Monik Silva Sousa

Quantidade Mínima e Alocação-Regulação Ótima de Nós Sensores Móveis para uma Cobertura Circular Completa da RSSF Híbrida

São Luís - MA

10 de setembro de 2025

Monik Silva Sousa

Quantidade Mínima e Alocação-Regulação Ótima de Nós Sensores Móveis para uma Cobertura Circular Completa da RSSF Híbrida

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFMA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Automação e Controle.

Universidade Federal do Maranhão

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto

São Luís - MA

10 de setembro de 2025

Monik Silva Sousa

Quantidade Mínima e Alocação-Regulação Ótima de Nós Sensores Móveis para uma Cobertura Circular Completa da RSSF Híbrida/ Monik Silva Sousa. – São Luís - MA, 10 de setembro de 2025-

144 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto

– Universidade Federal do Maranhão

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, 10 de setembro de 2025.

1. Rede de Sensores Sem Fio Híbrida. 2. Controle Ótimo. 3. Controle de Cobertura. 4. Quantidade Nós Sensores. 5. Sistema Multiagente. I. Orientador João Viana da Fonseca Neto. II. Universidade Federal do Maranhão

Monik Silva Sousa

Quantidade Mínima e Alocação-Regulação Ótima de Nós Sensores Móveis para uma Cobertura Circular Completa da RSSF Híbrida

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFMA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Automação e Controle.

Trabalho aprovado. São Luís - MA, 10 de setembro de 2025:

Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto
(Orientador)

Prof. Dr. Francisco das Chagas de Souza (Examinador Interno - UFMA)

Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra (Examinador Interno - UFMA)

Prof. Dr. Raimundo Carlos Silvério Freire (Examinador Externo - UFCG)

Prof. Dr. Antonio da Silva Silveira
(Examinador Externo - UFPA)

São Luís - MA
10 de setembro de 2025

Este trabalho é dedicado a Deus e a minha família.

Agradecimentos

Agradeço ao meu professor e orientador João Viana pela orientação e dedicação aplicadas neste trabalho. Meu agradecimento sincero pelo acompanhamento, pela compreensão, auxílio e tempo despendido durante toda a minha caminhada na pós-graduação, sempre me motivando em todos os momentos em que precisei e que me mostrou os caminhos a serem seguidos.

Aos Professores Wendell e Lyzette, coordenador e pesquisadora visitante do Programa de Recursos Humanos da ANP, respectivamente.

Aos meus pais, Epitácio Candeira Sousa e Maria de Jesus Silva Costa Sousa e à minha irmã Sárvia Silva Sousa pelo incentivo, apoio e compreensão ao longo destes anos, toda minha gratidão!

A minha segunda mãe, Ivanilde Silva Veras, que cuidou de mim e contribuiu para que eu realizasse esse sonho.

Aos meus primos e amigos pela parceria, incentivo e apoio, pelos momentos de diversão.

Ao meu namorado, Cláudio, pela paciência e companheirismo, por nunca me deixar desistir e por ser um dos maiores incentivadores.

Aos meus companheiros do Laboratório de Sistemas Embarcados e Controle Inteligente, Evandro, Denis, Yan, Victor e Alan pela ajuda, por todos os ensinamentos que compartilhamos e momentos de descontração.

A todos os professores e colaboradores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e à Universidade Federal do Maranhão, que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho e ao Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis pelo suporte financeiro.

A todos que não foram citados, mas que direta ou indiretamente fizeram parte desse trabalho.

Mas aqueles que esperam no Senhor renovam as suas forças. Voam alto como águias; correm e não ficam exaustos, andam e não se cansam.
(Isaías 40:31)

Resumo

A cobertura é uma medida de qualidade de serviço em redes de sensores sem fio (RSSF), sendo fundamental no monitoramento de uma região delimitada. Neste trabalho, aborda-se o problema de cobertura dinâmica de uma RSSF híbrida, propondo uma metodologia constituída de dois métodos complementares. O primeiro método visa determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis necessária para garantir a cobertura completa da região circular de monitoramento. Essa abordagem baseia-se em um arcabouço teórico composto por suposições, proposições, teorema e corolário, considerando as circunferências de detecção dos sensores, a região monitorada e a circunferência de deslocamento dos agentes. O modelo assegura a conectividade total da rede e apresenta flexibilidade no tratamento a falhas dos agentes. No segundo método, propõe-se um esquema de controle ótimo DLQT-DLQR de cobertura, fundamentado na equação algébrica de Riccati discreta (DARE), com o objetivo de otimizar o deslocamento e a regulação dos nós dinâmicos em suas posições alvo. A metodologia assegura cobertura sem buracos (lacunas) e sem perdas de conectividade entre os nós, minimizando o tempo de deslocamento dos agentes móveis e evitando colisão, devido à preservação da ordem dos nós ao longo da circunferência de deslocamento. O ambiente monitorado é modelado como uma região circular, com um nó sensor estático no centro, enquanto os nós sensores dinâmicos são alocados em uma circunferência de raio menor que a região de cobertura. A solução proposta permite o monitoramento eficiente de ambientes hostis, especialmente aquáticos, contribuindo com a preservação ambiental, reduzindo custos com sensores ociosos e aumentando a eficiência operacional da RSSF. Uma análise comparativa com o método baseado em diagramas de Voronoi é realizada, evidenciando a necessidade de algoritmos capazes de calcular as posições desejadas dos agentes para garantir uma cobertura sem falhas. O método proposto atende a esse requisito ao determinar as posições alvo dos agentes. Além disso, analisa-se a influência da variação do raio de cobertura na quantidade de nós sensores móveis para o monitoramento completo e realiza-se uma comparação com uma área de monitoramento retangular. Por fim, o desempenho do controle de alocação e regulação propostos é avaliado em relação a controladores clássicos, como o proporcional (P) e o proporcional integral (PI), no domínio do tempo com as figuras de mérito.

Palavras-chave: Controle de Cobertura, Controle Ótimo, Rede de Sensores Sem Fio Híbrida, Nós Sensores Móveis, Quantidade de Nós Sensores, Sistema Multiagente, Alocação de Agentes.

Abstract

Coverage is a measure of quality of service in wireless sensor networks (WSNs), and is essential for monitoring a delimited region. This work addresses the dynamic coverage problem of a hybrid WSN, proposing a methodology consisting of two complementary methods. The first method aims to determine the minimum quantity of mobile sensor nodes required to ensure full coverage of the monitoring region. This approach is based on a theoretical framework composed of assumptions, propositions, theorems, and corollaries, considering the sensor detection circles, the monitored region, and the agent displacement circle. The model ensures full network connectivity and presents flexibility in dealing with agent failures. The second method proposes an optimal DLQT-DLQR coverage control scheme, based on the discrete algebraic Riccati equation (DARE), with the objective of optimizing the displacement and regulation of dynamic nodes in their target positions. The methodology ensures coverage without holes (gaps) and without connectivity losses among nodes, minimizing the displacement time of mobile agents and avoiding collisions, due to the preservation of the order of nodes along the displacement circle. The monitored environment is modeled as a circular region, with a static sensor node in the center, while the dynamic sensor nodes are allocated in a circumference with a radius smaller than the coverage region. The proposed solution allows the efficient monitoring of hostile environments, especially aquatic ones, contributing to environmental preservation, reducing costs with idle sensors, and increasing the operational efficiency of the WSN. A comparative analysis with the method based on Voronoi diagrams is performed, highlighting the need for algorithms capable of calculating the desired positions of the agents to ensure flawless coverage. The proposed method meets this requirement by determining the target positions of the agents. In addition, the influence of the variation of the coverage radius on the number of mobile sensor nodes for full monitoring is analyzed and a comparison is made with a rectangular monitoring area. Finally, the performance of the proposed allocation and regulation control is evaluated in relation to classical controllers, such as proportional (P) and proportional integral (PI), in the time domain with figures of merit.

Keywords: Coverage Control, Optimal Control, Hybrid Wireless Sensor Network, Mobile Sensor Nodes, Quantity of Sensor Nodes, Multi-Agent System, Agent Allocation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Arquitetura para a realização da proposta da quantidade mínima de nós sensores móveis e controle ótimo para RSSF híbrida. Esta metodologia apresenta flexibilidade ao tratamento de falha ou mau funcionamento do nó sensor. 35

Figura 2 – Topologia da RSSF híbrida proposta, composta por nós sensores móveis dispostos em anel e um nó estático conectado em estrela aos agentes dinâmicos. Todos os nós possuem *links* de comunicação não direcionais. Também são apresentadas as circunferências de detecção dos sensores, sendo que o ponto de interseção entre duas delas representa o limite máximo que o raio da área de monitoramento deve atingir para garantir a cobertura completa. 36

Figura 3 – Modelos de detecção: (a) modelo de disco e (b) modelo direcionado, não circular. O ponto P_2 não é detectado pelo sensor s_i, por estar fora da sua região de detecção e o ponto P_1 é detectado. 39

Figura 4 – Topologia de rede em estrela: com todos os nós conectados diretamente com nó central, tendo um único *link* para comunicação com o restante da rede. 40

Figura 5 – Topologia de rede em malha: os nós não precisam se conectar diretamente com o nó do centro, comunicando-se com ele por meio de outros nós. . 41

Figura 6 – Topologia de rede híbrida estrela-malha: com os nós da borda conectados e o central em estrela. 41

Figura 7 – Topologia anel: com os nós sensores conectados em formato de um círculo. 42

Figura 8 – Topologia árvore: com os nós sensores conectados em ramificações. . . . 42

Figura 9 – Topologias de rede: (a) totalmente conectada e (b) barramento. 43

Figura 10 – Diagrama de Voronoi de um conjunto de pontos no plano. Fonte:(EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014). 44

Figura 11 – Triangulação de Delaunay para um conjunto de pontos no espaço bidimensional. Fonte:(SELMIC; SERWADDA, 2016). 45

Figura 12 – Modelos de grafos: (a) grafo finito simples não direcionado e (b) grafo finito simples direcionado. 46

Figura 13 – Modelos de cobertura: (a) cobertura geral, (b) cobertura de barreira e (c) cobertura de varredura. Fonte: (SELMIC; SERWADDA, 2016). . . . 50

Figura 14 – Esquema de uma RSSF:(a) cobertura completa e (b) cobertura com buraco. 51

Figura 15 – Um agente autônomo inserido no ambiente, tendo como entrada os dados do sensoriamento do meio e após processar esses dados tem como resultado uma ação que afeta o ambiente, de modo a alcançar seus objetivos de projeto. 52
Figura 16 – Diagrama de blocos da aproximação do controlador PI, no tempo discreto, na sua forma paralela aplicado a uma dada planta. 55
Figura 17 – Diagrama do método de sintonia *online* de um controlador PID baseado em RNA com treinamento via LMS. Fonte: (ABREU; NETO, 2019) . . 56
Figura 18 – Esquema de cobertura, sem buraco, com nós sensores móveis e um nó sensor estático, com a delimitação da região de monitoramento $\mathbb{S}$, a circunferência S, na qual os nós móveis se deslocam e a representação da circunferência de detecção e de conectividade dos nós sensores com raio $r_s = r_c$. 66
Figura 19 – Esquema do modelo da RSSF híbrida com suas representações de posição, distância, velocidade angular e a relação dos agentes com seus vizinhos adjacentes. 69
Figura 20 – Diagrama de blocos do modelo de posição da RSSF híbrida em espaço de estados, no tempo discreto. 72
Figura 21 – Circunferência C_1 em relação ao seu posicionamento no plano XY, sendo r o raio da região de deslocamento dos nós móveis e r_s é o raio de detecção dos sensores. 75
Figura 22 – Relação entre as regiões de monitoramento e detecção, com a representação dos círculos C_1 e C_2 no plano XY e entre si, sendo r o raio de deslocamento dos agentes, r_s é o raio de detecção dos sensores, R é o raio da região de monitoramento, θ é o ângulo do ponto de interseção, α é o ângulo de deslocamento, a_2 e b_2 são as coordenadas do centro de C_2. 76
Figura 23 – Áreas de interseções entre os círculos de detecção do nó sensor, entre a circunferência do nó sensor e a área de monitoramento circular, no plano cartesiano. 81
Figura 24 – Diagrama de blocos do modelo da RSSF híbrida em espaço de estados no tempo discreto, com um controlador proporcional. 87
Figura 25 – Diagrama de blocos do modelo da RSSF híbrida em espaço de estados no tempo discreto, com um controlador proporcional integral. 88
Figura 26 – Diagrama de blocos do modelo da RSSF híbrida em espaço de estados no tempo discreto, com o controlador DLQT-DLQR proposto. 89
Figura 27 – Fluxograma com o resumo do que é proposto para o controle ótimo de cobertura dinâmica. 89

Figura 28 – Diagrama de blocos da RSSF híbrida em malha fechada com o controlador DLQR modificado proposto. 93
Figura 29 – Diagrama de blocos da RSSF híbrida em malha fechada com o controlador DLQT para essa topologia de rede. 96
Figura 30 – As posições iniciais dos seis nós sensores, com os nós sensores móveis alocados ao longo da circunferência S de raio $r = 7$ m. 101
Figura 31 – Posições especificadas dos seis nós sensores na circunferência de deslocamento S, com raio $r = 7$ m. Os cinco agentes dinâmicos são distribuídos uniformemente em S e o nó sensor estático está localizado no centro. 102
Figura 32 – Cobertura completa de uma região circular $\mathbb{S}$, com raio $R = 10$ m, consistindo de seis nós sensores, sendo cinco nós dinâmicos alocados no círculo de deslocamento e 1 estático no centro. O círculo de detecção dos sensores também é apresentado. 103
Figura 33 – Configuração de cobertura da RSSF híbrida após a falha de 1 nó sensor móvel. A nova área de monitoramento completo possui raio $R_n = 8{,}34$ m, sendo composta por cinco nós sensores: quatro nós dinâmicos alocados sobre a circunferência de deslocamento de raio $r = 7$ m e 1 nó estático localizado no centro. Os círculos de detecção dos sensores também são exibidos para ilustrar a cobertura total da região. 104
Figura 34 – Gráfico de barras mostrando a variação do raio R da região circular de monitoramento e os valores obtidos para o raio r da circunferência de deslocamento, bem como a quantidade mínima N de nós sensores móveis necessários para cobertura total. 105
Figura 35 – Representação do círculo de monitoramento $\mathbb{S}$, dos seis nós sensores alocados baseados no diagrama de Voronoi e a célula de Voronoi. . . . 106
Figura 36 – Modelos de monitoramento: (a) modelo circular proposto, (b) modelo retangular com a mesma área e a mesma quantidade de nós sensores. . 107
Figura 37 – Diferentes áreas de monitoramento usando a topologia circular proposta: (a) região triangular monitorada por três redes circulares; (b) região quadrada monitorada por quatro redes circulares. 108
Figura 38 – Deslocamento sem colisão dos seis agentes por iterações, com o controlador proporcional (P), para atingir as posições especificadas, com a representação da permanência do sensor estático no centro de S. 113
Figura 39 – Evolução do ganho proporcional K_p, calculado pelo método de sintonia *online* de um PID baseado na RNA com treinamento via algoritmo LMS, para a alocação dos cinco agentes dinâmicos em suas posições angulares especificadas. 114

Figura 40 – Evolução do esforço de controle do controlador proporcional, calculado com o ganho K_p para a alocação dos seis agentes em suas posições angulares especificadas. 115
Figura 41 – Deslocamento sem colisão dos seis agentes, com o controlador PI, para atingir as posições especificadas, com a representação da permanência do sensor estático no centro de S. 119
Figura 42 – Evolução dos ganhos do controlador PI, computados pelo método de sintonia *online* do LMS: (a) ganho proporcional K_p; (b) ganho integral K_I. 120
Figura 43 – Evolução do esforço de controle do controlador PI, calculado com os ganhos K_p e K_I para alocação dos cinco agentes dinâmicos em suas posições angulares especificadas. 122
Figura 44 – Deslocamento sem colisão dos seis agentes da rede híbrida, com o controlador DLQT, para atingir as posições especificadas, com a representação da permanência do sensor estático no centro de S. 127
Figura 45 – Evolução do esforço de controle, com o controlador DLQT, para o delocamento dos agentes até atingirem suas posições especificadas na circunferência de deslocamento. 128
Figura 46 – Regulação da posição angular dos agentes, com o controlador DLQR, para garantir a cobertura circular completa e a conectividade da rede. . 130
Figura 47 – Evolução do esforço de controle, velocidade angular, com o controlador DLQR, responsável por manter os seis nós sensores em suas posições angulares especificadas no círculo de deslocamento S. 131

Lista de tabelas

Tabela 1 – Relação do erro, termo integral e ganho integral para o controlador PI, a partir do método de sintonia *online* de um PID baseado em RNA com treinamento via algoritmo LMS. 121
Tabela 2 – Análise de desempenho do sistema em malha fechada com os controladores P, PI e DLQT no domínio do tempo, baseado em figuras de mérito. 132

Lista de abreviaturas e siglas

ANP	Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis
ARE	*Algebraic Riccati Equation* (Equação Algébrica de Riccati)
DARE	*Discrete Algebraic Riccati Equation* (Equação Algébrica de Riccati Discreta)
DLQR	*Discrete Linear Quadratic Regulator* (Regulador Linear Quadrático Discreto)
DLQT	*Discrete Quadratic Linear Tracker* (Seguidor Linear Quadrático Discreto)
LMS	*Least-Mean-Square* (Mínimos Quadrados Médios)
LQR	*Quadratic Linear Regulator* (Regulador Linear Quadrático)
LQT	*Quadratic Linear Tracker* (Seguidor Linear Quadrático)
LTI	*Linear Time Invariant* (Linear Invariante no Tempo)
MIMO	*Multiple Input Multiple Output* (Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas)
MPC	*Model Predictive Control* (Controle Preditivo de Modelo)
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
ONU	Organização das Nações Unidas
P	Proporcional
PI	Proporcional Integral
PID	Proporcional Integral Derivativo
QoS	*Quality of Services* (Qualidade de Serviço)

RNA	Rede Neural Artificial
RSSF	Rede de Sensores Sem Fio
RSU	Resíduo Sólido Urbano
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
WSN	*Wireless Sensor Network* (Rede de Sensores Sem Fio)

Sumário

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 Justificativas 22
1.2 Motivação 23
1.3 Objetivos 24
1.3.1 Objetivos Gerais 24
1.3.2 Objetivos Específicos 24
1.4 Organização da Tese 25

2 ESTADO DA ARTE E PROPOSTA 27
2.1 Estado da Arte 27
2.1.1 Quantidade de Nós Sensores 28
2.1.2 Formação Circular da RSSF 29
2.1.3 Alocação Ótima dos Nós Sensores 30
2.1.4 Controle de Cobertura 31
2.2 Descrição e Solução do Problema 33
2.2.1 Problemática 33
2.2.2 Proposta 33

3 PRELIMINARES 37
3.1 Rede de Sensores Sem Fio - RSSF 37
3.1.1 Modelos de Detecção 38
3.1.2 Topologia em RSSFs 39
3.1.3 Modelagem das RSSFs 43
3.1.3.1 Diagrama de Voronoi 43
3.1.3.2 Triangulação de Delaunay 44
3.1.3.3 Teoria de Grafos 45
3.1.4 Conectividade da RSSF 48
3.1.5 Controle de Cobertura 49
3.2 Sistemas Multiagentes 52
3.3 Controle de Formação 53
3.4 Controlador Proporcional Integral 54
3.4.1 Sintonia dos Ganhos do PID 55
3.5 Controle Ótimo 57
3.5.1 Regulador Linear Quadrático Discreto - DLQR 58
3.5.2 Seguidor Linear Quadrático Discreto - DLQT 61
3.6 Métricas de Avaliação 63

4 CONTROLE ÓTIMO DE COBERTURA DE UMA RSSF HÍBRIDA 65
4.1 Formulação do Problema . . . 65
4.2 Modelagem Matemática da RSSF Híbrida . . . 68
4.3 Definição da Quantidade Mínima de Nós Sensores . . . 72
4.3.1 Tratamento a Falha do Nó Sensor . . . 85
4.4 Controle de Formação da RSSF Híbrida . . . 86
4.4.1 RSSF Híbrilda com Controlador Proporcional . . . 86
4.4.2 RSSF Híbrilda com Controlador Proporcional Integral . . . 87
4.4.3 RSSF Híbrida com Controlador DLQT-DLQR Proposto . . . 88
4.4.3.1 Regulador Linear Quadrático Discreto para a Topologia da RSSF Híbrida . . . 89
4.4.3.2 Seguidor Linear Quadrático Discreto para a Topologia da RSSF Híbrida . . . 93

5 RESULTADOS . . . 97
5.1 Definição da Quantidade Mínima de Nós Sensores . . . 97
5.1.1 Algoritmos do Método da Quantidade de Nós Sensores Móveis . . . 98
5.1.2 Estudo de Caso . . . 100
5.1.3 Análise da Variação de R . . . 104
5.1.4 Comparação com o Método de Voronoi . . . 105
5.1.5 Comparação entre a Área Circular e Retangular . . . 106
5.2 Ação dos Controladores para a Formação Circular . . . 109
5.2.1 RSSF Híbrida com Controlador Proporcional . . . 111
5.2.2 RSSF Híbrida com Controlador Proporcional Integral . . . 116
5.2.3 RSSF Híbrica com Controladores modificados DLQR e DLQT . . . 122
5.3 Análise dos Controladores . . . 131
5.3.1 Aplicação da RSSF Híbrida no Mundo Real . . . 133

6 DISCUSSÕES . . . 135
6.1 Conclusões . . . 135
6.2 Contribuições . . . 137
6.3 Publicações . . . 137
6.4 Trabalhos Futuros . . . 138

REFERÊNCIAS . . . 139

Capítulo 1

Introdução

As redes de sensores sem fio (RSSF) têm sua base em diferentes áreas tecnológicas, como a comunicação sem fio, a microeletrônica, a instrumentação e os sistemas embarcados, cuja evolução permitiu o desenvolvimento de dispositivos compactos, eficientes e de baixo custo. Essas redes são aplicadas no monitoramento, rastreamento, coordenação e processamento de diversos ambientes, entre eles os ambientes hostis, nos quais a intervenção humana direta não é possível ou de difícil acesso, como áreas ligadas a processos químicos, biológicos, físicos, ambientes aquáticos, entre outros.

Os ambientes hostis são caracterizados como não controlados, como regiões vulcânicas, superfícies aquáticas, zonas de alta variabilidade climática, ou seja, com condições meteorológicas instáveis, áreas de desastres como deslizamentos de terra, queimadas, entre outros. Esses ambientes são ideais para a aplicação de RSSF, devido à sua flexibilidade e mobilidade na implantação, facilitando o monitoramento contínuo, além da capacidade de formação dos seus nós sensores móveis, na qual os agentes se deslocam de forma coordenada, permitindo que a rede se adapte rapidamente às variações ambientais, garantindo uma cobertura mais eficiente e uma resposta mais ágil às condições voláteis do ambiente.

Os nós sensores que constituem uma RSSF são do tipo estáticos ou dinâmicos. Esses sensores determinam a classe da rede, se ela é estática, dinâmica ou híbrida. A RSSF híbrida é a mais adequada para ambientes hostis ou não controlados, sendo que os nós móveis proporcionam adaptabilidade à rede, cobrindo buracos e otimizando o tempo de vida da rede (FARIAS, 2024).

Em alguns casos de monitoramento de ambientes hostis, os nós sensores são alocados aleatoriamente, ou seja, apenas lançados sobre a região que se deseja monitorar, sem um estudo prévio de cobertura, de custo e de comunicação. Um dos grandes problemas dessa alocação é que não se tem o controle da posição dos nós sensores, nem garantia de cobertura completa, além de necessitar de um maior número de nós para obter uma

melhor cobertura.

O nó sensor é um dispositivo importante para a RSSF, devido a ser o responsável por capturar, processar e transmitir esses dados, sendo também denominado de nó sensor inteligente, realizando a integração entre o meio ambiente e os agentes. Para o monitoramento de ambientes aquáticos, ou seja, um ambiente hostil, é relevante considerar um nó sensor que detecta e classifica poluentes (SILVA; FREIRE; NETO, 2023).

Como já mencionado, a RSSF é um grupo de nós sensores que colaboram entre si em prol de um determinado objetivo de monitoramento, visto que um único sensor detecta uma pequena região, então a rede já supera essa limitação. Esses sensores coletam os dados que são processados para a tomada de decisão em conjunto com os dados de seus sensores vizinhos adjacentes (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014). No entanto, essas RSSFs são limitadas por restrições, como o alcance de detecção do sensor, bateria, capacidade de conexão, memória e capacidade de computação. Nesta pesquisa, são abordadas duas dessas restrições, que são o raio de detecção e a conectividade, levando em consideração que esses são fatores que impactam na cobertura da rede e no consumo de energia.

Em uma rede de sensores sem fio, um dos requisitos fundamentais é a garantia de qualidade de serviço (*Quality of Services* - QoS). A cobertura é considerada uma medida de QoS, indicando quão bem cada ponto no campo de detecção é coberto (SELMIC; SERWADDA, 2016). Portanto, para garantir uma cobertura completa e segura, é preciso determinar o tipo de cobertura, projetando uma estratégia de alocação dos nós sensores, de modo a utilizar a menor quantidade de nós e garantir um alto grau de cobertura da região (YU et al., 2022).

O problema de cobertura da RSSF está relacionado diretamente com a alocação dos nós sensores, ou seja, a formação da topologia de rede. Portanto, para abordar esse problema, é preciso definir inicialmente o tipo de cobertura para a aplicação especificada, o modelo de detecção do sensor, o modelo matemático que retrate a dinâmica da rede, a formulação da função objetivo, baseada no que se deseja otimizar e, por fim, o método para otimização da função objetivo.

A cobertura de RSSF na literatura é geralmente classificada em três categorias: cobertura de alvo, cobertura de barreira e cobertura de área. A cobertura de alvo concentra-se no rastreamento de um ou mais alvos específicos, enquanto a cobertura de barreira tem como objetivo monitorar uma fronteira, evitando que intrusos a atravessem sem serem detectados. Já a cobertura de área visa garantir o monitoramento completo da região de interesse. Neste trabalho, adota-se a cobertura de área para monitorar uma região circular delimitada, assegurando uma cobertura completa da área.

Uma alternativa para aumentar a flexibilidade e robustez da cobertura dinâmica é utilizar veículos aéreos não tripulados (VANTs) como nós móveis para alcançar uma boa

eficiência de cobertura (GUO et al., 2021), sendo que seu sistema de comunicação sem fio apresenta vantagens de custo e recursos de implantação rápida para recuperar comunicação (CHENG et al., 2024). Caso o ambiente a ser monitorado seja aquático, têm-se os veículos subaquáticos (KASCHEL; ROJAS, 2021) (SINGHAL et al., 2020). Portanto, o agente a ser utilizado depende da região que se deseja monitorar.

O modelo de detecção do sensor é um parâmetro importante para a cobertura da rede, influenciando diretamente no seu desempenho. Os modelos tradicionais incluem o de disco binário (XIA et al., 2023) (FUNADA et al., 2024) e o modelo de ângulo direcionado (YAO et al., 2022) (YAO et al., 2024) (CHEN; XIONG; SHE, 2023). Neste trabalho, o modelo de disco binário é selecionado, sendo a sensibilidade do sensor determinada por um círculo e os pontos dentro dela são totalmente cobertos, assumindo que não há obstáculo no ambiente monitorado e ignorando a diminuição do sinal de detecção, ou seja, considera-se que esse sinal é constante dentro do círculo de detecção do sensor (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014). Selecionou-se o modelo de disco binário devido à sua flexibilidade, no qual cada nó sensor é caracterizado por uma área de detecção circular, com o sensor posicionado no seu centro e seu alcance é definido pelo raio dessa circunferência. Como resultado, qualquer alvo dentro deste disco é detectado de forma confiável, simplificando o planejamento de cobertura e garantindo alta eficiência na aplicação de cobertura em várias geometrias.

A alocação dos nós sensores é uma questão crítica em RSSF, devido a estar diretamente relacionada com a QoS. Esse problema de alocação pode ser minimizado com uma RSSF híbrida, considerando a influência das perturbações externas, como o vento (FARIAS et al., 2024a). Outra forma de tentar contornar esse problema é a identificação dos buracos de cobertura, sendo que essa busca pode ser realizada pelo diagrama de Voronoi (FARIAS et al., 2024b). Na sequência, propõe-se estratégias para reduzir e/ou eliminar as lacunas na cobertura da região de interesse.

A implantação dos nós sensores que constituem a RSSF, na região de interesse, é um fator crucial para a qualidade do monitoramento. Considerando dois cenários com a mesma quantidade de nós sensores, variações na alocação desses nós resultam em diferenças na cobertura e na conectividade da rede. Consequentemente, determinar a posição ótima dos nós sensores na região de monitoramento, além de uma estratégia para manter esses nós nas suas posições, mesmo na presença de perturbações externas, é fundamental para uma cobertura segura.

O controle de cobertura da RSSF é considerado como um problema de alocação de nós sensores, na qual pode ser estático e *offline*, ou seja, as posições ótimas dos nós sensores são calculadas *offline* primeiro e, na sequência, os nós são posicionados nas referidas posições. Outra alternativa é o controle de cobertura dinâmico e *online*, sendo os nós sensores móveis, a posição ótima naquele instante de tempo é calculada de forma

online e ajusta-se de acordo com os critérios especificados (SELMIC; SERWADDA, 2016). Para propor um controle de cobertura, algoritmos são desenvolvidos com base no diagrama de Voronoi (LI; SPINELLO, 2024) (FARIAS et al., 2024b) (FUNADA et al., 2024), como também são baseados na aprendizagem por reforço (CHENG et al., 2024) (MENG; KAN, 2022) (JIN; LI; LIANG, 2024).

A cobertura e a conectividade da rede são métricas de desempenho, que podem ser alcançadas adicionando um grande número de nós sensores, eliminando buracos de cobertura e a perda da conectividade entre os agentes, ou seja, toda a área de interesse é detectada por algum nó sensor e deve existir um *link* de comunicação entre os nós (FARSI et al., 2019). Porém, com o número elevado de nós sensores, aumenta-se o consumo energético e o custo da rede. Consequentemente, a quantidade mínima de nós sensores que proporciona cobertura e conectividade máximas da região alvo é um problema em RSSF.

O controle de cobertura de uma RSSF em círculo é um caso típico de controle de cobertura 1D, que pode ser aplicado a muitos cenários práticos (WANG; SONG; LIU, 2023). Portanto, qualquer formato geométrico da área de interesse pode ser coberto por uma ou por um conjunto de redes circulares, de modo a proporcionar uma cobertura completa.

A maioria dos trabalhos que abordam controle de cobertura negligencia fatores críticos, como falhas e mau funcionamento do sensor, que afetam diretamente a cobertura da região de monitoramento. Portanto, para abordar essas limitações e melhorar o desempenho e a confiabilidade da rede, neste trabalho propõe-se uma topologia de RSSF híbrida que incorpora contornos a falhas e mau funcionamento dos nós sensores que constituem a rede, garantindo uma cobertura completa.

Com base no exposto, nesta tese é apresentada uma proposta para alocação ótima dos nós sensores móveis, proporcionando uma cobertura completa da região de monitoramento, por meio da quantidade mínima de nós móveis e do controle ótimo. Para tanto, a RSSF é constituída de nós móveis e um estático, ou seja, RSSF híbrida, organizada na forma de um círculo, e a região de monitoramento também é delimitada por uma circunferência.

Portanto, neste trabalho é apresentada uma metodologia que garante uma cobertura circular completa da RSSF híbrida com a quantidade mínima de nós sensores móveis e o controlador DLQT-DLQR para a construção e manutenção da topologia de rede. A abordagem proposta também incorpora flexibilidade no tratamento de falha dos nós sensores. Ao reduzir o número de nós móveis e realizar a alocação e regulação dos agentes de forma ótima, promove-se a otimização dos recursos energéticos, resultando no aumento da vida útil da rede.

1.1 Justificativas

O petróleo é um recurso natural importante, devido à sua utilização como fonte de energia, além de ser utilizado na indústria para a fabricação de outros produtos, como plásticos e fármacos. Essa matéria-prima é fundamental na indústria e vem aumentando continuamente sua procura, além das viagens aéreas que utilizam seu derivado. Consequentemente, significa que o consumo global de petróleo continua a crescer ao longo da previsão, apresentando em 2028 um aumento de $5,9$ milhões de barris por dia em comparação com os níveis de 2022 (IEA50, 2023).

No Brasil, a extração e produção de petróleo e seus derivados ocorrem predominantemente em águas profundas e ultraprofundas. Esse cenário aumenta a distância e o transporte marítimo do petróleo até as refinarias e unidades de tratamento, sendo posteriormente distribuído para o mercado nacional e internacional, em sua maioria por rotas marítimas (ANP, 2023b).

O Nordeste do Brasil, as atividades de produção de petróleo são observadas nos estados do Rio Grande do Norte, Ceará, Sergipe, Alagoas e Bahia, totalizando $1,7\%$ de toda a produção do Brasil no ano de 2023 (ANP, 2023a). No Maranhão, a exploração de petróleo encontra-se em fase de debate e pesquisa, nas bacias de Maranhão/Pará, Barreirinhas e Parnaíba. De acordo com a nota técnica sobre a margem equatorial brasileira, a bacia Pará-Maranhão e a bacia Barreirinhas são grandes potenciais petrolíferos, levando em consideração que a margem continental de Gana e Costa do Marfim, com sistema petrolífero cretáceo, são margens homólogas à do Maranhão. Nesse estudo, foi concluído que o potencial dessas bacias é da ordem de $20-30$ bilhões de barris recuperáveis (FILHO; ZALáN, 2023). Consequentemente, o Nordeste é uma área propícia à exploração de petróleo e que demandará um monitoramento em tempo real e de forma integrada, garantindo a segurança das operações, além de minimizar os impactos ambientais e assegurar que os recursos sejam utilizados de maneira sustentável e responsável para o desenvolvimento da região.

De acordo com o relatório de sustentabilidade da Petrobras de 2023 (PETROBRAS, 2024), foram registrados sete eventos envolvendo vazamento de petróleo e derivados com volume superior a um barril (sendo que 1 barril corresponde a $0,159$ m^3), totalizando $16,9$ m^3, valor inferior ao vazado em 2022, que foram registrados nove eventos de vazamento com um volume de $218,03$ m^3. Desses vazamentos, cinco ocorreram em ambientes *offshore* e dois em ambientes terrestres. O vazamento em ambiente marinho, com maior volume de petróleo, ocorreu no Campo de Araçás na Bahia, com um volume de $3,3$ m^3 de diesel, correspondendo a 65% de todo o vazamento registrado no ano de 2023.

A poluição de meios aquáticos causa grandes impactos ao desenvolvimento sustentável do país, além de causar danos à vida aquática e à vida da população costeira.

O descarte inadequado de lixo, principalmente de plásticos e esgoto, é um dos principais responsáveis por essa poluição, além do derramamento/vazamento de petróleo e seus derivados.

Consequentemente, os impactos negativos das atividades petrolíferas e dos descartes irregulares de lixo e esgoto vêm incentivando as empresas e os países à utilização de métodos e técnicas menos agressivos ao meio ambiente. Além de buscarem sistemas com capacidade de detectar, rastrear e localizar os vazamentos de óleo (SOUSA, 2023) (SOUSA; NETO, 2023), para que a empresa possa atuar de maneira rápida e eficaz, reduzindo os danos ao meio ambiente e à comunidade local.

Ao constatar essas informações, os órgãos governamentais e as empresas privadas passaram a preocupar-se com o meio ambiente e com os impactos causados pela industrialização. No Maranhão, por exemplo, espera-se que a exploração do petróleo promova o desenvolvimento sócioeconômico do estado, gerando mais empregos para a população. Para mitigar os danos causados pela industrialização e pela falta de saneamento básico, explora-se a implantação de sistemas de monitoramento, para acompanhar de forma contínua todos os processos, até mesmo aqueles que ocorrem em ambientes hostis, detectando de forma rápida, caso alguma anomalia seja identificada, proporcionando uma atuação imediata para reduzir os danos causados. Consequentemente, neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de métodos e algoritmos para determinar a quantidade mínima de agentes dinâmicos e para o controle ótimo de alocação dos nós sensores dinâmicos da RSSF híbrida, viabilizando uma cobertura circular completa, sem buracos e sem perda de comunicação.

1.2 Motivação

Ao considerar a relevância estratégica do petróleo e de seus derivados para a economia global, porém, essa atividade apresenta riscos significativos de acidentes com derramamentos ou vazamentos, os quais acarretam impactos negativos à saúde da população e ao meio ambiente. Diante dessa preocupação, a Organização das Nações Unidas (ONU) estabeleceu os objetivos de desenvolvimento sustentável (ODS), que almejam assegurar o desenvolvimento tecnológico, preservando o meio ambiente e o bem-estar social. Nesse contexto, necessita-se de um monitoramento contínuo e completo, contribuindo para a detecção precoce e a mitigação desses incidentes, em conformidade com as diretrizes de um desenvolvimento sustentável.

Uma tecnologia que tem capacidade para realizar esse tipo de monitoramento, detecção e rastreamento são as RSSFs, que consistem em vários nós sensores, sendo eles estáticos e/ou móveis com um ou múltiplos sensores por nó, que se comunicam entre si através de *links* de rádio. Esses nós são capazes de realizar o processamento de dados e

calcular o controle da rede (SELMIC; SERWADDA, 2016).

A motivação científica fomenta a oportunidade de desenvolver métodos e algoritmos para proporcionar uma cobertura circular completa da RSSF híbrida, por meio do cálculo da quantidade mínima de nós sensores móveis e do controle ótimo para otimizar a alocação e regulação dos agentes dinâmicos, de modo a garantir uma cobertura sem falhas. Esse é um desafio, devido à dificuldade para controlar o deslocamento dos nós sensores móveis de forma dinâmica, sem ocasionar colisões entre os agentes e mantendo a conectividade da rede, proporcionando um controle ótimo da cobertura em tempo hábil.

Quanto à motivação social, as técnicas propostas podem ser aplicadas para realizar o monitoramento de ambientes hostis, contribuindo com os ODS. Com o monitoramento completo e contínuo, aumentando a probabilidade de manchas de óleo serem detectadas pela RSSF híbrida, devido à detecção precoce, as organizações de preservação do meio ambiente e gestores das regiões afetadas têm subsídios para elaborar planos de contingência rápidos e eficientes, evitando que o problema ambiental se alastre para uma área maior.

1.3 Objetivos

Os objetivos desta tese de doutorado estão categorizados em gerais e específicos. Desta forma, distinguem-se pontos abrangentes a serem alcançados para que sejam logrados os fins essenciais.

1.3.1 Objetivos Gerais

Nesta tese é apresentado o desenvolvimento de uma metodologia para a cobertura circular completa da RSSF híbrida, a partir da topologia de rede, da quantidade mínima de nós sensores móveis, da alocação e regulação ótimas dos agentes dinâmicos em suas posições ideais, garantindo uma cobertura sem buracos e totalmente conectada.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um arcabouço teórico que proporciona uma topologia de rede e sua modelagem matemática com a finalidade de atuar no controle de cobertura circular, evitando colisões entre os agentes, buracos de cobertura e perdas de conectividade, além de proporcionar flexibilidade no tratamento à falha dos nós sensores;

- Desenvolver métodos e algoritmos para determinar a quantidade mínima de nós sensores dinâmicos que garantem uma cobertura completa da RSSF híbrida, com base no modelo de detecção do sensor e na área de monitoramento;

- Desenvolver métodos e algoritmos de alocação ótima dos nós sensores móveis, para construção de cobertura dinâmica completa, minimizando o tempo de chegada dos agentes em suas posições especificadas;
- Desenvolver métodos e algoritmos de regulação ótima dos nós sensores dinâmicos para assegurar a cobertura completa, evitando os buracos de cobertura e a perdas de conectividade entre os agentes da rede;
- Realizar a análise dos métodos propostos, verificando a eficiência da cobertura completa e o desempenho do sistema multiagente;
- Realizar a comparação da metodologia proposta com abordagens existentes, tanto em termos de controle de cobertura quanto na determinação da quantidade de agentes dinâmicos necessários.

1.4 Organização da Tese

Esta seção apresenta a estrutura da tese, descrevendo brevemente os conteúdos abordados em cada capítulo. A tese está organizada em seis capítulos, sendo que cada um deles é subdividido em seções e subseções, que apresentam o estado da arte, a descrição do problema, a proposta, o referencial teórico, a metodologia proposta, os resultados, a conclusão e as referências.

No Capítulo 2 é apresentado o estado da arte referente à quantidade mínima de nós sensores, à formação circular, à alocação ótima dos nós e ao controle da cobertura. Neste capítulo também é exposta a problemática e a proposta da tese, tendo como objetivo a cobertura circular completa da área de monitoramento, com a quantidade mínima de nós sensores e uma formação ótima.

No Capítulo 3 são explorados os conceitos, modelos e topologias das redes de sensores sem fio, bem como as abordagens utilizadas para sua modelagem matemática, como o diagrama de Voronoi, a triangulação de Delaunay e a teoria dos grafos. Além disso, a conectividade nas RSSF é discutida, apresentando a formulação necessária para garantir uma rede totalmente conectada, baseada nas forças virtuais. O controle de cobertura também é abordado nesse capítulo, destacando os diferentes modelos de cobertura e os desafios relacionados aos buracos de cobertura. Com o intuito de evidenciar os deslocamentos coordenados dos agentes, discute-se a formação de sistemas multiagentes. Quanto ao projeto de controle, são abordados o controlador clássico proporcional integral (PI), o regulador linear quadrático discreto (DLQR) e o seguidor linear quadrático discreto (DLQT), acompanhados de suas respectivas formulações matemáticas. Para a análise desses controles, as métricas de avaliação no domínio do tempo são expostas.

No Capítulo 4, a metodologia para o desenvolvimento da tese é apresentada, iniciando com a formulação do problema, detalhando-se as considerações a respeito do esquema de cobertura proposto. Em seguida, a modelagem matemática da RSSF híbrida, baseada na teoria de grafos, é descrita. Com base na metodologia adotada, neste capítulo discute-se o método utilizado para determinar a quantidade mínima de nós sensores necessária para garantir a cobertura circular completa de uma região delimitada. Também é abordado o controle de formação da topologia da RSSF proposta, com controladores clássicos como proporcional e integral, além do desenvolvimento dos controladores DLQT e DLQR modificados para essa aplicação, que visam o deslocamento e permanência, respectivamente, dos nós sensores dinâmicos em suas posições especificadas, minimizando o tempo de alocação e regulação com base nas velocidades dos agentes.

No Capítulo 5, os resultados e discussões são apresentados e avaliados criteriosamente, com uma análise detalhada dos dados obtidos por meio de simulações. Adicionalmente, é feita uma correlação entre o modelo de RSSF híbrida proposto e o método de Voronoi, além da análise em relação à variação da circunferência de monitoramento e à comparação entre a cobertura em regiões circulares e retangulares. Quanto ao controle de formação, é apresentada a resposta do sistema com o controlador proporcional integral (PI) e com o controlador proposto DLQT-DLQR.

No Capítulo 6, a conclusão, as contribuições, as publicações relacionadas ao desenvolvimento desse estudo e os trabalhos futuros da tese são apresentados.

Capítulo 2

Estado da Arte e Proposta

Neste capítulo apresenta-se os resultados dos levantamentos bibliográficos de trabalhos que vêm sendo desenvolvidos na área de monitoramento via RSSF, tais como: modelos de RSSF, métodos de alocação dos nós sensores, conectividade da rede, controle de cobertura e controle ótimo. Com base na literatura existente e na identificação dos desafios que ainda precisam ser resolvidos, são formuladas e descritas a problemática e a solução proposta nesta tese.

2.1 Estado da Arte

Devido à necessidade de um monitoramento completo e contínuo para ambientes hostis e com grande índice de acidentes com derramamento/vazamento de petróleo e derivados ou de descarte incorreto de lixo e resíduos, principalmente próximos das indústrias e das rotas comerciais de navegação dos navios, um levantamento e estudo sobre as técnicas de monitoramento foram realizados. Consequentemente, esta pesquisa visa o desenvolvimento de métodos e algoritmos para determinar a quantidade mínima de nós sensores com base na topologia de RSSF híbrida proposta, além do controle ótimo da cobertura dinâmica (constituída por nós dinâmicos) para alocação ótima dos agentes, evitando buracos de cobertura e perdas de conectividade entre os agentes da rede.

