Foi perguntado: De que maneira você costuma desenvolver os conteúdos matemáticos com seus alunos?

Ela respondeu: “Através de um texto de determinado autor com temática que nos interessa para produzir reflexão. Ou através de alguns jogos e resolução de questões propostas, ou através de indução à pesquisa” (PROFMAT-COLUN).

Nessa resposta podemos observar a diversidade de recursos utilizados pela professora, o que torna uma aula rica e estimulante para os estudantes.

Em seguida, questionamos: Qual a metodologia de ensino que você mais utiliza para desenvolver os conteúdos com seus alunos? Por quê?

Sua resposta foi direta e não houve a justificativa. Ela apenas respondeu: “Aprendizagem baseada em problemas”.

Vale ressaltar que a aprendizagem baseada em problemas (PBL) citada pela professora é uma metodologia de ensino e aprendizagem colaborativa, construtivista e contextualizada, na qual situações-problema são utilizadas para iniciar, direcionar e motivar a aprendizagem de conceitos, teorias e o desenvolvimento de habilidades e atitudes no contexto de sala de aula. Apesar de apresentarem algumas características semelhantes à PBL, se diferem da Metodologia de ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, pois esta última segue algumas etapas para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em sala de aula. Além disso, essa prática requer do professor uma preparação cuidadosa e mais flexível em relação às atividades que serão propostas.

Outro questionamento que realizamos à professora foi se em algum momento de suas aulas no Ensino Fundamental ela desenvolve os conteúdos por meio da resolução de problemas. Ela respondeu que sim e ainda acrescentou em sua resposta, dizendo que:

Observando as dificuldades dos alunos e alunas com determinados conteúdos e propondo encontrar soluções que sejam satisfatórios para a aprendizagem, utilizando recursos didáticos que estejam à nossa disposição, ou até mesmo construindo outros (PROFMAT-COLUN).

O último questionamento que fizemos foi em relação ao ensino de frações, perguntamos: Como você costuma desenvolver os conteúdos de frações com seus alunos do Ensino Fundamental? A professora respondeu a esse questionamento, dizendo: “A partir da observação. Em vários momentos do cotidiano

em que usamos as frações e a resolução de problemas que surgem durante os experimentos construídos” (PROFMAT-COLUN).

Nos dois últimos questionamentos, tanto em relação ao ensino de Matemática por meio da resolução de problemas, quanto às especificidades em relação ao ensino frações, a professora faz uso da observação. Observar nada mais é que analisar, enxergar de forma cautelosa o que os alunos estão desenvolvendo, vendo suas dificuldades e seus avanços. É importante ressaltar que ao se fazer uso da resolução de problemas enquanto metodologia de ensino nas aulas de Matemática é necessário utilizar várias ferramentas com o objetivo de levantar informações dos alunos em relação à sua aprendizagem, e a observação é uma destas ferramentas. A resposta dada pela professora mostra que para ela a resolução de problemas não é vista apenas como fixação de conteúdo a ser proposto pelo professor após uma aula, mas um processo que mobiliza a prática pedagógica.

Finalizamos o questionário com a professora pedindo que ela registrasse outras informações que julgasse relevante. O registro feito pela professora foi o seguinte:

A docência é uma atividade humana que necessita de reflexões sobre o ensinar e sobre aprender a ensinar. Existem várias metodologias, ou seja, modos de ensinar, mas se não houver a reflexão sobre o fazer pedagógico, podemos ficar parados no tempo (PROFMAT-COLUN).

Essa reflexão feita pela professora nos mostra uma preocupação sobre o processo de ensino-aprendizagem, que temos que pensar sobre um fazer pedagógico em sala de aula com qualidade com objetivo de estimular o aprendizado dos alunos, proporcionando ações que serão facilitadoras e úteis para a construção de sua aprendizagem.

6 CONCLUSÃO

Acreditamos que, para o processo de ensino de Matemática, a Metodologia de Resolução de Problemas seja um facilitador da aprendizagem, pois ela leva o aluno a compreender a natureza do pensamento matemático e ajuda na familiarização com as ideias matemáticas essenciais e significativas, contribuindo com o desenvolvimento da imaginação, criatividade e o raciocínio lógico.

A Educação brasileira precisa de novas ações para o ensino que adotem metodologias capazes de levar o aluno a ter um bom entendimento, em busca da construção de uma aprendizagem mais eficiente, onde não se coloquem limites aos alunos e que estes possam pensar por si mesmos, e que não estimulem e restrinjam os estudantes a ficarem apenas decorando métodos e aplicando fórmulas. Os problemas matemáticos servem como um facilitadores da aprendizagem, em busca de uma melhor compreensão, autoestima e autoconfiança para fortalecer suas potencialidades.

No entanto, para se trabalhar em sala de aula a partir da resolução de problemas na perspectiva aqui apresentada, isto é, na visão de Onuchic e Allevato, é preciso que o professor esteja disponível para isso, pois trabalhar com essa metodologia requer disponibilidade e maturidade por parte do professor para escolher no livro didático ou elaborar os problemas que sejam adequados à realidade dos estudantes e que sejam de acordo com o conteúdo (objeto de conhecimento) a ser abordado naquele momento e com o ano/série escolar. Desenvolver as atividades matemáticas dessa forma exige tempo para sua preparação, mas proporciona momentos de construção da aprendizagem aos alunos e de reflexão aos professores.

Para que isso aconteça, o professor, ao pensar em desenvolver atividades a partir da resolução de problemas com seus alunos, é importante também que se pense na organização da turma em que a aula irá acontecer, para que se possa construir uma cultura para o trabalho com resolução de problemas. Vale destacar que essa metodologia é diferente do que usualmente um professor utiliza em sala de aula, onde ele explica primeiro o conteúdo, para que os alunos possam, em seguida, reproduzir. É importante que os estudantes sejam capazes de pensar, interpretar e chegar às suas próprias conclusões.

Para o desenvolvimento deste trabalho e para que pudéssemos relacionar a resolução de problemas com as frações e o processo de aprendizagem dos estudantes, foi preciso considerar o contexto social e o lado cultural do aluno, colocando temas atrativos para sua faixa etária e promovendo a participação de todos no desenvolvimento das suas tarefas. Isso proporcionou uma aprendizagem com significado para os estudantes do sexto ano.

