

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO – UFMA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA – CCET
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA EM REDE NACIONAL – PROFIS
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA – POLO 47

MARCUS ANDREY MOREIRA VIANA

UMA PROPOSTA DE ENSINO DA RELATIVIDADE FUNDAMENTADA NA
TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

SÃO LUÍS – MA

2022

MARCUS ANDREY MOREIRA VIANA

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DA RELATIVIDADE FUNDAMENTADA NA
TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física em Rede Nacional da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Linha de Pesquisa: Processos de ensino e aprendizagem e tecnologias de informação e comunicação no ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Edson Firmino Viana de Carvalho

SÃO LUÍS – MA

2022

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Diretoria Integrada de Bibliotecas/UFMA

MOREIRA VIANA, MARCUS ANDREY.

Uma Proposta de Ensino da Relatividade Fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa / MARCUS ANDREY MOREIRA VIANA. - 2022.

137 f.

Orientador(a): EDSON FIRMINO VIANA CARVALHO.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Rede - Ensino de Física em Rede Nacional/ccet, Universidade Federal do Maranhão, São Luís Maranhão, 2022.

1. Aprendizagem significativa. 2. Mapa conceitual. 3. Relatividade de Galileu. 4. Relatividade especial. I. VIANA CARVALHO, EDSON FIRMINO. II. Título.

MARCUS ANDREY MOREIRA VIANA

**UMA PROPOSTA DE ENSINO DA RELATIVIDADE FUNDAMENTADA NA
TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física em Rede Nacional da Universidade Federal do Maranhão como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada em: 29 / 12 / 2022

BANCA EXAMINADORA

Edson Firmino Viana de Carvalho (Orientador)
Doutor em Física – Universidade Federal do Maranhão
Presidente

Karl Marx Silva Garcez
Doutor em Física – Universidade Federal do Maranhão
(Examinador Interno)

Marcelo Castanheira da Silva
Doutor em Física – Universidade Federal do Acre
(Examinador Externo)

AGRADECIMENTOS

À Deus, pois somente foi possível concluir este trabalho em virtude da sua colaboração e permissão.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por meio do código 001, pelo apoio financeiro.

Ao Senhor Jesus Cristo porque sempre colaborou comigo nos momentos alegres e principalmente nos momentos difíceis.

RESUMO

Neste trabalho procuramos comentar de uma forma didática e matematicamente acessível os tópicos mais relevantes para a relatividade de Galileu e da relatividade especial levando em conta a aprendizagem significativa de David Ausubel e com a colaboração dos mapas conceituais de Novak. Assim pode ser mostrado ao aluno como foi a transição da teoria Clássica para a teoria da Relatividade Moderna, isto é, como era observado o conceito de espaço na Teoria Clássica e como ficou na Teoria da Física Moderna, que unificou o espaço com quatro dimensões, isto é, três dimensões espaciais e um temporal. Nesse sentido, é mostrado ao aluno do Ensino Médio que podemos ancorar os conceitos já adquiridos em sistemas de referências inerciais, através das transformações de espaço e de velocidade de Galileu e que com isto, para o caso de velocidades acima de 1% da velocidade da luz, podemos inserir os conceitos de transformada de Lorentz-Fitzgerald com intuito de considerar os efeitos relativísticos nas coordenadas espaciais. Nestes casos, teremos efeitos de contração do espaço e dilatação do tempo. Paralelamente a esses efeitos, abordamos aplicações e exercícios familiares aos alunos, como viagens espaciais, movimento ou lançamento de satélites com demonstrações algébricas e geométricas simples para mostrar o fator de Lorentz-Fitzgerald e as correções de intervalo de tempo. Também propomos a utilização dos mapas conceituais na concepção de Novak não apenas para facilitar a aprendizagem, mas também como exercício de fixação de conceitos de modo a acompanhar a aprendizagem dos alunos. Os mapas conceituais nesta perspectiva mostram um esquema gráfico ao aluno, evidenciando as conexões entre os conceitos mais significativos da Teoria Clássica da Relatividade de Galileu e a teoria associada à nova Física Moderna. Assim, o que estamos propondo é uma sequência didática ancorada na Teoria da Aprendizagem Significativa capaz de facilitar o processo de ensino e aprendizagem. O resultado da aplicação dessa proposta, numa turma de terceiro ano do Ensino Médio, mostra que apesar do nível de dificuldade imposta pelo próprio conteúdo, aspectos como engajamento e avaliação evidenciam um rendimento aceitável dos alunos, o que mostra indícios de que a aprendizagem tenha sido significativa