As RSSF têm sido amplamente utilizadas em aplicações de monitoramento, rastreamento e processamento de dados em ambientes hostis. No entanto, enfrentam limitações inerentes, tais como: restrições de capacidade de processamento, consumo energético e largura de banda. Diante dessas restrições, a seleção de uma topologia distribuída torna-se uma alternativa viável, sendo que cada nó sensor executa localmente os seus próprios processos computacionais e compartilha as informações com os demais nós, colaborando para o alcance de um objetivo comum. Em decorrência dessa dinâmica cooperativa, a RSSF pode ser modelada como um sistema multiagente.

Para viabilizar um monitoramento completo, os nós sensores devem se deslocar de forma cooperativa, evitando colisões e preservando a geometria da topologia de rede. Essa alocação coordenada é associada à formação de multiagentes, tendo como objetivo posicionar os agentes em suas posições especificadas. A formação integrada com técnicas de controle permite a alocação de forma estratégica dos agentes, promovendo o controle de cobertura, garantindo que a área de interesse seja monitorada eficientemente.

Portanto, diversos modelos e métodos de formação de RSSF têm sido objeto de pesquisa. Com base no levantamento bibliográfico realizado, são ressaltadas as seguintes técnicas: quantidade de nós sensores, formação circular da RSSF, alocação ótima dos nós sensores e controle de cobertura.

2.1.1 Quantidade de Nós Sensores

Quanto à determinação da quantidade mínima de nós sensores para garantir uma cobertura completa, Chunyang et al. (QI et al., 2020) propuseram um novo esquema de cobertura com uma rede de sensores híbridos, tendo como objetivo a cobertura completa de uma região retangular de monitoramento com o mínimo de nós sensores móveis, reduzindo o consumo de energia da rede e aumentando seu tempo de vida. A quantidade mínima de nós sensores para cobrir a área retangular é computada matematicamente; na sequência, calcula-se a quantidade mínima de nós sensores móveis, de modo a equilibrar o consumo de energia e a cobertura da RSSF. Também é proposto um algoritmo baseado na força virtual e no método de Voronoi para melhorar a cobertura e reduzir a distância de movimento dos nós móveis, além de outro algoritmo de construção e manutenção de topologia para aumentar a durabilidade da infraestrutura da RSSF. Eles comprovaram que o esquema proposto atingiu uma cobertura máxima de quase cem por cento com a quantidade mínima de nós móveis.

Wang et al. (WANG et al., 2024) investigaram a cobertura de barreira fechada, sendo que os nós sensores são organizados em barreira e formam um circuito fechado, utilizando uma rede de sensores direcionais híbrida. A área de monitoramento considerada é retangular, com nós inicialmente distribuídos aleatoriamente, sendo parte deles móveis e parte estáticos. Posteriormente, esses nós sensores são selecionados e organizados para formar a cobertura de barreira. A quantidade mínima de nós móveis é determinada com base no cálculo das lacunas entre os nós estáticos, levando em consideração o ângulo de visão e o raio de detecção dos sensores, juntamente com informações geométricas da área. Além disso, os autores propuseram uma estratégia de rotação e movimentação dos nós sensores, almejando alcançar uma cobertura de barreira fechada com o menor número possível de nós sensores móveis e otimização do consumo energético. Os resultados experimentais confirmaram a eficácia da abordagem proposta.

As RSSF são amplamente utilizadas para monitorar ambientes hostis, como

ambientes aquáticos, e consistem em nós sensores inteligentes capazes de detectar e classificar poluentes (SILVA; FREIRE; NETO, 2023). A quantidade de nós sensores é crítica, porque está diretamente relacionada ao consumo de energia e à redundância dos dados medidos. Portanto, Afizudeen et al. (AFIZUDEEN; PAVITHRA, 2024) propuseram um algoritmo de implantação de nós sensores determinístico baseado no número de Grundy, com o objetivo de usar uma quantidade eficiente de nós sensores, maximizando o tempo de vida da RSSF e minimizando a redundância dos dados adquiridos.

A quantidade de nós sensores está diretamente relacionada com buracos de cobertura, ou seja, se a quantidade de agentes não for suficiente para monitorar uma determinada região, vai gerar buracos de cobertura. Em (SUN et al., 2024), os autores propõem adicionar dados de nós fictícios na estrutura do filtro de Kalman, para mitigar o acúmulo de erros de previsão que frequentemente resultam em falhas de rastreamento. Outra contribuição é a associação de dados que comuta a matriz de afinidade geométrica e de movimento, garantindo associações ideais durante a atualização de Kalman. Resultando em um monitoramento contínuo e robusto para os cenários desafiadores.

2.1.2 Formação Circular da RSSF

A formação circular é um arranjo geométrico comumente utilizado em sistemas multiagentes para posicioná-los de maneira equidistante em torno de um ponto central. Esse tipo de formação tem sido amplamente explorado em diversas aplicações, como cobertura de área, monitoramento cooperativo, especialmente em redes de sensores sem fio.

No seu trabalho, Wang et al. (WANG; XIE; CAO, 2013) estudaram formação circular de agentes dinâmicos com a preservação da ordem ao longo de toda a trajetória dos sensores, de modo que não ocorra colisão durante a formação circular. Para isso, é proposta uma lei de controle distribuído baseada nas posições relativas de seus vizinhos adjacentes e nas distâncias estabelecidas, além de um método de controle baseado em dados amostrados. Em outro trabalho, Wang et al. (WANG; SONG; FAN, 2019), é adicionado o erro de medição, em relação à posição que o sensor detecta de seus vizinhos adjacentes, além de provar que a lei de controle distribuído proposta conduz o sistema para a formação desejada, mesmo com as medições ruidosas das posições dos agentes.

Nessa mesma linha dessas pesquisas, Feng et al. (FENG et al., 2021) trabalharam com o controle de formação para rede de nós sensores móveis com erros de medições de posição limitadas, na qual os nós sensores são obrigados a realizar uma formação determinada em um círculo. Eles solucionaram esse problema em duas etapas. Na primeira etapa, propõe-se um algoritmo de estimação para estimar a diferença de posição entre os sensores e seus vizinhos. Na segunda etapa, eles propuseram uma lei de controle de formação de círculo distribuído para cada sensor, utilizando a diferença de posição estimada,

mostrando que o efeito do erro de medição na formação circular é reduzido.

Ainda sobre o problema de formação circular, Shen et al. (SHEN; SONG; FAN, 2019), trabalharam com a problemática do controle de formação de um círculo em tempo finito para uma rede de agentes móveis com dinâmica de tempo contínuo, sendo as leis de controle distribuído aplicadas aos agentes, que os deslocam à formação de círculo prescrita. A análise teórica desse método proposto foi realizada através da teoria de estabilidade em tempo finito e dos métodos de Lyapunov.

A pesquisa desenvolvida por Wu et al. (WU; SONG; LI, 2022), relata um ponto importante para RSSF que é a conectividade, ressaltando o controle de formação de um círculo para sistema multiagentes com preservação de conectividade, sendo proposta uma lei de controle de formação com preservação da conectividade da rede e saturação do sinal de entrada, assegurando a conectividade da rede.

2.1.3 Alocação Ótima dos Nós Sensores

A alocação ótima de nós sensores em RSSF tem se tornado um tópico importante em pesquisa de sistemas distribuídos. Com o objetivo de garantir que os nós estejam posicionados estrategicamente, proporcionando a maximização da cobertura da área, a minimização do consumo energético e a manutenção da conectividade da rede.

Em Song. et al. (SONG; LIU; FENG, 2014) trabalharam com a implementação ótima de agentes móveis com velocidades distintas, limitando-se a deslocar-se no círculo, tendo como objetivo principal alcançar a configuração final da rede multiagente, minimizando o tempo de chegada do agente a qualquer ponto da circunferência de deslocamento.

Em relação ao posicionamento dos nós sensores, Kumar et al. (KUMAR; SINGH; ANAND, 2024) propuseram uma abordagem otimizada para o posicionamento de nós em uma rede acústica subaquática, na qual visa maximizar a área de cobertura da rede e aumentar a sua vida útil. Para atingir esse objetivo, eles utilizaram duas técnicas: o *Voronoi-fuzzy C-means*, na qual a técnica Voronoi é usada para dividir a área de cobertura em regiões distintas, e o algoritmo *fuzzy C-means* é empregado para classificar as regiões e posicionar os nós de maneira mais eficiente, melhorando a distribuição dos nós, evitando a sobreposição excessiva. A outra técnica é a *salp swarm optimization* que é utilizada para otimizar o posicionamento dos nós ao longo do tempo, ajustando dinamicamente as posições dos nós para maximizar a área de cobertura e, ao mesmo tempo, minimizar o consumo de energia. Esse algoritmo foi inspirado no comportamento de salpas.

Ainda relacionado à alocação dos nós sensores, as referências (SONG; LIU; FENG, 2014)-(SONG; FAN, 2020) desenvolveram dois estudos. O primeiro sobre a alocação ótima de nós dinâmicos, com velocidades máximas diferentes, em uma região delimitada que foi uma circunferência. O objetivo foi alcançar a configuração final da rede de sensores, de

modo que cada sensor dinâmico chegasse à sua posição especificada no menor tempo. Na execução dessa tarefa, foi utilizada a lei de controle distribuído. Já no segundo estudo, é abordado o problema de controle de cobertura para RSSF com nós sensores dinâmicos, limitados em um círculo e com erros de medição de posição, sendo o objetivo o mesmo do anterior, que é a minimização do tempo de chegada dos nós sensores a qualquer ponto do círculo. Contudo, essa lei de controle de cobertura foi desenvolvida para reduzir ou eliminar os efeitos dos erros das medições.

Em (JIA; ZHANG, 2024), Runliang et al. propuseram um método de cobertura completa, garantindo que cada ponto de monitoramento seja coberto por pelo menos um nó sensor, além de fornecer eficiência energética à rede com base no algoritmo *Gray Wolf* aprimorado com o método de melhor conjunto de pontos, melhorando a inicialização da população com a distribuição mais equilibrada dos *Gray Wolf*. Kumari et al. (KUMARI; SRIRANGARAJAN, 2024) propuseram o desenvolvimento de um algoritmo, baseado em programação linear inteira mista, com o objetivo de primeiro alocar o conjunto de nós estáticos e, em seguida, implementar o conjunto de nós móveis, a fim de maximizar a área de cobertura e minimizar a quantidade de movimento do nó para atingir a cobertura desejada.

A localização dos nós sensores em uma RSSF é considerada como um parâmetro fundamental para (MA; XU; JIANG, 2023), que na sua pesquisa trata o problema de localização com a posição dos nós alvos, a partir das posições dos nós âncoras. Eles modelam a rede com base na teoria de grafos e os decompõem em subgrafos; para resolver o problema de localização, é proposto um algoritmo iterativo linear com base no método da descida do gradiente e para inicializar as posições dos nós alvos, é utilizado o método de estimativa de máxima verossimilhança. Porém, eles não estão preocupados com a cobertura e sim com a precisão da localização dos nós alvos.

2.1.4 Controle de Cobertura

Em relação à medida de qualidade de serviço de uma RSSF, tem-se a cobertura, que é um dos requisitos fundamentais para garantir a QoS. Consequentemente, essa cobertura é considerada uma medida de qualidade de serviço, necessitando de uma maior atenção em relação à estrutura da rede e à estratégia de alocação dos nós sensores, evitando nó sensor ocioso, buracos de cobertura e perda de conectividade. Uma alternativa é utilizar VANTs como nós móveis para dar uma maior mobilidade e flexibilidade à rede, especialmente em ambientes de difícil acesso. Caso o ambiente a ser monitorado seja aquático, tem-se os veículos subaquáticos (KASCHEL; ROJAS, 2021)-(SINGHAL et al., 2020) que também proporcionam uma flexibilidade à RSSF. Portanto, o agente dinâmico selecionado depende da região monitorada.

No seu livro, Selmic et al. (SELMIC; SERWADDA, 2016) afirmam que o problema

de controle de cobertura ótima pode ser formulado baseado no regulador linear quadrático (LQR), tendo como objetivo encontrar a posição ótima dos agentes, considerando um ponto de foco que os nós sensores devem convergir, maximizando a cobertura e minimizando a distância entre os agentes e o ponto foco.

Em (JIN; LI; LIANG, 2024), os problemas de cobertura e de consumo de energia para redes de sensores acústicos subaquáticos são relatados, sendo proposto o método baseado no otimizador de cobra aprimorado, com a geração da população inicial baseada na aprendizagem por oposição, aproximando a posição dos nós sensores de suas posições ótimas. No método proposto, primeiro é realizada a distribuição dos nós sensores conforme às características da área de monitoramento marinha, com o algoritmo baseado no processo de hierarquia analítica. No segundo momento, para minimizar o consumo de energia e maximizar a cobertura, é proposto o algoritmo otimizador de cobra aprimorado, que é baseado em aprendizagem de oposição. Por fim, o método proposto ainda é constituído de uma estratégia de alocação de caminho para realocar os nós sensores, proporcionando uma cobertura eficiente e igualando o consumo de energia para os nós.

Em (RICKENBACH et al., 2024), os autores tratam o problema de cobertura como a coordenação de múltiplos agentes para cobrir uma área desconhecida, de maneira otimizada; a modelagem da rede é baseada na tesselação de Voronoi. Duas estruturas de controlador baseadas no modelo preditivo de controle (MPC) de rastreamento são propostas: a primeira, denominada de duas camadas, inclui um bloco de referências que são computadas pelo servidor e são entradas para o MPC individual de cada agente. Já a segunda é denominada de estrutura de uma camada; não possui as referências, ou seja, o cálculo da próxima configuração ótima é inserido diretamente no custo do MPC de cada agente. Ela é baseada no método de otimização bayesiana.

Leis de controle de cobertura cooperativa para cada nó sensor móvel com dinâmica de integrador duplo, sujeito a perturbações desconhecidas, mas limitadas, foram desenvolvidas em (WANG; SONG; LIU, 2023). Considerando as restrições da permanência da ordem e da velocidade máxima de cada agente. O objetivo desta pesquisa é minimizar a função de custo de cobertura, sendo o tempo de chegada a variável a ser minimizada.

Em (YAO et al., 2022), os pesquisadores consideram o controle de cobertura como um método importante para garantir uma comunicação eficiente e uma transmissão de dados confiáveis. Portanto, eles propuseram um algoritmo de otimização de chama de mariposa aprimorado pela direção da força virtual, sendo analisadas a força dos pontos, dos limites das grades da região de monitoramento e da força entre os nós. Essa pesquisa tem como objetivo reparar os buracos de cobertura da região retangular de monitoramento. Os nós sensores são inicialmente lançados aleatoriamente e, com o algoritmo proposto, os agentes se deslocam de forma otimizada, reduzindo o consumo de energia e melhorando a vida útil e a QoS da rede.

2.2 Descrição e Solução do Problema

Nesta seção, estabelece-se a conexão entre os avanços já desenvolvidos (apresentados no estado da arte) e os problemas em aberto identificados relacionados a uma cobertura completa. Em seguida, a descrição do problema é formulada, resultando na solução proposta, que consiste no monitoramento completo de uma área circular limitada, a partir da topologia de rede, quantidade de nós sensores, alocação e regulação dos agentes em suas posições especificadas.

2.2.1 Problemática

O monitoramento de ambientes hostis, como a superfície aquática, apresenta desafios significativos, devido à dificuldade de controlar a posição dos nós sensores, resultando em uma cobertura incompleta e com buracos. A eficiência da rede está diretamente relacionada à quantidade de nós sensores, visto que um número excessivo de nós resulta em um consumo elevado de recursos e gera sobrecarga na comunicação, comprometendo a eficiência da rede. Enquanto que uma quantidade insuficiente compromete a conectividade e ocasiona o surgimento dos buracos de cobertura. Além disso, fatores ambientais, como correntes marinhas e variações de pressão, contribuem para a movimentação imprevisível dos nós, dificultando a preservação de uma cobertura completa. Portanto, é necessário desenvolver soluções eficazes que abordem não apenas o controle de posicionamento dos nós sensores móveis, mas também a determinação da quantidade mínima de nós. Isso permite reduzir o consumo de recursos, garantir a estabilidade e o sensoriamento da rede, além de proporcionar uma flexibilidade à rede diante de falhas e mau funcionamento dos nós sensores.

2.2.2 Proposta

Os trabalhos citados anteriormente justificam a importância de determinar a quantidade de nós sensores, a topologia de rede, a alocação dos agentes e o controle de cobertura para obter um monitoramento eficiente, contínuo e confiável. Portanto, com base no estado da arte, a proposta desta tese de doutorado é desenvolvida.

As plataformas de exploração de petróleo *offshore* são consideradas ambientes hostis, que necessitam de monitoramento contínuo, em que os alvos são as manchas de óleo e seus derivados. Consequentemente, essa subseção tem como objetivo apresentar a solução proposta para uma cobertura dinâmica da rede sem lacunas, que é constituída por nós sensores dinâmicos e um nó estático.

A topologia da RSSF é um parâmetro importante na garantia de um monitoramento seguro e eficiente. Portanto, é proposta a topologia estrela-anel, sendo o nó central estático e os demais móveis para dar maior flexibilidade à rede, Figura 2. Como o objetivo é

proporcionar um monitoramento completo, é proposta uma cobertura de área, sendo essa área uma região circular delimitada e que possui a flexibilidade de alterar sua área de monitoramento, caso algum nó sensor falhe ou apresente um mau funcionamento.

Outro fator fundamental é a quantidade de nós sensores que constituem a rede. A quantidade mínima de nós sensores necessários para monitorar uma região circular, sem buracos de cobertura e sem perdas de conectividade entre os nós sensores, é determinada pelo método proposto, levando em consideração os raios de detecção e os raios de conectividade dos sensores, a área circular de monitoramento, além do tratamento à falha dos agentes. O resultado desse método proposto define tanto a quantidade de agentes dinâmicos necessários quanto suas posições especificadas, assumindo uma distribuição uniforme dos nós sensores móveis na região circular.

Nesta tese é apresentado o desenvolvimento de uma teoria para determinar a quantidade mínima necessária de nós sensores móveis, de uma área circular, diferenciando-se dos trabalhos apresentados: *"A Novel Mobile-Coverage Scheme for Hybrid Sensor Networks"* (QI et al., 2020) propõe um método para computar a quantidade mínima de nós sensores (móveis e estáticos) para uma região de monitoramento retangular; *"Optimization Method for Node Deployment of Closed-Barrier Coverage in Hybrid Directional Sensor Networks"* (WANG et al., 2024) desenvolve um método para determinar a quantidade mínima de nós sensores para uma cobertura de barreira de uma região retangular. Além de que não estão preocupados com a falha ou mau funcionamento dos nós.

Ao observar o que foi desenvolvido na Seção 2.1 do Estado da Arte, para a alocação dos agentes dinâmicos, tem-se os métodos de formação circular e controle para minimizar o tempo dos agentes atingirem suas posições especificadas. Contudo, nesta tese é apresentada uma proposta de controle ótimo de cobertura dinâmica para a alocação e regulação dos nós sensores móveis de uma RSSF híbrida. Portanto, diferenciando-se dos métodos já desenvolvidos, o método proposto leva em consideração não apenas a alocação ótima dos agentes móveis, mas também a permanência deles em suas posições especificadas, garantindo uma cobertura completa tanto na construção da rede quanto em toda a sua vida útil.

No método proposto, o controlador estabelece a velocidade angular necessária para que os agentes alcancem suas posições estabelecidas, reduzindo o tempo de chegada, preservando a ordem dos nós sensores para evitar colisões entre os agentes. Na Figura 1 é apresentada a arquitetura da metodologia proposta para o controle ótimo de cobertura dinâmica de uma RSSF híbrida.

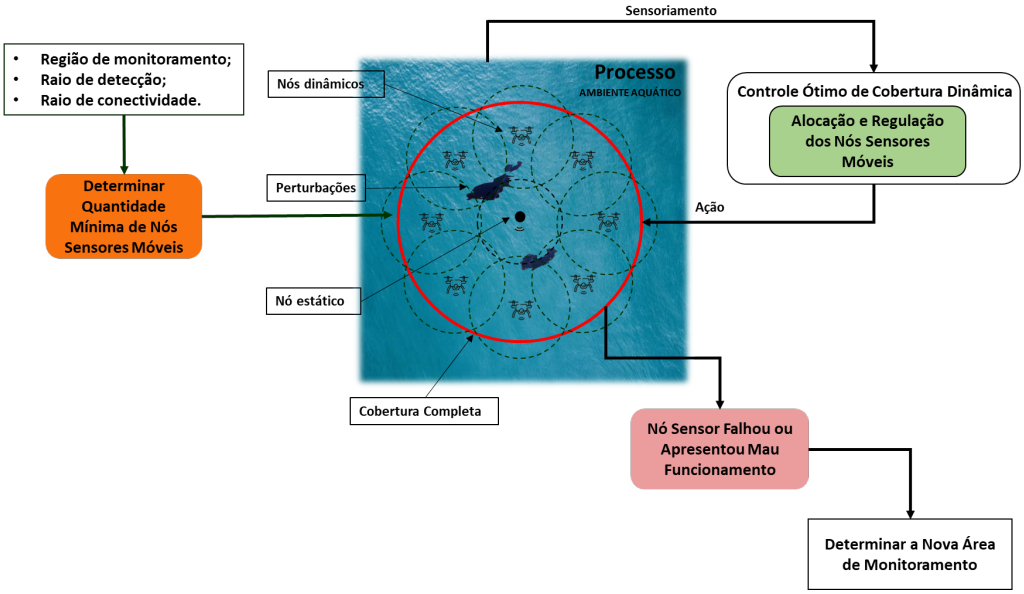


Figura 1 – Arquitetura para a realização da proposta da quantidade mínima de nós sensores móveis e controle ótimo para RSSF híbrida. Esta metodologia apresenta flexibilidade ao tratamento de falha ou mau funcionamento do nó sensor.

A metodologia proposta proporciona o monitoramento de ambientes hostis, contribuindo para mitigar a preservação dos ecossistemas e fomentar a inovação na área de RSSF, garantindo a quantidade mínima de nós sensores móveis para o monitoramento de uma região circular sem buraco, reduzindo os gastos com sensores ociosos. Esse monitoramento completo é alcançado com a quantidade de agentes dinâmicos determinados e com a alocação ótima desses agentes, além de manter a formação com a regulação ótima dos nós sensores móveis e com a flexibilidade da rede ao tratamento à falha do nó.

A inovação e originalidade da teoria desenvolvida para fundamentar a metodologia (modelos, métodos e algoritmos) de controle ótimo de cobertura dinâmica para monitorar ambientes hostis via RSSF híbrida, baseia-se em uma topologia de rede apresentada na Figura 2. Além de um arcabouço teórico constituído por suposição, proposições, teorema e corolário para determinar a ordem dos sensores móveis, evitando colisões, a quantidade mínima de agentes, a conectividade da rede e o ajuste da região circular de monitoramento, caso seja necessário. O controle ótimo de cobertura dinâmica é baseado na teoria de grafos para a modelagem do sistema e de controladores ótimos do tipo DLQT e DLQR para alocar e regular os agentes em suas posições especificadas, respectivamente, a partir da DARE; a metodologia proposta é orientada para o desenvolvimento de modelos que proporcionam uma cobertura ótima (completa, sem buracos), como ilustrado na Figura 2, para ser aplicada no monitoramento de ecossistemas aquáticos e áreas de desastres ambientais.

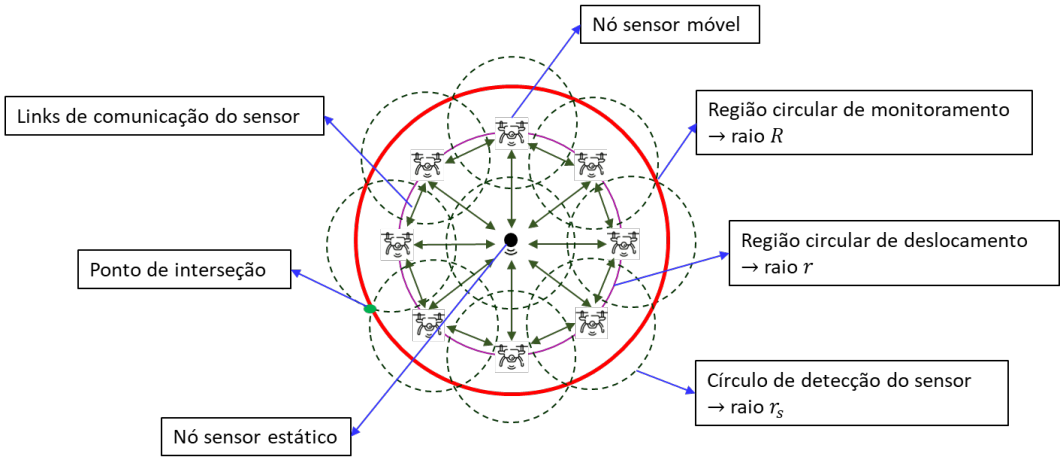


Figura 2 – Topologia da RSSF híbrida proposta, composta por nós sensores móveis dispostos em anel e um nó estático conectado em estrela aos agentes dinâmicos. Todos os nós possuem *links* de comunicação não direcionais. Também são apresentadas as circunferências de detecção dos sensores, sendo que o ponto de interseção entre duas delas representa o limite máximo que o raio da área de monitoramento deve atingir para garantir a cobertura completa.

De acordo com a Figura 2, apresenta-se o resultado esperado da topologia de rede com o controle de cobertura proposto. Após a construção da rede, obtém-se uma região circular de monitoramento, sem buracos de cobertura e totalmente conectada. Além disso, o controle desenvolvido garante a alocação e permanência dos agentes móveis em suas posições especificadas, com a propriedade de rejeitar perturbações externas, de modo a manter essa topologia estável ao longo do tempo.

Capítulo 3

Preliminares

Este capítulo contém o referencial teórico da tese de doutorado, ressaltando-se os tópicos de redes sensores sem fio (RSSF), teoria de grafos, sistema multiagente, controle de formação, controle ótimo e métricas de avaliação no domínio do tempo. Os tópicos das principais abordagens para o desenvolvimento desta pesquisa são organizados em métodos de controle ótimo de cobertura dinâmica e a quantidade mínima de nós sensores móveis para o monitoramento.

O capítulo é organizado em seis seções que tratam da RSSF, sistemas multiagentes, controle de formação, controlador PID, controle ótimo e métricas de avaliação. Tópicos em RSSF, topologia da rede, modelo de detecção, modelagem das RSSFs, conectividade da rede e controle de cobertura são apresentados na Seção 3.1. Na Seção 3.2 é exposto o sistema multiagentes, dando ênfase para o controle desse tipo de sistema. A dinâmica de um sistema com realimentação, ou seja, em malha fechada, é apresentada na Seção 3.3. O controlador PI com suas duas ações e o método de sintonia *online* de um PID baseado em RNA com treinamento via LMS são expostos na Seção 3.4. O controle ótimo com o regulador linear quadrático discreto (DLQR) e o seguidor linear quadrático discreto (DLQT) são apresentados na Seção 3.5. As métricas de avaliação no domínio do tempo são discutidas na Seção 3.6.

3.1 Rede de Sensores Sem Fio - RSSF

A rede de sensores sem fio é constituída por vários dispositivos de sensores autônomos em que as suas comunicações são realizadas através de canais sem fio, ou seja, a rede consiste de vários nós sensores que podem ser estáticos e/ou dinâmicos, com vários sensores por nó que se comunicam entre si através de *links* de rádio sem fio, em prol de um determinado objetivo (SELMIC; SERWADDA, 2016).

Os nós de sensores que constituem uma RSSF podem ser estáticos e/ou móveis

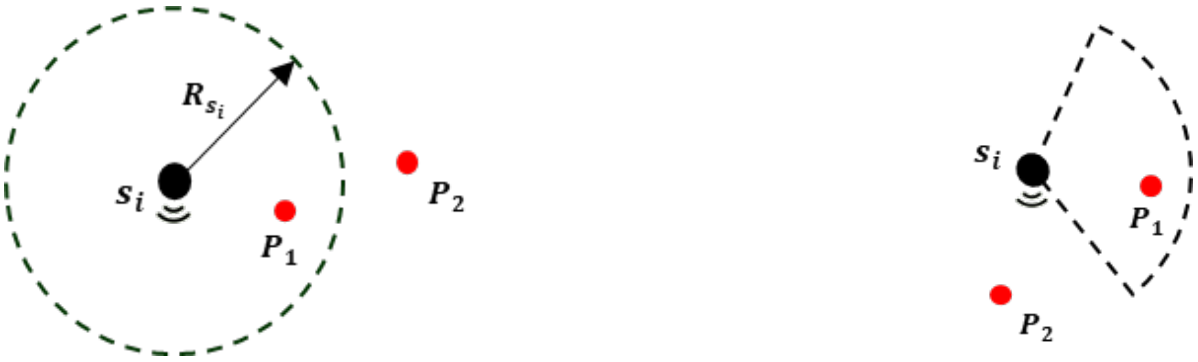
(dinâmicos), uma rede constituída só por nós sensores estáticos é considerada estática; se ela é constituída só por nós móveis, tem-se uma rede dinâmica; se a RSSF é composta por nós estáticos e dinâmicos, ela é definida híbrida. Os nós sensores móveis proporcionam um maior grau de cobertura e conectividade em comparação com os nós estáticos, devido à sua capacidade de se deslocar após a sua implantação para fornecer uma cobertura eficiente. Além de planejar sua trajetória de modo a rastrear o alvo.

Essa RSSF é geralmente composta por um conjunto de sensores pequenos, inteligentes e de baixo custo, com capacidades limitadas de processamento integrado, armazenamento e *links* de comunicação sem fio de curto alcance baseados em tecnologia de rádio. Consequentemente, um nó sensor é caracterizado por seu campo de detecção, energia de bateria, memória e sua capacidade de comunicação e computação; essas características são as principais restrições de um nó sensor (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014).

As RSSF consistiam de um conjunto de nós sensores que eram conectados com uma estação base, sendo responsáveis por realizar todo o processamento dos dados, armazenamento e na sequência, enviando os objetivos a serem seguidos para cada nó sensor (SILVA, 2016). Com a evolução da tecnologia, os nós sensores passaram a possuir a capacidade de computação, preferindo trabalhar com RSSF distribuídas. Nesse tipo de rede, cada nó é responsável por detectar, processar os dados e relatar eventuais anomalia, tornando a rede mais independente. Essas RSSFs distribuídas apresentam um resultado satisfatório na aplicação para monitorar fenômenos contínuos, detectar eventos em tempo real e rastrear objetos.

3.1.1 Modelos de Detecção

O modelo de deteção do sensor é um parâmetro fundamental na hora de determinar a topologia e a alocação dos nós sensores. O modelo de disco binário é o mais simples, na qual a sensibilidade de detecção do sensor é delimitada por um círculo de raio R_s, sendo que cada sensor possui um valor específico. Consequentemente, os pontos que estão dentro desse círculo de detecção do sensor são totalmente cobertos, mas os pontos que se encontram fora dessa região de sensibilidade não são detectados pelo sensor (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014), como ilustrado na Figura 3a.



(a) (b)

Figura 3 – Modelos de detecção: (a) modelo de disco e (b) modelo direcionado, não circular. O ponto P_2 não é detectado pelo sensor s_i, por estar fora da sua região de detecção e o ponto P_1 é detectado.

De acordo com a Figura 3a, considera-se que a sensibilidade não varia em relação ao raio de detecção do nó sensor, ou seja, que a qualidade da detecção é constante e ótima dentro do círculo de raio R_s, sendo matematicamente a sensibilidade do sensor s_i em relação a um ponto P (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014) dada por

$$S(s_i, P) = \begin{cases} 1, & d\left(s_i, P\right) \leq R_{s_i} \\ 0, & d\left(s_i, P\right) > R_{s_i} \end{cases}, \tag{3.1}$$

sendo S a sensibilidade do sensor s_i, R_{s_i} o raio do círculo de detecção do sensor s_i e $d\left(s_i, P\right)$ a distância Euclidiana entre o sensor s_i e o ponto P. Esse modelo é o ideal, mas sabe-se que, na realidade, essa sensibilidade atenua gradualmente com o aumento da distância.

Outro modelo de detecção é não circular, no qual os sinais emitidos pelo sensor são direcionais, limitados a uma determinada direção (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014), como apresentado na Figura 3b. Ao comparar esses dois modelos de detecção, observa-se que o modelo de disco tem um desempenho melhor, devido a abranger uma área maior de monitoramento. Porém, é a região de monitoramento que determina qual modelo de detecção melhor se aplica à situação.

3.1.2 Topologia em RSSFs

A topologia de uma RSSF refere-se à forma de organização dos nós sensores para constituir a rede. As topologias mais comuns são topologias em estrela, malha e híbrida estrela-malha.

Na topologia em estrela, os nós sensores são posicionados na forma de uma estrela, tendo um elemento no centro que se comunica com todos os outros, sendo que estes não possuem *links* de comunicação diretamente entre si, como ilustrado na Figura 4. Esta

topologia oferece um baixo consumo de energia em comparação com as outras topologias de rede. Porém, apresenta uma baixa confiabilidade devido à dependência de um único nó para gerenciar toda a rede. Consequentemente, essa topologia não é muito robusta às falhas de nós sensores individuais (SELMIC; SERWADDA, 2016).

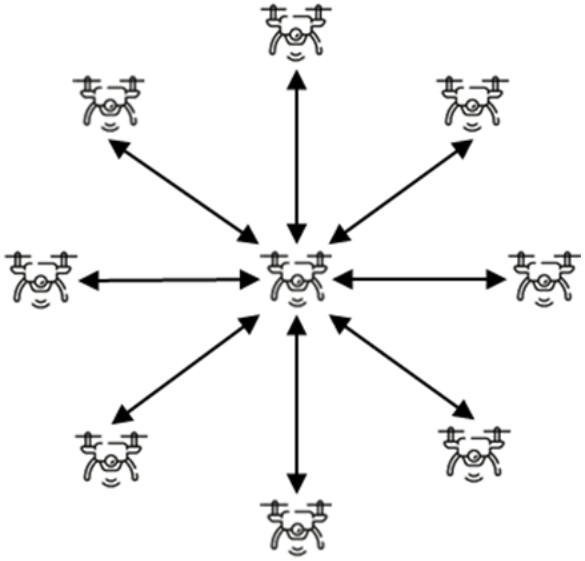


Figura 4 – Topologia de rede em estrela: com todos os nós conectados diretamente com nó central, tendo um único *link* para comunicação com o restante da rede.

Na topologia em malha de uma RSSF, os nós sensores se comunicam com um ou mais nós, como ilustrado na Figura 5. Portanto, esta topologia oferece maior confiabilidade em comparação à topologia em estrela, já que a falha de um nó não impede a comunicação entre os demais, desde que haja alcance de conectividade. No entanto, a desvantagem desta topologia é o consumo de energia, devido ao maior número de *links* de comunicação, chegando a possuir mais de um *link* de comunicação com o mesmo nó (SELMIC; SERWADDA, 2016).

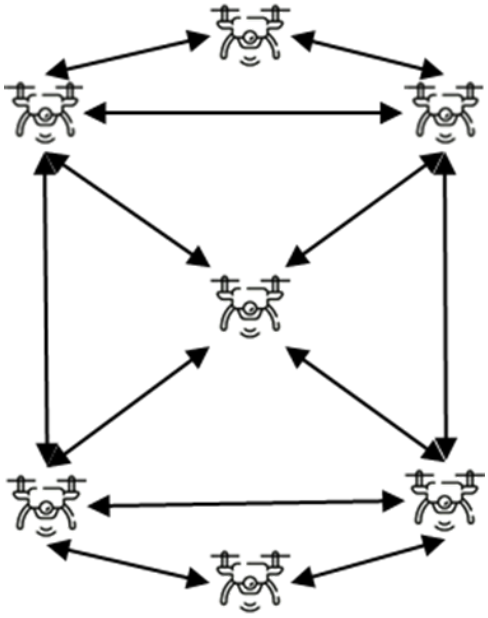


Figura 5 – Topologia de rede em malha: os nós não precisam se conectar diretamente com o nó do centro, comunicando-se com ele por meio de outros nós.

A junção dessas duas topologias constitui a topologia híbrida estrela-malha, aproveitando o baixo consumo de energia decorrente da topologia em estrela e a redundância de comunicação da topologia em malha, resultando em uma topologia com um maior grau de confiabilidade da rede. Assim, os nós sensores da borda geralmente consomem uma quantidade menor de energia devido à menor interação com os demais nós, enquanto o nó sensor central necessita de um maior potencial energético, em decorrência da topologia estrela, que faz comunicação com todos os nós (SELMIC; SERWADDA, 2016). Na Figura 6 é exibida a topologia estrela-malha; observa-se que os nós sensores da borda trocam informações entre si e o nó central está conectado em estrela.

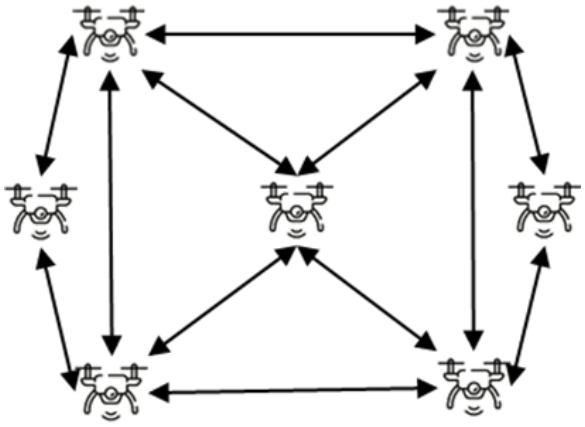


Figura 6 – Topologia de rede híbrida estrela-malha: com os nós da borda conectados e o central em estrela.

Outras estratégias de comunicação em RSSF para maximizar a vida útil do sensor e a confiabilidade da rede são: a topologia anel, topologia árvore e topologia totalmente conectada. Na topologia anel, os nós sensores são conectados através de um círculo e cada nó se comunica com seus vizinhos adjacentes, formando um caminho fechado, podendo as informações circularem nos dois sentidos (TANENBAUM, 2003). Na Figura 7 é ilustrada essa topologia.

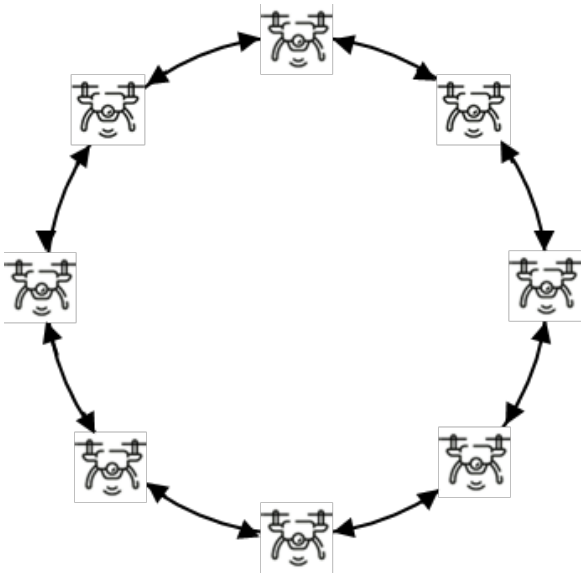


Figura 7 – Topologia anel: com os nós sensores conectados em formato de um círculo.

Na topologia árvore, tem-se um nó principal e dele saem as ramificações de comunicação para os demais nós sensores (TANENBAUM, 2003), como ilustrado na Figura 8.

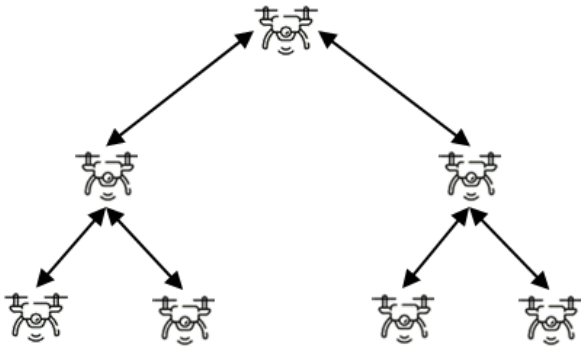
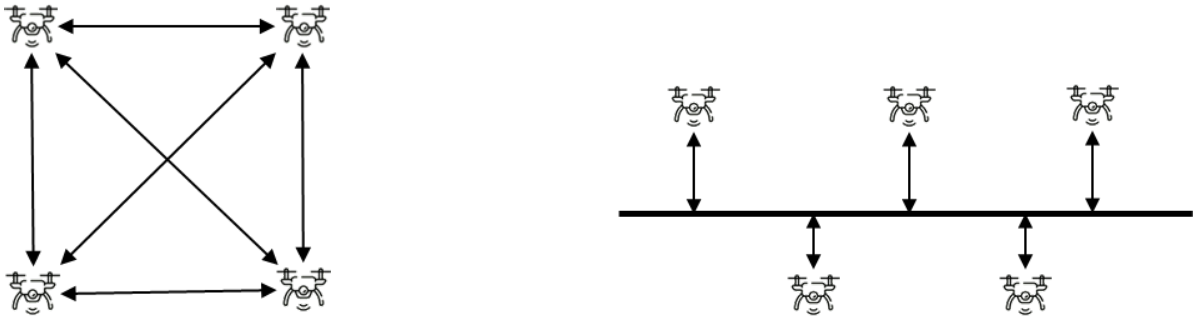


Figura 8 – Topologia árvore: com os nós sensores conectados em ramificações.

Já na topologia totalmente conectada, todos os nós sensores se comunicam diretamente entre si, como ilustrado na Figura 9a. Essa topologia tem um custo energético alto, porém apresenta uma alta confiabilidade. Na topologia barramento, os nós sensores

são conectados em um único barramento, compartilhando e recebendo informações (TANENBAUM, 2003), como ilustrado na Figura 9b.



(a) (b)

Figura 9 – Topologias de rede: (a) totalmente conectada e (b) barramento.

3.1.3 Modelagem das RSSFs

O mapeamento da rede de sensores permite realizar análises matemáticas e computacionais da topologia, cobertura e conectividade da rede, além de contribuir para o desenvolvimento de algoritmos que lidam com esses requisitos. A modelagem de uma RSSF é um fator importante, devido ao seu impacto na alocação dos nós sensores, de modo que a região de monitoramento seja completa. Nesta seção são apresentadas duas estruturas geométricas: o Diagrama de Voronoi e a Triangulação de Delaunay, além de modelos de interação que são baseados na teoria de grafos.

3.1.3.1 Diagrama de Voronoi

O diagrama de Voronoi é uma forma de decomposição do espaço métrico em relação às distâncias Euclidianas para um conjunto específico de pontos no espaço (SELMIC; SERWADDA, 2016). O diagrama de Voronoi para um conjunto de pontos P em um espaço Euclidiano n-dimensional $\Re^n$ (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014), é dado por

$$V_p(P) = \{x \in \Re^n | \parallel x - p \parallel \leq \parallel x - q \parallel, q \in P, q \neq p\}, \tag{3.2}$$

sendo $V_p(P)$ a célula de Voronoi de um ponto $p \in P$, $x \in \Re^n$ representa o conjunto de pontos que estão mais próximos de p do que de qualquer outro ponto em P e q é um ponto do conjunto p. A junção de todas essas células de Voronoi dos pontos $p \in P$ dá origem ao diagrama de Voronoi de P, dado por

$$VD(P) = \cup V_p(P), p \in P, \tag{3.3}$$

sendo $VD(P)$ o diagrama de Voronoi e $\cup$ representa a união dos conjuntos de células $V_p(P)$. Na Figura 10 é exibido um diagrama de Voronoi de um conjunto de pontos bidimensionais (2-D).

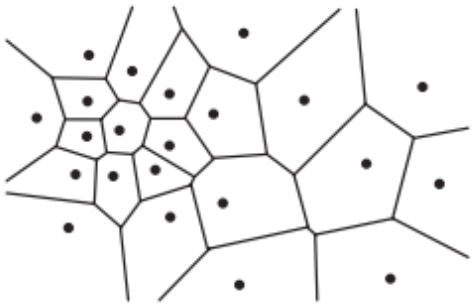


Figura 10 – Diagrama de Voronoi de um conjunto de pontos no plano. Fonte:(EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014).