Esperamos que esse trabalho seja uma contribuição para a diversificação de atividades de ensino em sala de aula e que os professores proponham novas questões a partir da resolução de problemas para a aprendizagem e, conseqüentemente, para o desenvolvimento de competências e habilidades sobre frações.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. O Ensino de Números Reais e Proporcionalidade através da Resolução de Problemas. In: **Anais** da XII CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática. Santiago de Queretaro: Edebé México, 2007. v. único. p. 1-12.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.
- ALVES, R. R. S.; MARTENS, A. S. Desafios para a construção do conhecimento de frações nas séries intermediárias do Ensino Fundamental. In: X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. **Anais...** Curitiba, 2011.
- BERTONI, N. E. **Educação e Linguagem Matemática IV: Frações e Números Fracionários**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.
- CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. **Metodologia científica**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 1º e 2º ciclos: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. **Portaria Normativa nº 17, de 28 de dezembro de 2009** - dispõe sobre o Mestrado Profissional no âmbito da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES. Disponível em: <http://www.uezo.rj.gov.br/pos-graduacao/docs/Portaria-MEC-N17-28-de-mbro-de-2009.pdf>. Acesso: 15 mar. 2022.
- BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Documento de Área 2016: Área 46 Ensino**. Disponível em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/480/o/DOCUMENTO_DE_AREA_ENSINO_2016_final.pdf. Acesso em 07 nov. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf. Acesso em: 07 jan. 2022.
- CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, SC, v2. 4, p. 68-93, 2007. Disponível em: <http://www.ufsc.br>. Acesso em: 10 mar. 2023
- CARDOSO, P.; MAMEDE, E. Ensinar frações nos primeiros anos de escolaridade. In: MAMEDE, E.; PINTO, H.; MONTEIRO, C. (Ed.). **Contributos para o desenvolvimento do sentido de número racional**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2021. p. 247-268.

COSTA, M. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da Resolução de Problemas**: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de Matemática. 2012. 286 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

COSTA, M. S. Um panorama da resolução de problemas na visão das pesquisadoras brasileiras Onuchic e Allevato. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e4006, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5489>. Acesso: 16 jun. 2022.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. PROPORCIONALIDADE: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**. v. 6, n. 1, p. 1-26, 2015.

COSTA, M. S.; MARTINS, A. C. J; PAGANI, E. M. L; NUNES, C. B. O ensino de matemática através da Resolução de Problemas: uma proposta metodológica para a aprendizagem de equação polinomial do 1º grau com uma incógnita. **Com a Palavra, o Professor**, v. 7, n. 18, p. 192-211, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.23864/cpp.v7i18.824>. Acesso: 01 out. 2022.

D'AMBROSIO, B. S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n. 2, 1989.

DALCIN, A.; SANTOS, V. M. P. Situações problemas envolvendo a história da matemática: possibilidades de pensar a resolução de problemas. In: DARSIE M. M. P.; PALMA, R. C. D. (Org). **Resolução de Problemas**: algumas reflexões em Educação Matemática. Cuiabá: EdUFMT, 2013. p. 63-75.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**. n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso: 08 jan 2022.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Editora Ática. São Paulo, 1989.

DANTE, L. R. **Teláris matemática – 6º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DAVID, M. M. M. S.; FONSECA, M. C. F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. **Presença Pedagógica**. Belo Horizonte, v. 3, n.14, p.54-67, 1997.

DEMO, P. **Professor do futuro e reconstrução do conhecimento**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

DIONIZIO, F. A. Q. et al. Abordagens de frações no ensino fundamental: um levantamento nos anais do ENEM e EPREM. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, v. 10, n. 3, p. 1-22. 2019. Disponível

em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/242875>. Acesso: 29 set. 2022.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática: 6º ano - ensino fundamental anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

HATIFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATIFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (Org.) **Mathematical Problem Solving: papers from a research workshop**. Colombus: ERIC, 1978.

HELDER, R. R. **Como fazer análise documental**. Porto, Universidade de Algarve, 2006.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de Problemas: construção de uma metodologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes Ensinar Frações. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 1-22, 2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2017.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **RBEP: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**. Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, 2009

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARANHÃO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular do Estado do Maranhão – Matemática: Ensino Fundamental – 5ª a 8ª série**, 2000.

MICHALISZYN, M. S.; TOMASINI, R. **Pesquisa: orientações e normas para elaboração de projetos, monografias e artigos científicos**. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

MÜLLER, I. Tendências atuais de Educação Matemática. **Revista UNOPAR Cient., Ciênc. Hum. Educ.**, Londrina, v. 1, n. 1, p. 133-144, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. An agenda for action: Recommendations' for school mathematics for the 1980s. Reston: **NCTM**, 1980.

Disponível em: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=17278>. Acesso em: 25 abr. 2022.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. Principles and Standards for School Mathematics. Reston: **NCTM**, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa: **APM**, 2007.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática: números e operações**. São Paulo: Cortez, 2005.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005, p. 213-231.

PALMA, R. C. D.; DARSIE, M. M. P. Resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental: o vivenciado e o proposto. In: DARSIE, M. M. P.; PALMA, R. C. D. (Org.) **Resolução de problemas: algumas reflexões em educação matemática**. Cuiabá: Ed.UFMT, 2013.

PEREIRA, M. C. **Construindo FRAC-SOMA235 e conhecimento no Ensino Básico**. 78 f. Trabalho de Conclusão de Graduação (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/18217>. Acesso: 06 ago. 2022.

PIRES, C. M. C. **Educação matemática: conversas com professores dos Anos Iniciais**. São Paulo: Zé-Zapt Editora, 2012.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RODRIGUES, M. U.; SANTOS, W. S.; AZEVEDO, S. G. M. Sequências didáticas das habilidades da BNCC para o ensino de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental. In: SANTOS, W. S.; AZEVEDO, S. G. M.; RODRIGUES, M. U. (Org.). **Matemática no 6º Ano do Ensino Fundamental na Perspectiva das Habilidades da BNCC/DRC - Lucas do Rio Verde/MT**. Barra do Burgres: UNEMAT, 2020, p 11-19.

SÁ P. F. et al. O ensino das operações com frações a partir de situações-problema. In: SÁ, P. F.; JUCÁ, R. S. (Org.). **Matemática por atividades: experiências didáticas bem-sucedidas**. Petrópolis: Vozes, 2014.

SANTOS, M. R.; CARVALHO, T. O. Resolução de Problemas no Estudo das Frações. In: **O professor PDE e os desafios da escola paranaense**. Volume 1, 2010. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uel_mat_artigo_maria_rosa_dos_santos.pdf. Acesso em: 22 jan. 2023.

SCHÄFER, E. D. A.; OSTERMANN, F. O impacto de um mestrado profissional em ensino de física na prática docente de seus alunos: uma análise bakhtiniana sobre os saberes profissionais. **Ensaio: pesquisa em educação em ciências**, Belo Horizonte, v. 15, n. 2, p. 87-103, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/epec/v15n2/1983-2117-epec-15-02-00087.pdf>. Acesso: 21 dez. 2021.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Org.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, p. 31-42, 1989.

SILVA, C. V.; PEROVANO, A. P. Obstáculos na compreensão de frações por alunos da Educação Básica, 2012. In: **Anais do V SIPEM** - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, p. 1-21.