Palavras-chaves: Relatividade especial; Relatividade de Galileu; Mapa conceitual; Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

In this work we try to comment in a didactic and mathematically accessible way the most relevant topics for Galileo's relativity and special relativity taking into account the significant learning of David Ausubel and with the collaboration of conceptual maps of Novak. Thus, the student can be shown how the transition from the Classical theory to the Modern theory of Relativity was, that is, how the concept of space was observed in the Classical Theory and how it was in the Theory of Modern Physics, which unified space with four dimensions, that is, three spatial dimensions and one temporal. In this sense, high school students are shown that we can anchor the concepts already acquired in inertial reference systems, through Galileo's space and velocity transformations and that with this, for the case of velocities above 1% of the velocity of the light, we can insert the concepts of Lorentz-Fitzgerald transform in order to consider the relativistic effects in the spatial coordinates. In these cases, we will have effects of space contraction and time dilation. Alongside these effects, we cover applications and exercises familiar to students, such as space travel, motion or launching satellites with simple algebraic and geometric proofs to show the Lorentz-Fitzgerald factor and time interval corrections. We also propose the use of conceptual maps in Novak's conception, not only to facilitate learning, but also as an exercise in fixing concepts in order to accompany students' learning. The conceptual maps in this perspective show a graphic scheme to the student, highlighting the connections between the most significant concepts of Galileo's Classic Theory of Relativity and the theory associated with the new Modern Physics. Thus, what we are proposing is a didactic sequence anchored in the Theory of Meaningful Learning capable of facilitating the teaching and learning process. The result of the application of this proposal, in a third-year high school class, shows that despite the level of difficulty imposed by the content itself, aspects such as engagement and evaluation show an acceptable student performance, which shows signs that learning has been significant.

Keywords: Special relativity; Galileo's relativity; Conceptual map; Meaningful learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de mapa conceitual sobre física relativística.	20
Figura 2 - Referencial de velocidade.....	23
Figura 3 – Esquema de referenciais descrevendo a variação da velocidade	23
Figura 4 - Percepção do observador da nave A.....	30
Figura 5 - Percepção do observador no planeta.....	30
Figura 6 - Trajetória da luz no referencial observador O	31
Figura 7 – Dilatação Comprimento Trem.....	33
Figura 8 - Interferômetro de Michelson e Morley.....	35
Figura 9 - Raio perpendicular a velocidade.....	36
Figura 10 - Referencial	39
Figura 11 – Deformação espaço tempo ilustrada numa cama elástica	42
Figura 12 – Princípio da equivalência	50
Figura 13 - Telescópios montados em Sobral pela equipe inglesa na observação do eclipse solar de 1919.....	55
Figura 14 – Imagens astrofotográficas do Observatório Nacional	56
Figura 15 - Esquema publicado pelo Observatório Nacional.....	56
Figura 16 – Síntese da avaliação diagnóstica realizada com 15 alunos da turma	63
Figura 17 – Síntese da avaliação somativa.....	74
Figura 18 - Mapa conceitual 1	77
Figura 19 - Mapa conceitual 2.....	78
Figura 20 - Mapa conceitual 3	79