De acordo com a Figura 10, tem-se que, a partir da interação do ponto com seus vizinhos, é constituída a célula de Voronoi, sendo que cada ponto fica dentro de uma célula e a união de todas essas células origina o diagrama de Voronoi.

3.1.3.2 Triangulação de Delaunay

Uma triangulação T em um ponto definido P, em um espaço bidimensional, por exemplo, é um conjunto de triângulos se: (i) um ponto p é um vértice de um triângulo de triangulação se $p \in P$; (ii) a interseção de dois triângulos é um conjunto vazio ou uma aresta de um triângulo; (iii) o conjunto de triângulos T é máximo, ou seja, não há como adicionar mais nenhum triângulo no conjunto T sem violar os itens (i) e (ii). Logo, uma triangulação T é uma triangulação de Delaunay se e somente se o círculo que circunscreve cada triângulo não contém nenhum ponto do conjunto P (SELMIC; SERWADDA, 2016), como ilustrado na Figura 11.

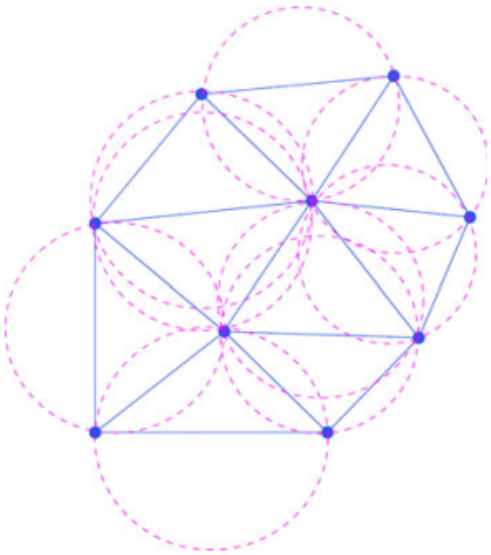


Figura 11 – Triangulação de Delaunay para um conjunto de pontos no espaço bidimensional. Fonte:(SELMIC; SERWADDA, 2016).

A triangulação de Delaunay e o diagrama de Voronoi são estruturas duais. Consequentemente, cada nó na estrutura geométrica da triangulação de Delaunay corresponde a uma célula de Voronoi, cada aresta de Delaunay corresponde a uma aresta de Voronoi e cada triângulo de Delaunay corresponde a um vértice de Voronoi. Os centros dos círculos circunscritos da triangulação de Delaunay são os vértices de Voronoi. Portanto, unindo os pontos geradores adjacentes em um diagrama de Voronoi, produz-se a triangulação de Delaunay (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014). Essa dualidade ajuda na construção do diagrama de Voronoi, que é mais complicado de formular; então realiza-se a triangulação de Delaunay e o diagrama de Voronoi é extraído dele.

3.1.3.3 Teoria de Grafos

Um grafo é inerentemente um objeto teórico de conjuntos; porém, pode ser convenientemente representado graficamente, o que justifica seu nome. A representação gráfica do grafo G consiste em "pontos", ou seja, os vértices v_i e "linhas" entre v_i e v_j, ou seja, as arestas $v_iv_j \in E$. Consequentemente, o grafo é formalmente definido como o par $G = (V, E)$, sendo V o conjunto finito de vértices, que assume a notação $v_1, v_2. \cdots, v_n$ e E o conjunto finito de arestas de G, que assume a notação de v_iv_j (MESBAHI; EGERSTEDT, 2010).

O grau do vértice v do grafo G, denotado por $d(v)$, que é o número de arestas incidentes ao vértice v. A ordem do grafo G, denotada por $n(G)$, é o número de vértices do grafo. O tamanho de G, denotado por $e(G)$, é o número de arestas do grafo (SELMIC; SERWADDA, 2016).

O grafo é dito finito, se for construído sobre um conjunto finito de vértices. Ele é considerado não direcionado se todas as arestas forem bidirecionais (Figura 12a), caso contrário, ele é direcionado, ou seja, as arestas não são simétricas (Figura 12b). Um grafo é chamado de simples se não contém múltiplas arestas entre pares de vértices ou auto-loops, que conectam um vértice a si mesmo (SELMIC; SERWADDA, 2016).

(a) (b)

Figura 12 – Modelos de grafos: (a) grafo finito simples não direcionado e (b) grafo finito simples direcionado.

De acordo com a Figura 12, tem-se um grafo finito simples, sendo o conjunto de vértices finito igual a 4 e não possui múltiplas arestas entre os vértices, nem um vértice conectado a si mesmo. Na Figura 12a o grafo é não direcionado, os seus *links* de comunicação são bidirecionais, ou seja, se o nó 1 se comunica com o nó 2, o inverso também ocorre. Já na Figura 12b o grafo é direcionado. O nó 3, por exemplo, se comunica com os nós 1, 2 e 4, porém só envia informação para eles, não tendo informações deles.

Ao considerar o sistema da Figura 12a um grafo finito simples não direcionado, a taxa de mudança do estado de cada unidade é dada pela soma de seus estados relativos em relação aos vizinhos de comunicação. Consequentemente, denotando o estado escalar da unidade i como $x_i \in \Re$ (MESBAHI; EGERSTEDT, 2010), tem-se que

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j \in N(i)} \left(x_j(t) - x_i(t)\right), i = 1, 2, \cdots, n, \tag{3.4}$$

sendo n o número de unidades, $N(i)$ é o conjunto de vizinhos adjacentes à unidade i na rede. Quando a noção adotada de adjacência é simétrica, o sistema global (MESBAHI; EGERSTEDT, 2010) que é dado por

$$\dot{x}(t) = -L(G)x(t), \tag{3.5}$$

sendo $L(G)$ a matriz semidefinida positiva, o Laplaciano do sistema de interação dos agentes G e $x(t) = (x_1(t), \cdots, x_n(t))^T \in \Re^n$. Consequentemente, a Eq. (3.5) representa a dinâmica de concordância do sistema em análise, tendo uma relação de adjacência simétrica, por ser não direcionado.

Já ao analisar o sistema da Figura 12b, um grafo finito simples direcionado, a taxa de mudança de cada vértice é dada pela soma de seus estados relativos em relação às unidades que se comunicam com ele, levando em consideração o fluxo da informação e o grau de influência. Portanto, denotando o estado escalar da unidade i como $x_i \in \Re$, tem-se que

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j \in N(i)} a_i \left(x_j(t) - x_i(t)\right), \quad para \quad j \to i,\ i = 1, 2, \cdots, n, \tag{3.6}$$

sendo a_i uma constante de ponderação dos estados que a unidade i mantém comunicação, $(x_j(t) - x_i(t))$ quando o fluxo da comunicação é de j para i, levando em consideração apenas as informações que chegam na unidade i e não as que saem. Assim, a relação de adjacência assimétrica global (MESBAHI; EGERSTEDT, 2010) é dada por

$$\dot{x}(t) = -L(\mathscr{D})x(t), \tag{3.7}$$

sendo $\mathscr{D}$ a interconexão direcionada subjacente, ou seja, o dígrafo ponderado do sistema e L a matriz Laplaciana.

As RSSFs podem ser modeladas baseadas nessa teoria de grafos, sendo cada nó sensor um vértice no grafo e os *links* de comunicação entre os nós sensores são as arestas do grafo, se sua distância Euclidiana for menor que o mínimo de seus raios de comunicação (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014).

O grafo de G é dito conectado se, para cada par de vértices em $V(G)$, existir um caminho que os tenha como vértices finais. Consequentemente, a rede também é conectada, ou seja, há ao menos dois *links* de comunicação entre os nós sensores da rede. Caso contrário, o grafo é chamado de desconectado. Logo, a RSSF é desconectada e alguns de seus nós sensores não conseguem se comunicar com o restante da rede (SELMIC; SERWADDA, 2016). Esses nós sensores desconectados são inúteis para a rede, devido a suas informações não estarem mais acessíveis ao restante da rede. Isso pode ocorrer em decorrência do nó não estar no alcance de conectividade dos demais nós, ocasionando falhas no monitoramento.

3.1.4 Conectividade da RSSF

A conectividade de uma rede de sensores sem fio é um fator importante para o monitoramento de uma dada região, levando em consideração que, se uma rede não estiver conectada, as informações não fluem dos sensores implantados para o *gateway* ou para uma estação base (SELMIC; SERWADDA, 2016).

Se uma rede for modelada baseada em teoria de grafo, a conectividade de rede é equivalente à conectividade de grafo, ou seja, existe um caminho entre quaisquer dois vértices (nós) no grafo, sendo equivalente ao grau de cobertura (SELMIC; SERWADDA, 2016). Esse grau de conectividade da rede é um parâmetro importante, visto que se um nó sensor perde sua conectividade, ele é inútil para a rede, gerando buraco de cobertura. Portanto, recomenda-se, quando possível, que esse grau seja maior que 1.

Considerando que o objetivo de uma RSSF é maximizar a cobertura, mantendo a conectividade, Poduri e Sukhatme (PODURI; SUKHATME, 2004) propuseram modelar o sistema com base em duas forças virtuais que atuam sobre os agentes, atraindo ou repelindo seus vizinhos. A força de repulsão (F^R), que distancia os nós sensores maximizando a cobertura, e a força de atração (F^A), que atrai os nós sensores uns para os outros, permanecendo conectados. Essas forças são dadas por

$$F^R\left(i,j\right) = \frac{-K_r}{\left[d(q_i,q_j)\right]^2}\frac{q_j - q_i}{d(q_i,q_j)} \tag{3.8}$$

e

$$F^A(i,j) \;=\; \begin{cases} \frac{K_a}{[d(q_i,q_j)-r_c]^2}\frac{q_i-q_j}{d(q_i,q_j)} & \text{se conexão crítica} \\ 0 & \text{se conexão não crítica} \end{cases}, \tag{3.9}$$

sendo K_r e K_a constantes de projeto, r_c é o raio de comunicação, q_i é a coordenada (x_i, y_i) do nó sensor i e $d(q_i, q_j)$ é a distância entre dois nós sensores, que é dada por $(x_i, y_i) - (x_j, y_j)$. A conexão crítica é a conexão entre os vizinhos do nó i que não podem perder comunicação, ou seja, quando restam ao nó i apenas k vizinhos conectados. Logo, a força atrativa aproxima os nós sensores, evitando uma redução adicional na conectividade da rede. Os nós sensores atingem o estado de equilíbrio quando a soma de todas as forças que atuam em um nó é igual a zero, e a força resultante entre os agentes i e j é dada por

$$F\left(i,j\right) = F^R(i,j) + F^A(i,j), \tag{3.10}$$

sendo a força resultante que atua sobre o nó i o somatório das forças resultantes entre os agentes, como

$$F_i = \sum_{j=1}^{K} F(i,j). \tag{3.11}$$

As constantes de projeto K_r e K_a são determinadas de acordo com a distância e com o raio de conexão. A constante de repulsão tem como objetivo aumentar a cobertura da rede a partir da distância angular dos nós sensores i e j, observando-se que quanto maior a distância entre os agentes, maior é a área de cobertura. Porém, essa distância não pode ser muito grande, pois os agentes perdem a comunicação, gerando uma cobertura com buracos. Consequentemente, a cobertura possui um limite, ou seja, para valores $d(q_i, q_j) > \frac{2\pi r}{N}$, a força de repulsão não aumenta a cobertura, sendo a $d^* = \frac{2\pi r}{N}$ a distância desejada dos nós sensores móveis, considerando que N é o número de sensores suficiente para proporcionar uma cobertura da região completa. Portanto, o valor da constante K_r deve ser tal que

$$d(q_i, q_j) = \frac{2\pi r}{N}, |F^R| \approx 0. \tag{3.12}$$

Já a constante de atração K_a deve ser selecionada, levando em consideração uma distância especificada, calculada em relação ao raio de comunicação, isto é, $d = \eta r_c$, sendo η uma constante que pode assumir valores no intervalo de $1 < \eta < 2$. Um valor de η grande ($\eta > 2$) aumenta a probabilidade de falha na comunicação, gerando buracos de cobertura; já um η pequeno ($\eta < 1$) resulta em uma cobertura reduzida, ou seja, a rede não alcançou a máxima cobertura para os N nós sensores móveis. Essa distância tem que proporcionar uma força resultante nula entre dois agentes, ou seja, $|F^R(i,j) + F^A(i,j)| = 0$. Logo, de acordo com as Eqs.(3.4-3.6) o valor da constante K_a é determinado por

$$\frac{-K_r}{\eta^2 r_c^2} + \frac{K_a}{(\eta r_c - r_c)^2} = 0, \tag{3.13}$$

$$K_a = \frac{K_r\,(\eta - 1)}{\eta^2}. \tag{3.14}$$

3.1.5 Controle de Cobertura

A cobertura de uma rede de sensores é um dos requisitos fundamentais para garantir a qualidade de serviço (*Quality of Services* - QoS), indicando quão bem cada ponto na área é detectado. Essa cobertura é abordada de várias maneiras, com o objetivo de analisar o monitoramento de uma determinada área a partir de um conjunto de nós sensores (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014).

A cobertura proporcionada pela RSSF é determinada pelo número de nós que a compõem, a sua localização e o seu alcance (SILVA, 2016). No entanto, observa-se que, em algumas situações, os nós sensores são alocados em locais predeterminados ou descartados aleatoriamente no ambiente, sem uma estratégia de espalhamento aleatório que satisfaça as condições de cobertura e conectividade.

Consequentemente, o controle de cobertura de uma RSSF é considerado como um problema de localização de nós sensores. Esse controle de cobertura pode ser constituído de nós sensores estáticos, calculando suas posições ótimas de forma *offline*. Outra alternativa é o controle de cobertura dinâmico e *online*, sendo os nós sensores móveis e os ganhos ajustados em tempo real, de acordo com os critérios especificados (SELMIC; SERWADDA, 2016).

A cobertura é classificada em três modelos principais: cobertura geral, que tem como objetivo maximizar a cobertura da área de interesse (Figura 13a); cobertura de barreira, que tem como objetivo minimizar a probabilidade de um intruso atravessar a barreira (Figura 13b), e a cobertura de varredura, que é equivalente à de barreira, deslocando-se pela região de interesse (SELMIC; SERWADDA, 2016) (Figura 13c).

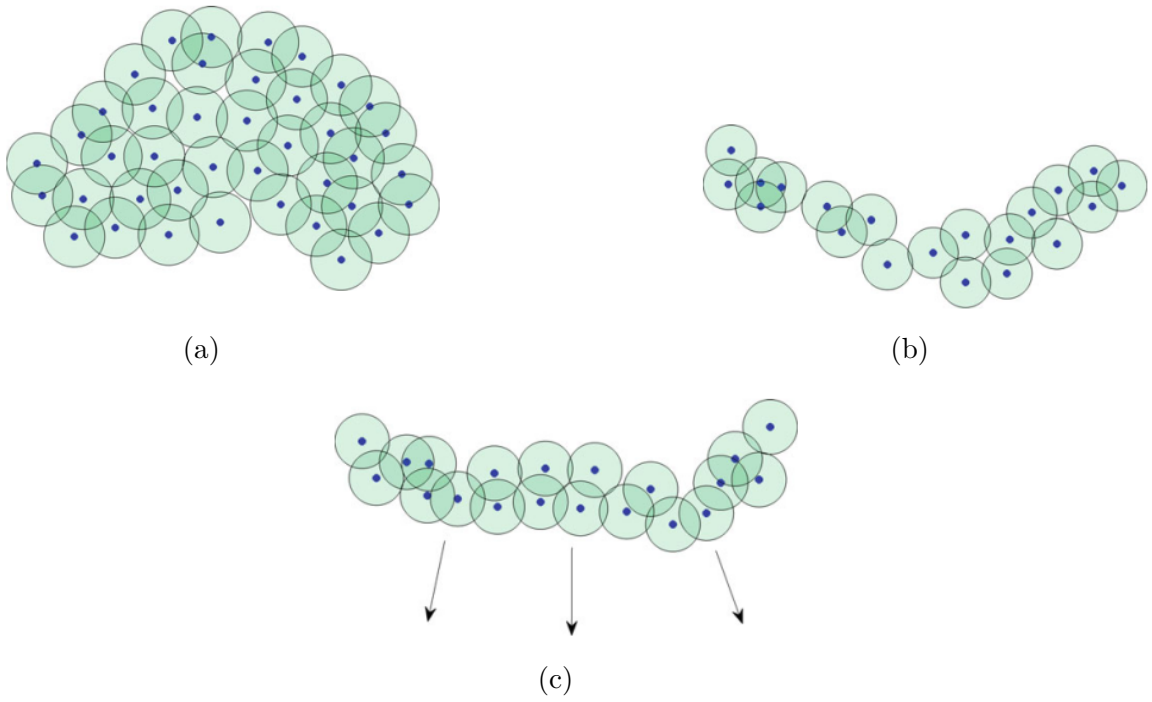
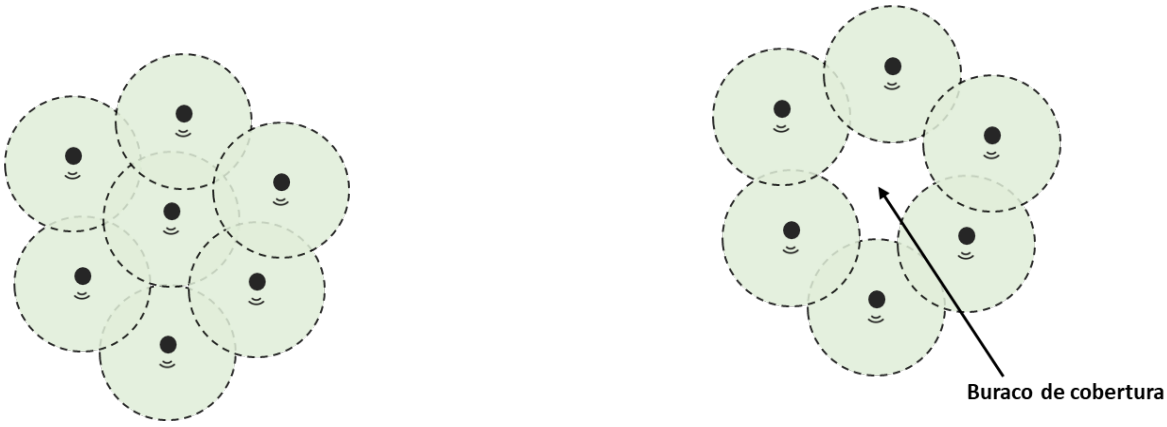


Figura 13 – Modelos de cobertura: (a) cobertura geral, (b) cobertura de barreira e (c) cobertura de varredura. Fonte: (SELMIC; SERWADDA, 2016).

Os nós sensores das redes ilustradas na Figura 13 podem ser projetados para focar em um ponto (alvo) ou em uma determinada área, isto é, são alocados espalhados para monitorar determinada região de interesse, definida como cobertura de área, ou são

alocados de forma focada para monitorar determinado alvo, definida como cobertura de ponto. Essa estrutura é muito utilizada para realizar o rastreamento de alvo.

Uma cobertura não completa em RSSF, ou seja, uma cobertura com buracos, permite intrusões no sistema, apresentando problema de confiabilidade da rede, sendo uma região que não é coberta pelos nós. Nesses buracos de cobertura, um evento pode passar despercebido pela rede. Na Figura 14 é exposta uma RSSF com cobertura completa e uma com buracos.



(a) (b)

Figura 14 – Esquema de uma RSSF:(a) cobertura completa e (b) cobertura com buraco.

Uma região de monitoramento é chamada k-cobertura, se cada ponto é coberto por pelo menos k nós sensores. Sob a mesma suposição, de que o alcance da comunicação é pelo menos duas vezes o alcance de detecção, a k-cobertura implica em uma k-conectividade (SELMIC; SERWADDA, 2016).

Consequentemente, para garantir uma cobertura completa e segura, é necessário determinar o tipo de cobertura, projetando uma estratégia de alocação dos nós sensores de modo a utilizar a menor quantidade de nós e garantir um alto grau de cobertura e conectividade da região, além de projetar o controle para evitar buracos de cobertura. Esse controle de cobertura pode ser centralizado, com um controlador central (ou uma estação base), fornecendo entradas de controle para toda a rede, ou distribuído. Nesse caso, cada nó sensor ajusta sua posição de acordo com o algoritmo executado localmente (SELMIC; SERWADDA, 2016).

Em um diagrama de Voronoi, todos os pontos dentro de uma célula de Voronoi estão próximos do nó gerador. Contudo, se um ponto dessa célula de Voronoi não for coberto por seu nó gerador, esse ponto não será coberto por nenhum outro sensor (EMARY; RAMAKRISHNAN, 2014), gerando um buraco de cobertura. Neste caso, é necessário calcular a região descoberta, propondo na sequência uma estratégia de controle de cobertura para eliminar buracos.

3.2 Sistemas Multiagentes

Os sistemas multiagentes têm sido um tópico de pesquisa ativo em sistemas de controle, apresentando vantagem ao decompor um sistema complexo em múltiplos agentes autônomos e cooperativos, facilitando a modelagem e a análise do sistema completo, além de proporcionar maior flexibilidade e robustez a incertezas e falhas. Esses agentes autônomos, também conhecidos por agentes inteligentes, são sistemas de computador que estão inseridos em algum ambiente, tendo a capacidade de observá-lo e realizar ação autônoma neste ambiente para atender aos seus objetivos de projeto (WEISS, 1999).

Nesses sistemas, os agentes interagem entre si e com o ambiente, sendo que cada agente possui informações incompletas e é incapaz de resolver o problema inteiro por conta própria. Logo, para alcançar seus objetivos é necessário a interação com os demais agentes que constituem o sistema, tendo informação e capacidade para solucionar os problemas (COPPIN, 2015).

Cada agente autônomo é inserido no ambiente e, como entrada, recebe medições sensoriais que refletem o estado do ambiente e dos demais agentes. Essas informações sensoriais são processadas, resultando em uma tomada de decisão que gera uma ação, afetando o ambiente em questão. A interação entre o agente e o ambiente é ilustrada na Figura 15, geralmente ocorre de forma contínua, com o agente adaptando suas ações de acordo com as mudanças no ambiente, a fim de atingir suas metas de forma eficiente e coordenada.

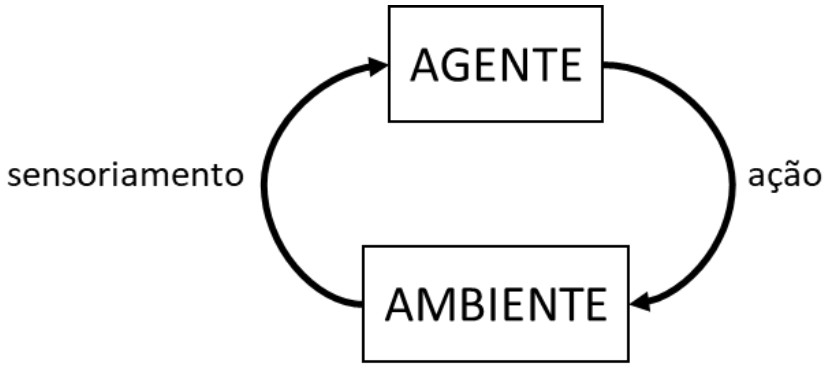


Figura 15 – Um agente autônomo inserido no ambiente, tendo como entrada os dados do sensoriamento do meio e após processar esses dados tem como resultado uma ação que afeta o ambiente, de modo a alcançar seus objetivos de projeto.

O controle de sistemas multiagentes tem como principal objetivo garantir que os agentes atuem de forma coordenada, colaborando uns com os outros e compartilhando informações para alcançar um objetivo comum (COPPIN, 2015). Duas abordagens são comumente utilizadas para esse controle: a abordagem centralizada, que se baseia na suposição de uma estação central responsável por coordenar e controlar todos os agentes, e

a abordagem distribuída, que não possui uma estação central, e cada agente é responsável pelo cálculo do seu próprio controle, sendo suas ações baseadas nas informações do ambiente e nas interações com os demais agentes (REN; CAO, 2011).

3.3 Controle de Formação

A formação pode ser compreendida como padrões geométricos a serem realizados por um grupo de agentes, sendo o deslocamento desses agentes de forma coordenada para alcançarem a estrutura determinada. Ao controlar múltiplos agentes dinâmicos, é abordado o controle de formação, que tem como objetivo estabilizar as distâncias ou posições relativas entre os agentes em valores prescritos (MESBAHI; EGERSTEDT, 2010).

A dinâmica do sistema linear invariante no tempo (LTI), em espaço de estado, é dada por

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i, \tag{3.15}$$

sendo $x_i(t) \in \Re^n$ os estados do agente i, A é a matriz com a dinâmica dos agentes, B é a matriz de entrada e $u_i(t) \in \Re^m$ é a entrada de controle do agente i. A lei de controle de cada agente, de acordo com (LEWIS et al., 2014), é dada por

$$u_i = cK \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left(x_j - x_i\right), \tag{3.16}$$

sendo $c > 0$ um ganho de acoplamento escalar, $K \in \Re^{m \times n}$ a matriz de ganhos de realimentação do sistema e a_{ij} são os pesos das arestas do grafo, ou seja, a relação que o agente i tem com o agente j. Esses pesos dão origem à matriz Laplaciana do grafo. Portanto, esse esforço de controle é baseado na diferença entre o estado do agente em questão e o de todos os seus vizinhos.

Essa lei de controle pode ser centralizada, sendo que um agente realiza esse cálculo e transmite esse dado para os demais agentes que compõem o sistema. Ou esse controle pode ser descentralizado, ou seja, cada agente calcula sua própria entrada de controle com base nas informações recebidas e coletadas (SHAMMA, 2007).

Ao substituir a equação da entrada de controle, Eq. (3.16), na dinâmica do sistema Eq. (3.15), tem-se que a dinâmica do sistema multiagente em malha fechada é dada por

$$\dot{x}_i = Ax_i + BcK \sum_{j \in N_i} a_{ij} \left(x_j - x_i\right). \tag{3.17}$$

Organizando a Eq. (3.17) para englobar todos os N agentes, ou seja, $i = 1, \cdots, N$, a dinâmica geral do sistema em malha fechada, (LEWIS et al., 2014), é dada por

$$\dot{x} = \left[\left(I_N \bigotimes A\right) - cL \bigotimes BK\right] x, \tag{3.18}$$

sendo $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \end{bmatrix}^T \in \Re^{nN}$ o vetor de estado geral, ou seja, cada coluna é constituída dos estados de um agente, L é a matriz Laplaciana do grafo e $\bigotimes$ é o produto de Kronecker. Ao analisar a Eq. (3.18), o termo $[(I_N \bigotimes A) - cL \bigotimes BK]$ é a matriz do sistema de malha fechada com realimentação cooperativa entre os agentes.

De forma geral, o controle de formação pode ser classificado em formação por geração e formação por rastreamento. A formação por geração refere-se à estruturação de uma forma geométrica previamente definida, que o grupo de agentes deve alcançar, sem a necessidade de seguir uma referência externa. Já a formação por rastreamento busca atingir a mesma configuração, mas acompanhando uma referência de grupo predeterminada. Devido à presença dessa referência, o rastreamento de formação tende a ser significativamente mais desafiador do que a formação por geração (LI; DUAN, 2015).

3.4 Controlador Proporcional Integral

O controlador proporcional integral (PI) é constituído por duas ações de controle de termo proporcional e integral, cada uma com um ganho ajustável. A ação proporcional modifica a saída do controlador de forma proporcional ao erro: quanto maior o erro, maior será a ação de controle aplicada, uma vez que erros mais significativos exigem uma resposta mais intensa para sua correção (OGATA, 2010). No entanto, essa ação isolada não é capaz de rejeitar completamente distúrbios e erros em estado estacionário, em sistemas do tipo 0 (sem integradores) os quais tendem a persistir. Além disso, o uso de ganhos elevados pode comprometer a estabilidade do sistema, aumentando seu sobressinal e reduzindo sua margem de fase (ANGéLICO; NEVES, 2023).

A ação integral é proporcional à integral do sinal de erro, garantindo que a saída do sistema esteja de acordo com o sinal de referência em regime permanente. Para o caso do seguidor de referência constante, como um degrau, e para o controle de sistemas do tipo 0, essa ação elimina o erro de regime permanente da variável controlada. Para isso, enquanto houver erro, o termo integral se ajusta continuamente, aumentando ou diminuindo a saída do controlador de forma acumulativa, a fim de reduzir gradualmente esse erro (FRANKLIN; EMAMI-NAEINI, 2013).

O controlador PI é muito utilizado em sistemas de controle devido à sua simplicidade e eficácia; diferentemente do controlador proporcional integral derivativo (PID), ele não tem

a ação derivativa, a qual pode adicionar ruídos em determinados processos. O controlador proporcional, por sua vez, tende a apresentar um erro de controle em regime permanente. Nesse contexto, a ação integral atua de forma a melhorar o desempenho do sistema, pois um pequeno erro positivo sempre levará a um sinal de controle crescente, e um erro negativo resultará em um sinal de controle decrescente, independentemente de quão pequeno seja o erro, portanto, o erro em regime permanente será sempre zero com a ação integral (ÅSTRöM; HäGGLUND, 1995). De acordo com o método de Tustin, na Figura 16 é apresentado o diagrama de blocos do controlador PI discretizado, na sua forma paralela, aplicado a uma dada planta.

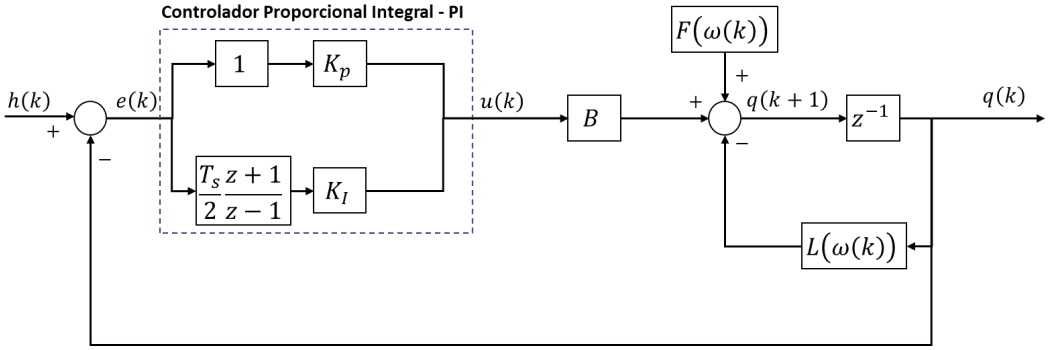


Figura 16 – Diagrama de blocos da aproximação do controlador PI, no tempo discreto, na sua forma paralela aplicado a uma dada planta.

De acordo com a Figura 16, $h(k)$ é o sinal de referência, $e(k)$ é o sinal de erro, $y(k)$ é a saída do sistema e $u(k)$ é o esforço de controle. O controlador PI é constituído pelo ganho proporcional K_p e o ganho integral K_i multiplicado pela aproximação integral do sinal de erro. Assim, a lei de controle $u(k)$ discretizada pelo método de Tustin (FRANKLIN; EMAMI-NAEINI, 2013) é dada por

$$u(z) = \left(K_p + K_i \frac{T_s}{2}\frac{z+1}{z-1}\right) e(z), \tag{3.19}$$

sendo T_s o período de amostragem, que deve ser pequeno o suficiente para que o sinal de controle reconstruído seja o mais próximo do sinal de controle analógico original (FRANKLIN; EMAMI-NAEINI, 2013) e seja uma função $F(z)$, $(z^j)F(z) = f(k+j)$. Desse modo, z^j pode operar deslocando o tempo discreto para a frente ou para trás. Consequentemente, $u(z)$ é a transformação de $u(kT_s)$.

3.4.1 Sintonia dos Ganhos do PID

A sintonia dos ganhos K_p, K_i e K_d é fundamental para garantir o bom desempenho do controlador PID. Entre os métodos clássicos de ajuste, destacam-se os propostos por

Ziegler e Nichols, que sugeriram duas abordagens diferentes. O primeiro método é voltado para sistemas cuja resposta ao degrau apresenta uma curva em forma de "S", permitindo estimar os parâmetros com base nas características da resposta transitória. Já o segundo, conhecido como método da sensibilidade crítica, aplica-se a sistemas que apresentam uma oscilação sustentada quando submetidos a um ganho proporcional crítico K_p (OGATA, 2010). No entanto, ambos os métodos são aplicados de forma *offline* e não são adaptativos. Isso significa que os ganhos são calculados previamente, e cabe ao projetista realizar ajustes finos durante sua aplicação no sistema, com o objetivo de melhorar o desempenho final do controle.

Em (NUNES et al., 2007) (ABREU; NETO, 2019) foi apresentada uma metodologia para a sintonia *online* de controladores PID adaptativos via redes neurais artificiais (RNA) baseada no algoritmo de treinamento dos mínimos quadrados médios (LMS). Essa abordagem tem como base uma rede neural do tipo *perceptron*, sendo o sinal do erro processado pelas entradas da rede, o combinador linear representa a estrutura de ganho do PID e a função de ativação é regida pelo comportamento da planta, conforme a Figura 17.

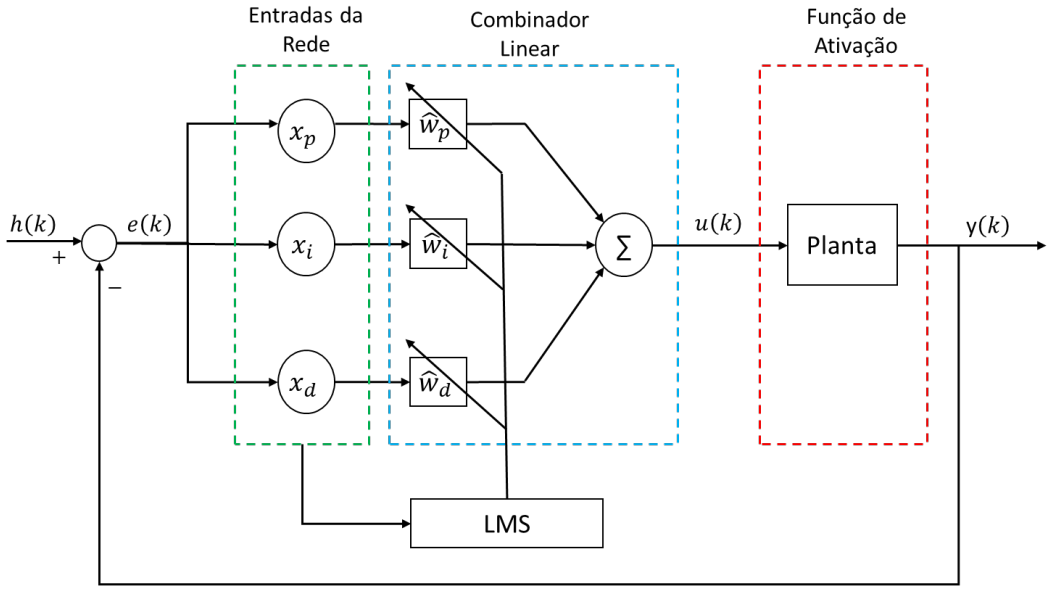


Figura 17 – Diagrama do método de sintonia *online* de um controlador PID baseado em RNA com treinamento via LMS. Fonte: (ABREU; NETO, 2019)

De acordo com a Figura 17, a entrada da rede neural são os sinais de erro processados, termo proporcional x_p, termo integral x_i e termo derivativo x_d, que são ponderados pelos ganhos $\hat{\mathrm{w}}_p$, $\hat{\mathrm{w}}_i$ e $\hat{\mathrm{w}}_d$, respectivamente. A saída da rede é essa combinação linear, gerando o sinal de controle $u_{RNA}(k)$, que é dado por

$$u_{RNA}(k) = \hat{\mathrm{w}}_p(k)x_p(k) + \hat{\mathrm{w}}_i(k)x_i(k) + \hat{\mathrm{w}}_d(k)x_d(k). \tag{3.20}$$

O mecanismo de ajuste adaptativo baseia-se no treinamento LMS. O algoritmo dos mínimos quadrados médios foi desenvolvido por Widrow e Hoff em 1960, como o primeiro algoritmo de filtragem adaptativa linear. O método de atualização é o gradiente descendente que tem como objetivo minimizar o sinal de erro. Consequentemente, o algoritmo do gradiente descendente (HAYKIN, 2009) é dado por

$$\mathrm{w}(k+1) = \mathrm{w}(k) - \eta g(k), \tag{3.21}$$

sendo η a taxa de aprendizagem que assume valores no intervalo $[0, 1]$, $g(k)$ é o gradiente avaliado no ponto $\mathrm{w}(k)$ e k é a iteração. Portanto, o ajuste dos ganhos para as condições operacionais de projeto se dá atualizando o vetor de pesos da RNA a cada iteração (ABREU; NETO, 2019) que é dado por

$$\widehat{\mathrm{W}}_{PID}(k+1) = \widehat{\mathrm{W}}_{PID}(k) + \eta_{PID} e(k) \widehat{x}_{PID}(k), \tag{3.22}$$

sendo $\widehat{\mathrm{W}}_{PID}$ os ganhos estimados para a condição de operação, η_{PID} é a taxa de aprendizado e $\widehat{x}_{PID}$ é o processamento no sinal de entrada.

A convergência do método do gradiente descendente tende a ser lenta, devido aos ajustes dos pesos serem diretamente proporcionais ao erro. Assim, à medida que o erro diminui, as atualizações tornam-se cada vez menores. Além disso, o desempenho do método é influenciado pela escolha da taxa de aprendizado η. Quando η é muito pequeno, o sistema apresenta resposta transitória superamortecida, resultando em um deslocamento suave, porém lento. Por outro lado, valores elevados de η podem tornar a resposta subamortecida, com oscilações em torno do valor de referência. Caso η assuma um valor crítico, o sistema pode se tornar instável, não convergindo (HAYKIN, 2009).

3.5 Controle Ótimo

Nesta seção são apresentados os fundamentos da metodologia de controle ótimo linear discreto, abordando o projeto de controladores do tipo regulador linear quadrático discreto (DLQR) e seguidor linear quadrático discreto (DLQT).

A abordagem de controle ótimo tem aplicação muito significativa, a partir desta abordagem é calculada a lei de controle u_k^*, conduzindo a dinâmica do sistema ao longo de uma determinada trajetória de modo a otimizar um índice de desempenho J, minimizando o custo de energia dos estados e da entrada de controle (LEWIS; SYRMOS, 2012).

3.5.1 Regulador Linear Quadrático Discreto - DLQR

O regulador linear quadrático discreto (DLQR) tem como objetivo determinar a lei de controle para regular o agente na sua posição especificada em projeto, minimizando o índice de desempenho quadrático e proporcionando ao sistema um melhor desempenho. De forma generalizada, a minimização desse índice é dada por

$$V^*(x_k) = \min J(x_k, u_k, k), \tag{3.23}$$

sendo J função de custo a ser minimizada que depende do estado atual x_k e de todos os esforços de controle futuros $u_k, u_{k+1}, \cdots, \infty$ e $V^*(x_k)$ é a função de valor ótima no instante de tempo k para o sistema discreto. Considerando o sistema dinâmico, o seu modelo linear, discretizado e invariante no tempo, em espaço de estado é dado por

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \tag{3.24}$$

sendo $A \in \Re^{n\times n}$ a matriz de estado, $x \in \Re^n$ são os estados do sistema, $B \in \Re^{n\times m}$ é a matriz de entrada, $u \in \Re^m$ é o esforço de controle, n é o número de estados e m é o número de entradas.

A função de valor a ser minimizada, considerando os custos futuros a partir de um estado x_k é dada por

$$V(x_k) = \frac{1}{2}\sum_{t=k}^{\infty} \gamma^{t-k} r_t, \tag{3.25}$$

sendo $V(x_k)$ a função de valor que é a soma de todos os custos associados às decisões tomadas a partir do instante t, γ é o fator de desconto que nesse caso é considerado igual a 1 e r_t é o custo da t-ésima ação que na sua forma quadrática é dado por

$$r_t = x_t^T Q x_t + u_t^T R u_t, \qquad t = k, \cdots, \infty, \tag{3.26}$$

sendo $Q \in \Re^{n\times n}$ e $R \in \Re^{m\times m}$ as matrizes de ponderação. A matriz Q penaliza diretamente os estados do sistema x_t, a matriz R penaliza o esforço de controle u_t. A função de valor para uma política definida depende apenas do estado em x_t. Consequentemente, substituindo a Eq. (3.26) na Eq. (3.25) e expandindo r_t para $k+1$, tem-se que a função de valor é dada por

$$V(x_k) = \frac{1}{2}\left(x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k\right) + \frac{1}{2}\sum_{t=k+1}^{\infty}\left(x_t^T Q x_t + u_t^T R u_t\right), \tag{3.27}$$

A partir da Eq. (3.27), observa-se que o termo do somatório é a função de valor, iniciando no instante $k+1$. Logo, essa equação é dada por

$$V(x_k) = \frac{1}{2}\left(x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k\right) + V(x_{k+1}). \tag{3.28}$$

A Eq. (3.28) é a equação de Bellman para o DLQR. Ao assumir que o valor é quadrático no estado, tem-se que a Eq. (3.28) no instante de tempo k é uma função de Lyapunov dada por

$$V(x_k) = \frac{1}{2}x_k^T P_k x_k, \tag{3.29}$$

sendo $P_k \geq 0$ uma matriz de ponderação, ou seja, definida positiva e simétrica para todo k. Logo, ao substituir a Eq. (3.29) na Eq. (3.28), tem-se que a equação de Bellman é reescrita como

$$V(x_k) = \frac{1}{2}x_k^T P_k x_k = \frac{1}{2}x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k + \frac{1}{2}x_{k+1}^T P_{k+1} x_{k+1}. \tag{3.30}$$

Ainda, substituindo o estado x_{k+1} da Eq. (3.24) na Eq. (3.30), a função de valor, em termos do instante de tempo k, é dada por

$$2V(x_k) = x_k^T P_k x_k = x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k + \left(Ax_k + Bu_k\right)^T P_{k+1}\left(Ax_k + Bu_k\right). \tag{3.31}$$

Ao considerar uma política de realimentação de estado estacionário, o esforço de controle é dado em função dos estados por $u_k = -K_k x_k$, sendo K_k os ganhos. Assim, após substituir essa lei de controle u_k na Eq. (3.31), tem-se que a função de valor é dada por

$$x_k^T P_k x_k = x_k^T Q x_k + \left(K_k x_k\right)^T R\left(K_k x_k\right) + \left(Ax_k - BK_k x_k\right)^T P_{k+1}\left(Ax_k - BK_k x_k\right). \tag{3.32}$$

De acordo com a Eq. (3.32), obtém-se a função de valor em função dos estados x_k. Ao evidenciar os estados dessa equação, tem-se que

$$x_k^T P_k x_k = x_k^T Q x_k + x_k^T \left(K_k^T R K_k\right) x_k + x_k^T \left[(A - BK_k)^T P_{k+1} (A - BK_k)\right] x_k. \quad (3.33)$$

Para garantir a igualdade do lado esquerdo e direito da Eq. (3.33), tem-se que

$$P_k = Q + K_k^T R K_k + (A - BK_k)^T P_{k+1} (A - BK_k), \quad (3.34)$$

sendo essa equação denominada equação discreta de Lyapunov. Consequentemente, a equação de Bellman, Eq. (3.28), para o DLQR é solucionada a partir da Eq. (3.34). Os elementos P_k e P_{k+1} são a solução dessa equação de Lyapunov.

Como o objetivo é calcular uma lei de controle ótima u_k^* que minimiza a Eq. (3.31) e considerando que a única restrição do sistema é sua equação de estados Eq. (3.24), o mínimo de $V(x_k)$ é encontrado estabelecendo $\dfrac{\partial V(x_k, u_k)}{\partial u_k} = 0$ (JR; HO, 1975). Logo, tem-se que

$$\frac{\partial V(x_k, u_k)}{\partial u_k} = R u_k + B^T P_{k+1} (A x_k + B u_k) = 0. \quad (3.35)$$

Consequentemente, organizando a Eq. (3.35), o esforço de controle ótimo é dado por

$$u_k^* = -(B^T P_{k+1} B + R)^{-1} B^T P_{k+1} A x_k. \quad (3.36)$$

Ao observar a Eq. (3.36), tem-se que o ganho ótimo é dado por

$$K_k = (B^T P_{k+1} B + R)^{-1} B^T P_{k+1} A. \quad (3.37)$$

Portanto, a lei de controle ótima é representada por

$$u_k^* = -K_k x_k. \quad (3.38)$$

Ao substituir a equação do ganho ótimo Eq. (3.37), na equação de Lyapunov Eq. (3.34), obtém-se a recorrência de Riccati que é dada por

$$P_k = A^T P_{k+1} A + Q - A^T P_{k+1} B \left(B^T P_{k+1} B + R\right)^{-1} B^T P_{k+1} A. \quad (3.39)$$

De acordo com a Eq. (3.39), observa-se a recorrência na matriz P, sendo P_{k+1} calculada em função do seu valor anterior P_k.