SILVA, V. C.; POSSAMAI, J. P. Mestrado Profissional em Ensino: contribuições na formação do professor. In: POSSAMAI, J. P.; SILVA, V. C. (org.) **A Pesquisa do Professor em Sala de Aula: práticas desenvolvidas no Mestrado Profissional em Ensino, na Área de Matemática**. Blumenau: FURB, 2018.

TOLEDO, M; TOLEDO, M. **Didática da matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

VALERA, A. R. **Uso social e escolar dos números racionais**: representação fracionária e decimal. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília, 2003.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIANNA, C. R. Resolução de Problemas. In: Futuro Congressos e Eventos. (Org.). **Temas em Educação I** - Livro das Jornadas 2002. Curitiba: Futuro Congressos e Eventos, 2002, p. 401-410.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ANEXO A – Carta de apresentação para pesquisa de campo


UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)


CARTA DE APRESENTAÇÃO PARA CONCESSÃO DE PESQUISA DE CAMPO

Prezado(a) Senhora(a) DIRETOR DO COLÉGIO UNIVERSITÁRIO

Vimos por meio desta apresentar-lhe o(a) estudante JOÃO OTAVIO SILVA FERREIRA, regularmente matriculado(a) no Mestrado Profissional Gestão de Ensino da Educação Básica, da Universidade Federal do Maranhão para desenvolver uma pesquisa de conclusão de curso, intitulada: Permanência docente de Freixas: suas Operações "a partir" e "através" da Avaliação de Problemas: Uma experiência com alunos do 6.º An do Ensino Fundamental.

Na oportunidade, solicitamos autorização de Vossa Senhoria em permitir a realização da pesquisa neste recinto educacional para que o(a) referido(a) estudante possa coletar dados por meio de observações, entrevistas, questionários e outros meios metodológicos que se fizerem necessários.

Solicitamos ainda a permissão para a divulgação desses resultados e suas respectivas conclusões, preservando sigilo e ética, conforme termo de consentimento livre que será assinado pelos sujeitos envolvidos na pesquisa. Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição.

Colocamo-nos à disposição de V. Sª para quaisquer esclarecimentos.

São Luís, 11 abril 2023



Vanja
Profa. Dra VANJA MARIA DOMINICES COUTINHO FERNANDES
 Coordenadora do PPGEEB/UFMA

Recebida
 em 13/04/2023
 Prof. Dr. Sérgio
 Costa Gomes

ANEXO B - Carta de aceitação para pesquisa de campo



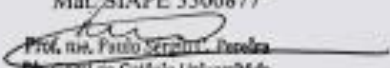
**UNIVERSIDADE
FEDERAL DO
MARANHÃO**
COLÉGIO UNIVERSITÁRIO – Colégio de Aplicação –
COLUN/UFMA

A Direção Geral do Colégio Universitário da Universidade Federal do Maranhão - COLUN/UFMA, manifestar concordância para que o estudante **JOÃO OTÁVIO SILVA FERREIRA** desenvolva, nas dependências desta escola, sua pesquisa de conclusão de curso, intitulada "Construindo Conceitos de Frações e Suas Operações a Partir e Através da Resolução de Problemas: uma experiência com alunos do 6º ano do ensino fundamental".

Autoriza-se ainda a divulgação dos resultados e suas respectivas conclusões.

São Luís - MA, 11 de abril de 2023.

PAULO SÉRGIO CASTRO PEREIRA
Diretor Geral do Colégio Universitário – UFMA
Mat. SIAPE 3300877


Prof. Msc. Paulo Sérgio Castro Pereira
Dir. Geral do Colégio Universitário
COLUN/UFMA
SIAPE N. 3300877

a universidade que a gente quer

Colégio Universitário Dom Delgado - COLUN
Av. dos Portugueses, 1998 - São Luís - Maranhão - CEP 65080-805
(98) 3272-8117 Secretaria

APÊNDICE A – Questionário aplicado à professora titular turma

COLÉGIO UNIVERSITÁRIO DA UFMA

DADOS PESSOAIS

Nome: _____

1. DADOS ACADÊMICOS

Formação acadêmica na graduação: _____

Pós-Graduação: () Especialização em _____

() Mestrado em _____

() Doutorado em _____

2. DADOS PROFISSIONAIS

O que te motivou a cursar licenciatura em Matemática?

Há quanto tempo trabalha como professora? _____

Há quanto tempo trabalha no COLUN? _____

Qual sua carga horária atualmente? _____

Em qual nível de ensino você trabalha? () Ensino Fundamental

() Ensino Médio

() Educação Superior

() Ensinos Fundamental e Médio

Em quais anos/séries de escolaridade você leciona?

Qual o/a ano/série de que mais gosta de lecionar? Por quê?

3. DADOS SOBRE SUA EXPERIÊNCIA COM O ENSINO DE MATEMÁTICA

De que maneira você costuma desenvolver os conteúdos matemáticos com seus alunos?

Qual a metodologia de ensino que você mais utiliza para desenvolver os conteúdos com seus alunos? Por quê?

Em algum momento de suas aulas no Ensino Fundamental, você já desenvolveu os conteúdos matemáticos por meio da resolução de problemas?

() Sim

() Não

Se, a sua resposta foi SIM, de que maneira você utilizou a resolução de problemas em suas aulas?

Como você costuma desenvolver os conteúdos de Frações com seus alunos do Ensino Fundamental?