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	14
2.1	Teoria de Ausubel: a aprendizagem e sua relação com o conhecimento prévio....	14
2.2	A teoria de Novak e o uso dos mapas conceituais	16
2.3	Aprendizagem significativa e os mapas conceituais.....	17
2.3.1	A aprendizagem significativa e a teoria da relatividade especial	17
2.3.2	Mapa Conceitual Na Teoria Da Física Relativística.....	20
3	TÓPICOS DE RELATIVIDADE.....	21
3.1	Contextualização do experimento de Galileu para queda livre.....	22
3.2	Equações de transformação de Galileu	22
3.3	Introdução a teoria da relatividade especial	24
3.3.1	Contextualizando o problema da medição do tempo, sincronização e simultaneidade.....	25
3.3.2	Demonstração da invariância da velocidade da luz.....	26
3.3.3	O fator de Lorentz-Fitzgerald (γ)	27
3.3.4	O fator de Lorentz-Fitzgerald para conversão nas medidas das coordenadas temporais	29
3.3.5	A utilização do fator de Lorentz-Fitzgerald na conversão de medidas de comprimento ou espaço	33
3.3.6	O experimento de Michelson e Morley	34
3.3.6.1	Demonstrações usando a relatividade de Galileu e a de Lorentz-Fitzgerald para o experimento de Michelson e Morley	36
3.3.7	O Efeito Doppler Relativístico	40
3.3.8	Mudança para o vermelho e mudança para o azul.....	40
3.4	A relatividade geral	41
3.4.1	Curvatura do espaço-tempo e gravitação geométrica	42
3.4.2	Dilatação do tempo na Relatividade Geral	43
3.4.3	Princípio da equivalência.....	44
3.4.4	A contextualização das ondas gravitacionais.....	45
3.4.5	Modelo matemático simplificado da onda gravitacional.....	47
4	CONTEXTUALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE SOBRAL EM UMA PERSPECTIVA PARA O ENSINO MÉDIO.....	50
4.1	Contextualização da observação em Sobral	53
4.1.1	Duas expedições: uma britânica e outra do Observatório Nacional	53
4.1.2	Montagem do Telescópio Astrofotográfico	54
5	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	57
5.1	Proposta de sequência didática para o ensino da relatividade.....	57
5.1.1	A escolha do objeto de estudo	58
5.1.2	Primeiro encontro	58
5.1.3	Segundo encontro	59
5.1.4	Terceiro encontro	60
5.1.5	Quarto encontro	60
5.1.6	Quinto encontro	61
6	ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	62

6.1	Avaliação diagnóstica	62
6.2	A avaliação formativa	63
6.3	Análise da avaliação somativa	64
6.7	Construção do mapa conceitual.....	75
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS	80
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81
	ANEXO A – SIMULTANEIDADE E SINCRONIZAÇÃO.....	86
	ANEXO B – PARADOXO DOS GÊMEOS.....	87
	ANEXO C – PARADOXO DO COMPRIMENTO	88
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO	89
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DA AVALIAÇÃO SOMATIVA	90
	APÊNDICE C – PRODUTO EDUCACIONAL.....	91

1 INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 2014) de uma forma geral vão direcionar/auxiliar professores, coordenadores e diretores por meio de diretrizes, que por sua vez estão relacionadas a formação de educandos que sejam cidadãos participativos, reflexivos e autônomos. Desta forma, pesquisas e investimentos devem considerar/adaptar os PCNs a realidade local, pois um dos objetivos dos PCNs é levar o acesso a todos os alunos ao universo de conhecimento da educação básica, esteja ele em situação socioeconômica de maior favorecimento ou menor independente da localidade em que estiver. E a investigação de materiais de usos tecnológicos bem como a aplicação de instrumentos óticos na saúde e observação, o uso da radiação eletromagnética para a medicina estão previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No estado do Maranhão, a Secretaria de Educação (SEDUC) estabeleceu em 2014, em consonância com as ideias trazidas pelos PCNs, os conteúdos estruturantes da disciplina Física que se constituem como referência para definição dos componentes do planejamento do professor. Estes são: cinemática, dinâmica, estática, mecânica dos fluídos, termologia, ondulatória, óptica geométrica, circuitos elétricos, eletrostática, magnetismo, ondulatória e física moderna. Nesse contexto, em relação a Física Moderna, deve-se evidenciar ao discente o desenvolvimento da tecnologia contemporânea, tais como, chips, tela led, computadores, telefones inteligentes “smartphones”, aparelhos utilizados na área médica entre várias outras tecnologias que cercam nosso cotidiano. É interessante enfatizar que os exemplos citados anteriormente estão associados aos fenômenos oriundos das teorias da relatividade, da física quântica e da física nuclear, ambos contidos na ementa de Física Moderna. Que estar relacionado com o BNCC quando este se refere a espectro eletromagnético, modelos atômicos e cosmológicos, astronomia, evolução estelar, gravitação e mecânica de Newton por exemplos. No geral, para que o processo de ensino seja desafiador, prazeroso de forma a estimular a imaginação, é sugerido no PCNs: (i) a geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, ressaltando implicações éticas, ambientais, sociais/e ou econômica; (ii) a capacidade de utilização das reações nucleares em áreas industriais e médica, identificando vantagens e desvantagens.