3.5.2 Seguidor Linear Quadrático Discreto - DLQT

O seguidor (rastreador) linear quadrático discreto (DLQT) é um tópico importante para o controle ótimo, sendo uma extensão do DLQR. Porém, ele força a saída da planta a rastrear uma trajetória de referência desejada h_k, durante um intervalo especificado, de modo ótimo (LEWIS; SYRMOS, 2012).

Considerando que a dinâmica do sistema é dada pela Eq. (3.24) e que sua resposta é dada por

$$y_k = Cx_k, \tag{3.40}$$

sendo $y_k \in \Re^p$ vetor de saída, $C \in \Re^{p\times n}$ é a matriz de saída do sistema, p é o número de saídas e n é o número de estados.

Para o DLQT, seguindo um sinal de referência desejado h_k durante um intervalo de tempo $[0, M]$. Assim, a função de custo ou função de valor (LEWIS; SYRMOS, 2012) é dada por

$$J_0 = \frac{1}{2}\left(Cx_M - h_M\right)^T P_M \left(Cx_M - h_M\right) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{M-1}\left[\left(Cx_k - h_k\right)^T Q_s \left(Cx_k - h_k\right) + u_k^T R_s u_k\right], \tag{3.41}$$

sendo as matrizes de ponderação $Q_s \in \Re^{(p\times p)}$, $R_s \in \Re^{(m\times m)}$, m é o número de entradas de controle, P_k é uma matriz semidefinida positiva e $Cx_M - h_M$ é o sinal de erro do sistema, ou seja, o sinal de saída Cx_M menos o sinal de referência h_M.

Para um intervalo de tempo muito grande ($M \to \infty$) ou quando P_k é a solução da equação de Riccati, Eq. (3.34), e substituindo na Eq. (3.41), o índice de desempenho (RUSCIO, 2012) é dado por

$$J_i = \frac{1}{2}\sum_{k=i}^{\infty}\left[\left(y_k - h_k\right)^T Q_s \left(y_k - h_k\right) + \Delta u_k^T R_s \Delta u_k\right], \tag{3.42}$$

sendo $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$, tem-se que a resposta do sistema na forma discreta da Eq. (3.40) é dada por

$$y_k = y_{k-1} + C\Delta x_k, \tag{3.43}$$

sendo $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$ e $\Delta y_k = y_k - y_{k-1}$. Consequentemente, ao aumentar Eq. (3.40) com a Eq. (3.43) e organizando na forma matricial, tem-se que o novo modelo em espaço de estados é dado por

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{k+1} \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{n\times p} \\ C & I_{p\times p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_k \\ y_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{p\times m} \end{bmatrix} \Delta u_k, \tag{3.44}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} C & I_{p\times p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_k \\ y_{k-1} \end{bmatrix}. \tag{3.45}$$

Considerando h_k um sinal de referência diferente de zero, a Eq. (3.45) é reescrita como

$$y_k - h_k = y_{k-1} - h_{k-1} + C\Delta x_k. \tag{3.46}$$

A partir da Eq. (3.46), a dinâmica do sistema apresentada na Eq. (3.44) é reescrita de forma que a saída do sistema seja expressa em função do sinal de erro, sendo dada por

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_{k+1} \\ y_k - h_k \end{bmatrix}}_{\widetilde{x}_{k+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0_{n\times p} \\ C & I_{p\times p} \end{bmatrix}}_{\widetilde{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_k \\ y_{k-1} - h_k \end{bmatrix}}_{\widetilde{x}_k} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0_{p\times m} \end{bmatrix}}_{\widetilde{B}} \Delta u_k, \tag{3.47}$$

sendo $\widetilde{x}_{k+1} \in \Re^{(n+p)}$, $\widetilde{A} \in \Re^{(n+p)\times(n+p)}$, $\widetilde{x}_k \in \Re^{(n+p)}$, $\widetilde{B} \in \Re^{(n+p)\times m}$ e $\widetilde{y}_k \in \Re^p$ são as novas matrizes e vetores aumentados da dinâmica do sistema linear, invariante no tempo e discretizado.

A saída do sistema é dada em relação ao sinal de erro, ou seja, $\widetilde{y}_k = y_k - h_k$ que é o novo vetor de saída. Consequentemente, a Eq. (3.46) na forma matricial é dada por

$$\underbrace{y_k - h_k}_{\widetilde{y}_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} C & I_{p\times p} \end{bmatrix}}_{\widetilde{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_k \\ y_{k-1} - h_k \end{bmatrix}}_{\widetilde{x}_k}, \tag{3.48}$$

sendo $\widetilde{C} \in \Re^{(p\times(n+p))}$ a matriz aumentada de saída do sistema. De acordo com a Eq. (3.42), tem-se o termo $\widetilde{y}_k^T Q_s \widetilde{y}_k$ que, ao substituir a Eq. (3.48), resulta em $\left(\widetilde{C}\widetilde{x}_k\right)^T Q_s \left(\widetilde{C}\widetilde{x}_k\right)$. Portanto, o novo índice de desempenho é dado por

$$J_i = \frac{1}{2}\sum_{k=i}^{\infty} \widetilde{x}_k^T \widetilde{Q} \widetilde{x}_k + \Delta u_k^T R_s \Delta u_k, \tag{3.49}$$

sendo $\widetilde{Q} = \widetilde{C}^T Q_s \widetilde{C}$, com o sistema aumentado $\widetilde{Q} \in \Re^{(n+p)\times(n+p)}$, a matriz de ponderação R_s permanece inalterada. Consequentemente, a lei de controle ótimo Δu_k^*, que minimiza o índice de desempenho, Eq. (3.49), é dada por

$$\Delta u_k^* = G_k \widetilde{x}_k, \tag{3.50}$$

sendo $G_k \in \Re^{(n+p)\times(n+p)}$ a matriz de ganhos ótimos, calculados através da matriz P_k, Eq. (3.34), que é a solução positiva para a equação algébrica de Riccati (ARE) na forma discreta (LEWIS; SYRMOS, 2012), para o sistema aumentado é dada por

$$G_k = -\left(R + \widetilde{B}^T P_k \widetilde{B}\right)^{-1} \widetilde{B}^T P_k \widetilde{A}. \tag{3.51}$$

Na forma matricial, a Eq. (3.50) é dada por

$$\Delta u_k^* = \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 & G_2 \end{bmatrix}}_{G_k} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_k \\ y_{k-1} - h_k \end{bmatrix}}_{\widetilde{x}_k}, \tag{3.52}$$

sabendo que $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$ a Eq. (3.52) é reescrita como

$$u_k^* = u_{k-1}^* + G_1 \Delta x_k + G_2 \left(y_{k-1} - h_k\right), \tag{3.53}$$

sendo $G_1 \in \Re^{n\times n}$ e $G_2 \in \Re^{p\times p}$ matrizes que constituem a matriz de ganhos ótimos total G.

3.6 Métricas de Avaliação

Nesta seção são apresentadas as métricas de avaliação para verificar o desempenho do método de controle proposto. Os resultados baseados em modelo são avaliados no domínio do tempo, com as figuras de mérito, tais como: tempo de subida, tempo de acomodação, sobressinal, valor de pico e erro de regime permanente.

No domínio do tempo a resposta do sistema em malha fechada é analisada em termos das grandezas: tempo de subida (*rise time* - t_r), tempo de acomodação (*settling time* - t_s), sobressinal (*overshoot* - M_p), valor de pico (*peak value*) e erro de regime permanente. O tempo de subida, t_r, é o tempo que o sistema leva para atingir as vizinhanças de sua referência, considerando a resposta para um fator de amortecimento $\zeta = 0{,}5$, como uma média, o tempo de subida a partir de um valor de saída de 0,1 a 0,9 é de aproximadamente

$\omega_n t_r = 1{,}8$, sendo ω_n a frequência natural não amortecida do sistema (FRANKLIN; EMAMI-NAEINI, 2013).

O tempo de acomodação, t_s, é o tempo necessário para o transitório do sistema decair para um valor pequeno, de modo que a saída aproxima-se do estado estacionário, por exemplo 1% em relação ao seu sinal de referência. O sobressinal, M_p, é o valor máximo que o sistema alcança dividido pelo seu valor final, dado em porcentagem, e o valor máximo que o agente obteve como saída é denominado de valor de pico (OGATA, 2010).

Capítulo 4

Controle Ótimo de Cobertura de uma RSSF Híbrida

Neste capítulo é apresentado o desenvolvimento da metodologia proposta, que tem como resultados métodos e algoritmos de um controle ótimo de cobertura dinâmica, com a quantidade mínima de nós sensores móveis e com o controlador distribuído. Ao determinar a quantidade de agentes, os nós sensores deslocam-se para as suas posições especificadas, baseando-se no algoritmo DLQT, e regulam suas posições de acordo com o algoritmo DLQR, garantindo a permanência dos agentes em suas posições, proporcionando uma cobertura circular completa, ou seja, sem buracos de cobertura e totalmente conectada. Consequentemente, constitui-se um problema de controle ótimo, sendo a função de custo projetada para minimizar o tempo que o nó sensor móvel leva para alcançar ou permanecer em suas posições angulares especificadas, a partir da sua velocidade angular.

O capítulo é organizado em seções que apresentam a formulação do problema, a modelagem da RSSF híbrida, o método para determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis e o controlador de formação da RSSF híbrida, com os controladores: proporcional, proporcional integral e DLQT-DLQR. Por fim, a avaliação no domínio do tempo com as figuras de mérito.

4.1 Formulação do Problema

Nesta seção é apresentado o desenvolvimento da proposta formulada na Subseção 2.2.2, de um controle ótimo de cobertura dinâmica, a partir de um método para determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis necessários em uma RSSF híbrida e o método do controlador DLQT-DLQR, considerando uma região de monitoramento circular. Os nós sensores dinâmicos são alocados em uma circunferência de raio menor que o da região de monitoramento, enquanto o nó sensor estático é alocado no centro dessa circunferência.

O modelo de detecção selecionado é o modelo de disco binário, como ilustrado na Figura 18. Esse modelo de disco binário foi escolhido por sua flexibilidade, sendo que cada sensor tem sua área circular de detecção, ou seja, o sensor é posicionado no centro e um raio define seu alcance de detecção. Consequentemente, qualquer alvo que esteja dentro desse disco é detectado, facilitando o planejamento de cobertura, além de sua eficiência na aplicação de cobertura com qualquer geometria.

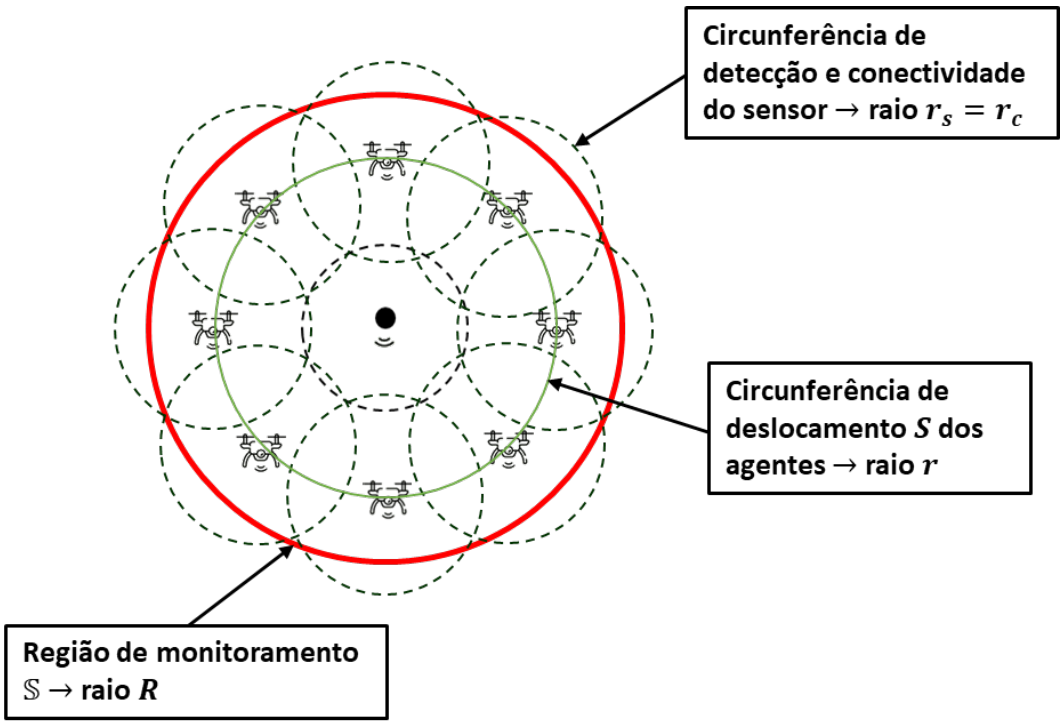


Figura 18 – Esquema de cobertura, sem buraco, com nós sensores móveis e um nó sensor estático, com a delimitação da região de monitoramento $\mathbb{S}$, a circunferência S, na qual os nós móveis se deslocam e a representação da circunferência de detecção e de conectividade dos nós sensores com raio $r_s = r_c$.

A topologia de rede escolhida é a híbrida estrela-anel, apresentada na Figura 18, que possui atributos tanto da topologia estrela quanto da topologia anel. Esse modelo aproveita o baixo consumo de energia presente na topologia estrela em comparação com as demais topologias de rede. Porém, apresenta uma baixa confiabilidade devido à dependência de um único nó para gerenciar toda a rede. Portanto, utiliza-se a simplicidade da topologia anel, na qual seus nós sensores são conectados através de um círculo e cada nó se comunica com seus dois vizinhos adjacentes, aumentando a confiabilidade da rede (SELMIC; SERWADDA, 2016).

Considerando uma RSSF híbrida com i agentes móveis, sendo $i \in I_N = \{1, \cdots, N\}$. Essa rede é constituída por $N + 1$ nós sensores, sendo os N nós dinâmicos e $N + 1$ é o nó estático. Os nós sensores móveis são alocados no círculo S de raio r e o nó sensor estático é alocado no centro de S, conforme ilustrado na Figura 18. A região a ser monitorada

também é uma circunferência chamada $\mathbb{S}$ de raio R. Assumindo que q_i é a posição angular de cada agente que é determinada no sentido anti-horário a partir do eixo horizontal positivo. Um fator de limitação desta rede de sensores é o raio de detecção dos sensores r_s e o raio de conectividade r_c, para evitar buracos de cobertura, provenientes de uma região não monitorada ou uma perda de comunicação entre os agentes. Considerando também que todos os sensores têm os mesmos raios de detecção e conectividade, sendo ainda esses dois raios iguais, $r_s = r_c$.

Cada nó sensor tem a informação da posição (q_i) e velocidade (ω_i) angulares de seus vizinhos adjacentes, sendo os dois vizinhos do agente i denotados por

$$i^+ = \begin{cases} i+1, & \text{se} \quad i = 1, \cdots, N-1 \\ 1, & \text{se} \quad i = N \end{cases} \tag{4.1}$$

e

$$i^- = \begin{cases} N, & \text{se} \quad i = 1 \\ i-1, & \text{se} \quad i = 2, \cdots, N \end{cases}, \tag{4.2}$$

sendo i^+ o vizinho adjacente no sentido anti-horário e i^- é o vizinho adjacente no sentido horário do agente i, N é a quantidade de nós sensores móveis e todos os agentes dinâmicos têm informações da posição do sensor estático, localizado no centro do círculo $(0, 0)$. A distância angular entre o nó sensor i e seu vizinho imediato i^+, no sentido anti-horário, no tempo k é definida por $d_i(k)$, assumindo valores no intervalo $[0, 2\pi)$ rad e $\sum_{k=1}^{N} d_i(k) = 2\pi$ rad, tem-se que

$$d_i(k) = d(q_i(k), q_j(k)) = \begin{cases} q_j(k) - q_i(k), & \text{se} \quad q_j(k) \geq q_i(k) \\ q_j(k) - q_i(k) + 2\pi, & \text{se} \quad q_j(k) < q_i(k) \end{cases} \tag{4.3}$$

e

$$d_{N+1}(k) = d\left(q_{N+1}(k), q_i(k)\right) = \Big\{ \; q_i(k) - q_{N+1}(k), \quad \text{se} \quad i = 1, \cdots, N \quad . \tag{4.4}$$

A modelagem matemática da RSSF híbrida é realizada pelo grafo $G(V, E)$, sendo V os nós que são os vértices do grafo, E são as arestas (MESBAHI; EGERSTEDT, 2010), ou seja, a distância angular entre o sensor i e seus vizinhos que estão imediatamente atrás e na frente (i^-, i^+), com $i = 1, \cdots, N$. Consequentemente, o grafo que descreve essa relação é não direcionado, sendo $V = \{1, 2, 3, \cdots, N, N+1\}$ e $E = \{(1, 2), (1, N), (1, N+$

$1), \cdots, (i, i^+), (i, i^-), (i, N+1), \cdots, (N, 1), (N, N-1), (N, N+1), (N+1, 1), \cdots, (N+1, N)\}$, de acordo com a teoria de grafos apresentada na Subseção 3.1.3.3.

A formulação proposta do problema é orientada para minimizar/eliminar buracos de cobertura, que estão relacionados à alocação e regulação angular dos nós sensores móveis e manter a conectividade da RSSF híbrida, evitando falha de comunicação ou mesmo a perda de um agente. Portanto, este é um problema de controle de cobertura, que deve ocorrer de forma ótima e em tempo hábil, garantindo um monitoramento completo da região circular delimitada.

4.2 Modelagem Matemática da RSSF Híbrida

A topologia de RSSF Híbrida proposta é um sistema multiagente, tendo como objetivo principal proporcionar uma cobertura sem buracos e levando em consideração o esforço de controle. A modelagem matemática desse sistema é realizada baseada na teoria de grafos, visto que os vários nós sensores operam em conjunto para alcançar o objetivo comum, que é o monitoramento completo.

Ao considerar que os nós sensores dinâmicos se deslocam em uma única direção, no sentido anti-horário, com as velocidades angulares iguais $\omega_i(k) = \omega_{i^+}(k) = \cdots = \omega_N(k)$ ou diferentes $\omega_i(k) \neq \omega_{i^+}(k) \neq \cdots \neq \omega_N(k)$ para $i = 1, \cdots, N$ e que o nó sensor $N+1$, nó estático, possui velocidade nula $\omega_{N+1}(k) = 0$ para qualquer instante de tempo k. Essa modelagem leva em consideração que cada nó sensor tem a informação das posições e das velocidades angulares dos nós sensores vizinhos, como ilustrado na Figura 19. O fluxo de informação no grafo é não direcionado, visto que o agente i é detectado tanto pelo agente i^+ como pelo agente i^-, além do agente $N+1$. Portanto, a informação flui nas três direções, aumentando o grau de confiabilidade da rede.

O nó sensor estático está localizado no centro do círculo de deslocamento, enquanto os sensores dinâmicos se movem ao seu redor em trajetórias circulares. Durante esse movimento circular, tem-se uma grandeza vetorial que aponta para o centro da trajetória, resultando em variações na direção e no sentido da velocidade angular dos agentes. Esse fenômeno é a aceleração centrípeta, expressa por $a_{cp} = r\omega^2$ m/s^2, sendo r o raio da circunferência e ω que representa a velocidade angular do agente.

Portanto, para modelar o nó sensor estático em relação aos nós sensores dinâmicos, utiliza-se a aceleração centrípeta, adicionando ao modelo matemático a dinâmica dos nós móveis em conformidade com o nó estático. Ao considerar que os agentes móveis podem aproximar-se ou distanciar-se do nó estático, ou seja, o raio da região circular de deslocamento dos agentes é ajustável.

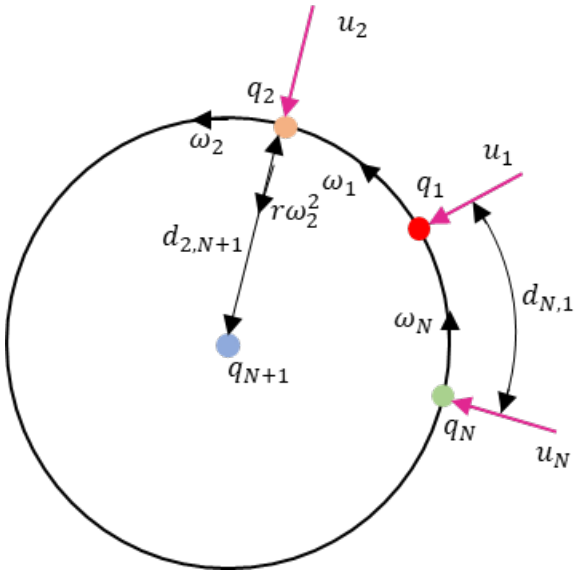


Figura 19 – Esquema do modelo da RSSF híbrida com suas representações de posição, distância, velocidade angular e a relação dos agentes com seus vizinhos adjacentes.

De acordo com a Figura 19, a evolução dos estados da RSSF híbrida proposta, constituída por um nó sensor estático no centro do círculo $\mathbb{S}$ (que possui o mesmo centro do círculo de deslocamento) e N nós sensores móveis alocados ao longo da circunferência S, é computada a partir das velocidades angulares dos seus vizinhos adjacentes e da aceleração centrípeta em relação ao nó estático. A posição angular futura é denotada por $q_i(k+1)$ e dadas por

$$q_1(k+1) = (\omega_1(k) + \omega_N(k))\,(q_2(k) - q_1(k)) - (\omega_1(k) + \omega_2(k))\,(q_1(k) - q_N(k) + 2\pi) \\ + r\omega_1^2(k)\,(q_{N+1}(k) - q_1(k)) + b_1 u_1(k), \quad (4.5)$$

$$q_i(k+1) = (\omega_i(k) + \omega_{i^-}(k))\,(q_{i^+}(k) - q_i(k)) - (\omega_i(k) + \omega_{i^+}(k))\,(q_i(k) - q_{i^-}(k)) \\ + r\omega_i^2(k)\,(q_{N+1}(k) - q_i(k)) + b_i u_i(k), i = 2, \cdots, N-1 \quad (4.6)$$

e

$$q_N(k+1) = (\omega_{N-1}(k) + \omega_N(k))\,(q_1(k) - q_N(k) + 2\pi) \\ - (\omega_1(k) + \omega_N(k))\,(q_N(k) - q_{N-1}(k)) + r\omega_N^2(k)\,(q_{N+1}(k) - q_N(k)) + b_N u_N(k), \quad (4.7)$$

sendo $\omega_i(k)$ a velocidade angular, $q_i(k)$ é a posição angular do agente i, $u_i(k)$ a entrada de controle no instante de tempo k, a expressão $(\omega_i(k) + \omega_{i^-}(k))\,(q_{i^+}(k) - q_i(k))$ representa

a ponderação da velocidade angular dos vizinhos adjacentes no deslocamento do agente i, $r\omega_i^2(k)\left(q_{N+1}(k) - q_i(k)\right)$ representa a ponderação da aceleração centrípeta em relação à distância do agente móvel ao nó estático e b_i é a ponderação do esforço de controle. Como esses nós sensores estão organizados em círculo, é adicionado ajuste de 2π no cálculo da distância angular do primeiro e último agente da circunferência, Eq. (4.5) e Eq. (4.7).

Ao desenvolver as equações de evolução de estados, Eqs.(4.5-4.7), organizando os termos em relação às posições angulares $q_i(k)$, que são os estados do sistema e as entradas de controle $u_i(k)$, as posições angulares no instante de tempo $k+1$ são reescritas por

$$\begin{aligned} q_1(k+1) = &-\Big(2\omega_1(k) + r\omega_1^2(k) + \omega_2(k) + \omega_N(k)\Big)\, q_1(k) + \left(\omega_1(k) + \omega_N(k)\right) q_2(k) \\ &+ \left(\omega_1(k) + \omega_2(k)\right) q_N(k) + r\omega_1^2(k) q_{N+1}(k) + b_1 u_1(k) - \left(\omega_1(k) + \omega_2(k)\right) 2\pi, \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned} q_i(k+1) = &\left(\omega_i(k) + \omega_{i^+}(k)\right) q_{i^-}(k) - \Big(\omega_{i^-}(k) + 2\omega_i(k) + r\omega_i^2(k) + \omega_{i^+}(k)\Big)\, q_i(k) \\ &+ \left(\omega_{i^-}(k) + \omega_i(k)\right) q_{i^+}(k) + r\omega_i^2(k) q_{N+1}(k) + b_i u_i(k), i = 2, \cdots, N-1 \end{aligned} \tag{4.9}$$

e

$$\begin{aligned} q_N(k+1) = &\left(\omega_{N-1}(k) + \omega_N(k)\right) q_1(k) + \left(\omega_1(k) + \omega_N(k)\right) q_{N-1}(k) \\ &- \Big(\omega_1(k) + \omega_{N-1}(k) + 2\omega_N(k) + r\omega_N^2(k)\Big)\, q_N(k) + r\omega_N^2(k) q_{N+1}(k) \\ &+ b_N u_N(k) + \left(\omega_{N-1}(k) + \omega_N(k)\right) 2\pi. \end{aligned} \tag{4.10}$$

De acordo com as Eqs.(4.8-4.10), $q_i(k+1)$ é a posição angular futura dada em relação à velocidade angular dos agentes, à aceleração centrípeta e ao esforço de controle, portanto, sendo uma combinação linear dos estados. Essas equações são obtidas por meio da teoria de grafos e representam a dinâmica da topologia de RSSF híbrida proposta, na qual os agentes móveis deslocam-se tanto na circunferência de deslocamento como aproximando-se ou distanciando-se do centro desse círculo.

Considerando que o nó sensor $N+1$ é estático e está no centro do círculo de deslocamento S, sua posição é constante $q_{N+1}(k+1)$ dada por

$$q_{N+1}(k+1) = 0, \forall k \geq 0. \tag{4.11}$$

Ao organizar as Eqs.(4.8-4.11) na forma matricial, as evoluções dos estados são dadas por

$$q(k+1) = -L(k)q(k) + Bu(k) + f(k), \tag{4.12}$$

sendo $u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) & u_2(k) & \cdots & u_i(k) & \cdots & u_N(k) & u_{N+1}(k) \end{bmatrix}^T$ o esforço de controle, $B \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$ é a matriz de entrada, que relaciona o esforço de controle aos estados do sistema, $q(k) = \begin{bmatrix} q_1(k) & q_2(k) & \cdots & q_i(k) & \cdots & q_N(k) & q_{N+1}(k) \end{bmatrix}^T$ é o vetor coluna de estados, ou seja, cada estado se refere a um agente, sendo as posições angulares dos nós sensores e $L(k) \in \Re^{(N+1\times N+1)}$ a matriz Laplaciana, constituída a partir das velocidades angulares e aceleração centrípeta dos agentes, que é dada por

$$L(k) = \begin{bmatrix} 2\omega_1 + r\omega_1^2 + \omega_2 + \omega_N & -(\omega_1+\omega_N) & 0 & \cdots & 0 & -(\omega_1+\omega_2) & -r\omega_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -(\omega_i+\omega_{i+}) & \omega_{i^-} + 2\omega_i + r\omega_i^2 + \omega_{i+} & -(\omega_{i^-}+\omega_i) & \cdots & -r\omega_i^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -(\omega_{N-1}+\omega_N) & \cdots & 0 & \cdots & -(\omega_1+\omega_N) & \omega_1+\omega_{N-1}+2\omega_N+r\omega_N^2 & -r\omega_N^2 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.13}$$

A matriz $L(k)$ é a Laplaciana do grafo da RSSF híbrida, sendo que seus elementos descrevem a influência das interações dos estados, que são influenciados pelas velocidades e o raio da circunferência de deslocamento dos nós sensores móveis. Ao observar a matriz $L(k)$, verifica-se que o agente i é impactado só pelos seus vizinhos adjacentes e o nó sensor estático, sendo constituída da diagonal principal, dos elementos à sua direita e esquerda e dos elementos da última coluna que referem-se ao nó estático. Ainda de acordo com a Eq. (4.12), $f(k) \in \Re^{(N+1)}$ é um vetor dado por

$$f(k) = \begin{bmatrix} -(\omega_1(k)+\omega_2(k))\,2\pi & \cdots & 0 & \cdots & 0 & (\omega_{N-1}(k)+\omega_N(k))\,2\pi & 0 \end{bmatrix}^T. \tag{4.14}$$

De acordo com a Eq. (4.12), as posições angulares dos estados futuros, $q(k+1)$, dependem da posição atual, $q(k)$, das iterações entre os nós da rede, $L(k)$, da entrada de controle, $u(k)$, do vetor de ajustes, $f(k)$ e das velocidades angulares $\omega(k)$. O diagrama de blocos da Figura 20 ilustra a modelagem matemática da posição angular da topologia proposta para a RSSF híbrida.

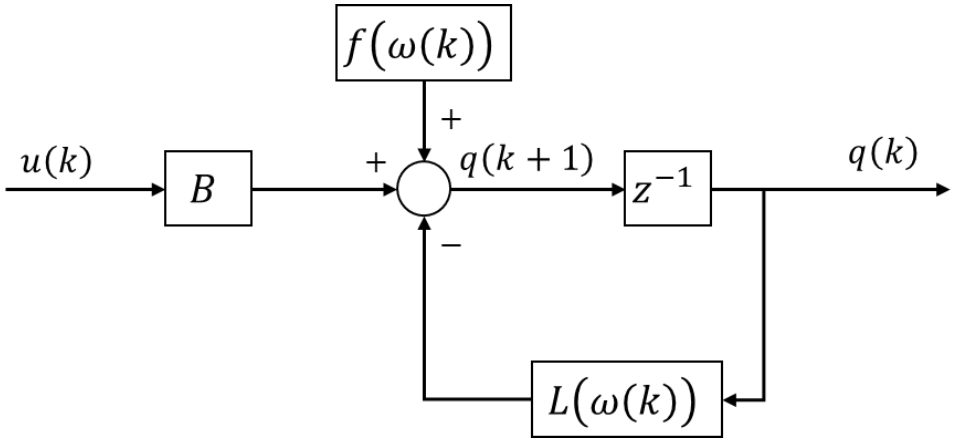


Figura 20 – Diagrama de blocos do modelo de posição da RSSF híbrida em espaço de estados, no tempo discreto.

De acordo com a Figura 20, $u(k)$ representa a entrada de controle aplicada ao sistema, B é a matriz de distribuição das entradas. A matriz $L(k)$ corresponde à Laplaciana do sistema e $f(\omega(k))$ é o vetor de correção de posição na circunferência. Ambos, $L(k)$ e $f(k)$, são atualizados dinamicamente com base nas velocidades angulares dos agentes dadas pelo vetor $\omega(k) = \begin{bmatrix}\omega_1(k) & \omega_2(k) & \cdots & \omega_i(k) & \cdots & \omega_{N+1}(k)\end{bmatrix}^T$, permitindo que os agentes se desloquem a cada instante de tempo k em direção às suas posições especificadas. Portanto, a matriz da dinâmica do sistema e o vetor de ajuste de posição são descritos por $L(\omega(k))$ e $f(\omega(k))$, respectivamente, para ressaltar que eles dependem das velocidades angulares dos agentes.

Consequentemente, essa modelagem matemática proposta para a RSSF híbrida engloba o comportamento do nó sensor estático em função da aceleração centrípeta. Ao integrar essa dinâmica, a modelagem possibilita uma análise mais detalhada das interações entre os sensores móveis e o nó estático, contribuindo para uma maior eficiência na cobertura da rede.

4.3 Definição da Quantidade Mínima de Nós Sensores

A quantidade de nós sensores móveis é importante, devido ao fato de estarem diretamente relacionados com o custo e a eficácia da rede. Assim, antes de realizar o controle de cobertura, é fundamental determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis que assegura uma cobertura completa. Essa quantidade de nós depende do tamanho da região que se deseja monitorar, do raio da circunferência de deslocamento dos nós sensores e do raio de detecção e conectividade do sensor. Com a quantidade adequada, evitam-se buracos de cobertura, perda de comunicação entre os sensores, além de se evitar gastos com sensores ociosos.

Outro fator importante que deve ser considerado e que frequentemente não é levado em consideração, em trabalhos de desenvolvimento de RSSF, é a falha ou o mau funcionamento do nó sensor. Esses tipos de incidentes podem ocasionar buracos de cobertura. Como este trabalho tem como objetivo o monitoramento completo, propõe-se uma abordagem ao tratamento dessas limitações dos nós sensores, garantindo a manutenção da cobertura circular completa.

O desenvolvimento do método de determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis é apresentado nesta seção, para o monitoramento completo de uma região circular; sua formulação é baseada em circunferências, ponto de interseção, relação trigonométrica e falha do nó. O arcabouço teórico proposto é constituído por suposição, proposições, teorema e corolário. Além de determinar a posição angular dos nós sensores móveis e considerar que a ordem inicial é mantida, para evitar colisões.

Suposição 1 *A ordem dos nós sensores permanece a mesma do tempo inicial* $(k = 0)$ *no decorrer da trajetória* $0 \leq q_1(k) < \ldots < q_i(k) < \ldots < q_N(k) < 2\pi$ *rad, de modo a evitar colisões.*

Proposição 1 *Para evitar buracos de cobertura, o raio da região de cobertura* $\mathbb{S}$ *deve ser* $R < 3r_s$.

Proposição 2 *Para evitar buracos de cobertura, em relação ao raio da região de cobertura* $\mathbb{S}$*, a distância entre o sensor estático* $q_{N+1}(k)$ *e os demais sensores móveis é dada por* $d(q_{N+1}(k), q_i(k)) = |q_i(k) - q_{N+1}(k)| = r$*,* $i = 1, \cdots, N$*, esse raio da circunferência de deslocamento dos agentes deve ser* $r < 2r_s$*. Por outro lado, esse raio também deve respeitar a restrição* $r > R - r_s$ *para que o alcance de detecção dos sensores seja suficiente para cobrir a borda da região de monitoramento.*

Teorema 1 *De acordo com as Proposições 1 e 2, e com o ponto de interseção entre duas circunferências de detecção, considerando que é um problema de formação uniforme, a quantidade mínima de nós sensores móveis para obter-se uma cobertura circular completa é dada por*

$$N = \frac{2\pi}{\alpha(\theta)}, \tag{4.15}$$

sendo α *o ângulo de deslocamento que é calculado a partir do ponto de interseção entre duas circunferências de detecção do sensor e* θ *corresponde ao seu ângulo. Logo,* α *é obtido pela solução do sistema de equações não lineares.*

O principal objetivo do Teorema 1 é determinar o ângulo α, correspondente à posição angular dos agentes que são alocados uniformemente ao longo da circunferência de deslocamento. Outro parâmetro fundamental é o ângulo θ, que corresponde à interseção entre duas circunferências de detecção dos sensores. Esse ângulo indica o limite máximo que o raio da região de monitoramento pode atingir sem gerar buracos de cobertura ou perda de conectividade, considerando que o raio de detecção e conectividade dos sensores são iguais, $r_s = r_c$.

A Suposição 1 estabelece que a ordem dos nós sensores móveis deve ser mantida igual à do tempo inicial, ou seja, a ordem que eles estão posicionados na circunferência de deslocamento em $k = 0$ permanece inalterada no decorrer da formação da rede. Essa suposição impede que um nó ultrapasse outro, evitando colisões entre os agentes durante o deslocamento.

A Proposição 1 estabelece um limite para o raio da circunferência de deslocamento, a partir da área de detecção do sensor, considerando o modelo de disco binário. Essa limitação é evidenciada na Figura 18, considerando que todos os agentes possuem o mesmo raio de detecção, r_s. Em função da topologia de rede proposta, impõe-se que o raio da região de monitoramento não deve ser maior que três vezes o raio de detecção do sensor, ou seja, $R < 3r_s$. Caso essa condição não seja atendida, ocorrerão buracos de cobertura, devido à soma do raio do nó estático com duas vezes o raio do nó móvel ser insuficiente para garantir a cobertura total em relação ao raio da área de monitoramento.

A Proposição 2 define um intervalo para o raio da circunferência de deslocamentos dos nós sensores móveis. Esse raio r é determinado com base no raio da área de detecção do sensor, (r_s), na distância entre os nós móveis e o raio da área de monitoramento, (R). A distância entre o nó sensor estático, localizado no centro da região, e um nó sensor móvel é igual ao raio da circunferência de deslocamento, r. Com base na Figura 18, observa-se que esse raio não pode ultrapassar duas vezes o raio de detecção do sensor, ou seja, $r < 2r_s$, a fim de evitar buracos de cobertura. Outro parâmetro que limita essa circunferência de deslocamento é o raio da região monitorada, devido à distância entre o círculo de monitoramento e o de deslocamento estar limitada a uma distância equivalente ao raio de detecção do sensor, ou seja, $r > R - r_s$. Essas relações reforçam a limitação estabelecida na Proposição 1, a qual limita o raio da região de monitoramento à restrição $R < 3r_s$, assegurando a cobertura completa e a conectividade entre os agentes da rede. Essas duas proposições fundamentam o Teorema 1.

Prova. O Teorema 1 determina a quantidade mínima de nós sensores móveis para a topologia de rede proposta, ou seja, estrela-anel, garantindo uma cobertura completa e a comunicação entre os agentes da rede. Esse teorema leva em consideração que os nós estão alocados na circunferência de deslocamento, com uma distribuição uniforme. Portanto, para determinar a quantidade de agentes móveis, é necessário determinar a posição deles,

que nesse método é determinada a partir do ponto de interseção entre duas circunferências de detecção do sensor, sendo esse ponto determinado pelo ângulo θ.

Considerando que o centro do círculo de deslocamento S dos nós sensores móveis é a origem do plano cartesiano XY. Portanto, presumindo que a circunferência C_1 está localizada no eixo X com ângulo de deslocamento nulo ($\alpha = 0$), conforme é ilustrado na Figura 21, a equação da circunferência C_1, de acordo com (IEZZI, 1978) é dada por

$$(x - r)^2 + (y - 0)^2 = r_s^2, \tag{4.16}$$

$$x^2 - 2xr + r^2 + y^2 = r_s^2, \tag{4.17}$$

sendo $r_s = r_c$ o raio de detecção e conectividade do sensor e r é o raio da região de deslocamento dos agentes, determinado de acordo com as limitações apresentadas na Proposição 2.

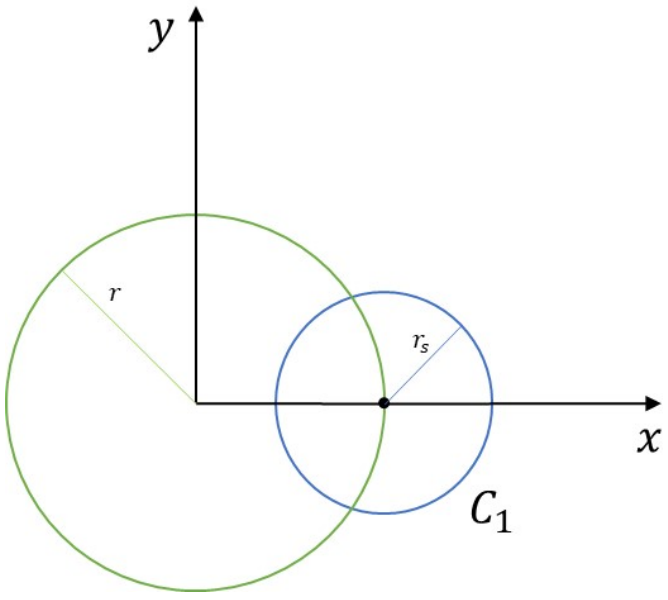


Figura 21 – Circunferência C_1 em relação ao seu posicionamento no plano XY, sendo r o raio da região de deslocamento dos nós móveis e r_s é o raio de detecção dos sensores.

Considera-se uma segunda circunferência C_2 para determinar o ponto de interseção entre ela e C_1. Essa circunferência C_2 está a uma distância angular d de C_1, determinada em relação ao ângulo α de deslocamento, sendo esse deslocamento o desejado para evitar buracos de cobertura, conforme é ilustrado na Figura 22.

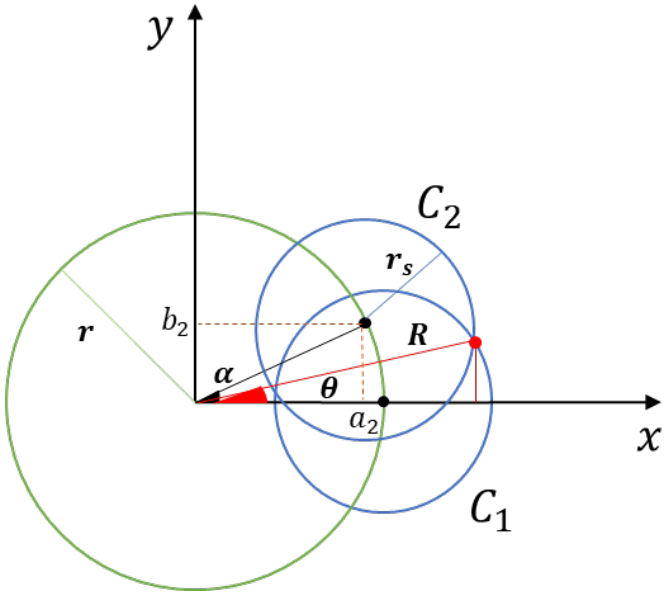


Figura 22 – Relação entre as regiões de monitoramento e detecção, com a representação dos círculos C_1 e C_2 no plano XY e entre si, sendo r o raio de deslocamento dos agentes, r_s é o raio de detecção dos sensores, R é o raio da região de monitoramento, θ é o ângulo do ponto de interseção, α é o ângulo de deslocamento, a_2 e b_2 são as coordenadas do centro de C_2.