4. OUTRAS INFORMAÇÕES RELEVANTES

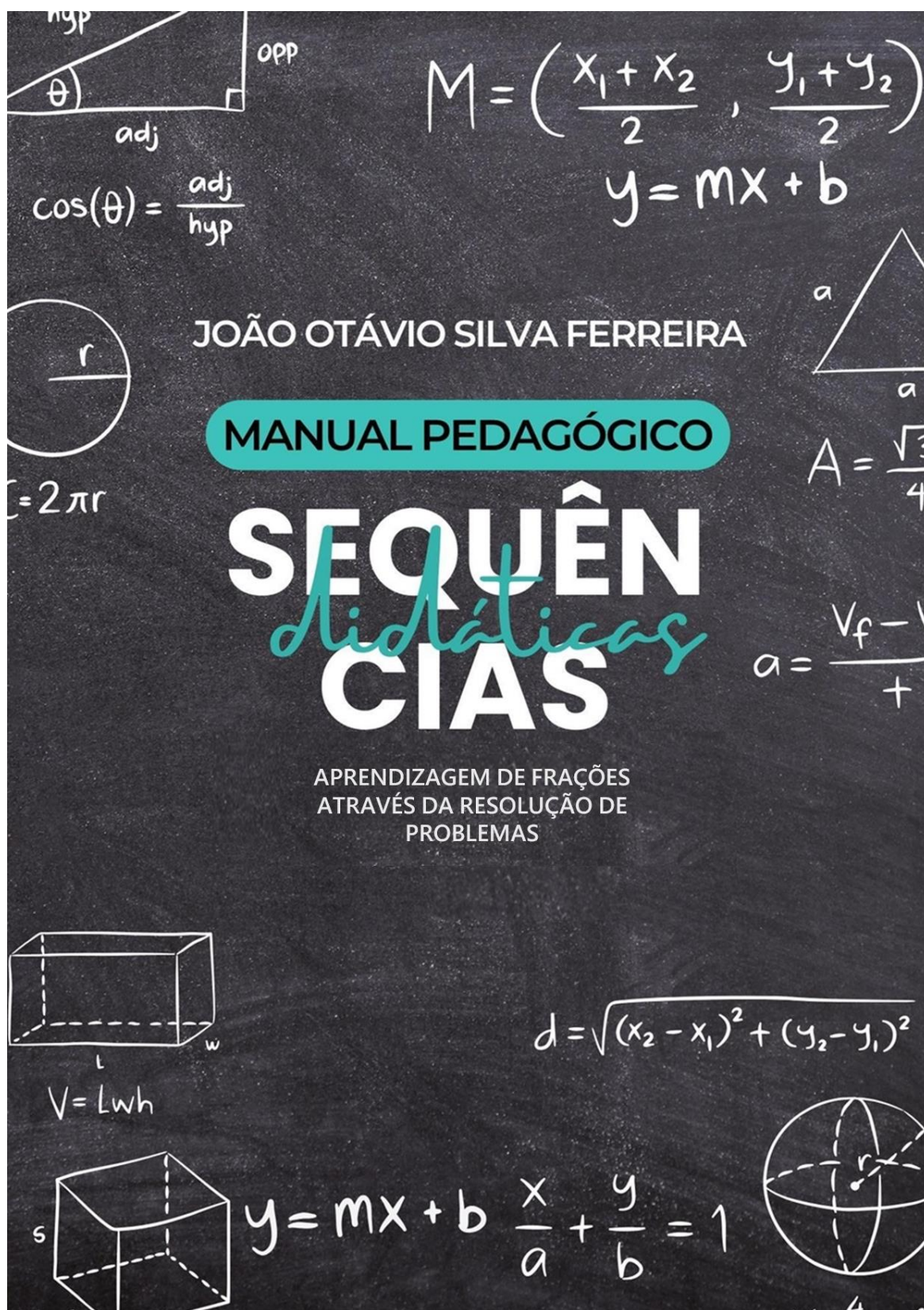
Registre aqui outras informações, que julgar relevante.

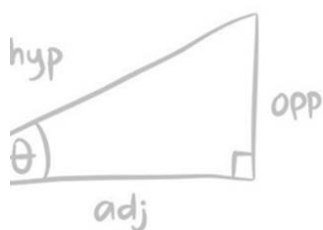
This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Obrigado pela participação!

Maio/2023

APÊNDICE B – Produto Educacional





$$\cos(\theta) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)_a$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

JOÃO OTÁVIO SILVA FERREIRA

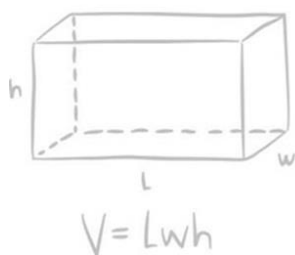
MANUAL PEDAGÓGICO

SEQUÊN Didáticas CIAS

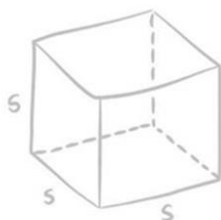
APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES
ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS

$$\frac{V_f - V_i}{+}$$

$$= mx + b$$



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



Universidade Federal do Maranhão

Reitor Prof. Dr. Natalino Salgado Filho

**Agência de Inovação, Empreendedorismo, Pesquisa,
Pós-Graduação e Internacionalização**

Prof. Dr. Fernando Carvalho Oliveira

**Coordenação do Programa de Pós-Graduação em
Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB)**Prof.^a Dr.^a Vanja Maria Dominices Coutinho Fernandes**Autor do Produto Educacional**

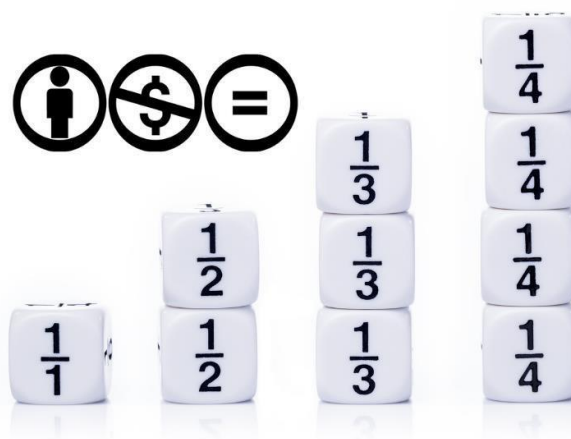
João Otávio Silva Ferreira

Orientadora do Produto Educacional

Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa

Design Gráfico

Mariceia Ribeiro Lima

São Luís
2023

SUMÁRIO

Apresentação

01 Introdução

02 Aprendizagem de fração no Ensino Fundamental

03 Resolução de problemas na matemática escolar

04 Sequências didáticas: problemas sobre frações

05 Sugestões/Recomendações

06 Considerações Finais

07 Referências

08 Sobre o Autor/Orientador

4

5

7

9

13

20

24

25

26

APRESENTAÇÃO

Olá, professores!

Este manual pedagógico apresenta uma sequência de atividades didáticas para o ensino de frações por meio da resolução de problemas, voltada para o 6º ano do Ensino Fundamental.

O objetivo das atividades é promover a aprendizagem dos alunos, a partir da exploração de situações-problema que envolvam frações.

As atividades foram elaboradas de forma a serem dinâmicas, interativas e desafiadoras, incentivando os alunos a pensar criticamente e a desenvolver suas habilidades de resolução de problemas.

O manual conta com um conjunto de sequências didáticas que abordam o conceito de fração como parte de um inteiro, a relação entre frações e a reta numérica, fração equivalente.

Acreditamos que este manual pedagógico é uma ferramenta valiosa para o ensino de frações no 6º ano do Ensino Fundamental.



Espero que vocês aproveitem!