Nesse trabalho será enfatizada a Teoria da Relatividade Especial (TRE) que está associada a problemas com velocidade relativamente alta se comparada a velocidade da luz. Exemplos envolvendo essa teoria são os mais variados, porém a grande maioria concentrada

aos problemas que envolvem gravitação, cosmologia e astrofísica. Pode-se dizer que tais problemas estão distantes do cotidiano dos discentes, contudo, sempre despertando a imaginação através de filmes, desenhos e séries. Um problema comumente discutido em sala de aula é a tecnologia GPS (do inglês *Global Position System*). O GPS, desenvolvido inicialmente com objetivos militares, é um aparelho utilizado para localização e sua precisão depende de cálculos que envolvem a TRE. Caso desconsidere tal teoria, a informação gerada pelo GPS perderá a precisão. Esse problema é atribuído a defasagem dos relógios contidos nos satélites que se comunicam com o GPS, em resumo, as velocidades dos corpos afetam a sincronia entre eles pela TRE. Outra aplicação cotidiana que envolve a TRE são as reações nucleares de reatores à fissão. Elas produzem energia elétrica e para seu cálculo é necessário saber a quantidade de massa do núcleo pesado que é convertida em energia em uma dada etapa do processo de produção, nesse cálculo devemos usar a TRE.

Uma das teorias mais conhecidas sobre aprendizagem é a desenvolvida pelo norte americano David Paul Ausubel (MOREIRA M.A., 2009) conhecida como aprendizagem significativa, que na nossa proposta usaremos sua teoria de aprendizagem como alicerce deste trabalho e em nossa proposta teremos a avaliação pelos mapas conceituais de Novak. Esta propõe que o processo de aprendizagem é baseado na assimilação de novos conceitos e proposições a partir de conceitos já conhecidos. Segundo Ausubel, a partir dessa definição, podemos separar o aprendizado mecânico do aprendizado significativo que requer três condições: (i) o material de aprendizagem deve ser conceitualmente claro e relacionado com conhecimentos já adquiridos; (ii) o aprendiz deve ter conhecimento relevante; (iii) o aprendiz deve estar motivado a aprender de modo significativo, ressaltando que a motivação está diretamente relacionada com as estratégias de ensino e de avaliações. Uma estratégia interessante para professor e aprendiz e que combina o ensino e a avaliação é através dos mapas conceituais (AUSUBEL, 1980).

Os mapas conceituais foram desenvolvidos em 1972 pelo norte americano Joseph Donald Novak na universidade de Cornell. A ideia de mapas conceituais é a de relacionar conceitos e esquematizar essas conexões graficamente e hierarquicamente. De uma forma simplista, representamos os conceitos através de rótulos (círculos, quadrados, elipses, etc) sendo os conceitos mais inclusivos e gerais no topo de um diagrama, analogamente, os menos gerais ficam dispostos na parte inferior do diagrama. Os rótulos serão ligados se existir relações entre conceitos nos diferentes segmentos ou domínios do mapa conceitual.

Em 1991, Novak e Musonda, estudaram baseado na aprendizagem de David Ausubel, a maneira com que as crianças compreendiam a ciência e perceberam que era difícil

identificar mudanças específicas na compreensão de conceitos científicos apenas examinando entrevistas transcritas. Uma forma para superar esse problema encontrado pelos pesquisadores foi a utilização de mapas conceituais (mais adiante esclareceremos esse conceito). Pela teoria pedagógica de Ausubel e Novak, os mapas conceituais funcionam a partir dos conhecimentos prévios dos alunos do 3º ano do ensino médio no que diz respeito aos seus conhecimentos prévio de Relatividade de Galileu adquiridos no 1º ano do médio, daí está fundamentada a base desta proposta de produto educacional deste trabalho.

O desenvolvimento do produto educacional que será uma sequência didática sobre a Teoria da Relatividade Especial baseada na metodologia de ensino de Joseph Novak, que objetiva o uso de mapas conceituais para facilitar/acelerar a aprendizagem e identificar conceitos corretamente/erroneamente estabelecidos (avaliação). De certa forma, o uso da teoria de David Ausubel (MOREIRA, 2009) discutida brevemente e baseada na aprendizagem significativa faz parte desse trabalho, porém não daremos um enfoque demasiado para não desviar do tema principal. O intuito dessa proposta de produto educacional será direcionado para alunos da terceira série do ensino médio.