De acordo com a Figura 22, as coordenadas do centro de C_2 são (a_2, b_2), o valor de b_2 é calculado pela razão trigonométrica do seno de α, que é igual à razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa do triângulo, ou seja, $b_2 = r \sin \alpha$. O valor de a_2 é obtido aplicando o Teorema de Pitágoras, a partir do valor da hipotenusa e do cateto oposto, sendo $a_2 = \sqrt{r^2 - (r \sin \alpha)^2}$, ou pela razão trigonométrica do cosseno de α, que é igual à razão entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa do triângulo retângulo, ou seja $a_2 = \sqrt{r^2 - (r \sin \alpha)^2} = r \cos \alpha$, (GELFAND; SAUL, 2001). Consequentemente, a equação de C_2 é dada por

$$\left(x - \sqrt{r^2 - (r \sin \alpha)^2}\right)^2 + (y - r \sin \alpha)^2 = r_s^2, \tag{4.18}$$

$$x^2 - 2rx \cos \alpha + y^2 - 2yr \sin \alpha + r^2 = r_s^2. \tag{4.19}$$

Portanto, para obter α que é a variável necessária para obter o número de nós sensores móveis, é preciso resolver o sistema de equações (IEZZI, 1978), com a equação de C_1 e C_2, sendo a solução as coordenadas (X, Y) dos pontos em que as circunferências se cruzam. Para esse caso, será selecionado o maior valor da coordenada X, devido a almejar o ponto de interseção mais distante da origem. O sistema de equações a ser resolvido é dado por

$$\begin{cases} x^2 - 2xr + r^2 + y^2 = r_s^2 \\ x^2 - 2xr\cos\alpha + r^2 + y^2 - 2yr\sin\alpha = r_s^2 \end{cases}, \tag{4.20}$$

sendo x e y o(s) ponto(s) de interseção das circunferências. Esse sistema de equações é não linear, devido à presença do seno e cosseno. O primeiro passo para resolver o sistema é subtrair a Eq. (4.19) da Eq. (4.17) e igualar a zero, o que resulta em

$$-2xr\left(1 - \cos\alpha\right) + 2ry\sin\alpha = 0. \tag{4.21}$$

Ao organizar a Eq. (4.21) para obter uma equação em função de x, tem-se

$$x = \frac{y\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}. \tag{4.22}$$

Substituindo a Eq. (4.22), dada em função de x, na Eq. (4.17), equação da circunferência C_1, tem-se

$$\left(\frac{y\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}\right)^2 - 2r\frac{y\sin\alpha}{1 - \cos\alpha} + r^2 + y^2 = r_s^2. \tag{4.23}$$

De acordo com a Eq. (4.15) do Teorema 1, o ângulo de posição dos agentes é dado por $\alpha = 2\pi/N$. Como a variável que se deseja obter é N, ou seja, a quantidade de nós sensores móveis, substitui-se a Eq. (4.15) na Eq. (4.23), tem-se

$$\left(\frac{y\sin\frac{2\pi}{N}}{1 - \cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 - 2r\frac{y\sin\frac{2\pi}{N}}{1 - \cos\frac{2\pi}{N}} + r^2 + y^2 = r_s^2. \tag{4.24}$$

Ao organizar a Eq. (4.24), obtém-se uma equação quadrática de y em função da variável N, que é dada por

$$\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1 - \cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1\right)y^2 - 2ry\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1 - \cos\frac{2\pi}{N}}\right) + r^2 - r_s^2 = 0. \tag{4.25}$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara para obter y, tem-se

$$\begin{cases} y_1 = \dfrac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)r+\sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2-\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1\right)(r^2-r_s^2)}}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)} \\ y_2 = \dfrac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)r-\sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2-\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1\right)(r^2-r_s^2)}}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)} \end{cases} \tag{4.26}$$

Ao selecionar y_1 da Eq. (4.26), por ser o maior valor e substituindo essa equação na Eq. (4.17) de C_1, obtém-se uma equação quadrática de x também em função de N, que é a variável de interesse. Essa equação de x é dada por

$$x^2 - 2xr + r^2 - r - s^2 + \frac{\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)r+\sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2-\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1\right)(r^2-r_s^2)}\right)^2}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1} = 0. \tag{4.27}$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara para obter os valores de x, tem-se

$$\begin{cases} x_1 = r + \sqrt{r_s^2 - \left(\dfrac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)r+\sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2-\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1\right)(r^2-r_s^2)}}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1}\right)} \\ x_2 = r - \sqrt{r_s^2 - \left(\dfrac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)r+\sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2-\left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1\right)(r^2-r_s^2)}}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2+1}\right)} \end{cases}. \tag{4.28}$$

Selecionando a equação de x_1 da Eq. (4.28), devido a ser o valor mais distante do eixo X, ou seja, mais distante da origem. Essa é a coordenada X do ponto de interseção extremo para limitar a circunferência de monitoramento. Portanto, de acordo com a Figura 22, e com relação à razão trigonométrica do cosseno (GELFAND; SAUL, 2001), tem-se que essa coordenada é definida por $x = R\cos\theta$, sendo R o raio da região de monitoramento e θ o ângulo do ponto de interseção entre C_1 e C_2. Logo, ao igualar esse valor de x com a equação de x_1, Eq. (4.28), tem-se

$$R\cos\theta = r + \sqrt{r_s^2 - \left(\frac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2 - \left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1\right)(r^2 - r_s^2)}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1} \right)}. \tag{4.29}$$

O ângulo θ é calculado a partir das coordenadas do ponto de interseção, ou seja, das equações de x_1 e y_1, Eq. (4.28) e Eq. (4.27) respectivamente. Logo, esse ângulo é dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + \frac{\pi}{2} sign(y_1)\left(1 - sign(x_1)\right), \tag{4.30}$$

sendo θ o ângulo do ponto de interseção dado em radianos, pertencente ao intervalo fechado $\left[-\pi \quad \pi\right]$, ou seja, a tangente inversa de quatro quadrantes dos pontos x_1 e y_1, $sign(.)$ é a função sinal que retorna o sinal da variável, indicando 1 se ela é positiva, -1 se ela é negativa e 0 se ela for nula; essa função é utilizada para identificar o quadrante correto do ponto de interseção.

Do mesmo modo que foi realizado para coordenada X, o mesmo deve ser realizado para a coordenada Y. Logo, a razão trigonométrica do seno define que $y = R\sin\theta$, igualando essa equação à equação de y_1, Eq. (4.26), tem-se

$$R\sin\theta = \frac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right) r + \sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2 - \left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1)(r^2 - r_s^2)}}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1}. \tag{4.31}$$

Ao organizar a Eq. (4.29) e a Eq. (4.31), obtém-se um novo sistema de equações em função de N, que é a quantidade mínima de nós sensores móveis para a topologia de RSSF híbrida especificada. Esse sistema de equações é dado por

$$\begin{cases} R\cos\theta = r + \sqrt{r_s^2 - \left(\frac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2 - \left(\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1\right)(r^2 - r_s^2)}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1} \right)} \\ R\sin\theta = \frac{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right) r + \sqrt{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 r^2 - \left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1)(r^2 - r_s^2)}}{\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{N}}{1-\cos\frac{2\pi}{N}}\right)^2 + 1} \end{cases}. \tag{4.32}$$

Consequentemente, ao resolver o sistema de equações da Eq. (4.32), obtém-se o valor de N, que é a incógnita.

A partir do inverso do Teorema 1 e das Proposições 1 e 2, é possível determinar o tamanho do raio R da circunferência de monitoramento ($\mathbb{S}$), proporcionando uma cobertura completa, a partir de uma rede com N nós sensores dinâmicos que se deslocam na região S.

Para provar que essa quantidade N de nós móveis é suficiente para proporcionar uma cobertura circular completa, é utilizado o somatório das áreas de detecção dos sensores, sendo que esse somatório deve ser maior ou igual à área da região circular de monitoramento. Isso levando em consideração as áreas de interseção entre os círculos.

Considerando que os nós sensores móveis estão uniformemente dispostos na circunferência de deslocamento de raio r e a área de monitoramento é circular com raio R. Portanto, cada agente móvel cobre um setor angular do círculo de monitoramento, delimitado pelo ângulo α, em radianos, é definido de acordo com a Eq. (4.15), $\alpha = 2\pi/N$. Como os nós estão distribuídos uniformemente, todos os sensores possuem a mesma região de detecção com raio r_s.

A topologia de rede proposta consiste em N nós sensores móveis e 1 nó sensor estático, todos com a mesma área de detecção. Consequentemente, a área de detecção total dos sensores é dada por $A_{det} = (N+1)\,\pi r_s^2$. No entanto, de acordo com a Figura 23, existem áreas de interseção: entre os círculos de detecção dos nós sensores móveis; entre o círculo de detecção do nó sensor estático e o do nó móvel; e entre o círculo de monitoramento e o círculo de detecção do nó sensor móvel. Além disso, há a interseção entre os três círculos de detecção.

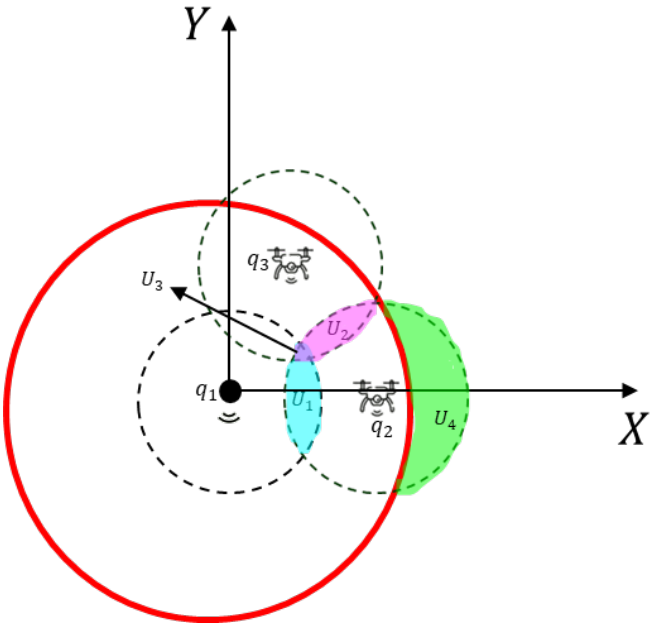


Figura 23 – Áreas de interseções entre os círculos de detecção do nó sensor, entre a circunferência do nó sensor e a área de monitoramento circular, no plano cartesiano.

Para determinar a área de interseção entre a circunferência de detecção do nó sensor estático e a do nó móvel, é necessário calcular a distância entre o centro dessas duas circunferências, que é dada por

$$d_{1,2} = \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}, \tag{4.33}$$

sendo $a_1 = 0$ e $b_1 = 0$, devido a este círculo estar no centro do plano cartesiano, $a_2 = r$ e $b_2 = 0$, devido a esta circunferência estar no eixo X e r é o raio da circunferência de deslocamento dos agentes móveis. Portanto, a distância entre eles é $d_{1,2} = r$.

Os ângulos dos setores circulares são calculados com base no teorema do cosseno, segundo o qual, em qualquer triângulo, o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados, menos duas vezes o produto desses lados pelo cosseno do ângulo entre eles (DOLCE; POMPEO, 1997). Esse ângulo deve ser multiplicado por dois para ajustar o ângulo completo do setor da circunferência. Assim, esses ângulos são dados por

$$\begin{cases} \theta_1 = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{1,2}^2 + r_1^2 - r_2^2}{2d_{1,2}r_1}\right) = 2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right) \\ \\ \theta_2 = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{1,2}^2 + r_2^2 - r_1^2}{2d_{1,2}r_2}\right) = 2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right) \end{cases}. \tag{4.34}$$

As áreas desses setores circulares, ou seja, uma área delimitada por um arco de círculo e a corda que o fecha (DOLCE; POMPEO, 1997), são dadas por

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{2}r_s^2\left(\theta_1 - \sin\theta_1\right) = \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right)\right)\right) \\ \\ A_2 = \frac{1}{2}r_s^2\left(\theta_2 - \sin\theta_2\right) = \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right)\right)\right) \end{cases}. \tag{4.35}$$

Consequentemente, a área de interseção é a soma das duas áreas dos segmentos circulares gerados pelo seu respectivo ângulo θ, que é dada por

$$U_1 = A_1 + A_2 = r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r}{2r_s}\right)\right)\right). \tag{4.36}$$

Na Figura 23, esta área de interseção é ilustrada por U_1, destacado em ciano. Como os nós móveis são distribuídos uniformemente, a área é a mesma para todos os agentes dinâmicos. Esta área deve ser subtraída da área de detecção do nó sensor estático, visto que ele está sendo monitorado duas vezes, e se deseja provar que esta quantidade mínima de nós sensores organizados de acordo com a topologia de rede proposta gera cobertura total da região de monitoramento $A_{mon} = \pi R^2$.

Outra interseção é a dos dois círculos de detecção dos nós móveis, na Figura 23 ilustrada por U_2. Esta área de interseção é calculada da mesma forma que a anterior, determinando-se primeiramente a distância entre seus dois centros, considerando que o nó q_3 está na posição angular α, então a coordenada do seu centro é $(r\cos\alpha, r\sin\alpha)$, a do nó q_2 já foi determinada $(r, 0)$, logo a distância entre esses dois nós é dada por

$$d_{2,3} = \sqrt{\left(r\cos\alpha - r\right)^2 + \left(r\sin\alpha\right)^2} = r\sqrt{2 - 2r^2\cos\alpha}. \tag{4.37}$$

Os ângulos dos setores circulares do nó sensor q_2 e q_3 são dados por

$$\begin{cases} \theta_2 = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{2,3}^2 + r_2^2 - r_3^2}{2d_{2,3}r_2}\right) = 2\cos^{-1}\left(\frac{r\left(2-2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2-2r^2\cos\alpha}}\right) \\ \\ \theta_3 = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{2,3}^2 + r_3^2 - r_2^2}{2d_{2,3}r_3}\right) = 2\cos^{-1}\left(\frac{r\left(2-2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2-2r^2\cos\alpha}}\right) \end{cases}. \tag{4.38}$$

A partir dos ângulos da Eq. (4.38), as áreas dos segmentos circulares são dadas por

$$\begin{cases} A_2 = \frac{1}{2}r_s^2\left(\theta_2 - \sin\theta_3\right) = \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r\left(2-2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2-2r^2\cos\alpha}}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r\left(2-2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2-2r^2\cos\alpha}}\right)\right)\right) \\ \\ A_3 = \frac{1}{2}r_s^2\left(\theta_3 - \sin\theta_3\right) = \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r\left(2-2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2-2r^2\cos\alpha}}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r\left(2-2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2-2r^2\cos\alpha}}\right)\right)\right) \end{cases} \tag{4.39}$$

Portanto, a área de interseção é a soma de A_2 com A_3, que é dada por

$$\begin{aligned} U_2 &= A_2 + A_3 = \\ & r_s^2 \left(2\cos^{-1} \frac{r\left(2 - 2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2 - 2r^2\cos\alpha}} \right) - \sin 2\cos^{-1} \left(\frac{r\left(2 - 2r^2\cos\alpha\right)}{2r_s\sqrt{2 - 2r^2\cos\alpha}} \right). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Essa área U_2 resultante da interseção dos círculos de detecção dos sensores q_2 e q_3 deve ser subtraída da área total, visto que se trata de uma área de monitoramento de grau 2.

A interseção entre a região circular de monitoramento e o círculo de detecção do nó sensor móvel é determinada para identificar a área que está fora do círculo de monitoramento. O primeiro passo é determinar a distância entre o centro desses dois círculos, que, conforme a Figura 23, é $d_{1,m} = r$, ou seja, a distância é igual ao raio do círculo de deslocamento dos agentes móveis. Os ângulos dos setores circulares de q_1 e do círculo de monitoramento $\mathbb{S}$ são dados por

$$\begin{cases} \theta_1 = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{1,m}^2 + r_1^2 - r_m^2}{2d_{1,m}r_1}\right) = 2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 - R^2 + r_s^2}{2rr_s}\right) \\ \\ \theta_m = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{1,m}^2 + r_m^2 - r_1^2}{2d_{1,m}r_m}\right) = 2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 - r_s^2 + R^2}{2rR}\right) \end{cases}. \quad (4.41)$$

As áreas desses setores circulares da Eq. (4.41) são dadas por

$$\begin{cases} A_1 = \frac{1}{2}r_s^2\left(\theta_1 - \sin\theta_1\right) = \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + r_s^2 - R^2}{2rr_s}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + r_s^2 - R}{2rr_s}\right)\right)\right) \\ \\ A_m = \frac{1}{2}R^2\left(\theta_m - \sin\theta_m\right) = \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + R^2 - r_s^2}{2rR}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + R^2 - r_s^2}{2rR}\right)\right)\right) \end{cases}. \quad (4.42)$$

Portanto, a área de interseção é a soma de A_1 com A_m, que é dada por

$$\begin{aligned} A_{int} = A_1 + A_m = & \frac{1}{2}r_s^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + r_s^2 - R^2}{2rr_s}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + r_s^2 - R^2}{2rr_s}\right)\right)\right) \\ & + \frac{1}{2}R^2\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r^2 + R^2 - r_s^2}{2rR}\right) - \sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{r + R^2 - r_s^2}{2rR}\right)\right)\right). \end{aligned} \quad (4.43)$$

A área da Eq. (4.43) é a que está monitorando a região de interesse e o que se procura é a área que não monitora o círculo de raio R. Consequentemente, a área que não está sendo usada para monitoramento é dada por

$$U_4 = \pi r_s^2 - A_{int}. \quad (4.44)$$

De acordo com a Figura 23, existe uma área que é a interseção dos três círculos de detecção. Portanto, essa área deve ser somada, uma vez que está sendo descontada tanto pela área U_1 quanto pela área de interseção U_2. Como não há informações suficientes para determinar essa área por métodos analíticos, ela será obtida com base em um método numérico. O método numérico selecionado para calculá-la é o método de Monte Carlo, no qual a área de interseção será aproximada a partir de n pontos gerados, na sequência, calculada a média empírica (GOODFELLOW; BENGIO; COURVILLE, 2016).

De acordo com a amostragem de Monte Carlo, é delimitado um retângulo que contém completamente os três círculos, partindo da informação do centro dos círculos e de seus raios. Em seguida, um grande número de pontos com coordenadas aleatórias é gerado dentro desse retângulo, levando em consideração que, quanto maior o número de pontos, mais próxima da área exata. Cada ponto é analisado para verificar se está dentro de pelo menos um dos círculos, e a estimativa da área de interseção é determinada pela área do retângulo gerado vezes a fração do número de pontos dentro dos três círculos pelo número total de pontos gerados no retângulo.

Portanto, a região de monitoramento tem cobertura total se a área resultante da detecção dos nós sensores for maior ou igual à área do círculo de interesse. A área de detecção resultante é dada por

$$A_{res} = A_{det} - NU_1 - NU_2 + NU_3 - NU_4, \tag{4.45}$$

sendo N o número de nós sensores móveis, U_1 é a área de interseção entre o círculo de detecção do nó sensor estático e de um nó sensor móvel, U_2 é a área de interseção entre dois círculos de detecção de agentes móveis, U_4 é a área do círculo de detecção de um nó móvel que está fora da região de monitoramento circular e U_3 é a área de interseção entre três círculos de detecção, conforme mostrado na Figura 23. Consequentemente, para garantir a cobertura total, é necessário que

$$A_{mon} \leq A_{res}, \tag{4.46}$$

sendo $A_{mon} = \pi R^2$ a área total do círculo de monitoramento. ■

Corolário 1 *Conectividade total da rede, o Teorema 1 garante cobertura total da região de monitoramento circular, e assumindo $r_s = r_c$, a conectividade entre os nós sensores também é garantida.*

De acordo com o Corolário 1, a conectividade de rede é garantida pelo Teorema 1 que determina a cobertura total, considerando que o raio de conectividade r_c é igual ao

raio de detecção do sensor r_s. Assim, a distância máxima permitida entre sensores que garante a detecção também garante a comunicação.

Portanto, cobertura e conectividade estão intrinsecamente ligadas e devem ser consideradas de forma integrada ao implementar uma RSSF. A ausência de conectividade total, mesmo com cobertura completa, compromete a qualidade do monitoramento, devido à falta de comunicação entre os agentes vizinhos, impedindo que os dados sejam transmitidos corretamente para apoiar a tomada de decisões. Por outro lado, uma rede com conectividade total, mas sem cobertura completa, resulta em lacunas na área monitorada, prejudicando a eficácia do sistema.

4.3.1 Tratamento a Falha do Nó Sensor

Os nós sensores são suscetíveis a falhas e mau funcionamento, devido às condições atmosféricas, eventos ambientais e esgotamento de energia da bateria. Consequentemente, se um nó sensor não consegue enviar ou receber informações do seu posicionamento e de seus vizinhos adjacentes no instante de tempo k, deduz-se que esse nó falhou. Considerando que essa rede esteja implementada em ambiente hostil, a troca de bateria do nó sensor ou sua substituição é complicada. Esse tipo de falha compromete o monitoramento da região de interesse, gerando buracos de cobertura e perda de conectividade entre os agentes. Portanto, a solução para esse problema de falha de nó sensor é a redução da área de monitoramento, de modo a proporcionar uma cobertura completa, sem lacunas e totalmente conectada com a quantidade de nós sensores disponíveis.

De acordo com o inverso do Teorema 1, se a quantidade de nós sensores móveis é conhecida, N, então é possível determinar o raio R da região circular de monitoramento que proporciona uma cobertura completa.

Consequentemente, o exposto acima é demonstrado utilizando as equações das circunferências C_1, Eq.(4.17) e C_2, Eq.(4.19), sendo que, para esta situação, o ângulo de deslocamento α é computado de acordo com a Eq.(4.15). Então, a partir da solução do sistema de equações das duas circunferências em análise, Eq.(4.20), obtêm-se as coordenadas XY do ponto de interseção entre esses dois círculos.

A partir das coordenadas XY do ponto de interseção entre as circunferências C_1 e C_2, calcula-se o ângulo desse ponto de interseção θ, ilustrado na Figura 22, que é dado de acordo com a Eq.(4.30).

De acordo com a Eq.(4.30), θ é o ângulo do ponto de interseção dos círculos C_1 e C_2, $\tan^{-1}(.)$ é a função da tangente inversa e sign(.) é a função sinal que retorna o sinal da variável, indicando 1 se ela é positiva, -1 se ela é negativa e 0 se ela for zero. Essa equação tem como resultado o ângulo em radianos entre o eixo positivo X e o ponto de interseção dado pelas coordenadas X e Y.

Portanto, de acordo com a Figura 22, tem-se que o raio da circunferência de monitoramento R, conhecendo o ângulo e as coordenadas do ponto de interseção,levando em consideração a relação trigonométrica, é dado por

$$R = \frac{x}{\cos\theta}, \tag{4.47}$$

sendo x a coordenada do eixo X do ponto de interseção e θ o ângulo dessa interseção entre as duas circunferências.

4.4 Controle de Formação da RSSF Híbrida

Nesta seção são apresentados os controladores selecionados para realizar a formação da topologia de rede proposta: proporcional (P), proporcional integral (PI) e DLQT-DLQR que é o controle ótimo de posição proposto. Esses controladores têm como objetivo a alocação dos agentes em suas posições angulares especificadas, garantindo uma cobertura completa, sem buracos e sem perda de conectividade entre os agentes.

Os controladores propostos são aplicados no sistema, a partir da modelagem matemática da RSSF híbrida desenvolvida na Seção 4.2, baseada na teoria de grafos, sendo a Figura 20 o diagrama de blocos do modelo de alocação em espaço de estado desse RSSF.

4.4.1 RSSF Híbrilda com Controlador Proporcional

No sistema proposto, os agentes precisam ser alocados em sua posição angular especificada. Assim, os múltiplos agentes se deslocam para a posição final fundamentados na velocidade e na posição angular de seus vizinhos adjacentes e do nó estático no centro do círculo de monitoramento, de acordo com a evolução dos estados apresentada na Eq. (4.12) e na Figura 20.

Como já mencionado na Seção 4.2, o esforço de controle é denotado por u_i responsável por realizar o deslocamento dos nós sensores dinâmicos, a partir de suas velocidades angulares correspondentes. Essas velocidades angulares são utilizadas para atualizar a matriz $L(k)$ e o vetor $f(k)$.

Ao aplicar essas considerações e fechar a malha do sistema, apresentado na Figura 20, com um controlador proporcional K_p, sendo esses ganhos calculados de forma não ótima, para analisar e verificar a eficiência da modelagem e topologia de RSSF híbrida proposta. O diagrama de blocos da Figura 24 apresenta esse sistema em malha fechada com o controlador proporcional.

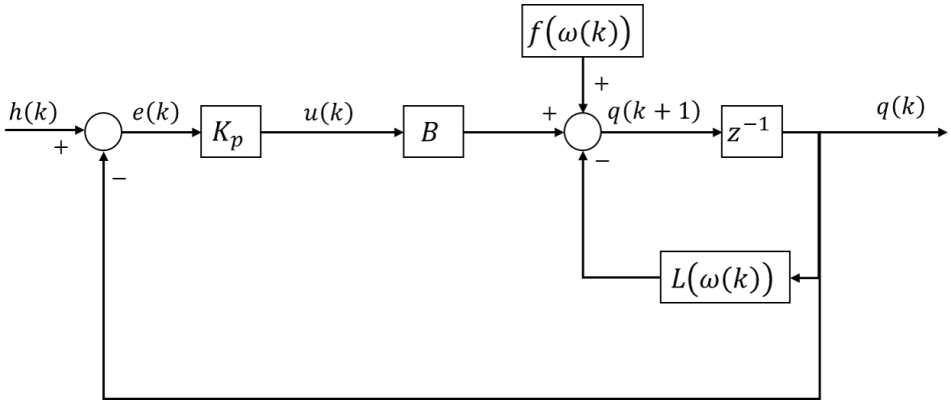


Figura 24 – Diagrama de blocos do modelo da RSSF híbrida em espaço de estados no tempo discreto, com um controlador proporcional.

De acordo com a Figura 24, $h(k)$ é a posição de referência, ou seja, a posição que os agentes devem alcançar, $e(k)$ é o erro do sistema que é dado por $e(k) = h(k) - q(k)$, isto é, o sinal de referência menos a saída, que é a posição angular. O esforço de controle é computado a partir desse sinal de erro e dos ganhos do controlador proporcional, $K_p \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$, sendo que cada agente possui um ganho específico, fechando a malha do sistema com realimentação unitária.

4.4.2 RSSF Híbrilda com Controlador Proporcional Integral

O controlador proporcional integral (PI) é constituído pela ação de controle do termo P, apresentado na Subseção 4.4.1, e pelo termo integral. O ganho proporcional K_p influencia o esforço de controle de forma proporcional ao erro, ou seja, se o erro do sistema aumentar, o esforço de controle também aumentará, uma vez que o sistema necessitará de um esforço maior para corrigir esse erro. Já o ganho integral K_i atua no sentido de eliminar o erro de regime. Portanto, a lei de controle do controlador PI na sua forma paralela, no tempo discreto, é dada pela Eq. (3.19).

De acordo com a Eq. (3.19), K_p é o ganho proporcional, T_s é a taxa de amostragem do sistema, K_I é o ganho integral que é proporcional à integral do sinal de erro, $e(k)$. Na Figura 25 é ilustrado o diagrama de blocos da RSSF híbrida em malha fechada com o controlador PI na sua forma paralela, com os ganhos K_p e K_I independentes.

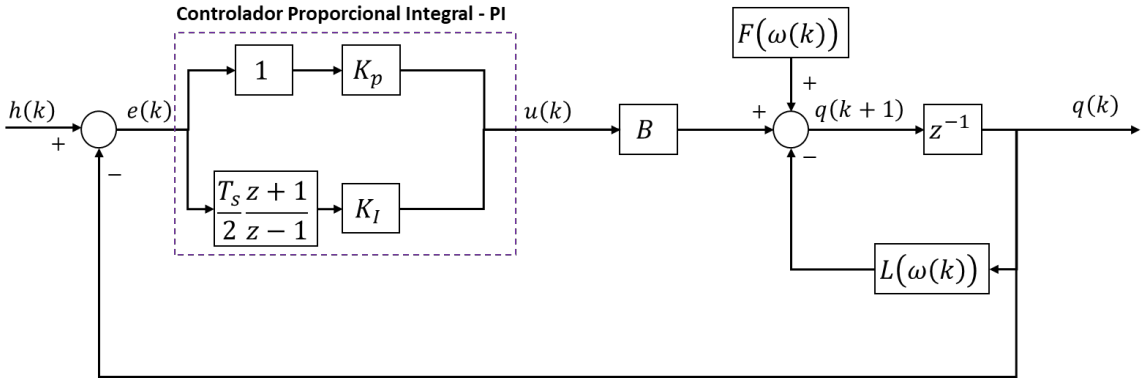


Figura 25 – Diagrama de blocos do modelo da RSSF híbrida em espaço de estados no tempo discreto, com um controlador proporcional integral.

Ao comparar o sistema apresentado na Figura 24, controlador P, com o sistema ilustrado na Figura 25, controlador PI, o segundo deve apresentar um melhor resultado devido à ação do termo integral que atua para eliminar o erro de regime, fazendo com que os estados alcancem suas posições especificadas com erro tendendo para zero.

4.4.3 RSSF Híbrida com Controlador DLQT-DLQR Proposto

O controlador proposto para o controle ótimo de cobertura dinâmica da RSSF híbrida é constituído pelos controladores ótimos: DLQT para realizar a alocação dos nós sensores dinâmicos às suas posições especificadas e DLQR para realizar a regulação dos agentes móveis em suas posições angulares, sendo esses dois controladores modificados para a topologia de rede proposta. Esses dois controladores atuam de forma independente, porém de maneira colaborativa. Inicialmente, o DLQT é responsável pela alocação dos agentes em suas posições ideais, ao alcançar esse objetivo, o DLQR assume o controle para regular e manter os nós sensores em suas posições, garantindo maior robustez e estabilidade ao sistema.

O controlador DLQT-DLQR proposto computa o esforço de controle ótimo de modo *offline*, ou seja, considerando as condições de regime permanente do sistema. Na Figura 26 é exposto o sistema em malha fechada com o controlador DLQT-DLQR proposto, com o objetivo de proporcionar uma cobertura completa, sem buracos e sem perdas de conectividade entre os agentes, além de reduzir o tempo de construção e regulação da rede.

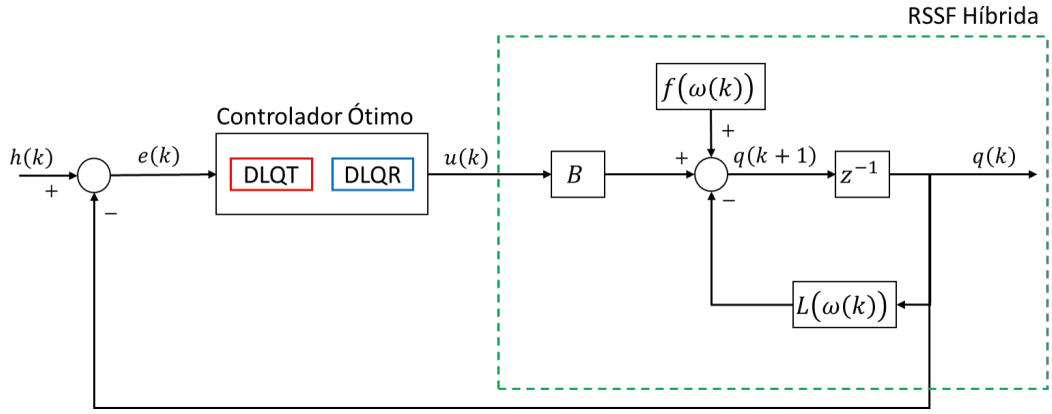


Figura 26 – Diagrama de blocos do modelo da RSSF híbrida em espaço de estados no tempo discreto, com o controlador DLQT-DLQR proposto.

De acordo com a Figura 26, tem-se que o diagrama é similar ao da Figura 24, com o controlador proporcional, porém o ganho K_p não é calculado de forma ótima; já o controlador proposto computa esses ganhos a partir da equação de Bellman. Nas subseções a seguir, é apresentada a formulação detalhada de cada controlador ótimo, expondo as modificações propostas para a topologia da RSSF híbrida. Consequentemente, na Figura 27 é apresentado um resumo desse sistema de controle ótimo de cobertura dinâmica, com a entrada do método proposto e o resultado esperado.

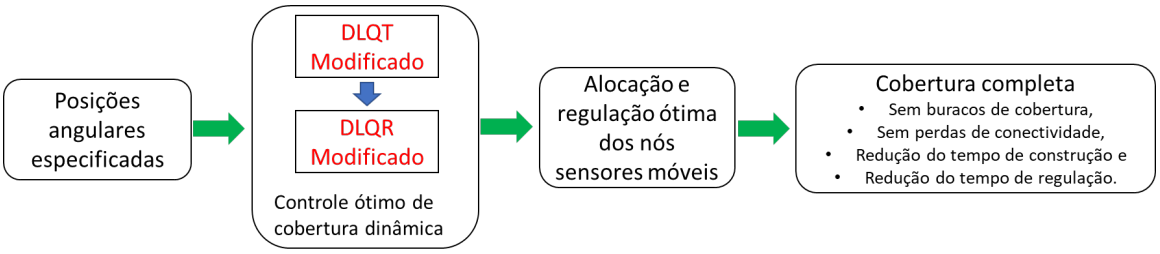


Figura 27 – Fluxograma com o resumo do que é proposto para o controle ótimo de cobertura dinâmica.

4.4.3.1 Regulador Linear Quadrático Discreto para a Topologia da RSSF Híbrida

A topologia da RSSF híbrida proposta na tese, com um nó sensor estático no centro da região de monitoramento circular e os nós sensores móveis alocados na circunferência de deslocamento, com um raio menor que o raio da área de monitoramento. De acordo com a modelagem matemática da RSSF híbrida, apresentada na Seção 4.2, a equação dinâmica em tempo discreto da posição angular dos agentes é dada por

$$q(k+1) = g(q(k), u(k), r), \tag{4.48}$$

sendo $g \in \Re^{N+1}$ um vetor que relaciona o esforço de controle e a posição angular $q(k)$. A Eq. (4.48) da dinâmica do sistema que, na forma explícita, é dada pela Eq. (4.12), ou seja, $q(k+1) = -L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)$.

Ao considerar a condição inicial $q(0)$, essa equação da dinâmica do sistema representa uma restrição, determinando o estado no tempo $(k+1)$ a partir do estado e do controle no tempo k. As demais restrições do sistema, como a distância angular e a conectividade dos agentes, são desconsideradas.

A teoria do controle ótimo apresentada na Seção 3.3 propõe a minimização do índice de desempenho do sistema J, a partir do esforço de controle ótimo $u^*(k)$ calculado. O problema de controle de cobertura, segundo (SELMIC; SERWADDA, 2016), pode ser formulado como um problema de regulador linear quadrático discreto (DLQR). Consequentemente, neste trabalho, é proposta a implementação do controlador DLQT-DLQR com o objetivo de alocação e preservação, respectivamente, dos nós sensores em suas posições especificadas, contornando as perturbações. A fim de determinar a velocidade angular dos agentes dinâmicos, minimizando o tempo gasto para executar essas atividades. Portanto, de acordo com a Eq. (3.23), a função que minimiza o índice de desempenho é dada por

$$V^*(q(k)) = \min_u J\left(q(k), \omega(k), r\right), \tag{4.49}$$

sendo J função de custo a ser minimizada que depende do estado atual $q(k)$, do vetor de velocidades angulares $\omega(k)$ e do raio da circunferência de deslocamento r.

A função de valor, $V(q(k))$, associada ao índice de desempenho J é dada pela Eq. (3.25), sendo r_t a recompensa calculada de acordo com a Eq. (3.26), Q e R são as matrizes de ponderação. Consequentemente, a equação do DLQR é dada pela Eq. (3.30), sendo $P(k)$ a solução de Riccati para essa equação de Bellman.

A equação que representa a dinâmica da RSSF híbrida é $q(k+1)$, Eq. (4.12). Consequentemente, a equação da função de valor em termos do instante de tempo k, de acordo com a Eq. (3.31), é dada por

$$\begin{aligned} 2V(q(k)) = q(k)^T P(k) q(k) = q(k)^T Q q(k) + u(k)^T R u(k) + \\ \left(-L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)\right)^T P(k+1) \left(-L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)\right), \end{aligned} \tag{4.50}$$

sendo $u(k) \in \Re^{N+1}$ o vetor de esforço de controle. Como é proposto reduzir o tempo de chegada à posição especificada a partir da velocidade dos nós sensores móveis, o DLQR é modificado adicionando uma matriz de distância $D(k)$ e uma constante de transformação κ. A matriz $D(k) \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$ expressa a distância dos agentes e de seus vizinhos

adjacentes. Essa matriz é construída a partir das Eq. (4.3) e Eq. (4.4), de modo a operar com velocidade angular e tempo, sendo $D(k)$ dada por

$$D(k) = \begin{bmatrix} 1 & (q_2(k) - q_1(k)) & 0 & \cdots & 0 & (q_N(k) - q_1(k) + 2\pi) & r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & (q_{i^-}(k) - q_i(k)) & 1 & (q_{i^+}(k) - q_i(k)) & \cdots & r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (q_1(k) - q_N(k) + 2\pi) & \cdots & 0 & \cdots & (q_{N-1}(k) - q_N(k)) & 1 & r \\ r & \cdots & r & \cdots & r & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \tag{4.51}$$

sendo r o raio da região de deslocamento dos agentes e q_i é a posição angular do nó sensor i. Consequentemente, reformulando o DLQR clássico, a partir da matriz $D(k)$, dada pela Eq. (4.51), e de uma constante de transformação κ, a função de custo da Eq. (4.50) é escrita por

$$2V(q(k)) = q(k)^T Q q(k) + \left(u(k)\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)^T R \left(u(k)\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right) + \left(-L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)\right)^T P(k+1)\left(-L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)\right). \tag{4.52}$$

Ao definir $\widetilde{R} = \left(\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)^T R \left(\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)$ a Eq. (4.52) é dada por

$$2V(q(k)) = q(k)^T Q q(k) + u(k)^T \widetilde{R} u(k) + \left(-L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)\right)^T P(k+1)\left(-L(k)q(k) + Bu(k) + f(k)\right). \tag{4.53}$$

Considerando uma política de realimentação de estado estacionário, o esforço de controle é dado em função dos estados por $u(k) = -K(k)q(k)$, sendo $K(k)$ a matriz de ganhos. Consequentemente, a Eq. (4.53) é dada por

$$2V(q(k)) = q(k)^T P(k) q(k) = q(k)^T Q q(k) + \left(K(k)q(k)\right)^T \widetilde{R}\left(K(k)q(k)\right) + \left(-L(k)q(k) - BK(k)q(k) + f(k)\right)^T P(k+1)\left(-L(k)q(k) - BK(k)q(k) + f(k)\right). \tag{4.54}$$

De acordo com a Eq. (4.54), tem-se a função de valor somente em relação aos estados da RSSF híbrida, evidenciando os vetores de estados, que estão multiplicando todos os elementos dessa equação para fins de obter a recorrência de Riccati, tem-se que a Eq. (4.54) é dada por

$$q(k)^T P(k) q(k) = q(k)^T Q q(k) + q(k)^T K(k)^T \widetilde{R} K(k) q(k) + q(k)^T \left(-L(k) - BK(k) + f(k)q(k)^{-1}\right)^T P(k+1)\left(-L(k) - BK(k) + f(k)q(k)^{-1}\right) q(k). \tag{4.55}$$

Logo, garantindo a igualdade dos dois lados da Eq. (4.55), a equação de Lyapunov é dada por

$$P(k) = Q + K(k)^T \tilde{R} K(k) + \left(-L(k) - BK(k) + f(k)q(k)^{-1}\right)^T \\ P(k+1)\left(-L(k) - BK(k) + f(k)q(k)^{-1}\right). \tag{4.56}$$

Ao analisar a Eq. (4.56), observa-se a dependência da dinâmica do sistema, ou seja, das matrizes $L(k)$, B e do vetor $f(k)$. Consequentemente, a equação de Bellman Eq. (3.28) para o DLQR é equivalente a essa formulação modificada Eq. (4.56).

Como já mencionado, a condição necessária para determinar o $u(k)^*$ que minimiza o índice de desempenho é $\dfrac{\partial V(q(k))}{\partial u(k)} = 0$, ou seja, a condição de estacionariedade. Consequentemente, o esforço de controle ótimo para o DLQR modificado, a partir da derivada parcial da Eq. (4.53) em relação a $u(k)$, é dado por

$$u(k)^* = -(B^T P(k+1)B + \widetilde{R})^{-1} B^T P(k+1) L(k) q(k). \tag{4.57}$$

Ao comparar a Eq. (3.38) com a Eq. (4.57), a matriz de ganho ótimo $K(k)$ é dada por

$$K(k) = (B^T P(k+1)B + \widetilde{R})^{-1} B^T P(k+1) L(k). \tag{4.58}$$

Ao substituir a Eq. (4.57) na equação de Bellman, Eq. (4.53), obtém-se a recorrência de Riccati modificada, que é dada por

$$L(k)^T P(k+1) L(k) + Q - \\ L(k)^T P(k+1) B (B^T P(k+1) B + \widetilde{R})^{-1} B^T P(k+1) L(k) = P(k). \tag{4.59}$$

Essa formulação do DLQR modificado, para o problema de tempo mínimo, a partir da velocidade angular é representada em diagrama de blocos de malha fechada na Figura 28, expondo as realimentações e atualizações das matrizes, além do atraso z^{-1} para gerar a posição angular de saída no instante de tempo k.

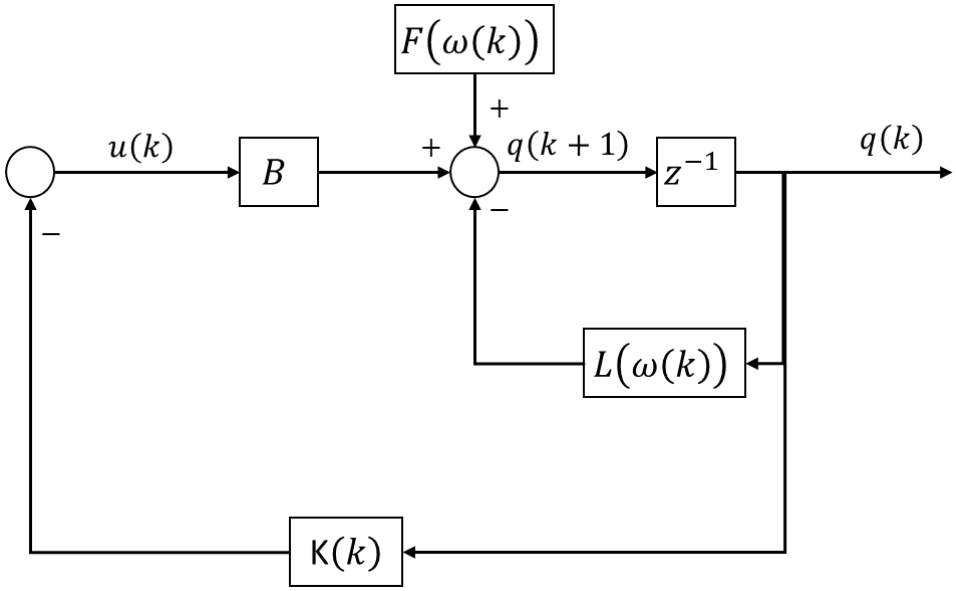


Figura 28 – Diagrama de blocos da RSSF híbrida em malha fechada com o controlador DLQR modificado proposto.

De acordo com a Figura 28, tem-se que $K(k)$ é a matriz de ganhos ótimos dada pela Eq. (4.58), sendo $P(k)$ a solução da DARE, dada por Eq. (4.56), e $\widetilde{R}$ é a nova matriz de ponderação do esforço de controle que depende de $D(k)$ que é a matriz de distâncias e κ que é a constante de transformação. Já o esforço de controle, $u(k)$ é o responsável por realizar o deslocamento dos agentes e a partir dele obtém-se as velocidades angulares dos agentes utilizadas para atualizar a matriz Laplaciana, $L(\omega(k))$, e o vetor de ajuste da posição na circunferência, $f(\omega(k))$. A posição angular no instante de tempo k, $q(k)$, é o vetor de estados e a saída da RSSF híbrida, sendo utilizada para atualizar a matriz de distâncias, $D(q(k))$.

Consequentemente, para calcular o esforço de controle ótimo $u(k)^*$, de acordo com a Eq. (4.57), sendo o ganho ótimo $K(k)$ do regulador linear quadrático para a topologia dessa RSSF híbrida, regulando os agentes em suas posições especificadas, ou seja, contornando as perturbações, é necessário resolver a equação algébrica de Riccati, Eq. (4.56).

4.4.3.2 Seguidor Linear Quadrático Discreto para a Topologia da RSSF Híbrida

O controlador DLQT é aplicado para realizar a alocação dos nós móveis em suas posições angulares, na circunferência de deslocamento, minimizando o tempo de construção dessa topologia de rede. Considerando que o DLQT é uma extensão do DLQR, a diferença é que ele força os estados do sistema a seguir uma dada referência, ou seja, rastrear uma trajetória.

A dinâmica do sistema é dada pela Eq. (4.12) e que sua resposta é a posição angular dada por

$$y(k) = Cq(k), \tag{4.60}$$

sendo $y(k) \in \Re^{N+1}$ o vetor de saída com as posições angulares e $C \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$ é a matriz de saída da RSSF híbrida. Esse sistema não possui um integrador, portanto, é necessário desenvolver um modelo aumentado da RSSF híbrida, com um integrador, de forma que o erro de regime permanente tenda a zero.

A função de custo dada pela Eq. (3.27), de acordo com (RUSCIO, 2012) é reescrita pela Eq. (3.42) e para essa topologia de RSSF híbrida, é dada por

$$J_i = \frac{1}{2}\sum_{k=i}^{\infty}\left[(y(k)-h(k))^T Q\,(y(k)-h(k)) + \left(\Delta u(k)\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)^T R\left(\Delta u(k)\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)\right], \tag{4.61}$$

sendo $h(k)$ o sinal de referência, $Q \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$ é a matriz semidefinida positiva ($Q \geq 0$), $R \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$ é a matriz definida positiva ($R > 0$) e $\Delta u = u(k) - u(k-1)$ é a diferença da entrada de controle, ou seja, Δ representa o operador de diferença de primeira ordem. Ao observar a Eq. (4.61) os estados são representados pelos erros $(y(k) - h(k))$.