Os Autores.

$$\frac{3}{2} + 1\frac{1}{4} : \frac{3}{4} - \frac{7}{8} =$$

$$= 1\frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{7}{8} =$$

$$= 1\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{7}{8} =$$

1. INTRODUÇÃO



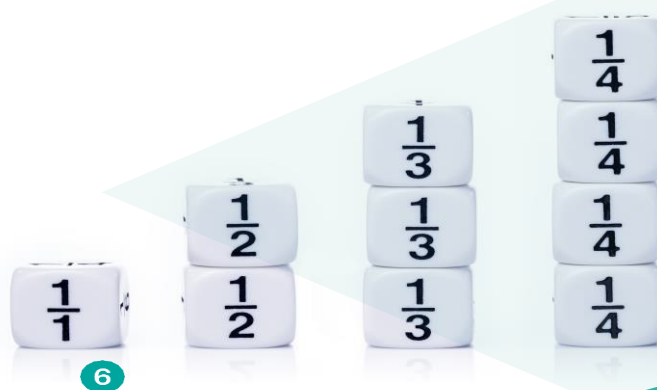
O ensino de frações é um desafio para muitos professores, pois os alunos muitas vezes têm dificuldade em compreender esse conceito abstrato.

A resolução de problemas é uma abordagem promissora para o ensino de frações, pois permite que os alunos explorem o conceito de forma concreta e significados.

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), as habilidades contempladas para o sexto ano do Ensino Fundamental em relação ao ensino das frações introduzem o conceito de mais um significado, isto é, quociente, relacionado com a divisão retomando as frações equivalentes. Nesse ano de escolaridade, as habilidades da mudança de representação, decimal para fração e vice-versa, aparecem como aprendizagens essenciais a serem garantidas para os estudantes.

Há também a preocupação de que os professores trabalhem com situações-problema envolvendo as operações com os números racionais. Entretanto, é preciso levar em consideração às concepções que os alunos trazem sobre operações, usando sua compreensão do que as operações significam para os cálculos com frações (VAN DE WALLE, 2009).

Este manual pedagógico apresenta uma sequência de atividades didáticas para o ensino de frações através da resolução de problemas, voltada para o 6º ano do Ensino Fundamental. As atividades foram elaboradas de forma a serem dinâmicas, interativas e desafiadoras, incentivando os alunos a pensar criticamente e a desenvolver suas habilidades de resolução de problemas.





As frações apresentam conceitos matemáticos fundamentais que são essenciais para a compreensão de muitos tópicos de matemática, como Álgebra, Trigonometria e Geometria. No Ensino Fundamental, o objetivo do ensino de frações é que os alunos desenvolvam uma compreensão sólida desse conceito, incluindo sua representação, comparação, ordenação e equivalência.

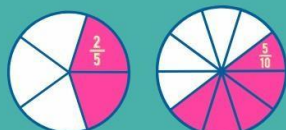
A BNCC (Brasil, 2018) apresenta orientações para o ensino de frações no Ensino Fundamental. De acordo com o documento, os alunos devem ser capazes de:



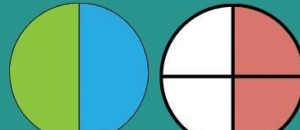
Identificar frações como partes de um inteiro;

$$\frac{1}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Representar frações de diferentes maneiras, incluindo representação numérica, representação pictórica e representação na reta numérica;



Comparar e ordenar frações;



Identificar frações equivalentes.

Para atingir esses objetivos, é importante que o ensino de frações seja realizado de forma significativa e contextualizada. Os alunos devem ter a oportunidade de explorar frações em diferentes situações, por meio de atividades práticas e lúdicas.



As sequências didáticas, apresentadas neste produto educacional visam o desenvolvimento de habilidades necessárias à aprendizagem dos estudantes em relação aos objetos de conhecimento de fração a partir da resolução de problemas. Ou seja, este produto discute a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas.

No Quadro 1 a seguir apresentamos as habilidades recomendadas pela BNCC a serem desenvolvidas a partir dos problemas que são apresentados neste produto.

QUADRO 1: OBJETOS DE CONHECIMENTO E HABILIDADES DOS PROBLEMAS DAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

OBJETOS DE CONHECIMENTO
Significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.
HABILIDADES
(EF06MA07): Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
(EF06MA08): Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionárias e decimais, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
(EF06MA09): Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
(EF06MA10): Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018)

Na BNCC, as habilidades contempladas para o sexto ano do Ensino Fundamental em relação ao ensino das frações introduzem o conceito de mais um significado, isto é, quociente, relacionado com a divisão retomando as frações equivalentes. Nesse ano de escolaridade, as habilidades da mudança de representação, decimal para fração e vice-versa, aparecem como aprendizagens essenciais a serem garantidas para os estudantes. Há também a preocupação de que os professores trabalhem com situações-problema envolvendo as operações com os números racionais.

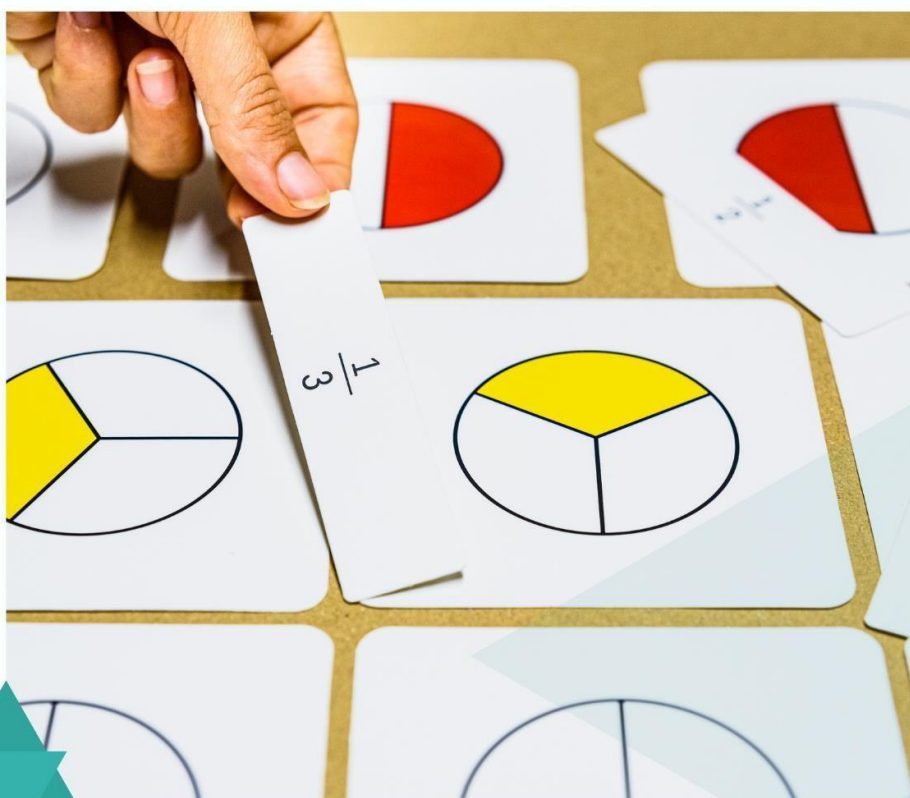
Dessa forma, na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como denominada por Allevatto e Onuchic (2021), deve-se propor aos alunos problemas que tenham o intuito de construir novos conceitos, conteúdos ou procedimentos matemáticos, antes de se apresentar formalmente sua teoria na linguagem matemática. De acordo com as autoras apesar de não existir uma forma rígida para desenvolver essa metodologia nas aulas de Matemática, contudo, elas sugerem que o professor organize suas aulas seguindo as seguintes etapas:

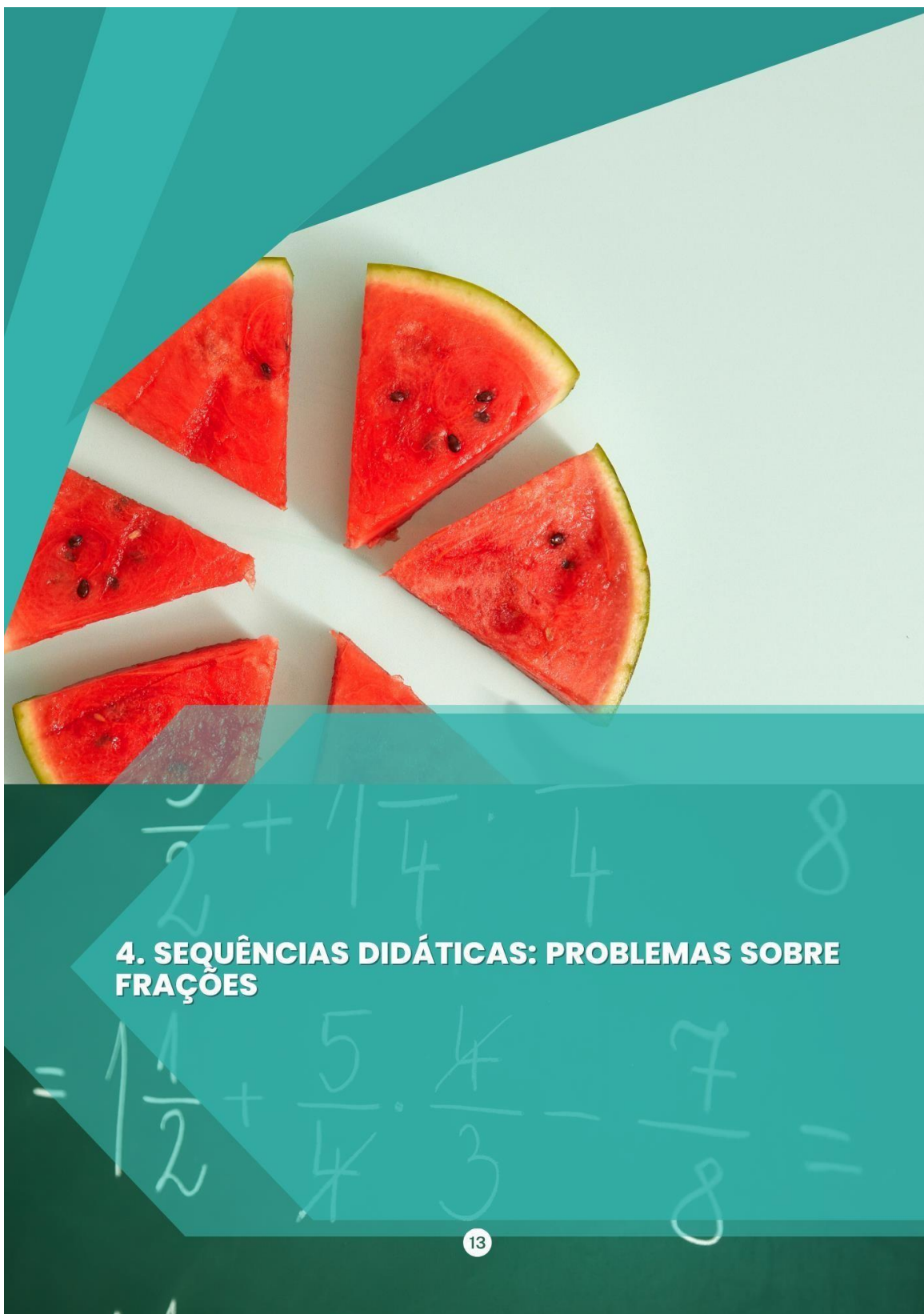
Etapas		Procedimentos
1	Proposição do problema	Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, conteúdo ou procedimento.
2	Leitura individual	Entregar o problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
3	Leitura em conjunto	Solicitar nova leitura do problema, agora em pequenos grupos de alunos.
4	Resolução do problema	Não havendo dúvidas quanto ao enunciado do problema, os alunos, em seus grupos, buscam resolvê-lo.
5	Observar e incentivar	Enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento deles e estimula o trabalho colaborativo. Como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
6	Registro das resoluções na lousa	Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.
7	Plenária	Os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa, defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas.
8	Busca do consenso	Com as dúvidas sanadas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre as soluções.
9	Formalização do conteúdo	O professor registra na lousa uma apresentação formal do conteúdo matemático, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, e os procedimentos construídos "a partir" e "através da" resolução dos problemas.
10	Proposição e resolução de novos problemas	Após a formalização do conteúdo, o professor deve novos problemas.

Fonte: Allevatto; Onuchic, 2021

Na última etapa, o professor e até mesmo os próprios estudantes podem propor novos problemas a partir dos problemas iniciais, denominados de geradores, que estejam relacionados ao objeto de conhecimento estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar e/ou avaliar a aprendizagem dos alunos após a formalização do conteúdo, ou até mesmo ampliar sua aprendizagem, reiniciando assim, o ciclo das dez etapas.

Essas recomendações, feitas Allevato e Onuchic (2021) para o trabalho em sala de aula com a resolução de problemas estão em conformidade com o que é proposto pela BNCC (BRASIL, 2018). O documenteo apresenta a resolução e elaboração de problemas como uma das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos em todos os níveis de escolaridade, inclusive, nos anos finais do Ensino Fundamental.



The image features a teal background with geometric shapes. In the upper left, there are several triangular slices of watermelon. In the lower right, there are faint, handwritten mathematical expressions. The main title is centered in the lower half of the image.

4. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS: PROBLEMAS SOBRE FRAÇÕES

$$\frac{3}{2} + 1\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 8$$
$$= 1\frac{1}{2} + \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{7}{8} =$$

OBJETOS DE CONHECIMENTO**Frações**
como parte de um todo.**Objetivo:**

- Identificar e representar frações como partes de um inteiro.

Habilidade:

- EF06MA07 - Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Atividades:

Resolução de problemas envolvendo frações e reta numérica. O professor pode apresentar problemas envolvendo frações e pedir aos alunos que resolvam os problemas usando a reta numérica.