Para apresentação do conteúdo e do produto educacional dividimos esta dissertação em mais seis capítulos além da Introdução. No capítulo 2 é apresentado o referencial teórico pedagógico sobre o qual está fundamentado o trabalho: (i) Teoria de Ausubel: a aprendizagem e sua relação com o conhecimento prévio. (ii) A teoria de Novak e o uso dos mapas conceituais e (iii) Aprendizagem significativa e os mapas conceituais. Já o capítulo 3 apresenta uma fundamentação teórica e discussão de alguns conceitos e grandezas físicas na Mecânica Clássica. Por fim, apresentamos um debate de como a Relatividade é proposta a nível médio além de fundamentar a relatividade especial. No capítulo 4 falamos do experimento de Sobral e sua contribuição para a validação da teoria da relatividade de Einstein.

No capítulo 5 descremos o produto educacional proposto, que é uma sequência didática, mais precisamente, a metodologia utilizada no presente trabalho, descrição do grupo de alunos e da escola que será aplicado o produto educacional. O relato das principais observações derivadas dessa prática pedagógica se encontra no capítulo 6. No capítulo 7 tem-se o resumo das principais conclusões e perspectivas.

2 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Nesta seção apresentaremos a teoria de Ausubel e Novak sobre a aprendizagem que embasam a aplicação da proposta de produto educacional sugerida nesta dissertação.

2.1 Teoria de Ausubel: a aprendizagem e sua relação com o conhecimento prévio

Uma das teorias mais conhecidas sobre aprendizagem é a desenvolvida pelo norte americano David Paul Ausubel conhecida como aprendizagem significativa. Esta teoria propõe que o processo de aprendizagem é baseado na assimilação de conteúdos e proposições a partir de conceitos já conhecidos, denominados subsunçores, o que permite ao professor ensinar novos conceitos em sala de aula baseados em conhecimentos prévios dos estudantes de forma que a linha de raciocínio deles forme uma rede que evolui (modifica) a partir do conceito inicial, o que caracteriza a aprendizagem. Portanto, pela teoria de Ausubel, essa aprendizagem duradoura é um dos principais focos para o ensino significativo diferentemente da aprendizagem mecânica, que segundo esta teoria não se tem a assimilação dos conceitos por muito tempo. Sendo assim, a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel surge como uma alternativa ao tradicional ensino mecânico.

A concepção da teoria da aprendizagem significativa está baseada na teoria cognitiva criada pelo suíço Jean Piaget, que explica como ocorre a aquisição de informação do ser humano. De uma forma simplista, a cognição é a capacidade que todo indivíduo tem de receber informação, processá-lo e transformá-lo em conhecimento com base em um conjunto de habilidades mentais relacionadas a percepção, atenção, memória, pensamento (PIAGET, 1998), linguagem e aprendizagem.

Todas essas características já citadas anteriormente mostram que a aprendizagem nada mais é do que um processo cognitivo. Assim, podemos inferir que a aprendizagem significativa ou aprendizagem mecânica são processos cognitivos, porém apresentam diferentes vantagens e desvantagens. Por exemplo, na aprendizagem significativa a nova informação (ideia, conceito, proposição) conquista um significado que ancora a estrutura cognitiva preexistente enquanto a aprendizagem mecânica o conhecimento é armazenado de forma arbitrária, fazendo com que a aprendizagem significativa seja mais esclarecedora, duradoura e organizada na estrutura cognitiva que a aprendizagem mecânica. Por outro lado, as desvantagens seriam: (i) o tempo necessário para o aluno aprender é maior; (ii) falta de material de aprendizagem conceitualmente claro e relacionado com conhecimentos já adquiridos; (iii) dificuldade para o professor realizar a aprendizagem do aprendiz que não possui um

conhecimento relevante; (iv) a maioria dos professores não estão preparados para usar estratégias de ensino e avaliações para esse tipo de aprendizagem, o que afeta diretamente a motivação do aluno (MOREIRA, 2001).