Considerando a diferença do sinal de saída $y(k)$ e dos estados $q(k)$, a Eq. (4.60) é reescrita por

$$y(k) = y(k-1) + C\Delta q(k), \tag{4.62}$$

sendo $\Delta q(k) = q(k) - q(k-1)$ e $\Delta y(k) = y(k) - y(k-1)$. Consequentemente, o modelo em espaço de estado aumentado do sistema, de acordo com Eq. (4.12) e Eq. (4.62) é dado por

$$\begin{bmatrix}\Delta q(k+1)\\ y(k)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-L(k) & 0_{(N+1)\times(N+1)}\\ C & I_{(N+1)\times(N+1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q(k)\\ y(k-1)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B\\ 0_{(N+1)\times(N+1)}\end{bmatrix}\Delta u(k) \tag{4.63}$$

e

$$y(k) = \begin{bmatrix}C & I_{(N+1)\times(N+1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta q(k)\\ y(k-1)\end{bmatrix}, \tag{4.64}$$

sendo $\Delta q(k+1) = q(k+1) - q(k)$, I a matriz identidade e 0 a matriz de zeros. A equação de saída, Eq. (4.62), em relação ao sinal de erro é reescrita como

$$y(k) - h(k) = y(k-1) - h(k-1) + C\Delta q(k). \tag{4.65}$$

Consequentemente, substituindo a Eq. (4.65) no modelo da RSSF híbrida em espaço de estados aumentado, Eq. (4.63) e Eq. (4.64), é reescrita como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta q(k+1) \\ y(k) - h(k) \end{bmatrix}}_{\widetilde{q}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} -L(k) & 0_{(N+1)\times(N+1)} \\ C & I_{(N+1)\times(N+1)} \end{bmatrix}}_{\widetilde{L}(k)} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta q(k) \\ y(k-1) - h(k-1) \end{bmatrix}}_{\widetilde{q}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0_{(N+1)\times(N+1)} \end{bmatrix}}_{\widetilde{B}} \Delta u(k) \tag{4.66}$$

e

$$\underbrace{y(k) - h(k)}_{\widetilde{y}(k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} C & I_{(N+1)\times(N+1)} \end{bmatrix}}_{\widetilde{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta q(k) \\ y(k-1) - h(k-1) \end{bmatrix}}_{\widetilde{q}(k)}, \tag{4.67}$$

sendo $\tilde{q}(k) \in \Re^{(N+1)+(N+1)}$ o novo vetor de estado que é constituído das diferenças dos estados $q(k)$ e dos sinais de erro $(y(k) - h(k))$, $\widetilde{L}(k) \in \Re^{2(N+1)\times 2(N+1)}$ é a nova matriz Laplaciana, constituída de $L(k)$, C e das matrizes identidade e matriz de zeros. A nova matriz de entrada $\widetilde{B} \in \Re^{2(N+1)\times(N+1)}$, constituída de B e de uma matriz de zeros e $\Delta u(k) \in \Re^{N+1}$. De acordo com a Eq. (4.67), $\widetilde{y}(k) \in \Re^{N+1}$ é a nova saída do sistema que é dada em relação ao erro, para que o sistema rastreie uma dada trajetória e $\widetilde{C} \in \Re^{(N+1)\times 2(N+1)}$ é a nova matriz de saída da RSSF híbrida.

Portanto, para o novo sistema aumentado, a função de custo a ser minimizada, Eq. (4.61), é reescrita como

$$J_i = \frac{1}{2} \sum_{k=i}^{\infty} \left[\tilde{q}(k)^T \widetilde{Q} \tilde{q}(k) + \Delta u(k)^T \widetilde{R} \Delta u(k) \right], \tag{4.68}$$

sendo $\widetilde{Q} \in \Re^{2(N+1)\times 2(N+1)}$ a nova matriz de ponderação dos estados que é dada por $\widetilde{Q} = \widetilde{C}^T Q \widetilde{C}$ e $\widetilde{R}$ é a nova matriz de ponderação das entradas de controle que é dada por $\widetilde{R} = \left(\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)^T R \left(\frac{D(k)^{-1}}{\kappa}\right)$.

A lei de controle ótimo que minimiza a função de custo, Eq. (4.68) é dada por

$$\Delta u(k) = -\widetilde{K}(k)\tilde{q}(k), \tag{4.69}$$

sendo $\widetilde{K}(k) \in \Re^{(N+1)\times 2(N+1)}$ a matriz de ganhos, de acordo com a Eq. (4.58) é reescrita como

$$\widetilde{K}(k) = \left(\widetilde{B}^T P(k+1)\widetilde{B} + \widetilde{R}\right)^{-1} \widetilde{B}^T P(k+1)\widetilde{L}(k), \tag{4.70}$$

sendo a matriz $P(k)$ semidefinida positiva, ou seja, $P(k) \geq 0$. Essa matriz é a solução da recorrência de Riccati para a RSSF híbrida, Eq. (4.59), que para o sistema aumentado é reescrita como

$$\begin{aligned} &\widetilde{L}(k)^T P(k+1)\widetilde{L}(k) - P(k) + \widetilde{Q} - \\ &\widetilde{L}(k)^T P(k+1)\widetilde{B}(\widetilde{B}^T P(k+1)\widetilde{B} + \widetilde{R})^{-1}\widetilde{B}^T P(k+1)\widetilde{L}(k) = 0. \end{aligned} \tag{4.71}$$

Consequentemente, com a solução da Eq. (4.71) obtém-se a matriz $P(k)$ que é utilizada para computar os ganhos ótimos $\widetilde{K}(k)$ e a lei de controle da Eq. (4.69) é reescrita como

$$\Delta u(k)^* = \underbrace{\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}}_{\widetilde{K}(k)} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta q(k) \\ y(k-1) - h(k-1) \end{bmatrix}}_{\widetilde{q}(k)}. \tag{4.72}$$

Essa formulação do DLQT para a topologia da RSSF híbrida é apresentada pelo diagrama de blocos da Figura 29.

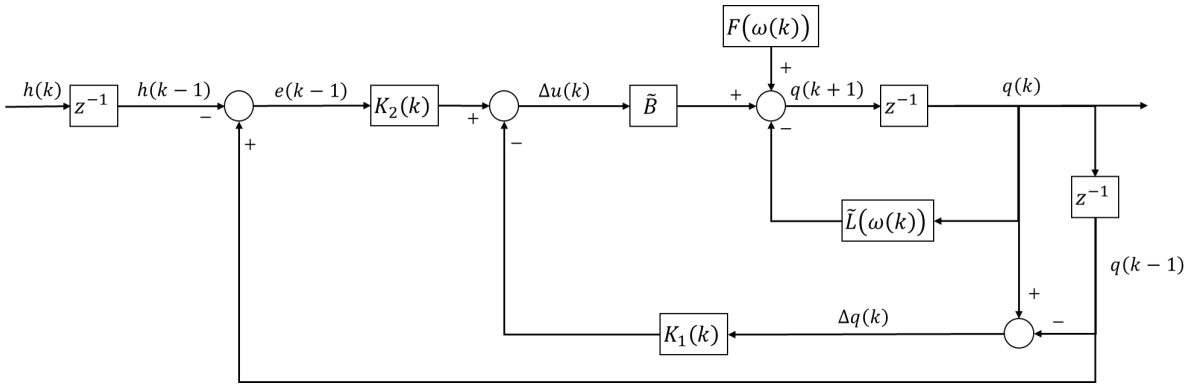


Figura 29 – Diagrama de blocos da RSSF híbrida em malha fechada com o controlador DLQT para essa topologia de rede.

De acordo com a Figura 29 e com a Eq. (4.72), o ganho ótimo $K(k)$ é dividido em dois vetores linha $K_1(k)$ que multiplicam a variação dos estados $\Delta q(k) = q(k) - q(k-1)$ e $K_2(k)$ que multiplica o erro do sistema em $(k-1)$, ou seja, $e(k-1) = q(k-1) - h(k-1)$. O atraso no tempo discreto é representado por z^{-1}.

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo são apresentados os experimentos baseados em modelos e simulações numéricas da metodologia proposta para o controle ótimo de cobertura dinâmica em RSSF híbrida. Inicialmente, descreve-se o método de determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis, com o auxílio do algoritmo desenvolvido para sua implementação, cujos resultados são ilustrados graficamente. Na sequência, comparações entre o método proposto e o método de Voronoi são realizadas, além de uma análise comparativa em relação à área de monitoramento, contrastando a proposta circular com o formato retangular. Adicionalmente, apresenta-se a formação circular dos agentes móveis na circunferência de deslocamento, com os controladores proporcional (P) e proporcional integral (PI), esforço de controle computado *online* não ótimo. Por fim, são avaliados os algoritmos desenvolvidos e os resultados dos controladores ótimos seguidor linear quadrático discreto (DLQT) e regulador linear quadrático discreto (DLQR), computados *offline* para rastrear e regular, respectivamente, os agentes em suas posições especificadas, garantindo uma cobertura circular completa, sem buracos e totalmente conectada. Além de uma análise entre as figuras de mérito obtidas pela resposta no tempo dos controladores da família PID e do DLQT.

5.1 Definição da Quantidade Mínima de Nós Sensores

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos com a metodologia proposta para determinar a quantidade mínima de nós sensores dinâmicos necessária à topologia da RSSF híbrida, proporcionando uma cobertura completa, evitando a perda de conectividade da rede e buracos de cobertura na área monitorada.

A seção está organizada em subseções que descrevem os algoritmos desenvolvidos, um estudo de caso quanto à falha de um nó sensor móvel, a análise da influência da variação do raio da região circular de monitoramento e comparações com a abordagem baseada no diagrama de Voronoi e com a região de monitoramento retangular.

5.1.1 Algoritmos do Método da Quantidade de Nós Sensores Móveis

Os algoritmos desenvolvidos são baseados na formulação apresentada na Seção 4.3. Os resultados dos experimentos computacionais são obtidos com o software MATLAB R2023a. A definição da quantidade mínima de nós sensores móveis para a topologia de RSSF híbrida proposta, de acordo com o Teorema 1, é apresentada no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 - Definição da quantidade mínima de nós sensores móveis.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

$R \leftarrow$ raio da região de monitoramento;
$r_s \leftarrow$ raio de detecção do sensor;
$r \leftarrow$ raio da circunferência de deslocamento;
$\alpha = \frac{2\pi}{N} \leftarrow$ posição angular especificada;

▷ **Cálculo do Ponto de Interseção**

Equação da circunferência 1

$a_1 \leftarrow r$;
$b_1 \leftarrow 0$;
$r_1 \leftarrow r_s$;
$C_1 \leftarrow x^2 - 2a_1 + a_1^2 + y^2 - 2b_1 + b_1^2 - r_1^2$;

Equação da circunferência 2

$a_2 \leftarrow \sqrt{r^2 - (r\sin\alpha)^2}$;
$b_2 \leftarrow r\sin\alpha$;
$r_2 \leftarrow r_s$;
$C_2 \leftarrow x^2 - 2a_2 + a_2^2 + y^2 - 2b_2 + b_2^2 - r_2^2$;

Resolver sistema de equações

$$\begin{cases} X_{\max_c}(N) \\ Y_{\max_c}(N) \end{cases} \leftarrow \begin{cases} X_c(\alpha) \\ Y_c(\alpha) \end{cases} \leftarrow \begin{cases} C_1 \\ C_2 \end{cases};$$

Cálculo do ângulo de interseção

$$\theta(N) \leftarrow \tan^{-1}\left(\frac{Y_{\max_c}(N)}{X_{\max_c}(N)}\right) + \frac{\pi}{2} sign\left(Y_{\max_c}(N)\right)\left(1 - sign(X_{\max_c}(N)\right);$$

Cálculo das equações em relação a posição angular

$$\begin{cases} E_1(N) \leftarrow X_{\max_c}(N) - R\cos\theta(N) \\ E_2(N) \leftarrow Y_{\max_c}(N) - R\sin\theta(N) \end{cases};$$

Solução do sistema de equações não lineares

$$N \leftarrow \begin{cases} E_1(N) \\ E_2(N) \end{cases}.$$

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 1, o primeiro bloco é a inicialização dos parâmetros, instruções 1 até 4, definindo os valores dos parâmetros conhecidos, que são: o raio da circunferência que se deseja monitorar (R), o raio do círculo de detecção do sensor, que é considerado igual ao raio da circunferência de conectividade do sensor ($r_s = r_c$), o raio da circunferência de deslocamento dos agentes (r), definido de acordo com a Proposição 2 e a criação da variável simbólica N, definida em função de α, conforme a Eq. (4.11).

O segundo bloco, instruções 5 até 13, é calcular as equações das duas circunferências. Para simplificar os cálculos, define-se que a circunferência C_1 está na posição angular 0 rad, ou seja, em relação ao plano cartesiano XY, o seu centro está deslocado em $x_{c_1} = r$, que é o raio da circunferência de deslocamento, e em $y_{c_1} = 0$. A segunda circunferência C_2 está na posição angular α rad, conforme é apresentada no Capítulo 4, na Figura 22. Consequentemente, em relação ao plano cartesiano XY, as coordenadas do seu centro são definidas com base na trigonometria e no teorema de Pitágoras, obtendo-se que $x_{c_2} = \sqrt{r^2 - (r\sin\alpha)^2} = r\cos\alpha$ e $y_{c_2} = r\sin\alpha$. Portanto, tem-se um conjunto de equações, com as coordenadas do ponto mais distante do centro do círculo, de interseção $(X_{\max_c}(N), Y_{\max_c}(N))$ entre os círculos C_1 e C_2 dadas em função de N.

O terceiro bloco, instrução 14, é calcular o ângulo desse ponto de interseção (θ). Esse ângulo é utilizado para determinar o maior valor obtido de $X_c(\alpha)$ e de $Y_c(\alpha)$ correspondente. O valor de θ é dado em função de N, de acordo com a relação entre N e α (Eq. (4.15)), sendo a incógnita a quantidade mínima de nós sensores para realizar o monitoramento de uma região circular sem falhas. Na sequência, calculam-se as novas equações, instrução 15, igualando o valor das coordenadas $(X_{\max_c}(N), Y_{\max_c}(N))$ aos valores das coordenadas calculadas a partir do ângulo de interseção $\theta(N)$, baseadas nas funções trigonométricas. Com isso, na instrução 16, obtém-se um novo sistema de equações não lineares $(E_1(N), E_2(N))$ para obter o valor de N. A partir da quantidade de nós sensores móveis, determina-se as posições angulares dos nós sensores que são dadas por α.

Como os nós sensores estão sujeitos a falhas, a cobertura da área de interesse pode ser comprometida. A teoria proposta apresenta flexibilidade para lidar com esse tipo de evento, garantindo uma cobertura completa e a manutenção da conectividade entre os agentes. Assim, ao identificar um nó que deixou de enviar ou receber informações, ele é removido da rede, e um novo valor de raio de monitoramento é calculado. Isso resulta em uma circunferência de monitoramento reduzida, permitindo que os nós sensores móveis restantes, que continuam operando corretamente, mantenham a cobertura total da área. Portanto, completando o Algoritmo 1, em relação ao tratamento a falhas, é apresentado o desenvolvimento do Algoritmo 2, com base na Subseção 4.3.1.

Algoritmo 2 - Tratamento a falha do nó sensor móvel.

▷ **Inicialização dos Parâmetros**

---

1 $N_n \leftarrow$ novo número de nós móveis;
2 $\alpha_n \leftarrow \frac{2\pi}{N_n}$;
3 $r \leftarrow$ raio da circunferência de deslocamento;
4 $r_s \leftarrow$ raio da circunferência de detecção do sensor;

Solução do sistema de equações de C_1 e C_2

---

5 $$\begin{cases} X_{\max} \leftarrow C_1\left(x_n, y_n\right) \leftarrow x_n^2 - 2x_n + y_n^2 + r^2 - r_s^2 \\ Y_{\max} \leftarrow C_2\left(x_n, y_n\right) \leftarrow x_n^2 - 2rx_n\cos\alpha_n + y_n^2 - 2ry_n\sin\alpha_n + r^2 - r_s^2 \end{cases};$$

Ângulo do ponto de interseção entre C_1 e C_2

---

6 $\theta_n \leftarrow \tan^{-1}\left(\frac{Y_{\max}}{X_{\max}}\right) + \frac{\pi}{2} sign(Y_{\max})\left(1 - sign(X_{\max})\right)$;

Solução do sistema de equações

---

7 $$R_n \leftarrow \begin{cases} X_{\max} - R_n\cos\theta_n \\ Y_{\max} - R_n\sin\theta_n \end{cases}.$$

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 2, o objetivo é determinar um novo valor de raio, R_n, para a região circular de monitoramento, de forma que a nova quantidade de nós sensores móveis, N_n, garanta um monitoramento completo da área. Mantendo a mesma circunferência de deslocamento, com raio r, estabelece-se um sistema de equações baseadas nas novas equações das circunferências C_1 e C_2. Essas equações diferem das computadas no Algoritmo 1, nesse caso, o novo ângulo de deslocamento α_n é conhecido. As variáveis desconhecidas são $X_{\max}$ e $Y_{\max}$, que representam as coordenadas mais distantes do ponto de interseção entre as circunferências C_1 e C_2. Esse passo está descrito na instrução 5.

A instrução 6 descreve o próximo passo do processo. Com $X_{\max}$ e $Y_{\max}$ determinados, ou seja, conhecendo-se as coordenadas do ponto de interseção, o objetivo é calcular o ângulo correspondente θ_n. Esse ângulo será diferente daquele obtido no Algoritmo 1, devido a estar relacionado à nova configuração da rede com um número reduzido de nós sensores móveis. Neste caso, obtém-se um valor real para o ângulo em radianos, que será utilizado na formulação de um novo sistema de equações. Nesse sistema, a incógnita é o raio R_n. As equações são formuladas com base nas razões trigonométricas do seno e do cosseno. Essa etapa está detalhada na instrução 7 do Algoritmo 2.

5.1.2 Estudo de Caso

Nesta subseção é apresentada uma simulação numérica com o objetivo de analisar a eficácia do método proposto na determinação da quantidade mínima de nós sensores móveis para a topologia de RSSF híbrida, composta por um nó estático central conectado

em estrela e N nós móveis organizados em anel. Verificando a cobertura completa da região de monitoramento, sem buracos e sem perda de conectividade entre os agentes. Também é considerada a falha de um dos nós móveis, com o intuito de analisar a flexibilidade do método quanto à falha dos nós móveis.

Para monitorar uma região circular de raio $R = 10$ m, com o raio de detecção do sensor igual ao raio de conectividade $r_s = r_c = 6$ m e, de acordo com a Proposição 2, o raio da circunferência de deslocamento é $r = 7$ m. A quantidade de nós sensores móveis, a partir do Teorema 1, é cinco, considerando que há um nó sensor estático no centro do círculo. Logo, a RSSF híbrida é constituída por seis nós sensores no total.

Os agentes são rotulados no sentido anti-horário, de acordo com suas posições iniciais no círculo. A posição inicial de cada agente é dada por $\begin{bmatrix} 0{,}0143 & 0{,}5343 & 1{,}0543 & 1{,}5743 & 2{,}0943 & 0 \end{bmatrix}^T$ rad, considerando que a última posição corresponde ao nó sensor estático, localizado no centro do círculo. Como para essa posição não há uma posição angular definida em relação à circunferência, estabelece-se uma convenção, atribuindo-lhe o valor de 0 rad. Na Figura 30 são apresentados os nós sensores em suas posições iniciais e na Figura 31 são expostos os nós sensores na sua posição final, que é a posição especificada, ou seja, uniformemente distribuídos ao longo da circunferência de deslocamento.

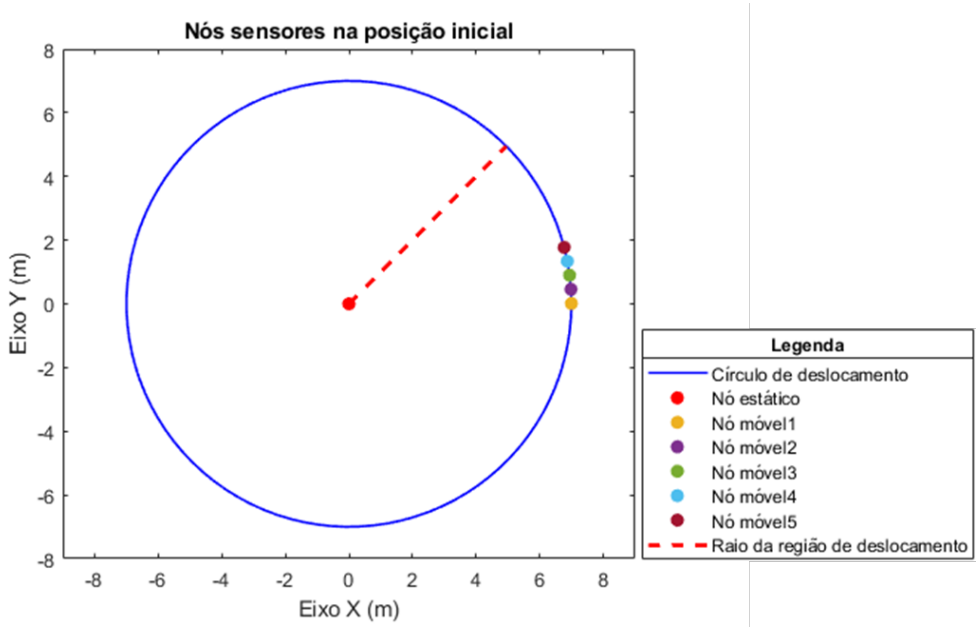


Figura 30 – As posições iniciais dos seis nós sensores, com os nós sensores móveis alocados ao longo da circunferência S de raio $r = 7$ m.

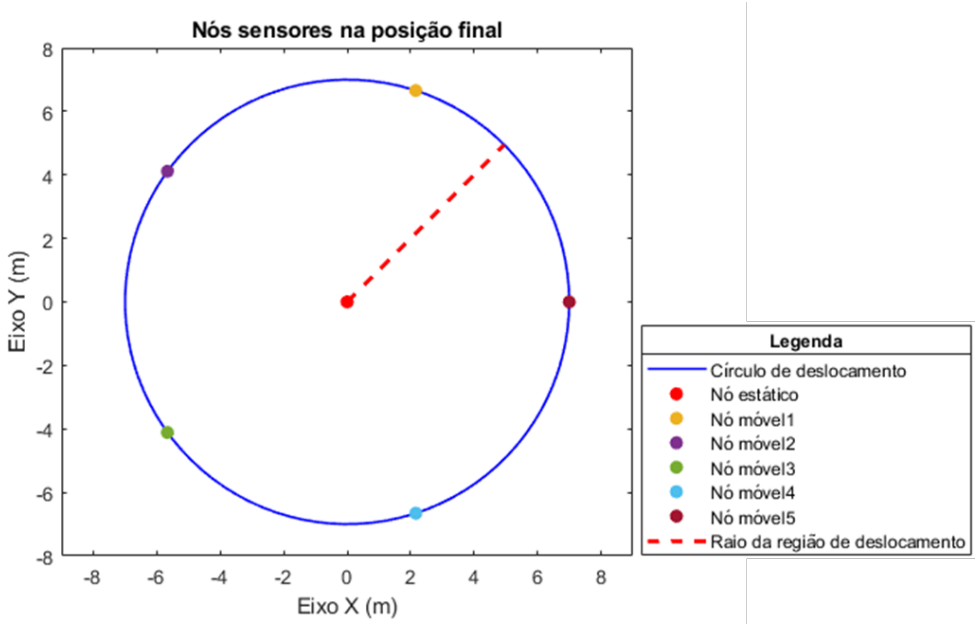


Figura 31 – Posições especificadas dos seis nós sensores na circunferência de deslocamento S, com raio $r = 7$ m. Os cinco agentes dinâmicos são distribuídos uniformemente em S e o nó sensor estático está localizado no centro.

Na Figura 31 são apresentados os nós sensores em sua posição final, ou seja, as posições especificadas para fornecer cobertura completa da região circular de raio $R = 10$ m. Essas posições são $\begin{bmatrix}8{,}79 & 17{,}59 & 26{,}39 & 35{,}18 & 43{,}98 & 0\end{bmatrix}^T$ m que, quando transformadas em posição angular, $rad = m/r$, sendo m o comprimento em metros, r o raio da circunferência e rad o valor correspondente em radianos do comprimento do arco, fornecem $\begin{bmatrix}1{,}25 & 2{,}51 & 3{,}77 & 5{,}02 & 6{,}28 & 0\end{bmatrix}^T$ rad.

O Teorema 1 garante que a quantidade de nós sensores móveis determinada é a necessária para proporcionar uma cobertura completa, sem buracos e sem perdas de conectividade entre os nós. Na Figura 32 é ilustrada a região de monitoramento $\mathbb{S}$, a circunferência de deslocamento dos nós dinâmicos e a quantidade de agentes em suas posições especificadas. Além da ilustração dos círculos de detecção e conectividade (que são considerados iguais $r_c = r_s$), provando a eficiência do teorema no cálculo do número necessário de nós sensores móveis, que garantem uma cobertura completa.

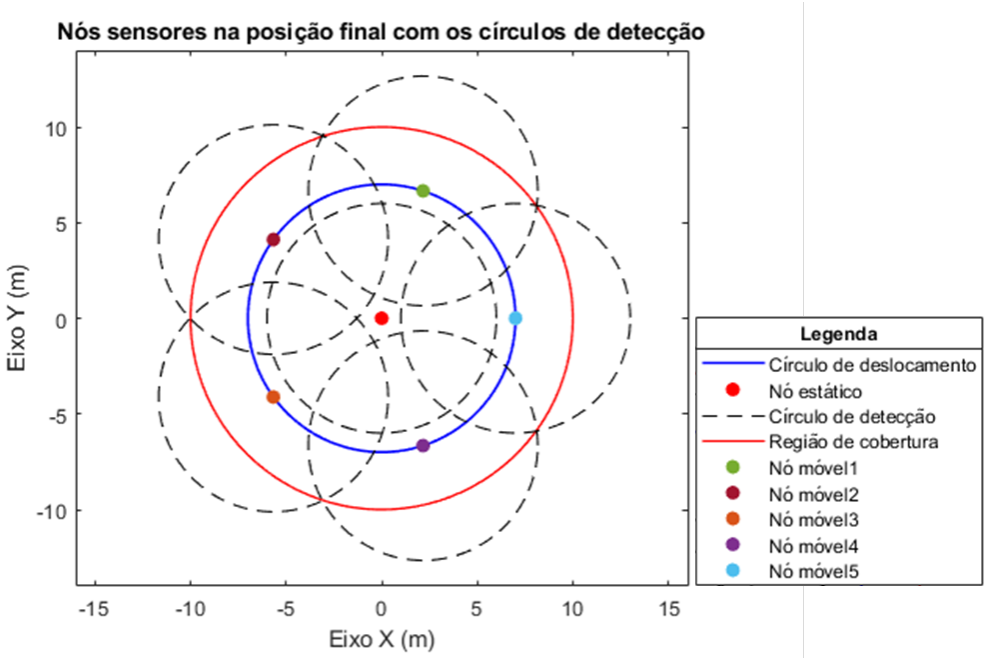


Figura 32 – Cobertura completa de uma região circular $\mathbb{S}$, com raio $R = 10$ m, consistindo de seis nós sensores, sendo cinco nós dinâmicos alocados no círculo de deslocamento e 1 estático no centro. O círculo de detecção dos sensores também é apresentado.

Ao considerar a topologia de rede apresentada na Figura 32, e que 1 dos agentes móveis que constituem essa RSSF híbrida apresenta mau funcionamento. Logo, a quantidade de nós dinâmicos é reduzida para quatro, sendo insuficiente para proporcionar uma cobertura completa da região circular de raio $R = 10$ m. Além disso, essa redução compromete a integridade da rede, devido aos nós perderem a comunicação entre si.

O diferencial do método proposto, em relação ao estado da arte apresentado na Seção 2.1, está na sua flexibilidade ao tratamento a falhas dos nós sensores móveis. Assim, ao redefinir a área de monitoramento com base na nova configuração, mantendo o raio da circunferência de deslocamento dos agentes em $r = 7$ m, a nova área de monitoramento, totalmente coberta pelos nós restantes, é computada com raio $R_n = 8{,}34$ m. Na Figura 33 é ilustrada essa nova área de monitoramento integralmente coberta pelos cinco nós sensores.

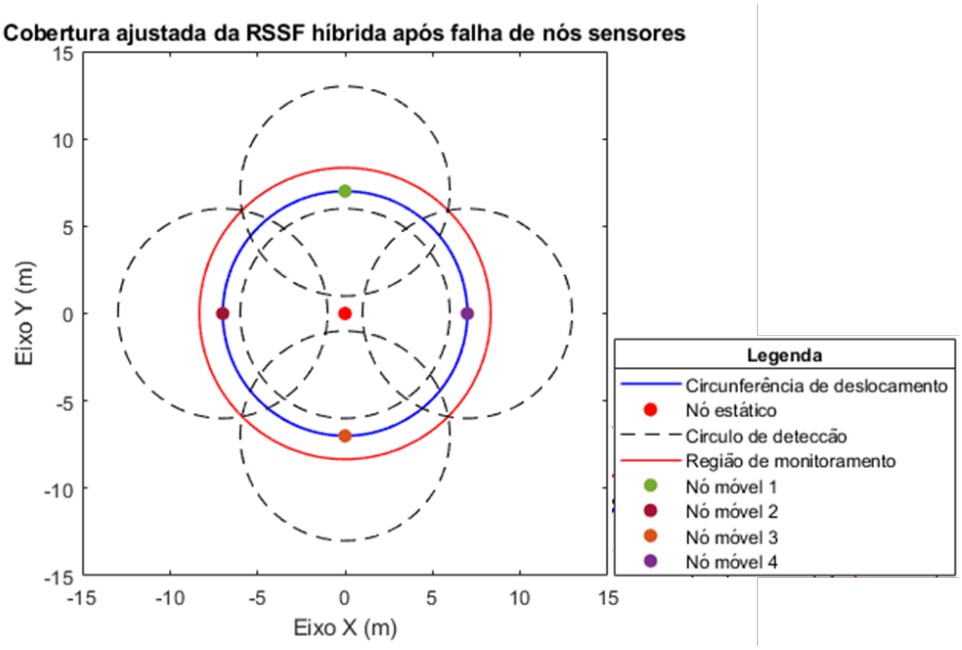


Figura 33 – Configuração de cobertura da RSSF híbrida após a falha de 1 nó sensor móvel. A nova área de monitoramento completo possui raio $R_n = 8{,}34$ m, sendo composta por cinco nós sensores: quatro nós dinâmicos alocados sobre a circunferência de deslocamento de raio $r = 7$ m e 1 nó estático localizado no centro. Os círculos de detecção dos sensores também são exibidos para ilustrar a cobertura total da região.

Ao comparar a Figura 32 com a Figura 33, observa-se que tanto a cobertura completa quanto a conectividade da rede são preservadas, devido a serem fatores centrais do método proposto. No entanto, na falha de um nó sensor móvel, é necessário reduzir a área de monitoramento, de forma a garantir uma cobertura segura e eficaz com os nós sensores restantes.

5.1.3 Análise da Variação de R

Para avaliar a eficiência da metodologia proposta na determinação da quantidade mínima de nós sensores móveis necessários para garantir a cobertura total da região circular de monitoramento, o raio R dessa região de monitoramento é variado, conforme estabelecido na Proposição 1. Consequentemente, o raio r da circunferência de deslocamento também varia, conforme a Proposição 2. Nesta análise, os raios de detecção e conectividade dos sensores são considerados constantes, adotando-se $r_s = r_c = 6$ m. Na Figura 34 são apresentados os resultados obtidos para essas variações.

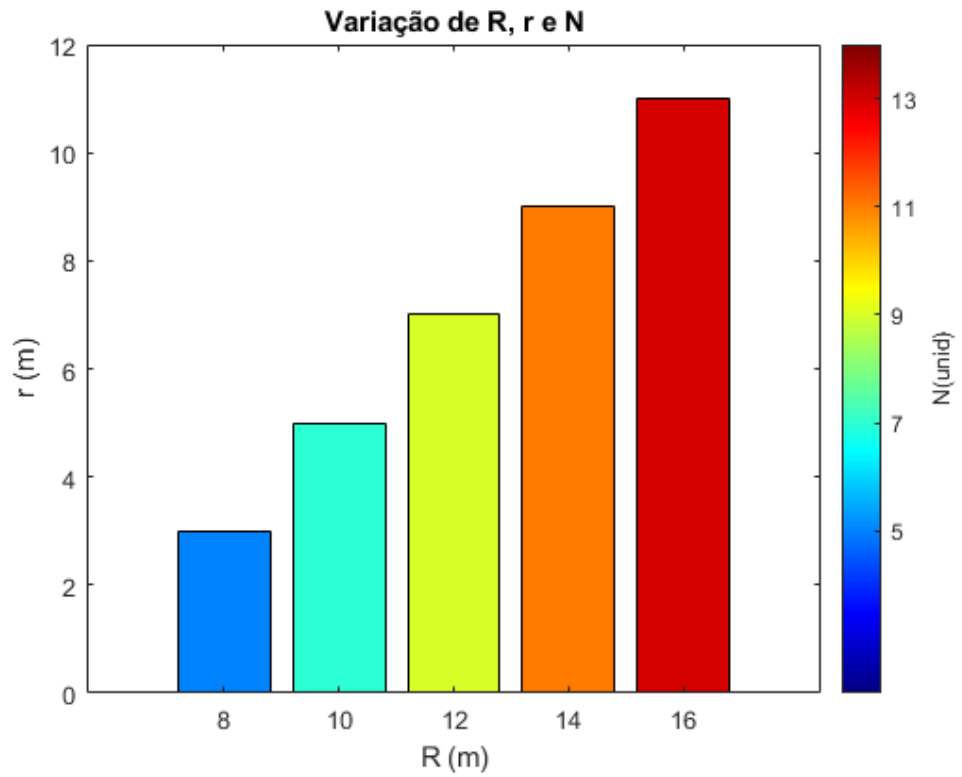


Figura 34 – Gráfico de barras mostrando a variação do raio R da região circular de monitoramento e os valores obtidos para o raio r da circunferência de deslocamento, bem como a quantidade mínima N de nós sensores móveis necessários para cobertura total.

De acordo com a Figura 34, o raio R da região de monitoramento varia de 8 a 16 m, conforme a condição $R < 3r_s$. Devido a essa variação, o raio r da circunferência de deslocamento dos agentes varia de 3 a 11 m, respeitando o intervalo $R - r_s < r < 2r_s$. Ao analisar os resultados obtidos para a quantidade mínima de nós sensores móveis, N, observa-se uma relação diretamente proporcional: à medida que os valores de R e r aumentam, a quantidade mínima de nós sensores móveis que garante a cobertura completa da região circular também aumenta.

5.1.4 Comparação com o Método de Voronoi

Ao selecionar a estrutura geométrica do diagrama de Voronoi para a alocação dos seis nós sensores no círculo de monitoramento de raio $R = 10$ m, considerando que os nós sensores estão alocados em pontos arbitrários do círculo, tem-se que o diagrama de Voronoi obtido é apresentado na Figura 35.

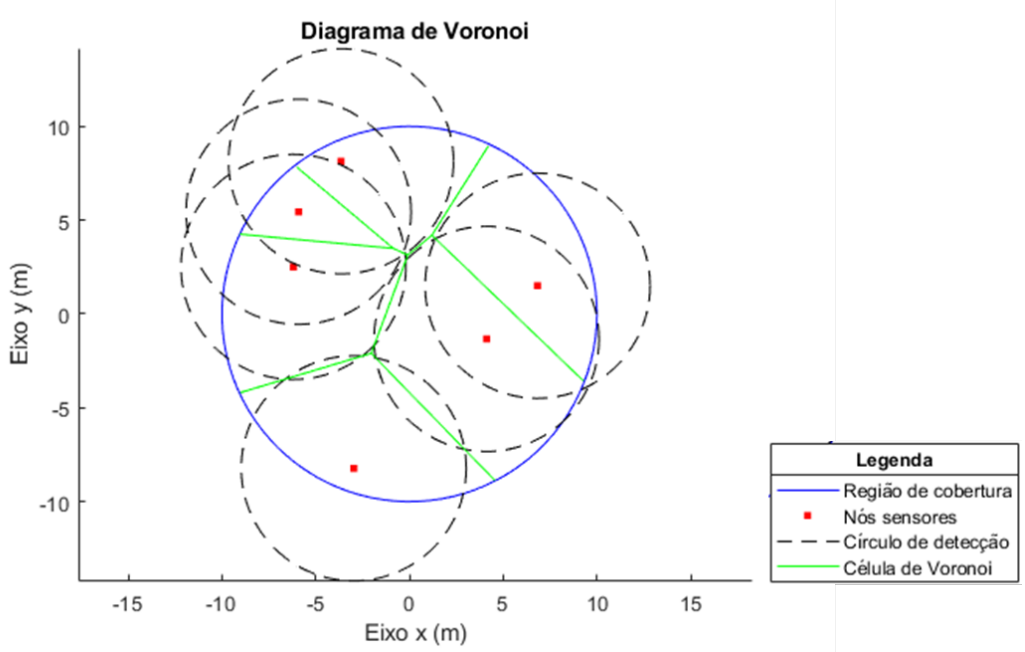


Figura 35 – Representação do círculo de monitoramento $\mathbb{S}$, dos seis nós sensores alocados baseados no diagrama de Voronoi e a célula de Voronoi.

Essa estrutura geométrica é amplamente utilizada para o controle de cobertura. No entanto, ao compará-la com a modelagem proposta apresentada na Figura 32, observa-se que o posicionamento dos nós sensores precisa ser aprimorado. Na configuração apresentada na Figura 35, observam-se buracos de cobertura, indicando a presença de áreas não monitoradas.

Na topologia da RSSF híbrida proposta, para o monitoramento de uma região circular com raio $R = 10$ m, garante-se que os seis nós sensores determinados são a quantidade mínima necessária para realizar o monitoramento sem perda de conectividade e sem buracos de cobertura, além de obter a posição desejada dos agentes, considerando que os nós dinâmicos são distribuídos uniformemente sobre a circunferência de deslocamento. Já o método de Voronoi necessita do cálculo da posição especificada dos nós sensores para, na sequência, analisar a conectividade da rede, verificando se ela proporciona uma cobertura completa.

5.1.5 Comparação entre a Área Circular e Retangular

Ao comparar uma região de monitoramento circular com uma retangular, ambas com a mesma área, observa-se que o aproveitamento da área de detecção dos sensores é maior na região circular, embora essa configuração tenha uma sobreposição maior entre os sensores. Essa sobreposição aumenta a confiabilidade da rede, uma vez que mais de um sensor cobre a mesma área, proporcionando redundância. Considerando uma região de monitoramento circular com raio $R = 10$ m, a área total é de 314,16 m^2.

De acordo com o Teorema 1, o número mínimo de nós sensores dinâmicos necessários para garantir a cobertura completa é cinco, totalizando seis nós sensores ao incluir o sensor estático. Nesse esquema de cobertura, a área de detecção não utilizada é de $A_{inútil} = 141{,}29$ m^2, como ilustrado na Figura 36a.

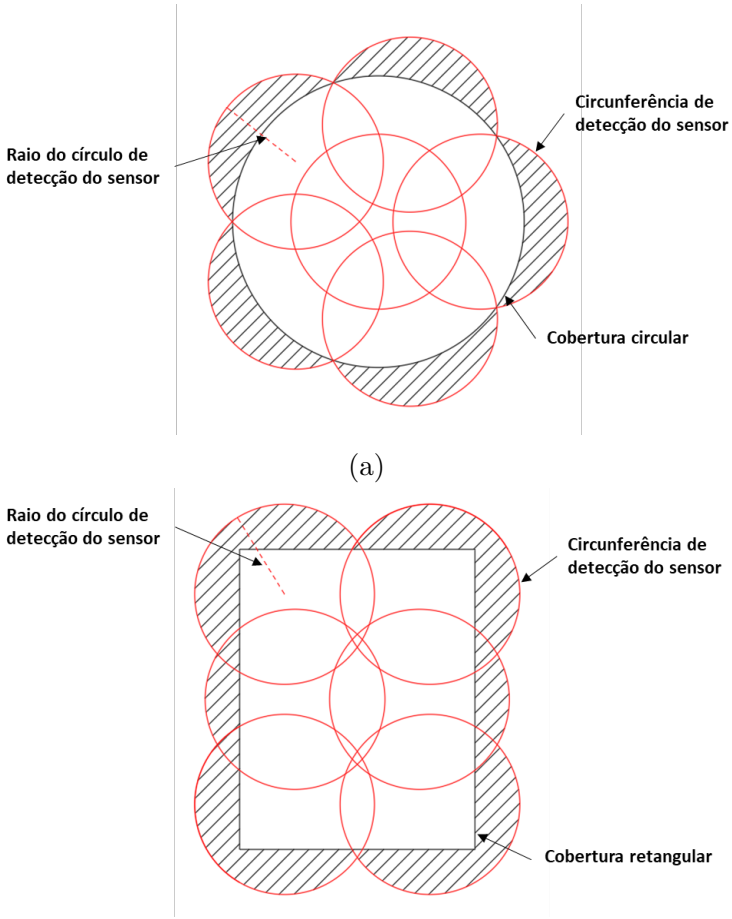
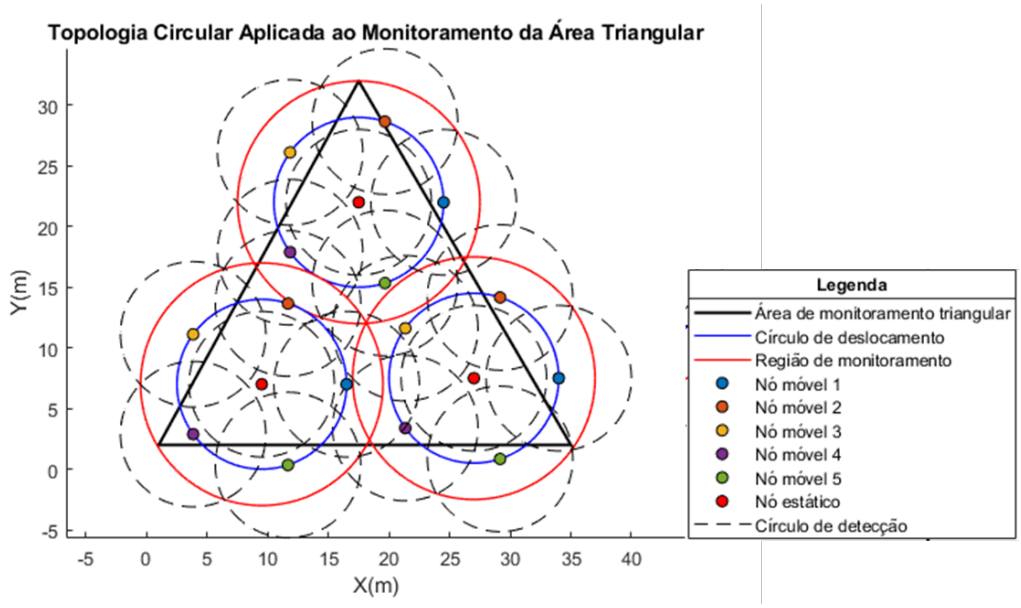


Figura 36 – Modelos de monitoramento: (a) modelo circular proposto, (b) modelo retangular com a mesma área e a mesma quantidade de nós sensores.