Problema 1: Construindo a ideia de fração como parte/todo

Observe a figura:



I. Complete os espaços em branco.

- a) A região delimitada por esta circunferência foi dividida em ____ partes iguais.
- b) Foram pintadas ____ dessas partes.

II. Escreva a fração que indica as partes pintadas em amarelo.

III. Agora responda: o que é fração?

Fonte: Adaptado de Dante (2018).

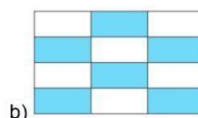
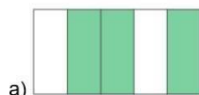
Problema 2: Construindo a ideia de fração como parte/todo

Desenhe um quadrado com 3 cm de lado. Depois divida na metade e cada metade na metade, de um jeito diferente e pinte. Que fração do quadrado foi pintada?

Fonte: Adaptado de Dante (2018)

Problema 3: Construindo a ideia de fração como parte/todo

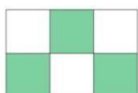
Escreva uma fração que representa a parte pintada de cada figura. Em seguida, escreva a fração que representa a parte não pintada.



Fonte: Dante (2018)

Problema 4: Construindo a ideia de fração como parte/todo

Observe as figuras a seguir.



Agora responda:

Em que estas figuras são parecidas e em que são diferentes?

Fonte: Dante (2018)

Problema 5 : Comparação de frações

Quadro 9: Problema 5 – Comparação de frações

Todas as pizzas são de mesmo tamanho e foram repartidas em 5 partes iguais.



- represente com frações as partes que ainda restam em cada pizza.
- observando as pizzas, ordene as frações da menor para a maior.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018)



**OBJETOS DE
CONHECIMENTO****Representar**

frações

Objetivo:

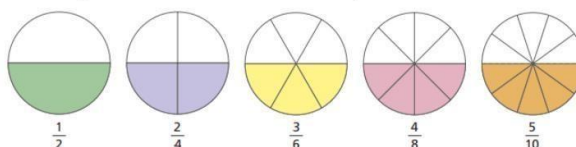
Compreender que fração é um número racional que pode ser escrito nas formas fracionária e decimal

Habilidade:

- EF06MA08 - Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionárias e decimais, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

Atividades:**Problema 6: Comparação entre frações**

Em cada figura a seguir a metade do disco está pintada



Usando $>$, $<$ ou $=$, compare as frações indicadas.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018).



**OBJETOS DE
CONHECIMENTO****Cálculo de
frações****Objetivo:**

Construir a aprendizagem envolvendo cálculo com frações.

Habilidade:

- EF06MA09 – Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

Atividades:**Problema 7: Cálculo envolvendo frações**

Dos amigos que Mariana convidou para a festa, 20 estudam na mesma classe que ela, o que corresponde a $\frac{5}{6}$ do número de convidados. Quantas pessoas Mariana convidaram para a festa?

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018).

**OBJETOS DE
CONHECIMENTO****Cálculo de**
frações**Objetivo:**

Construir a aprendizagem envolvendo cálculo com frações.

Habilidade:

- EF06MA10 – Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

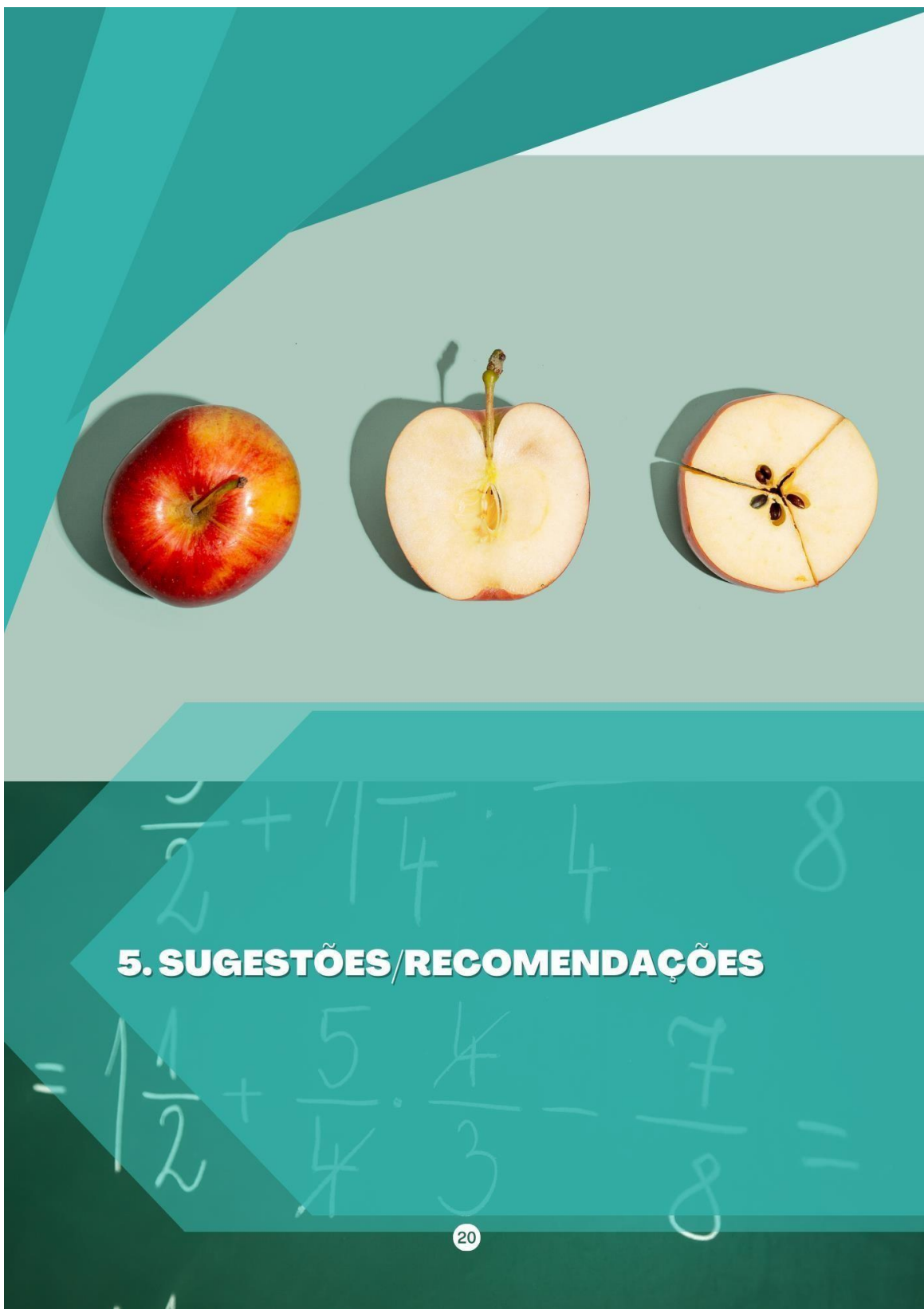
Atividades:**Problema 8 : Cálculo envolvendo frações**

No primeiro dia de trabalho, Arnaldo pintou $\frac{1}{8}$ de uma parede e, no segundo dia, pintou $\frac{3}{8}$ da mesma parede. Avalie o que ele fala.