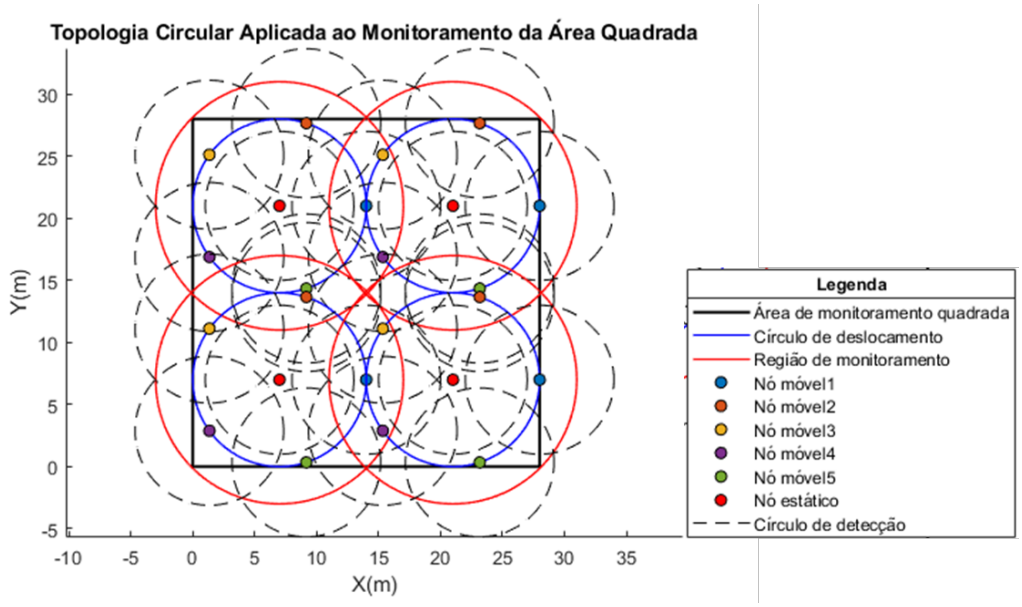
Uma região retangular de monitoramento com a mesma área (314,16 m^2), sendo a largura $T_L = 20$ m e comprimento $C = 15{,}708$ m, também são necessários seis nós sensores para garantir a cobertura completa. No entanto, a área de detecção não utilizada é de $A_{inútil} = 195{,}84$ m^2, como mostrado na Figura 36b. Consequentemente, conclui-se que a região circular proporciona um melhor aproveitamento da área de detecção dos nós sensores, além de garantir maior confiabilidade para a rede. Isso deve-se ao fato de uma porção maior da área de monitoramento ser coberta por mais de um sensor. Portanto, demonstra-se que a geometria circular é mais eficiente em termos de cobertura, enquanto que a configuração retangular apresenta uma área inutilizada significativamente maior.

Contudo, a topologia de rede circular proposta tem habilidade de monitorar regiões

com qualquer formato geométrico. Para isso, basta organizar múltiplas redes circulares juntas, cobrindo toda a área de interesse, conforme ilustrado na Figura 37. Neste estudo, optamos por uma área de monitoramento circular, devido a ela proporcionar um melhor aproveitamento da região de detecção dos nós sensores, conforme ilustrado na Figura 36.



(a)



(b)

Figura 37 – Diferentes áreas de monitoramento usando a topologia circular proposta: (a) região triangular monitorada por três redes circulares; (b) região quadrada monitorada por quatro redes circulares.

Na Figura 37 é ilustrado que a topologia de rede circular proposta é flexível e pode ser aplicada ao monitoramento de regiões com diferentes formas geométricas. Na Figura 37a, uma área triangular é completamente coberta por três redes circulares. Na Figura

37b, a cobertura da região quadrada é realizada por quatro redes com a mesma topologia circular, garantindo o monitoramento completo da área.

5.2 Ação dos Controladores para a Formação Circular

Os controladores têm como objetivo alocar os nós sensores em suas posições especificadas e garantir a regulação dessa formação de rede, com base na quantidade mínima de nós sensores móveis e no modelo de posição da topologia da RSSF híbrida. Neste trabalho, o controlador DLQT-DLQR é proposto, que combina o DLQT com o DLQR para deslocar e regular, respectivamente, os agentes em suas posições especificadas. Também é avaliado o sistema em malha fechada com os controladores clássicos, como proporcional (P) e proporcional integral (PI), com o intuito de comparar a eficiência e robustez do método proposto.

Os controladores ótimos são formulados especificamente para essa topologia de RSSF híbrida, como formulado na Subseção 4.4.3. A matriz de ponderação da entrada de controle é ajustada de forma a minimizar o tempo de chegada dos agentes, levando em consideração suas velocidades de deslocamento. A abordagem de controle adotada é *offline* e distribuída: cada agente calcula seu próprio esforço de controle com base nas informações de seus vizinhos adjacentes e do nó central.

Um etapa fundamental para a aplicação desses controladores é a modelagem da dinâmica do sistema apresentada na Seção 4.2, dada em relação à posição angular dos agentes, Eq. (4.12), sendo L_k a matriz Laplaciana, Eq. (4.13), e f_k é o vetor de ajuste de posição angular, Eq. (4.14). Portanto, o Algoritmo 3 apresenta as instruções para implementação da modelagem matemática de posição da RSSF híbrida proposta.

Algoritmo 3 - Matriz da dinâmica da RSSF híbrida.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

1 $N \leftarrow$ quantidade de nós sensores móveis;
2 $v \leftarrow$ velocidades angulares dos agentes;
3 $r \leftarrow$ raio da circunferência de deslocamento;
4 $B \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;

▷ **Computação da Matriz L_k**

5 Para i de 1 até $N+1$ Faça
6 Para j de 1 até $N+1$ Faça
7 Se $i = j$ Então
8 Se $i = 1$ Então
9 $L_k(i,j) \leftarrow 2v(i) + rv(i)^2 + v(N) + v(i+1)$;
10 Se $i = N$ Então
11 $L_k(i,j) \leftarrow 2v(i) + rv(i)^2 + v(1) + v(i-1)$;
12 Se $i = N+1$ Então
13 $L_k(i,j) \leftarrow 1$;
14 Caso Contrário
15 $L_k(i,j) \leftarrow 2v(i) + rv(i)^2 + v(i-1) + v(i+1)$;
16 Se $i = 1$ Então
17 $L_k(i,N) \leftarrow -(v(i) + v(i+1))$;
18 $L_k(i,i+1) \leftarrow -(v(i) + v(N))$;
19 Se $i = N$ Então
20 $L_k(i,i-1) \leftarrow -(v(i) + v(1))$;
21 $L_k(i,1) \leftarrow -(v(i) + v(i-1))$;
22 Se $i \neq N+1$ e $j = N+1$ Então
23 $L_k(i,i-1) \leftarrow -(v(i) + v(1))$;
24 Se $i = j - 1$ Então
25 $L_k(i,j) \leftarrow -(v(i) + v(i-1))$;
26 Se $i = j + 1$ Então
27 $L_k(i,j) \leftarrow -(v(i) + v(i+1))$;
28 **Retorna** L_k

▷ **Computação do Vetor f_k**

29 Para i de 1 até $N+1$ Faça
30 Se $i = 1$ Então
31 $f_k(i) \leftarrow -2\pi\,(v(i) + v(N))$
32 Se $i = N$ Então
33 $f_k(i) \leftarrow 2\pi\,(v(1) + v(i))$;
34 Caso Contrário
35 $f_k(i) \leftarrow 0$;
36 **Retorna** f_k

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 3, as instruções 1 até 4, são inicializações dos parâmetros necessários para a formulação da dinâmica da RSSF híbrida. A construção da matriz Laplaciana L_k, instruções 5 até 28, é determinada a partir das velocidades angulares do agente i e de seus vizinhos adjacentes i^+ e i^- e do raio r da região de deslocamento dos

agentes. A diagonal principal é constituída tanto pelas velocidades como pela aceleração centrípeta, sendo o elemento $L(N+1, N+1)$ igual a 1 referente ao nó estático. A última linha é 0, devido referirem-se ao nó estático.

A computação do vetor de ajuste de posição f_k, instruções 29 até 36, esse ajuste só é adicionado no primeiro elemento $i = 1$ e no penúltimo $i = N$, sendo 2π que multiplica as velocidades angulares; os demais elementos são nulos. Com o algoritmo que descreve a dinâmica da topologia de rede proposta, já é possível aplicar os controladores.

5.2.1 RSSF Híbrida com Controlador Proporcional

O sistema em malha fechada com o controlador proporcional (P) é apresentado na Figura 24, na qual cada estado possui um controle correspondente. O objetivo é alocar os agentes dinâmicos em suas posições angulares especificadas dadas por $q_d = \begin{bmatrix}1{,}257 & 2{,}513 & 3{,}770 & 5{,}027 & 6{,}283 & 0\end{bmatrix}^T$ rad, sendo suas posições iniciais $q_0 = \begin{bmatrix}0{,}0143 & 0{,}5343 & 1{,}0543 & 1{,}5743 & 2{,}0943 & 0\end{bmatrix}^T$ rad. Essa configuração inicial é ilustrada na Figura 30 e o objetivo é alcançar a topologia ilustrada na Figura 31.

De acordo com o Algoritmo 3 e com a formulação exposta na Seção 4.2, a dinâmica da rede é modelada em relação às velocidades angulares, aceleração centrípeta e raio da circunferência de deslocamento. Logo, a velocidade inicial dos agentes é homogênea, sendo o vetor dado por $v_0 = \begin{bmatrix}0{,}067 & 0{,}067 & 0{,}067 & 0{,}067 & 0{,}067 & 0\end{bmatrix}^T$ rad/s. Nessa simulação, é considerado que o sistema é invariante no tempo, ou seja, a matriz $L(k)$, da dinâmica do sistema, não é atualizada a cada iteração e sim mantida a mesma da iteração inicial; também é desconsiderado o vetor $f(k)$, já que ele atua apenas para o ajuste da posição angular dos agentes na circunferência de deslocamento, não influenciando na dinâmica do sistema.

O ganho proporcional K_p é computado pelo método de sintonia *online* de um PID baseado em RNA com treinamento via algoritmo LMS, apresentado na Subseção 3.4.1. Portanto, o desenvolvimento desse método para calcular o controlador P é apresentado no Algoritmo 4. Como o nó estático não necessita de controlador, apenas os ganhos dos cinco nós sensores dinâmicos são sintonizados e o ganho inicial de cada controlador proporcional é nulo, $K_p = 0$.

Algoritmo 4 - Sintonia do controlador proporcional (P) pelo método *online* do LMS.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

1 $N \leftarrow$ quantidade de nós sensores móveis;
2 $q_d \leftarrow$ posições angulares especificadas;
3 $q_0 \leftarrow$ posições angulares iniciais;
4 $v_0 \leftarrow$ velocidades angulares iniciais;
5 $K_p \leftarrow$ ganhos proporcionais iniciais;
6 $\eta \leftarrow$ taxas de aprendizado da RNA;
7 $m \leftarrow$ quantidade de iterações;

▷ **Sintonia do LMS**

8 $L_k \leftarrow$ computação com v_0;
9 $B \leftarrow$ matriz de controle;
10 $C \leftarrow$ matriz de transformação dos estados para as saídas;
11 $e_1 \leftarrow q_d - q_0$;
12 $y_1 \leftarrow q_0$;
13 $u_1 \leftarrow 0$;

Processo Iterativo

14 Para i de 2 até m Faça
15 $\quad e_i \leftarrow q_d - y_{i-1}$;
16 $\quad (x_p)_i \leftarrow e_i$;
17 $\quad u_i \leftarrow (K_p)_i (x_p)_i$;

Atualizando os ganhos

18 $\quad (K_p)_{i+1} \leftarrow (K_p)_i + \eta e_i (x_p)_i$;

Simulação da resposta para u_i

19 $\quad q_i \leftarrow -L_k q_{i-1} + B u_{i-1}$;
20 $\quad y_i \leftarrow C q_i$;

Fim do Processo Iterativo

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 4, a etapa de inicialização dos parâmetros ocorre nas instruções de 1 a 7. Em seguida, inicia-se a sintonia *online* do controlador proporcional (P), considerando a dinâmica do sistema em espaço de estado. Nessa fase, são inicializados o erro, e_1, a saída do sistema, y_1, e o esforço de controle, u_1, para cada agente N, conforme descrito nas instruções 8 a 13.

Com os parâmetros definidos e as variáveis inicializadas, inicia-se o processo iterativo do RNA com treinamento via algoritmo LMS. Nele, são computados: o sinal de erro e_i, o termo do erro proporcional $(x_p)_i$, o esforço de controle u_i, a atualização dos ganhos com base na taxa de aprendizado, no ganho anterior, no erro e no termo do erro proporcional. Por fim, o esforço de controle resultante é aplicado ao sistema; essas etapas estão detalhadas

nas instruções 14 a 20.

Ao considerar que o sinal de referência são as posições especificadas, q_d, o erro inicial é $e(0) = \begin{bmatrix}1{,}2423 & 1{,}979 & 2{,}7156 & 3{,}4521 & 4{,}1888\end{bmatrix}^T$ rad, ou seja, o sinal de referência menos a posição inicial ($e(0) = q_d - q_0$). As taxas de aprendizado selecionadas para a RNA são $\eta = \begin{bmatrix}0{,}5 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2\end{bmatrix}$, os esforços de controle iniciais são considerados nulos e o período de amostragem de $T_s = 0,01$ s. Como resultado, da RSSF híbrida com o controlador P, tem-se a Figura 38 que apresenta o deslocamento dos agentes da sua posição inicial até as posições angulares especificadas em relação às iterações.

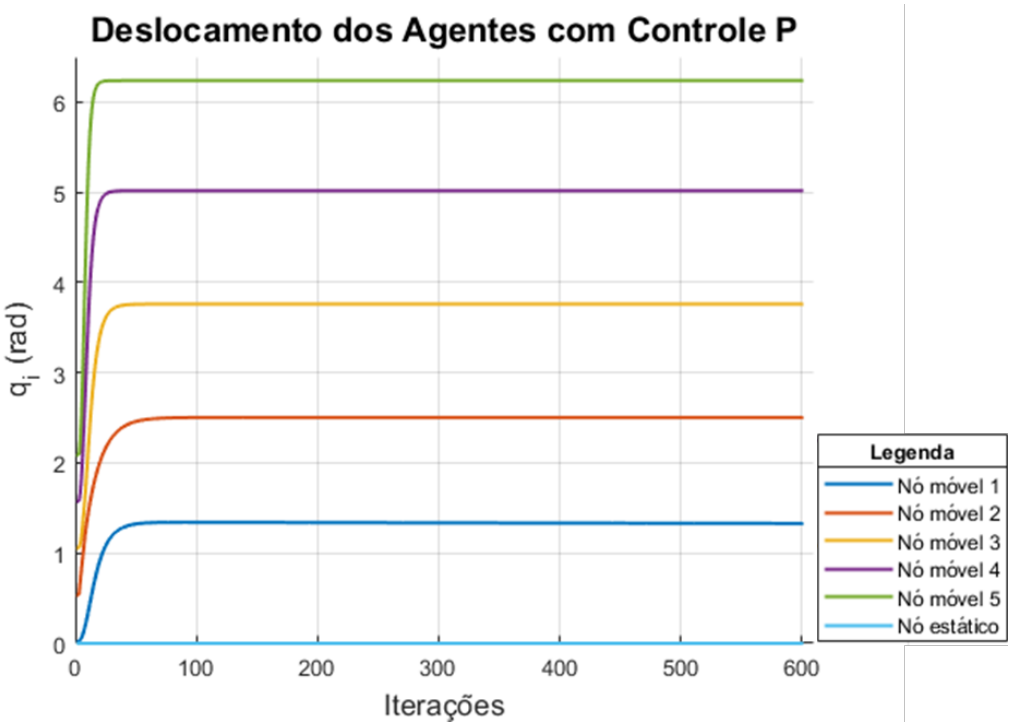


Figura 38 – Deslocamento sem colisão dos seis agentes por iterações, com o controlador proporcional (P), para atingir as posições especificadas, com a representação da permanência do sensor estático no centro de S.

De acordo com a Figura 38, os agentes se deslocam para suas posições especificadas sem colisões, garantindo uma alocação segura, sendo o erro de alocação dos agentes $e = \begin{bmatrix}-0{,}0730 & 0{,}0071 & 0{,}0086 & 0{,}0090 & 0{,}0440 & 0\end{bmatrix}^T$ rad, ou seja, convergem para suas posições especificadas com uma tolerância de 0,07 rad, sendo que o nó sensor móvel 1, com 600 iterações, ainda não consegue convergir para sua posição especificada. Os ganhos calculados a cada iteração para esse deslocamento são apresentados na Figura 39.

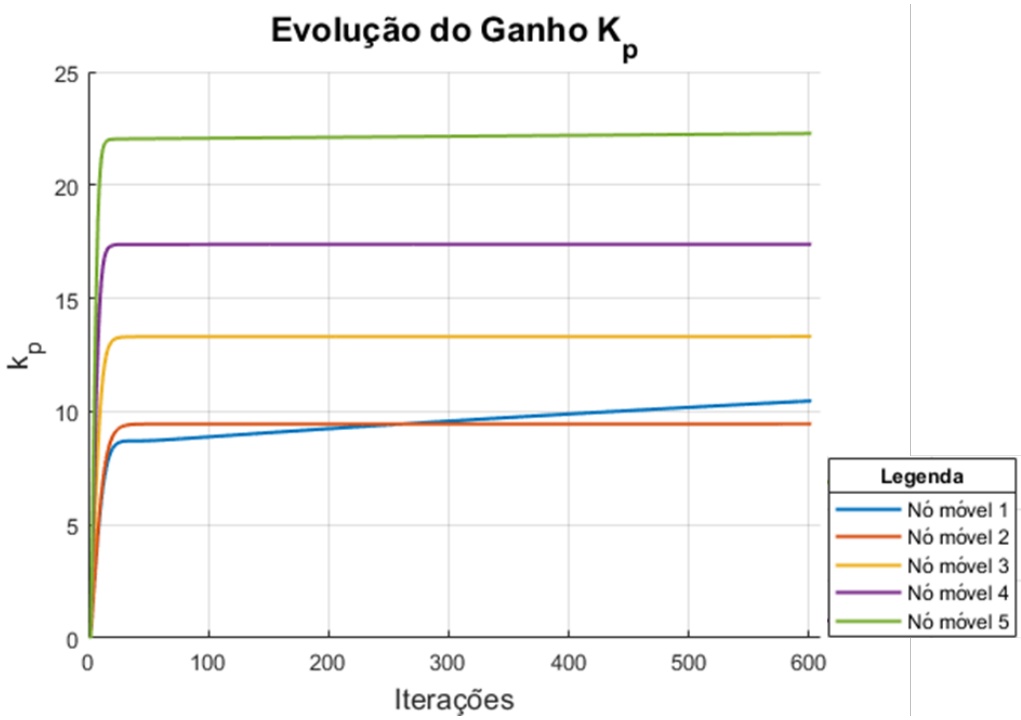


Figura 39 – Evolução do ganho proporcional K_p, calculado pelo método de sintonia *online* de um PID baseado na RNA com treinamento via algoritmo LMS, para a alocação dos cinco agentes dinâmicos em suas posições angulares especificadas.

A evolução do ganho proporcional calculado de forma adaptativa para que os agentes móveis alcancem suas posições especificadas, garantindo uma cobertura completa, sem buracos e sem perdas de conectividade, minimizando o erro dos estados, ou seja, o erro da posição angular, é apresentada na Figura 39. Os nós sensores móveis atingiram o regime permanente em $K_p = \begin{bmatrix} 10{,}5682 & 9{,}4546 & 13{,}5699 & 17{,}8683 & 22{,}9992 \end{bmatrix}$; cada ganho corresponde a um controlador proporcional (P). Observa-se que os ganhos tornam-se constantes quando os nós móveis alcançam suas respectivas posições angulares especificadas.

No entanto, o nó móvel 1 apresenta um aumento contínuo em seu ganho a cada iteração. Isso ocorre devido a seu estado ainda não ter atingido a posição angular especificada, resultando em um erro negativo. Nessa condição, o ganho K_p atua para conduzir a saída do sistema até o valor de referência. A atualização do ganho K_p é dada por $(K_p)_i = (K_p)_{i-1} + \eta e_i(x_p)_i$; assim, enquanto tiver erro, seja ele positivo ou negativo, resulta na adição de uma parcela ao ganho anterior, aumentando progressivamente o valor do ganho K_p até que o erro seja anulado.

A evolução do esforço de controle para esses ganhos K_p, Figura 39, é apresentada na Figura 40.

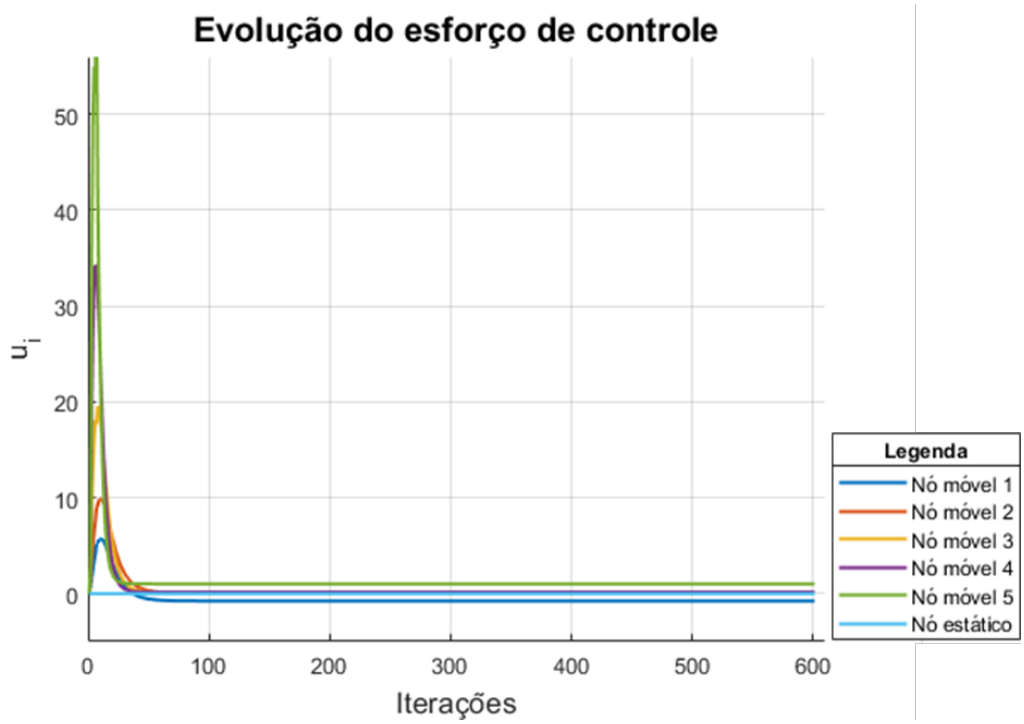


Figura 40 – Evolução do esforço de controle do controlador proporcional, calculado com o ganho K_p para a alocação dos seis agentes em suas posições angulares especificadas.

De acordo com a Figura 40, os esforços de controle, na iteração 600, são $\begin{bmatrix}-0{,}7716 & 0{,}0674 & 0{,}1169 & 0{,}1608 & 1{,}0112 & 0\end{bmatrix}^T$, observa-se que o u_i tende a zero à medida que o erro também se aproxima de zero, ou seja, os agentes estão convergindo para suas posições especificadas. No entanto, o nó móvel 1 não alcança a posição angular final, ultrapassando o valor da referência. Como consequência, o erro torna-se negativo e, por ser diretamente proporcional, o esforço de controle também assume valores negativos. Outro agente que nas 600 iterações ainda não obteve seu erro nulo é o nó 5, apresentando uma posição inferior à posição especificada, contudo obtendo um esforço de controle positivo de aproximadamente $u_5 = 1$.

Um dos fatores que contribui para o tempo prolongado que os agentes levam para alcançar suas posições especificadas é a taxa de aprendizado adotada, por ser pequena, reduz a velocidade de convergência do sistema, ou seja, a quantidade de iterações que ele leva para rastrear o valor de referência. Taxas maiores permitem que o sistema atinja a posição desejada mais rapidamente, uma vez que estão diretamente influenciando a contribuição do erro para a atualização dos ganhos. Porém, a lei de controle precisa ser suave e um η grande pode dificultar a estabilização, fazendo com que o sistema fique oscilando em torno da referência.

5.2.2 RSSF Híbrida com Controlador Proporcional Integral

A topologia da RSSF híbrida com o controlador proporcional (P) apresenta um erro de regime permanente, conforme apresentado na Figura 38. Para mitigar a eliminação desse erro, é aplicado o controlador proporcional integral (PI), cuja ação integral atua corrigindo erros persistentes. A sintonia do controlador PI também é realizada por meio do método de sintonia *online* de um PID baseado em RNA com treinamento via algoritmo LMS, apresentado na Subseção 3.4.1.

Portanto, o algoritmo desenvolvido para computar o esforço de controle do controlador PI para a topologia da RSSF híbrida é similar ao Algoritmo 4. Porém, com a adição do termo integral, resultando em uma versão dedicada à sintonia do controlador PI, como apresentada no Algoritmo 5.

Algoritmo 5 - Sintonia do controlador PI pelo método *online* do LMS.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

$N \leftarrow$ quantidade de nós sensores móveis;
$q_d \leftarrow$ posições angulares especificadas;
$q_0 \leftarrow$ posições angulares iniciais;
$v_0 \leftarrow$ velocidades angulares iniciais;
$K_p \leftarrow$ ganhos proporcionais iniciais;
$K_I \leftarrow$ ganhos integrais iniciais;
$\eta_p \leftarrow$ taxas de aprendizado da RNA para o ganho proporcional;
$\eta_I \leftarrow$ taxas de aprendizado da RNA para o ganho integral;
$m \leftarrow$ quantidade de iterações;
$T_s \leftarrow$ taxa de amostragem;

▷ **Sintonia do LMS**

$L_k \leftarrow$ computação com v_0;
$B \leftarrow$ matriz de controle;
$C \leftarrow$ matriz de transformação dos estados para as saídas;
$e_1 \leftarrow q_d - q_0$;
$y_1 \leftarrow q_0$;
$u_1 \leftarrow 0$;

Processo Iterativo

Para i de 2 até m Faça
    $e_i \leftarrow q_d - y_{i-1}$;
    $(x_p)_i \leftarrow e_i$;
    $(x_I)_i \leftarrow e_{i-1} + e_i T_s$;
    $u_i \leftarrow (K_p)_i (x_p)_i + (K_I)_i (x_I)_i$;

Atualizando os ganhos

    $(K_p)_{i+1} \leftarrow (K_p)_i + \eta_p e_i (x_p)_i$;
    $(K_I)_{i+1} \leftarrow (K_I)_i + \eta_I e_i (x_I)_i$;

Simulação da resposta para u_i

    $q_i \leftarrow -L_k q_{i-1} + B u_{i-1}$;
    $y_i \leftarrow C q_i$;
Fim do Processo Iterativo

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 5, as principais alterações em relação ao Algoritmo 4 são a adição do ganho integral K_I, da taxa de aprendizado correspondente η_I e da taxa de amostragem T_s, utilizada no cálculo da integral do erro (instrução 20). No processo iterativo, é necessário computar o termo do erro integral x_I e o esforço de controle, que agora contém a ação integral, conforme descrito na instrução 21. Na etapa de atualização dos ganhos, o procedimento é semelhante ao utilizado para o ganho proporcional K_p, o ganho K_I também é ajustado com base na taxa de aprendizado η_I da RNA, no erro e no

seu termo integral x_I.

A simulação da topologia de rede proposta com o controlador PI é realizada considerando os mesmos parâmetros do sistema com o controlador proporcional (P), ou seja, a posição inicial, a velocidade inicial e as posições angulares finais. A dinâmica do sistema é considerada invariante no tempo, sendo calculada com os parâmetros iniciais. O nó sensor estático é desconsiderado no cálculo do controlador PI, por não precisar se deslocar. Portanto, são sintonizados K_p e K_I dos cinco nós sensores dinâmicos e o ganho inicial de cada controlador proporcional $(K_p)_1$ é nulo. Já o ganho integral é inicializado com os seguintes valores $(K_I)_1 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, sendo o nó móvel 1 inicializado com valor diferente de zero, devido a ser o que apresentou maior erro de regime.

Ao considerar o sinal de referência como as posições especificadas, o erro inicial é $e(0) = \begin{bmatrix} 1{,}2423 & 1{,}979 & 2{,}7156 & 3{,}4521 & 4{,}1888 \end{bmatrix}^T$ rad, as taxas de aprendizado utilizadas para o ganho K_p são iguais às do ganho K_I, dadas por $\eta_p = \eta_I = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 \end{bmatrix}$, os esforços de controle iniciais são considerados nulos e o período de amostragem de $T_s = 0,01$ s.

O deslocamento dos agentes é impulsionado pelo esforço de controle u, calculado a partir da realimentação do sistema com os ganhos K_p e K_I, conforme o Algoritmo 5 e as inicializações consideradas dos parâmetros e da sintonia *online* do LMS. A resposta da RSSF híbrida proposta é apresentada na Figura 41, com o deslocamento dos seis agentes desde suas posições iniciais até o ponto especificado na circunferência S. Observa-se que o deslocamento é linear e que os nós sensores permanecem na ordem inicial, ou seja, nenhum agente ultrapassa o outro, evitando colisão.

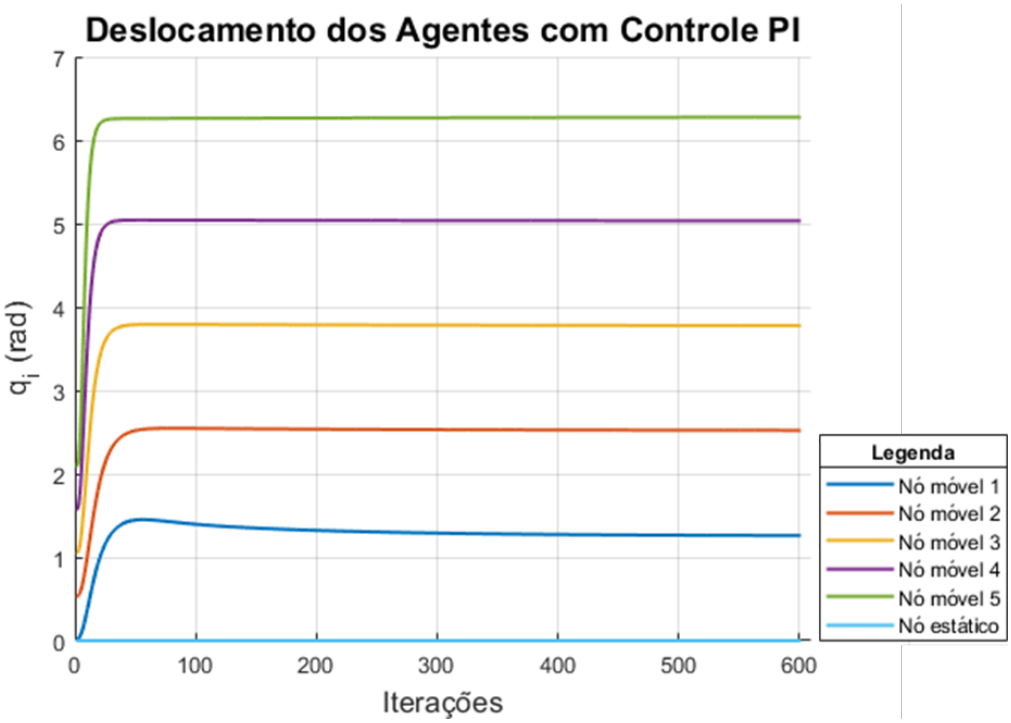
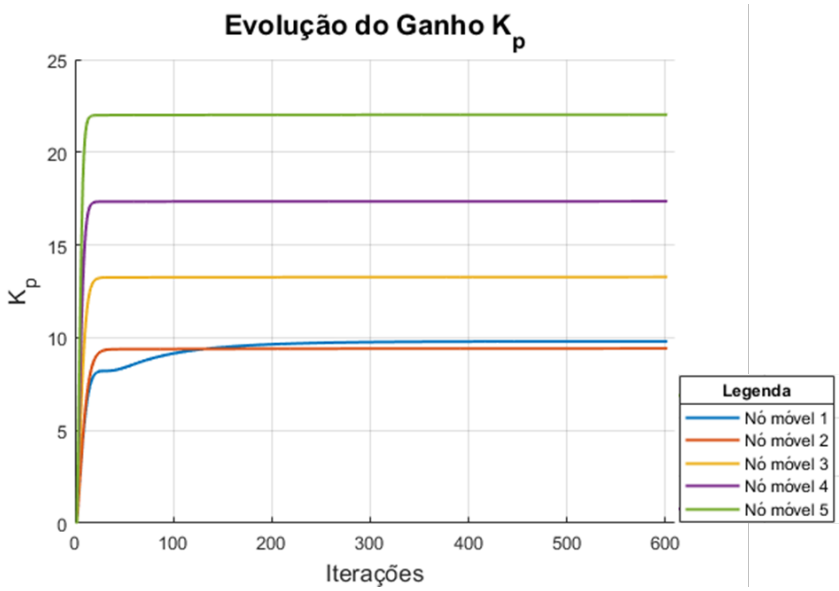


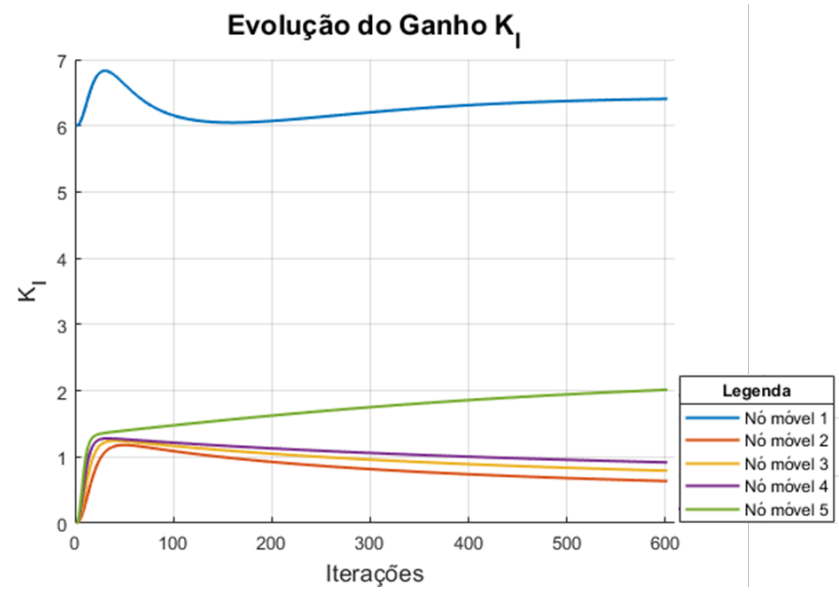
Figura 41 – Deslocamento sem colisão dos seis agentes, com o controlador PI, para atingir as posições especificadas, com a representação da permanência do sensor estático no centro de S.

De acordo com a Figura 41, é apresentado o deslocamento dos agentes, em relação às iterações, para suas posições especificadas sem colisões. Para 600 iterações, o erro do posicionamento angular desses agentes para o sistema com o controlador PI é $e = \begin{bmatrix} -0{,}0036 & -0{,}0081 & -0{,}0073 & -0{,}0062 & 0{,}0070 & 0 \end{bmatrix}^T$ rad, mas ao aumentar a quantidade de iterações, esse erro tende a zero. Como a ação integral depende do acúmulo do erro, quanto menor o erro, mais iterações são necessárias para alcançar o valor especificado com erro de regime nulo.

Ao comparar com os valores de erro obtidos com o controlador proporcional (P), observa-se que os erros são reduzidos para 10^{-2}, isso é devido à ação integral. No entanto, se aumentar o número de iterações, esse erro vai ser nulo. Os ganhos proporcionais K_p e integrais K_I calculados a cada iteração para esse deslocamento são apresentados na Figura 42.



(a)



(b)

Figura 42 – Evolução dos ganhos do controlador PI, computados pelo método de sintonia *online* do LMS: (a) ganho proporcional K_p; (b) ganho integral K_I.

De acordo com a Figura 42b, o ganho integral K_I do nó sensor móvel 1 é inicializado com valor diferente de zero, devido à presença do erro de regime permanente observado anteriormente com a aplicação do controlador proporcional (P), conforme apresentada na Figura 38. Ainda sobre esse nó, observa-se que à medida que o erro começa a diminuir, ou seja, a saída do sistema se aproxima da referência, o ganho integral cresce, devido ao termo integral acumular os erros ao longo das iterações. Quando a saída ultrapassa o valor de referência, o erro torna-se negativo, levando o termo integral a diminuir, o que reduz o ganho K_I.

Contudo, em um determinado momento, o acúmulo desse erro negativo faz com que o termo integral também se torne negativo. De acordo com a equação de atualização do ganho, pelo método de sintonia *online* baseado em RNA com treinamento via algoritmo LMS o valor de K_I volta a crescer. Essa dinâmica está detalhada na Tabela 1.

Tabela 1 – Relação do erro, termo integral e ganho integral para o controlador PI, a partir do método de sintonia *online* de um PID baseado em RNA com treinamento via algoritmo LMS.

Cenários	**Erro**	**Termo Integral**	**Ganho K_I**
01	$e_i > 0$ $(e \downarrow)$	$(x_I)_i > 0$ $(x_I \uparrow)$	$K_I \uparrow$
02	$e_i < 0$ $(e \downarrow)$	$(x_I)_i > 0$ $(x_I \downarrow)$	$K_I \downarrow$
03	$e_i < 0$ $(e \uparrow)$	$(x_I)_i < 0$ $(x_I \uparrow)$	$K_I \uparrow$

De acordo com a Tabela 1, as setas indicam a direção da variação da variável, ou seja, se está crescendo ou decrescendo, enquanto a expressão matemática informa o sinal, positivo ou negativo. O cenário 01 representa o deslocamento do sinal de saída da posição inicial até alcançar o sinal de referência. No cenário 02, o sinal ultrapassa o valor de referência e no cenário 03, a saída do sistema volta a se aproximar da referência.

A evolução dos ganhos K_p, apresentada na Figura 42a, ocorre de forma proporcional ao erro e com caráter acumulativo. Como o termo proporcional corresponde diretamente ao valor do erro, quando este assume valores negativos, continua sendo somado ao ganho anterior de K_p. Esse processo se mantém até que o erro seja anulado, cenário em que o ganho se estabiliza em um valor constante.

Os esforços de controle responsáveis pelos deslocamentos dos agentes dinâmicos, apresentados na Figura 41, são ilustrados na Figura 43.

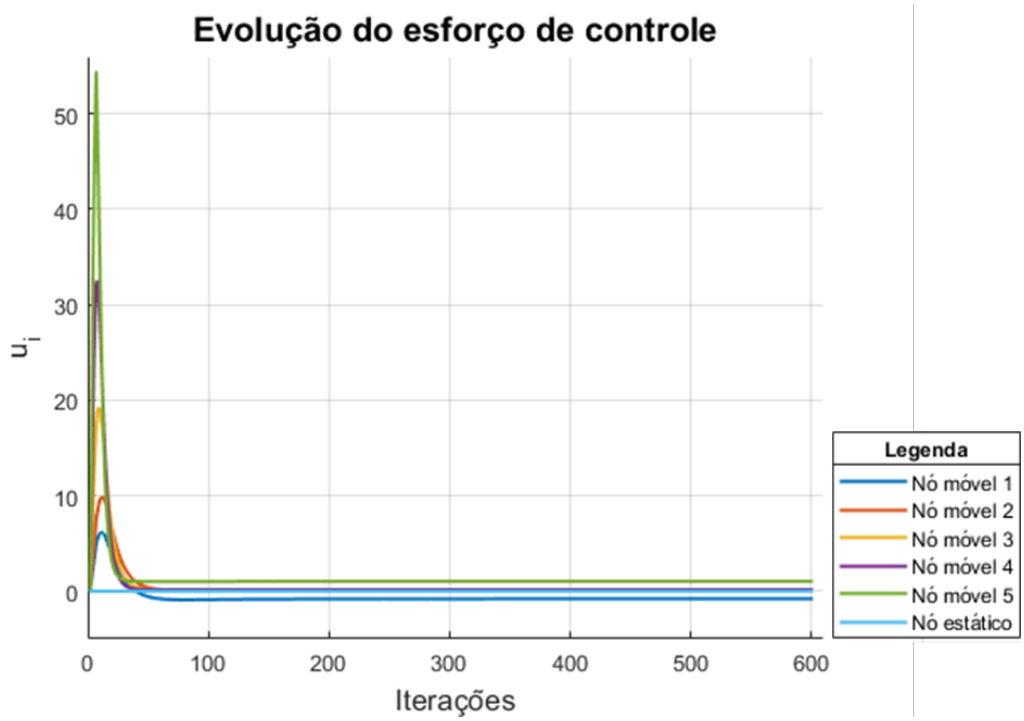


Figura 43 – Evolução do esforço de controle do controlador PI, calculado com os ganhos K_p e K_I para alocação dos cinco agentes dinâmicos em suas posições angulares especificadas.

De acordo com a Figura 43, o esforço de controle obtido com o controlador PI é $u_i = \begin{bmatrix} -0{,}8005 & 0{,}0776 & 0{,}1163 & 0{,}1572 & 1{,}0317 \end{bmatrix}^T$, para 600 iterações, sendo seus ganhos calculados pelo método de sintonia *online* baseado em RNA com treinamento via algoritmo LMS. Nesse caso, o esforço de controle assume valores pequenos e próximos dos obtidos com o controlador proporcional (P).

5.2.3 RSSF Híbrica com Controladores modificados DLQR e DLQT

O seguidor linear quadrático discreto (DLQT) e o regulador linear quadrático discreto (DLQR) são modificados para atuarem na topologia de rede proposta. Esses controladores atuam para alocar e manter esses nós em suas posições especificadas. Desta forma, garante-se a construção e permanência de um monitoramento completo, sem buracos e sem perdas de conectividade entre os agentes.

Para monitorar uma região circular de raio $R = 10$ m, com $r_s = r_c = 6$ m e o raio da circunferência de deslocamento $r = 7$ m. A quantidade de nós sensores da RSSF híbrida, de acordo com o Teorema 1 são seis, sendo cinco agentes dinâmicos e 1 nó sensor estático no centro do círculo S.

Além da dinâmica dessa RSSF híbrida, como a matriz Laplaciana L_k e o vetor de ajuste f_k, apresentados no Algoritmo 3. A matriz de distâncias é fundamental

à implementação dos controladores DLQT e DLQR modificados, de acordo com as formulações apresentadas na Seção 4. Essa matriz de transformação $D_k \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$ expressa a distância dos agentes e de seus vizinhos adjacentes. O procedimento para a construção da matriz D_k que é dado pela Eq. (4.51) e apresentado no Algoritmo 6.

Algoritmo 6 - Matriz de distâncias.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

$N \leftarrow$ quantidade de nós sensores móveis;
$q_d \leftarrow$ valor das posições angulares especificadas;
$r \leftarrow$ valor do raio da circunferência de deslocamento;

▷ **Computação da Matriz** D_k

Para i de 1 até $N+1$ Faça
  Para j de 1 até $N+1$ Faça
    Se $i = j$ Então
      $D_k(i,j) \leftarrow 1$;
    Se $i = 1$ Então
      $D_k(i,i+1) \leftarrow |q_d(i) - q_d(i+1)|$;
      $D_k(i,N) \leftarrow |q_d(i) - q_d(N) + 2\pi|$;
    Se $i = N$ Então
      $D_k(i,1) \leftarrow |q_d(1) - q_d(i) + 2\pi|$;
      $D_k(i,i-1) \leftarrow |q_d(i-1) - q_d(i)|$;
    Se $i = N+1$ e $i \neq j$ Então
      $D_k(i,j) \leftarrow r$;
    Se $j = N+1$ e $j \neq i$ Então
      $D_k(i,j) \leftarrow r$;
    Caso Contrário
      $D_k(i,j) \leftarrow |q_d(i) - q_d(j)|$;
Retorna D_k

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 6, nas instruções 1 até 3, são inicializados os parâmetros, como a quantidade de nós móveis N, o valor das posições angulares especificadas q_d e o raio do círculo de deslocamento r. No segundo momento, é computada a matriz de distância D_k, instruções 4 até 20, sendo que i percorre as linhas e j percorre as colunas, considerando que $D_k \in \Re^{(N+1)\times(N+1)}$. Os elementos da diagonal principal de D_k são definidos de acordo com as instruções 6 e 7, representando a distância do agente em relação a si mesmo.

Ainda em relação à construção da matriz D_k, os elementos da primeira linha, instruções 8 até 10, correspondem à distância do nó sensor móvel 1 em relação aos seus vizinhos adjacentes 2 e N, lembrando que, de acordo com a Eq. (4.3), é necessário adicionar 2π ao calcular a distância do nó 1 em relação ao seu vizinho i^-. Os elementos da penúltima linha $j = N$, instruções 11 até 13, correspondem à distância do nó N em relação aos seus vizinhos e o elemento $d(N,1)$ também necessita da adição de 2π. Já os elementos da

última linha e última coluna, instruções 14 até 17, são dados de acordo com a Eq. (4.4), sendo o raio da circunferência de deslocamento r.

A arquitetura do DLQT proposta, Figura 29, é apresentada no Algoritmo 7, sendo L_k a matriz da dinâmica do sistema e f_k é o vetor de ajuste da posição que é desconsiderado, descritos no Algoritmo 4, e D_k é a matriz de distâncias apresentada no Algoritmo 6.

Algoritmo 7 - Implementação do DLQT para a topologia de RSSF híbrida.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

$N \leftarrow$ quantidade de nós sensores móveis;
$q_d \leftarrow$ posições angulares especificadas;
$q_0 \leftarrow$ posições angulares iniciais;
$v_0 \leftarrow$ velocidades angulares iniciais;
$r \leftarrow$ raio da circunferência de deslocamento;
$B \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
$C \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
$R \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
$Q \leftarrow 0,1\,[I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
$\kappa \leftarrow$ constante de transformação;
$m \leftarrow$ número de iterações;
$T_s \leftarrow$ taxa de amostragem;

▷ **Inicialização das Matrizes L_k e D_k, dos Vetores f_k, q_k e y_k**

$L_1 \leftarrow$ computação com v_0;
$D_1 \leftarrow$ computação com q_0;
$q_1 \leftarrow q_0$;
$y_1 \leftarrow q_0$;

▷ **Implementação do DLQT**

$R_n \leftarrow \left(\frac{D_k^{-1}}{\kappa}\right)^T R \left(\frac{D_k^{-1}}{\kappa}\right)$;

Computando a dinâmica do sistema aumentada

$A_n \leftarrow \begin{bmatrix} -L_k & 0_{(N+1)\times(N+1)} \\ C & I_{(N+1)\times(N+1)} \end{bmatrix}$;
$B_n \leftarrow \begin{bmatrix} B \\ 0_{(N+1)\times(N+1)} \end{bmatrix}$;
$C_n \leftarrow \begin{bmatrix} C & I_{(N+1)\times(N+1)} \end{bmatrix}$;
$Q_n \leftarrow C_n^T Q C_n$;

Computação do ganho

$\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \leftarrow DLQT\,(A_n, B_n, Q_n, R_n)$;

Processo Iterativo

Para k de 2 até m Faça

Lei de controle ótimo
$u_k \leftarrow u_{k-1} + K_1\,(q_k - q_{k-1}) + K_2\,(y_k - q_d)$;

Computação da posição angular
$q_{k+1} \leftarrow (-L_k q_k + B u_k)$;

Saída do sistema
$y_k \leftarrow C q_k$;

Fim do Processo Iterativo

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 7, as primeiras 12 instruções correspondem à inicialização dos parâmetros de entrada. Em seguida, são computadas as matrizes L_k e D_k com os valores de velocidade e posições iniciais, respectivamente. Também é calculado o vetor de ajuste f_k com base nas velocidades angulares iniciais. Além dessas atribuições, o estado e a saída da rede no instante de tempo $k = 1$ são definidos como a posição q_0.

Ainda em relação ao Algoritmo 7, o DLQT é implementado nas instruções 17 a 26. Inicialmente, é computada a nova matriz de ponderação das entradas de controle, R_n, com base na matriz de distâncias, D_k, e na constante de transformação, κ. Essa nova R_n influencia diretamente o esforço de controle, promovendo a minimização do tempo de resposta em função das velocidades angulares dos agentes. Conforme descrito na Subseção 4.4.5, é calculada a dinâmica do sistema aumentada; em seguida, é computado o ganho de controle. Após essa etapa, inicia-se o processo iterativo, na qual os estados dos agentes são atualizados a cada iteração com base no estado no instante de tempo anterior e no esforço de controle, que depende do erro do sistema e dos ganhos já calculados, na instrução 22.

Considerando que cada agente está inicialmente alocado em um determinado ângulo, definido por $q_0 = \begin{bmatrix}0{,}0143 & 0{,}5343 & 1{,}0543 & 1{,}5744 & 2{,}0944 & 0\end{bmatrix}^T$ rad, a velocidade angular inicial como $v_0 = \begin{bmatrix}0{,}0667 & 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0\end{bmatrix}^T$ rad/s, a constante de transformação $\kappa = 10$, as posições especificadas definidas por $q_d = \begin{bmatrix}1{,}2566 & 2{,}5133 & 3{,}7699 & 5{,}0265 & 6{,}2832 & 0\end{bmatrix}^T$ rad, o esforço de controle inicial nulo e o período de amostragem de $T_s = 0,01$ s. As matrizes de ponderação Q e R são definidas como matrizes identidade, assim como a matriz de entrada B e a matriz de saída C, de modo que cada estado corresponde diretamente à saída do sistema, ou seja, a posição angular de cada agente é o próprio sinal de saída da rede. Para esses parâmetros, a evolução das posições ao longo das iterações é apresentada na Figura 44.

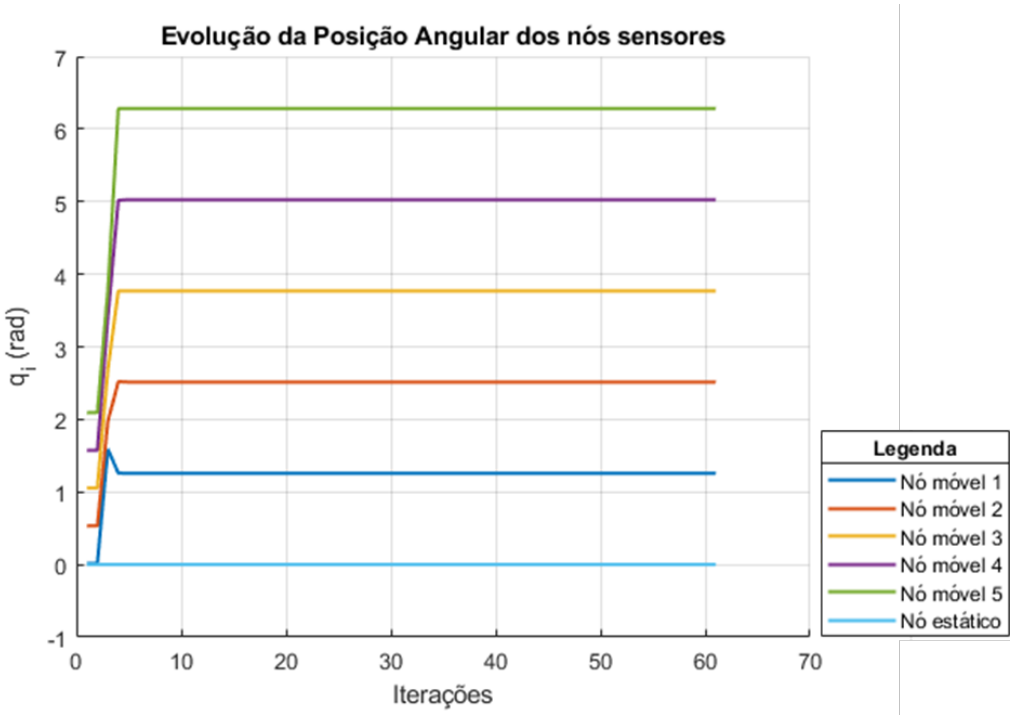


Figura 44 – Deslocamento sem colisão dos seis agentes da rede híbrida, com o controlador DLQT, para atingir as posições especificadas, com a representação da permanência do sensor estático no centro de S.

De acordo com a Figura 44, os agentes dinâmicos se deslocam sem ultrapassar o outro agente, evitando colisão. Esse controlador apresentou erro de regime nulo, ou seja, todos os agentes alcançam as suas posições especificadas sem erro. O esforço de controle computado para esse deslocamento é apresentado na Figura 45.

Figura 45 – Evolução do esforço de controle, com o controlador DLQT, para o delocamento dos agentes até atingirem suas posições especificadas na circunferência de deslocamento.

Conforme ilustrado na Figura 45, verifica-se que, uma vez atingidas as posições especificadas, o esforço de controle é mantido, assegurando que os agentes permaneçam em suas posições.

Com os nós sensores móveis já alocados em suas posições especificadas, o DLQR é então aplicado à topologia de rede proposta. O controlador atua para manter os nós em suas respectivas posições, mesmo diante de perturbações que possam comprometer sua estabilidade. Desta forma, garante-se que os agentes permaneçam em suas posições especificadas, garantindo tanto a cobertura completa quanto a conectividade da rede.

As instruções do DLQR modificado, de acordo com a arquitetura apresentada na Figura 29, são descritas no Algoritmo 8, sendo a matriz L_k e o vetor f_k apresentados no Algoritmo 4, o vetor de ajuste de posição, f_k, é desconsiderado por não influenciar diretamente na dinâmica do sistema. A matriz de distâncias D_k é descrita no Algoritmo 6.

Algoritmo 8 - Implementação do DLQR Modificado para a topologia de RSSF híbrida.

▷ **Setup - Inicialização dos Parâmetros**

1 $N \leftarrow$ quantidade de nós sensores móveis;
2 $q_d \leftarrow$ posições angulares especificadas;
3 $v_0 \leftarrow$ velocidades angulares iniciais;
4 $r \leftarrow$ raio da circunferência de deslocamento;
5 $B \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
6 $R \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
7 $Q \leftarrow [I]_{(N+1)\times(N+1)}$;
8 $\kappa \leftarrow$ constante de transformação;
9 $m \leftarrow$ número de iterações;
10 $T_s \leftarrow$ taxa de amostragem;

▷ **Inicialização das Matrizes L_k e D_k, dos Vetores f_k e q_k**

11 $L_1 \leftarrow$ computação com v_0;
12 $D_1 \leftarrow$ computação com q_d;
13 $q_1 \leftarrow q_d$;

▷ **Implementação do DLQR**

14 $R_n \leftarrow \left(\frac{D_k^{-1}}{\kappa}\right)^T R \left(\frac{D_k^{-1}}{\kappa}\right)$;

Computação do ganho
15 $[K] \leftarrow DLQR\left(-L_k, B, Q, R_n\right)$;

Processo Iterativo

16 Para k de 2 até m Faça

Lei de controle ótimo
17 $u_k \leftarrow -K_k q_k$;

Computação da posição angular
18 $q_{k+1} \leftarrow (-L_k q_k + B u_k)$;
Fim Processo Iterativo

Fim do Algoritmo

De acordo com o Algoritmo 8, as instruções 1 até 10 são as inicializações dos parâmetros, como a quantidade de nós sensores móveis, o valor das posições angulares especificadas, as velocidades angulares iniciais dos agentes, o raio da circunferência S, a matriz B do sistema e as matrizes de ponderação Q e R, além da constante de transformação, κ, o número de iterações, m e o período de amostragem, T_s.

Na sequência, são inicializadas as matrizes L_k e D_k, instruções 11 e 12, sendo L_k inicialmente computada com as velocidades iniciais de cada agente dinâmico. Já a matriz D_k é inicialmente computada com as posições especificadas.

Na implementação do DLQR modificado, instruções 14 até 18, primeiro calcula-se a

matriz de ganhos K, de acordo com a Eq. (4.58), em seguida, a lei de controle é calculada e as posições angulares dos agentes são atualizadas.

Consequentemente, a partir do Algoritmo 8, observa-se que o Algoritmo 5 é chamado na inicialização da matriz,instruções 11, e o Algoritmo 6 é chamado para computação de D_k, instrução 12. O que difere o Algoritmo 8 (DLQR) do Algoritmo 7 (DLQT) é que no algoritmo do DLQT é computada a dinâmica do sistema aumentada e ao calcular o esforço de controle, utiliza-se o sinal de erro. Já no algoritmo do DLQR, utiliza-se apenas o estado atual.

Para a simulação do Algoritmo 8, a posição inicial dos agentes é $q_0 = \begin{bmatrix} 1{,}2566 & 2{,}5133 & 3{,}7699 & 5{,}0265 & 6{,}2838 & 0 \end{bmatrix}^T$ rad, as velocidades iniciais como $v_0 = \begin{bmatrix} 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0{,}0667 & 0 \end{bmatrix}^T$ rad/s, a constante de transformação $\kappa = 10$, os esforços de controle nulos e o período de amostragem de $T_s = 0,01$ s. As matrizes de ponderação Q e R são definidas como matrizes identidade, assim como a matriz de entrada B. Para esses parâmetros, a evolução das posições ao longo das iterações é apresentada na Figura 46.

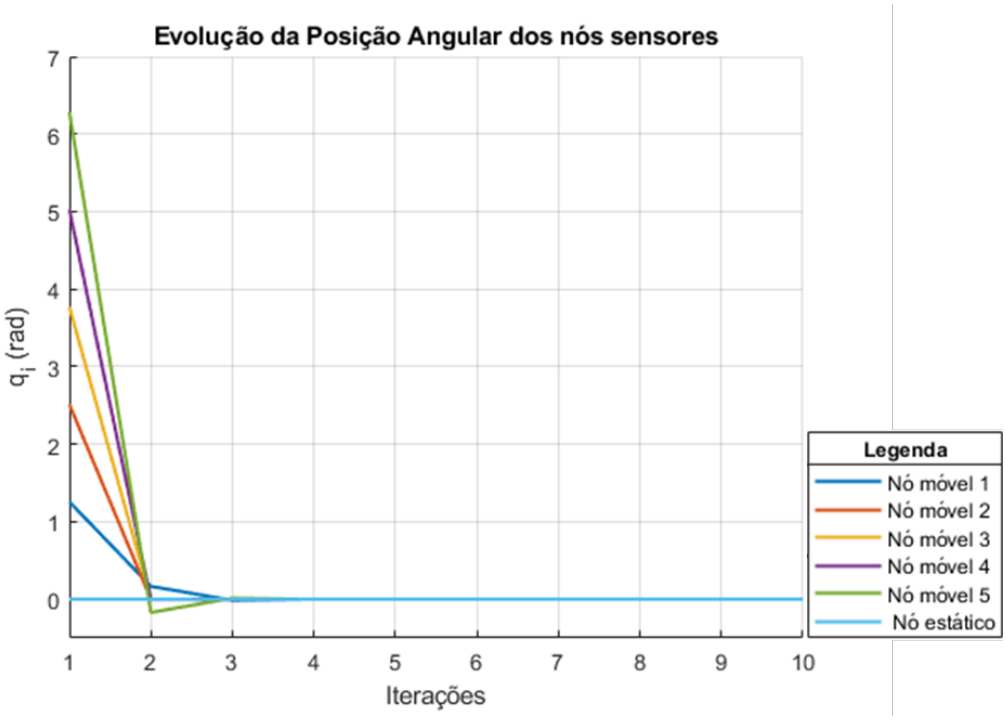


Figura 46 – Regulação da posição angular dos agentes, com o controlador DLQR, para garantir a cobertura circular completa e a conectividade da rede.

De acordo com a Figura 46, os seis nós sensores foram para zero, ou seja, permaneceram em sua posição inicial, com cada agente atingindo seu estado zero, permanecendo em suas posições especificadas. O esforço de controle relacionado ao deslocamento dos seis agentes, apresentado na Figura 46, é ilustrado na Figura 47.

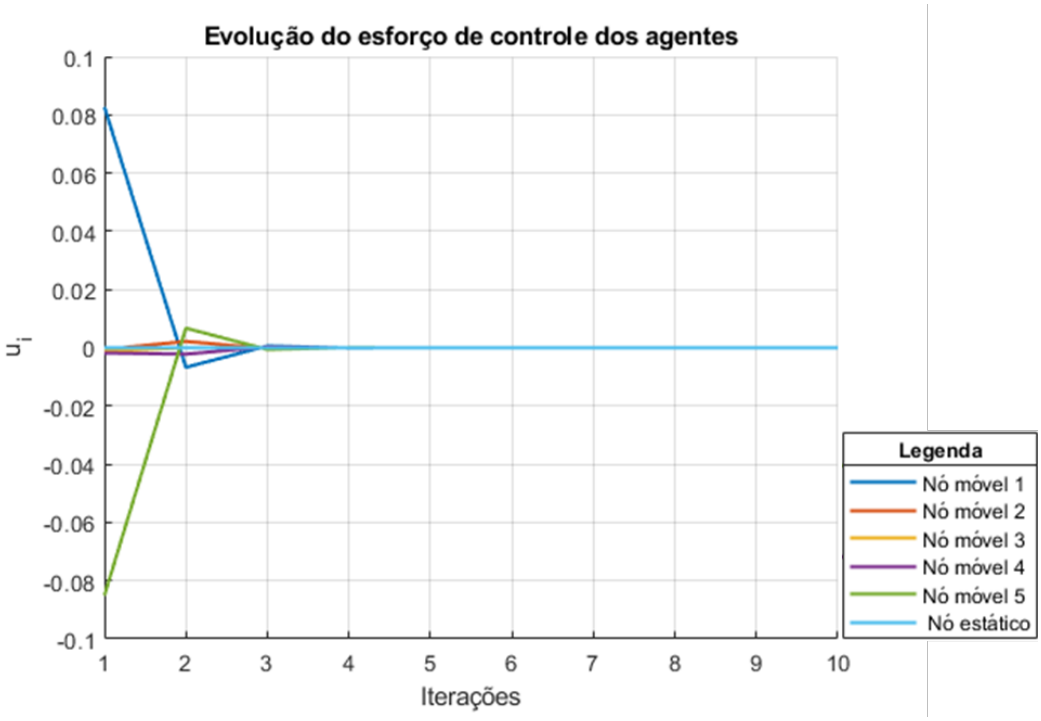


Figura 47 – Evolução do esforço de controle, velocidade angular, com o controlador DLQR, responsável por manter os seis nós sensores em suas posições angulares especificadas no círculo de deslocamento S.

De acordo com a Figura 47, observando-se que, depois que os nós sensores móveis atingem seus zeros, o esforço de controle também é zero, aproximadamente na iteração 3, representando que os nós sensores permaneceram em suas posições finais. Consequentemente, a configuração de monitoramento apresentada na Figura 32 é mantida.

5.3 Análise dos Controladores

Ao analisar a resposta do sistema em malha fechada no domínio do tempo em termos das figuras de mérito: tempo de subida (t_r), tempo de acomodação (t_s), sobressinal (M_p) e o valor de pico (*peak value*). O t_r é o tempo necessário para que a resposta do sistema passe de 10% a 90% do sinal de referência, o tempo de acomodação t_s é o tempo necessário para a curva de resposta alcançar 2% da referência. Já o sobressinal M_p é o valor máximo dado em porcentagem que o sinal alcançou e o valor de pico é o valor máximo que o agente obteve como saída. A Tabela 2 apresenta os valores obtidos para essas quatro figuras de mérito, considerando os três controladores (P, PI e DLQT) de formação aplicados nas subseções anteriores.

Tabela 2 – Análise de desempenho do sistema em malha fechada com os controladores P, PI e DLQT no domínio do tempo, baseado em figuras de mérito.

		Figuras de Mérito			
Cotroladores	**Agentes Móveis**	T_r (s)	T_s (s)	M_p (%)	Pico (rad)
Proporcional	Nó 1	0,2021	$---$	6,7883	1,3419
	Nó 2	0,2852	0,4477	0	2,5063
	Nó 3	0,1901	0,2878	0	3,7613
	Nó 4	0,1417	0,2062	0	5,0175
	Nó 5	0,1117	0,1603	0	6, 2392
Proporcional Integral	Nó 1	0,1804	3,3734	15,4788	1,4511
	Nó 2	0,2768	0,3925	1,3048	2,5461
	Nó 3	0,1946	0,2867	0,5862	3,7920
	Nó 4	0,1468	0,2170	0,3109	5,0421
	Nó 5	0,1169	0,1785	0	6,2763
DLQT	Nó 1	1,5982	3,9480	0,0895	1,2578
	Nó 2	2,5334	3,9002	0,1757	2,5177
	Nó 3	2,6535	3,9309	0	3,7699
	Nó 4	2,6935	3,9408	0	5,0265
	Nó 5	2,6243	3,9254	0	6, 2832

De acordo com a Tabela 2, o valor $---$ registrado para o tempo de acomodação do nó sensor móvel 1 com o controlador proporcional (P), deve-se ao fato de o agente não alcançar a posição angular especificada com o número de iterações considerado. Na iteração 600, observa-se um erro de posição de $-0{,}0730$, indicando que o sistema está acima do valor esperado. Nesse ponto, o ganho proporcional atinge o valor de $K_p = 10{,}5682$, evidenciando que o controlador continua crescendo para tentar compensar o erro.

Ao analisar os tempos de subidas t_r, observa-se que as respostas obtidas com os controladores P e PI são mais rápidas, apresentando valores de t_r inferiores aos registrados para o sistema em malha fechada com o controlador DLQT. Isso indica que o sistema responde mais rapidamente à referência quando controlado por P ou PI. Em contraste, o sistema sob controle DLQT demanda um número maior de iterações para atingir 90% do valor de referência, caracterizando uma resposta mais lenta em comparação com os demais controladores, porém sem sobressinal.

No que se refere ao tempo de acomodação t_s, o nó sensor móvel 1 é o que demanda um maior número de iterações para que a saída da rede atinja um valor de resposta em torno de 2% da referência. Entre os controladores analisados, o DLQT requer mais iterações para satisfazer esse critério de acomodação, indicando uma resposta mais lenta em termos de estabilização. Mas no que se refere ao sobressinal M_p, o sistema controlado pelo DLQT apresenta menores valores, evidenciando uma resposta mais suave. Em contraste, o controlador PI resulta nos maiores valores de M_p, devido à ação conjunta dos termos proporcional e integral, que tendem a amplificar a resposta do sistema. Esses valores de sobressinal são confirmados pelas amplitudes de pico.

Quanto ao erro de regime permanente, o controlador DLQT demonstra desempenho superior, uma vez que, em 60 iterações, já havia atingido os valores de referências sem apresentar erro residual. Porém, o controlador proporcional apresenta um erro significativo na posição angular dos agentes móveis, evidenciando sua limitação na eliminação do erro em regime. A adição do termo integral no controlador PI contribui para eliminar esse erro, embora, para o número de iterações adotado, ainda persistisse uma pequena diferença de posição. No entanto, ao se ampliar a quantidade de iterações, o controlador PI é capaz de eliminar o erro de regime.

Portanto, as principais vantagens do controlador DLQT residem no fato de se tratar de uma estratégia de controle ótimo, cuja formulação leva em consideração não apenas o desempenho do sistema, mas também a minimização do esforço de controle, que, na prática, se traduz em menor consumo de energia dos estados e do esforço de controle do sistema. O ganho ótimo é o resultado de uma otimização que busca o melhor compromisso entre rastreamento da referência e economia de energia. Além disso, o controlador DLQT apresenta menor sobressinal e erro de regime nulo em um número reduzido de iterações, assegurando um rastreamento mais preciso e eficiente da referência em comparação com os controladores P e PI.

5.3.1 Aplicação da RSSF Híbrida no Mundo Real

Uma aplicação da metodologia proposta tem-se o monitoramento de plataformas de petróleo *offshore*, que representam um ambiente de difícil acesso, exposto a fatores externos, como vento e correntes oceânicas. Esses fatores provocam o deslocamento imprevisível dos nós sensores, comprometendo a cobertura completa da rede.

Nesse contexto, a topologia de rede híbrida proposta com nós sensores móveis proporciona maior flexibilidade e autonomia à RSSF, permitindo ajustes dinâmicos nas posições angulares dos agentes para manter a cobertura e conectividade.

A comunicação entre os agentes pode ser realizada via a tecnologia LoRa, devido ao seu longo alcance, ideal para aplicações em áreas hostis. Além disso, apresenta baixo

consumo de energia, o que contribui para o prolongamento da vida útil dos agentes, principalmente considerando o tempo de voo limitado dos drones devido ao consumo de energia.

Capítulo 6

Discussões

Neste capítulo, apresentam-se as discussões da pesquisa em quantidade mínima de nós sensores, alocação e regulação ótima, visando uma cobertura circular completa, sem buracos e sem perda de conectividade entre os agentes da rede, ressaltando as principais contribuições científicas e tecnológicas advindas da pesquisa. As publicações decorrentes do trabalho desenvolvido e trabalhos futuros também são apresentadas.

6.1 Conclusões

Visando o monitoramento dinâmico de uma RSSF híbrida, sem buracos de cobertura e sem perda de conectividade entre os nós sensores, esta tese de doutorado apresentou uma metodologia para determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis para monitorar completamente uma determinada região circular. Em seguida, é proposto um método ótimo para alocar e regular os agentes dinâmicos em suas posições especificadas na topologia de rede estabelecida. O controlador DLQT-DLQR proposto para essa finalidade combina as abordagens do DLQT e DLQR, modificados para a modelagem de posição angular adotada neste trabalho.

A modelagem matemática da alocação de nós sensores na topologia de RSSF híbrida desenvolvida nesta tese, considera uma arquitetura composta por N nós sensores móveis e 1 nó sensor estático central. Essa modelagem é fundamentada na teoria dos grafos, levando em consideração a posição, a velocidade angular, a aceleração centrípeta dos agentes e o raio da circunferência de deslocamento, relatando as interações entre os agentes.

O método proposto para determinar a quantidade de agentes demonstrou ser eficiente na formação da RSSF híbrida, com um nó sensor estático no centro da região circular de monitoramento e os agentes dinâmicos alocados na circunferência de deslocamento. Esse método apresenta vantagens; evitando o custo com nó sensor ocioso,

além do fato de apresentar flexibilidade quanto à falha ou mau funcionamento do nó sensor. Consequentemente, quando a modelagem matemática é aplicada e a malha é fechada com o controlador, a cobertura total é alcançada sem perda de conectividade, buraco de cobertura ou colisão. Isso ocorre porque o modelo garante que os nós sensores móveis se desloquem preservando a ordem inicial. Ele também garante a posição angular desejada dos agentes, considerando que eles estão distribuídos uniformemente ao longo da circunferência de deslocamento.

Outra vantagem deste modelo é o melhor aproveitamento das áreas de detecção dos sensores, visto que o arranjo circular proporciona uma maior intersecção na zona de cobertura. Isso, por sua vez, aumenta a redundância e a confiabilidade da rede, garantindo uma detecção mais precisa de eventos ou anomalias no ambiente.

Uma desvantagem desse método, de determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis, é o sistema de soluções não lineares necessário para obter o número apropriado de agentes. Esse processo é computacionalmente complexo e requer mais tempo e esforço para garantir uma solução eficiente.

O controlador DLQT-DLQR proposto, mostrou-se eficiente na construção e manutenção da RSSF híbrida. O controlador DLQT determinou os esforços de controle ótimos para deslocar os agentes até suas posições especificadas, minimizando o tempo para a construção final da rede, com base nas velocidades angulares dos agentes e no raio da circunferência de deslocamento.

O método considera, de forma integrada, a preservação da topologia da rede por meio do desenvolvimento de um DLQR modificado, com o objetivo de assegurar a cobertura total da área monitorada. Além disso, busca-se minimizar o tempo de retorno dos agentes às suas posições de referência após a ocorrência de perturbações, o que contribui diretamente para o aumento da confiabilidade da RSSF híbrida. Dessa forma, a metodologia garante maior robustez na detecção de anomalias presentes na região de interesse.

Em comparação com os controladores clássicos, o controlador proposto demonstrou maior eficiência, proporcionando um deslocamento mais suave e isento de sobressinais, característica fundamental para evitar colisões entre os agentes. O sistema também apresenta uma redução significativa no consumo de energia e a eliminação do erro em regime permanente com um número menor de iterações, reforçando a eficácia do método.

Toda a análise foi realizada por meio dos algoritmos desenvolvidos para a implementação da metodologia proposta, resultando em figuras ilustrativas e valores numéricos que subsidiaram a avaliação e comparação do desempenho da topologia, modelagem de posição, definição da quantidade mínima de nós sensores e controle de cobertura da RSSF híbrida proposta.

A topologia da RSSF híbrida, o método para determinar a quantidade de agentes e

o controlador para alocação e regulação ótima dos agentes corresponderam aos resultados esperados, mostrando que essa rede pode ser usada para monitorar ambientes hostis ou qualquer região de interesse.

Portanto, a metodologia proposta na tese alcançou os objetivos de cobertura e conectividade completa da rede, a partir da quantidade mínima de nós sensores móveis, da minimização/eliminação dos buracos de cobertura, além da minimização do tempo de construção e de resposta a perturbações da RSSF híbrida.

6.2 Contribuições

As principais contribuições desta pesquisa estão em torno dos seguintes contextos:

- Desenvolvimento do método para determinar a quantidade mínima de nós sensores móveis que garantem uma cobertura completa da região circular de monitoramento. O seu arcabouço matemático é baseado em suposição, proposições, teorema e corolário. Além desse método ter flexibilidade quanto à falha do nó sensor.
- Desenvolvimento da modelagem de posição angular da topologia híbrida estrela anel, que proporciona maior flexibilidade à dinâmica de monitoramento, sendo o nó sensor estático modelado em relação à aceleração centrípeta e os nós dinâmicos em relação a velocidade angular. Essa abordagem é fundamentada na teoria de grafos,permitindo considerar a velocidade dos agentes, mas também suas posições relativas ao nó central, o que resulta em um grau adicional de liberdade para o posicionamento dos nós móveis e maior adaptabilidade às condições do ambiente monitorado.
- Desenvolvimento de um método de controle ótimo com o controlador DLQT-DLQR para a alocação e regulação, respectivamente, dos agentes dinâmicos na topologia da RSSF híbrida, de modo a garantir cobertura completa e conectividade da rede.

6.3 Publicações

- Sousa, M.S.; da Fonseca Neto, J.V. Allocation Hybrid WSN Mobile Sensor Node for Optimal Dynamic Coverage Control. IJAET 2025, Vol. 18, Issue 2, pp. 51-66. DOI: 10.5281/zenodo.15478599.
- Sousa, M.S.; da Fonseca Neto, J.V. On the Minimum Quantity of Mobile Sensor Nodes for Full Coverage in Hybrid WSN. Sensors 2025, 25, 3210. https://doi.org/10.3390/s25103210.

6.4 Trabalhos Futuros

Nessa seção são apresentadas as perspectivas de trabalhos futuros, com o objetivo de dar continuidade à pesquisa desenvolvida nesta tese.

- Aplicar o controlador ótimo proposto de modo *online* (tempo real) na topologia de RSSF híbrida, visando proporcionar uma adaptação da rede mais ágil diante de variações no processo e eventos inesperados, como falhas de nós, perturbações ambientais ou mudanças nos requisitos de cobertura.
- Analizar a complexidade computacional dos algoritmos proposto, visnado ser embarcado nos nós sensores, com o intuito de viabilizar uma RSSF híbrida autônoma como produto final, integrando o método de dimensionamento da quantidade de nós móveis e os mecanismos de controle de deslocamento e regulação.
- Investigar como a topologia da rede impacta a comunicação, o consumo de energia e a utilização de memória, fatores determinantes durante a operação da RSSF.

Referências

ABREU, F.; NETO, J. ao F. Controlador pid adaptativo via redes neurais-lms para controle de altitude de quadricoptero. In: FERNANDES, B. J. T.; {Pereira Júnior}, A. (Ed.). *Anais do 14 Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional*. Curitiba, PR: ABRICOM, 2019. p. 1–6. ISBN 978-856997201-3. Citado 3 vezes nas páginas 10, 56 e 57.

AFIZUDEEN, S.; PAVITHRA, R. Grundy number-based optimal sensor placement in 3d wireless sensor network. *IEEE Access*, v. 12, p. 148502–148515, 2024. Citado na página 29.

ANGéLICO, B. A.; NEVES, G. P. das. *Controle Digital Aplicado*. 5. ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 2023. Citado na página 54.

ANP. *ENCARTE DE CONSOLIDAÇÃO DA PRODUÇÃO 2023: Boletim da Produção de Petróleo e Gás Natural*. 2023. Acesso em 23 de outubro de 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/anp/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/boletins-anp/boletins/arquivos-bmppgn/2023/encarte-boletim-dezembro.pdf>. Citado na página 22.

ANP. *Exploração e Produção de Óleo e Gás*. 2023. Acesso em 22 de julho de 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/anp/pt-br/assuntos/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas>. Citado na página 22.

CHEN, G.; XIONG, Y.; SHE, J. A k-barrier coverage enhancing scheme based on gaps repairing in visual sensor network. *IEEE Sensors Journal*, v. 23, n. 3, p. 2865–2877, 2023. Citado na página 20.

CHENG, X. et al. Trace pheromone-based energy-efficient uav dynamic coverage using deep reinforcement learning. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, v. 10, n. 3, p. 1063–1074, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

COPPIN, B. *Inteligência Artificial*. Rio de Janeiro: LTC, 2015. ISBN 978-85-216-1729-7. Citado na página 52.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana*. 7. ed. São Paulo: Atual Editora, 1997. v. 9. Citado 2 vezes nas páginas 81 e 82.

EMARY, I. M. M. E.; RAMAKRISHNAN, S. *Wireless Sensor Networks from Theory to Apllications*. [S.l.]: CRC Presss, Taylor Francis Group, 2014. Citado 11 vezes nas páginas 9, 19, 20, 38, 39, 43, 44, 45, 47, 49 e 51.

FARIAS, W. A. *Busca e exploração de fronteiras de conectividade em redes de sensores sem fio híbridas visando integração de nós*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2024. Citado na página 18.

FARIAS, W. A. et al. Search and integration of nodes in hybrid wireless sensor networks by exploring the connectivity frontier. *IEEE Sensors Journal*, v. 24, n. 6, p. 8615–8627, 2024. Citado na página 20.

FARIAS, W. A. et al. Voronoi-based approach to increase connectivity and coverage in randomly deployed wireless sensor networks. In: *2024 8th International Symposium on Instrumentation Systems, Circuits and Transducers (INSCIT)*. [S.l.: s.n.], 2024. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

FARSI, M. et al. Deployment techniques in wireless sensor networks, coverage and connectivity: A survey. *IEEE Access*, v. 7, p. 28940–28954, 2019. Citado na página 21.

FENG, X. et al. Circle formation control for mobile sensor networks with bounded position measurement errors. In: *2021 40th Chinese Control Conference (CCC)*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 5032–5037. Citado na página 29.

FILHO, R. G. C. A. K. D. B.; ZALáN, P. V. *Um novo "Pré-Sal"no Arco Norte do Território Brasileiro?* [S.l.], 2023. 2021. Disponível em: <https://storage.epbr.com.br/2021/11/NOTA-TECNICA-SOBRE-A-MARGEM-EQUATORIAL-BRASILEIRA-Port_VF.pdf>. Citado na página 22.

FRANKLIN, J. D. P. G. F.; EMAMI-NAEINI, A. *Sistemas de Controle para Engenharia*. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 64.

FUNADA, R. et al. Distributed coverage hole prevention for visual environmental monitoring with quadcopters via nonsmooth control barrier functions. *IEEE Transactions on Robotics*, v. 40, p. 1546–1565, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

GELFAND, I.; SAUL, M. *Trigonometry*. Boston: Birkhäuser, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 78.

GOODFELLOW, I.; BENGIO, Y.; COURVILLE, A. *Deep Learning*. [S.l.]: MIT Press, 2016. <http://www.deeplearningbook.org>. Citado na página 84.

GUO, D. et al. Robust adaptive multi-agent coverage control for flood monitoring. In: *2021 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1–5. Citado na página 20.

HAYKIN, S. *Neural Networks and Learning Machines*. 3rd. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2009. ISBN 978-0131471399. Citado na página 57.

IEA50. *Oil 2023 - Analysis and forecast to 2028*. 2023. Acesso em 26 de julho de 2024. Disponível em: <https://www.iea.org/reports/oil-2023>. Citado na página 22.

IEZZI, G. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Analítica*. São Paulo: Atual Editora, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 75 e 76.

JIA, R.; ZHANG, H. Wireless sensor network (wsn) model targeting energy efficient wireless sensor networks node coverage. *IEEE Access*, v. 12, p. 27596–27610, 2024. Citado na página 31.

JIN, Z.; LI, H.; LIANG, J. A node deployment method based on improved snake optimizer for marine disasters. *IEEE Sensors Journal*, v. 24, n. 9, p. 15446–15456, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 32.

JR, A. E. B.; HO, Y.-C. *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control*. New York: Taylor & Francis Group, 1975. ISBN 9780891162285. Citado na página 60.

KASCHEL, H.; ROJAS, R. Security, energy efficiency, routing protocols and algorithms applied to underwater wireless sensor network. In: *2021 IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1–6. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 31.

KUMAR, K. S.; SINGH, D.; ANAND, V. Strategic node deployment scheme for maximizing coverage area and network lifetime in uasns using voronoi-fuzzy c-means and salp swarm optimization. *IEEE Sensors Journal*, v. 24, n. 10, p. 16926–16934, 2024. Citado na página 30.

KUMARI, S.; SRIRANGARAJAN, S. Node placement and path planning for improved area coverage in mixed wireless sensor networks. *IEEE Robotics and Automation Letters*, v. 9, n. 8, p. 6800–6807, 2024. Citado na página 31.

LEWIS, D. L. V. F. L.; SYRMOS, V. L. *Optimal Control*. [S.l.]: John Wiley Sons, Inc., Publication, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 57, 61 e 63.

LEWIS, F. L. et al. *Cooperative Control of Multi-Agent Systems: Optimal and Adaptive Design Approaches*. London: Springer, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

LI, Q.; SPINELLO, D. Higher-order non-autonomous optimal area coverage control. *IEEE Control Systems Letters*, v. 8, p. 2439–2444, 2024. Citado na página 21.

LI, Z.; DUAN, Z. *Cooperative Control of Multi-Agent Systems: A Consensus Region Approach*. Boca Raton: CRC Press, 2015. Citado na página 54.

MA, M.; XU, S.; JIANG, J. A distributed gradient descent method for node localization on large-scale wireless sensor network. *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*, v. 4, n. 2, p. 114–121, 2023. Citado na página 31.

MENG, S.; KAN, Z. Deep reinforcement learning-based effective coverage control with connectivity constraints. *IEEE Control Systems Letters*, v. 6, p. 283–288, 2022. Citado na página 21.

MESBAHI, M.; EGERSTEDT, M. *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*. [S.l.]: Princeton University Press, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 45, 46, 47, 53 e 67.

NUNES, V. P. et al. Adaptive pid controllers tuning: Lms gain scheduling training and industrial programmable logic controllers. In: *Anais do 8 Congresso Brasileiro de Redes Neurais*. Florian€™opolis, SC: SBRN, 2007. p. 1–8. Citado na página 56.

OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5. ed. São Paulo: Person Prentice Hall, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 54, 56 e 64.

PETROBRAS. *Relatório de Sustentabilidade 2023*. 2024. Acesso em 28 de stembro de 2024. Disponível em: <https://sustentabilidade.petrobras.com.br/documents/1449993/82badcb9-71d0-47be-67dc-cbc99aa48a56>. Citado na página 22.

PODURI, S.; SUKHATME, G. Constrained coverage for mobile sensor networks. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004.* [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 165–171 Vol.1. Citado na página 48.

QI, C. et al. A novel mobile-coverage scheme for hybrid sensor networks. *IEEE Access*, v. 8, p. 121678–121692, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 34.

REN, W.; CAO, Y. *Distributed Coordination of Multi-agent Networks: emergent problem, models and issues.* [S.l.]: Springer London Dordrecht Heidelberg, New York, 2011. Citado na página 53.

RICKENBACH, R. et al. Active learning-based model predictive coverage control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 69, n. 9, p. 5931–5946, 2024. Citado na página 32.

RUSCIO, D. D. Discrete lq optimal control with integral action: A simple controller on incremental form for mimo systems. *Modeling, Identification and Control*, v. 33, n. 2, p. 35–44, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 94.

SELMIC, V. V. P. R. R.; SERWADDA, A. *Wireless Sensor Networks: Security, Coverage, and Localization.* [S.l.]: Springer International Publishing, 2016. Citado 18 vezes nas páginas 9, 19, 21, 24, 31, 37, 40, 41, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 66 e 90.

SHAMMA, J. S. *Cooperative Control of Distributed Multi-Agent Systems.* [S.l.]: John Wiley Sons, Ltd, 2007. Citado na página 53.

SHEN, T.; SONG, C.; FAN, Y. Finite-time circle formation control of multi-agent systems. In: *2019 9th International Conference on Information Science and Technology (ICIST).* [S.l.: s.n.], 2019. p. 102–107. Citado na página 30.

SILVA, R. M. S. e. F. B. J. S. *Redes Sensores Sem Fios.* Lisboa: FCA - Editora de Informática, 2016. ISBN 978-972-722-830-0. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 50.

SILVA, Y. F. D.; FREIRE, R. C. S.; NETO, J. V. D. F. Conception and design of wsn sensor nodes based on machine learning, embedded systems and iot approaches for pollutant detection in aquatic environments. *IEEE Access*, v. 11, p. 117040–117052, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 29.

SINGHAL, S. et al. Ant colony optimization based routing for underwater sensor network. In: *2020 9th International Conference System Modeling and Advancement in Research Trends (SMART).* [S.l.: s.n.], 2020. p. 33–38. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 31.

SONG, C.; FAN, Y. Coverage control for mobile sensor networks subject to bounded measurement errors. In: *2020 39th Chinese Control Conference (CCC).* [S.l.: s.n.], 2020. p. 4864–4869. Citado na página 30.

SONG, C.; LIU, L.; FENG, G. Optimal deployment of heterogeneous mobile agents on a circle. In: *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference.* [S.l.: s.n.], 2014. p. 1168–1172. Citado na página 30.

SOUSA, M. S. *Detecção e Classificação de Perturbações no Meio Aquático via Aprendizado Profundo e Rede neural Artificial Integrada à Métodos Estatísticos.* Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Maranhão, 2023. Citado na página 23.

SOUSA, M. S.; NETO, J. V. da F. Integration of statistical methods and artificial neural networks for the detection of oil stains in the aquatic environment. In: *ICPRAM*. [S.l.: s.n.], 2023. p. 550–557. Citado na página 23.

SUN, S. et al. Enhanced kalman filter with dummy nodes and prediction confidence for bipartite graph matching in 3d multi-object tracking. *Electronics*, v. 13, n. 24, 2024. ISSN 2079-9292. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2079-9292/13/24/4950>. Citado na página 29.

TANENBAUM, A. S. *Redes de Computadores*. 4. ed. [S.l.]: Editora Campus, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.

WANG, C.; XIE, G.; CAO, M. Forming circle formations of anonymous mobile agents with order preservation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 58, n. 12, p. 3248–3254, 2013. Citado na página 29.

WANG, P.; SONG, C.; LIU, L. Coverage control for mobile sensor networks with double-integrator dynamics and unknown disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 68, n. 10, p. 6299–6306, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 32.

WANG, P. et al. Optimization method for node deployment of closed-barrier coverage in hybrid directional sensor networks. *IEEE Sensors Journal*, v. 24, n. 9, p. 15421–15433, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 34.

WANG, Y.; SONG, C.; FAN, Y. Circle formation of anonymous mobile agents with measurement errors. In: *2019 IEEE 16th International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 269–274. Citado na página 29.

WEISS, G. *Multiagent systems: a modern approach to distribued artificial intelligence*. [S.l.]: Massachusetts Institute of Technology, 1999. Citado na página 52.

WU, J.; SONG, C.; LI, L. Circle formation control for multi-agent systems with connectivity preservation. In: *2022 International Conference on Cyber-Physical Social Intelligence (ICCSI)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 653–658. Citado na página 30.

XIA, Y. et al. Ai-driven and mec-empowered confident information coverage hole recovery in 6g-enabled iot. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, v. 10, n. 3, p. 1256–1269, 2023. Citado na página 20.

YAO, Y. et al. A node deployment optimization algorithm of wsns based on improved moth flame search. *IEEE Sensors Journal*, v. 22, n. 10, p. 10018–10030, 2022. Citado na página 32.

YAO, Y. et al. Research of coverage optimization strategy based on improved northern goshawk algorithm. *IEEE Sensors Journal*, v. 24, n. 16, p. 26668–26681, 2024. Citado na página 20.

YAO, Y.-D. et al. Coverage enhancement strategy in wmsns based on a novel swarm intelligence algorithm: Army ant search optimizer. *IEEE Sensors Journal*, v. 22, n. 21, p. 21299–21311, 2022. Citado na página 20.

YU, D. et al. Dynamic coverage control based on k-means. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 69, n. 5, p. 5333–5341, 2022. Citado na página 19.

ÅSTRöM, K. J.; HäGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2nd. ed. Research Triangle Park, NC: ISA – The Instrumentation, Systems and Automation Society, 1995. Citado na página 55.