Agora responda: A fala do Arnaldo está correta? Justifique sua resposta.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018)



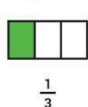
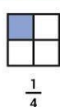
5. SUGESTÕES/RECOMENDAÇÕES

SUGESTÕES



COMECE COM O CONCRETO

É importante que os alunos tenham uma compreensão concreta do conceito de fração antes de aprenderem a representá-lo de forma abstrata. Para isso, o professor pode utilizar materiais concretos, como peças de Lego, palitos de fósforo ou objetos do dia a dia.



UTILIZE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES.

É importante que os alunos aprendam a representar frações de diferentes maneiras. Isso os ajudará a desenvolver uma compreensão mais profunda do conceito.



DESENVOLVA ATIVIDADES CONTEXTUALIZADAS A PARTIR DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Os alunos devem ter a oportunidade de explorar frações em diferentes situações. Isso os ajudará a entender como as frações são utilizadas no mundo real.



O professor pode apresentar aos alunos uma barra de chocolate dividida em pedaços de tamanhos diferentes. Ele pode pedir aos alunos que representem cada pedaço da barra de chocolate por uma fração. Essa atividade ajuda os alunos a compreender que a fração representa a parte do inteiro e não o tamanho do pedaço.



O professor pode apresentar aos alunos uma lista de compras de um supermercado. Ele pode pedir aos alunos que representem cada item da lista por uma fração da quantidade total de itens. Essa atividade ajuda os alunos a compreender que a fração pode ser utilizada para representar partes de um conjunto.



O professor pode apresentar aos alunos um gráfico de pizza. Ele pode pedir aos alunos que representem cada fatia do gráfico por uma fração do total. Essa atividade ajuda os alunos a compreender que a fração pode ser utilizada para representar partes de um todo.

A escolha do material ou atividade a ser utilizada depende do contexto e dos interesses dos alunos. O importante é que a atividade seja significativa e desafiadora para os alunos.



Os alunos podem criar um álbum de figurinhas com frações representadas na reta numérica.



Os alunos podem criar uma apresentação em PowerPoint com animações que representem a relação entre frações e a reta numérica.



Os alunos podem criar um jogo de cartas com frações representadas na reta numérica.



4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

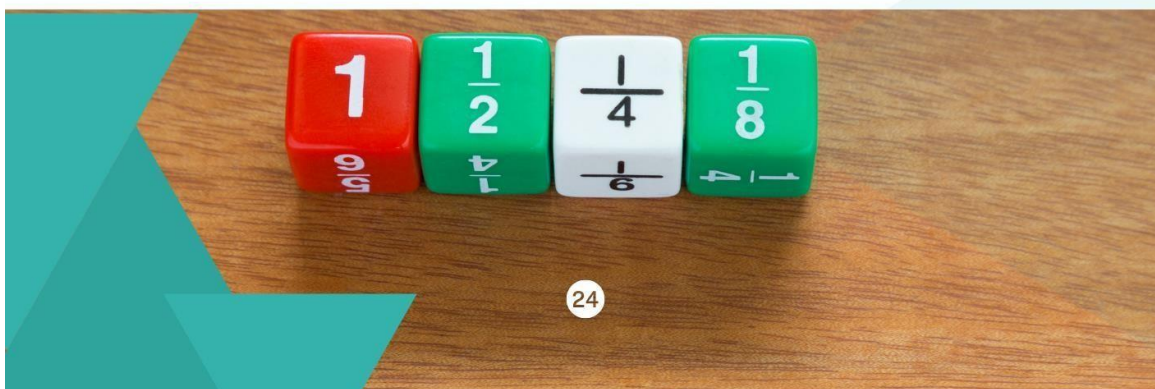
A aprendizagem de frações no ensino fundamental é um desafio, para os alunos, mas é essencial para o sucesso na matemática e em outras áreas do conhecimento. Para que os alunos desenvolvam uma compreensão sólida de frações, é importante que o ensino seja de forma contextualizada a partir de problemas.

As atividades apresentadas neste material são exemplos de como o ensino de frações pode ser feito de forma eficaz. Elas são baseadas nas orientações da BNCC e utilizam materiais concretos e atividades práticas para ajudar os alunos a compreenderem o conceito de fração.

Além das atividades apresentadas no material, existem outras estratégias que podem ser utilizadas para enriquecer o ensino de frações. Uma dessas estratégias é utilizar jogos e brincadeiras. Os jogos são uma forma divertida e envolvente de aprender, e podem ajudar os alunos a desenvolver habilidades matemáticas, como raciocínio lógico e resolução de problemas.

Outra estratégia é utilizar a tecnologia. Existem muitos recursos tecnológicos que podem ser usados para ensinar frações, como jogos, aplicativos e vídeos. Esses recursos podem ajudar os alunos a visualizar conceitos abstratos e a praticar suas habilidades matemáticas.

É importante que os professores sejam criativos e inovadores ao ensinar frações. Ao utilizar uma variedade de estratégias e recursos, os professores podem ajudar os alunos a desenvolver uma compreensão sólida de frações, o que é essencial para o sucesso na matemática e em outras áreas do conhecimento.



REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 23 set. 2023.

VAN de WALLE J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professor e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colone. 6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SOBRE O AUTOR

JOÃO OTÁVIO SILVA FERREIRA

Licenciado em Física pela Universidade Federal do Maranhão. Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB), na área de estudo Ensino de Matemática.

Especialista em Gestão de Pessoas pela Faculdade Internacional Signorelli. Atualmente é Técnico Administrativo da Universidade Federal do Maranhão. Tem experiência na área de Física e Matemática. É membro do Grupo de Estudos e Pesquisas de Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB). Possui experiência de estudo principalmente nas seguintes linhas de pesquisa: Resoluções de Problemas de Matemática, Ensino de Frações e Ensino de Matemática na Educação Básica.

Currículo Lattes: <https://lattes.cnpq.br/0377275903941241>



SOBRE O ORIENTADOR

PROF. DR. MANOEL DOS SANTOS COSTA

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Atualmente é Professor e Pesquisador do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA) e do Programa de Pós-Graduação (Mestrado) em Gestão de Ensino da Educação Básica da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), em São Luís / MA.

Membro do Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM) e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB). Possui experiência na área de Educação, com ênfase na Educação Matemática, atuando principalmente nas seguintes linhas de pesquisa: Formação de professores que ensinam Matemática, Fundamentos e Metodologias do Ensino de Matemática e Resolução de Problemas na Educação Matemática.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0292894699114273>