Para Ausubel quanto mais se acumula conhecimento, mais temos o acesso ao saber, pois o aprendizado significativo vai acontecer pela ampliação de novos conhecimentos conectados com os já existentes no aprendiz e dando nova formatação ao processo de confecção de ideias e estas estabelecidas vão dar acesso aos novos saberes para o aluno. O lance genial para Ausubel é que o aprendiz consiga fazer *links* do novo conhecimento com o atual já existente, o que é proposto a ser assimilado para o aprendiz. E este conhecimento deve ser potencialmente revelador e deve também ser conhecimento adquirido de forma bem consistente (MASINI, 2008). Por outro lado, se o ensino for feito sem conexão com o que o aluno já sabe, muito provavelmente, a educação e o aprendizado ficaram sem sentido. E, portanto, nesta circunstância não acontecerá ancoragem de conhecimentos, visto que, para tal deve haver a possibilidade de reflexão e combinação das informações significativas.

Quando os conhecimentos se estabelecem de forma solta ou com ligações fracas na estrutura da mente do indivíduo, a assimilação do conteúdo terá breve duração, o que nada mais é que a aprendizagem mecânica. Porém, Ausubel acredita que a aprendizagem significativa e a mecanicista não são antagônicas, no entanto o processo de aprendizagem deve ir mais além. A aprendizagem significativa é de longa duração enquanto a mecânica é bem mais breve, pois a informação fica bem mais solta, e somente são recuperadas quando acontecem situações já conhecidas.

Para a aprendizagem significativa acontecer deve haver o *link* entre o que o aluno já sabe com os novos conhecimentos a serem transmitidos, caso contrário vem a aprendizagem mecânica ou a não aprendizagem (MOREIRA, 2011). Assim, uma das principais ferramentas auxiliaadoras nesse processo será o material de aprendizagem.

O material de aprendizagem deve conter sentido lógico e ter relação de forma que não seja sem nexos quando comparada a uma estrutura cognitiva, satisfatória e significante. O aluno deve conseguir em sua estrutura cognitiva conceitos de ancoragem de grande importância nos quais esse material possa ser combinado, o que significa, que o material se relaciona à estrutura cognitiva e o aluno deverá obter o conhecimento que é previamente necessário para fazer essa combinação no formato que se tenha um bom sentido. Portanto, o aluno é quem fornece significados aos materiais do aprendizado e os significados oferecidos podem não ser aceitos no formato da matéria de ensino. Obviamente, na aprendizagem o que se espera é que o aluno adquira novos conhecimentos, em conexão com materiais de aprendizagem, os

significados aceitos neste formato de matéria de ensino. Porém, isso depende de uma interrelação, de uma combinação e de significados, que pode ser que demande tempo.

O aluno deve fazer conexão com os novos conhecimentos, de forma não impositiva, a seus conhecimentos já adquiridos, isto é vontade de buscar o conhecimento. Trata-se do aluno por livre iniciativa e vontade de procurar o conhecimento correlacionado às informações que estão sendo tratadas. Por outro lado, o aluno pode querer dar significados aos novos conhecimentos e não ter conhecimentos prévios adequados, ou o material didático não ter significado lógico. Mesmo assim, ainda existe a possibilidade de motivação pelo fato do aluno ter a ciência de que sem uma boa assimilação dos conhecimentos fica difícil obter boas avaliações. Mas existe a chance de o aluno querer impor novos sentidos as informações transmitidas a ele e pode acontecer de deixar de lado os conhecimentos prévios já absorvidos e o material didático ser de pouca valia. Assim sendo, o que existe de mais importante na aprendizagem significativa é o que o aluno já possui de conhecimentos assimilados e os materiais didáticos serão a conexão que faz o link do aprendiz aos novos conhecimentos a serem assimilados (AUSUBEL, 1980).

2.2 A teoria de Novak e o uso dos mapas conceituais

Novak foi um psicólogo humanista com ênfase na visão da aprendizagem significativa, subordinada a ideais positivistas construtivista de pensamentos, responsável pelo desenvolvimento de uma técnica baseada nos princípios da diferenciação progressiva e a da reconciliação interativa denominada mapa conceitual. Os mapas conceituais definidos por Novak são figuras geométricas (seja círculos ou polígonos) que são vinculados entre si, conforme o grau de importância do conceito que a figura está destacando. Ou seja, uma figura carregando um conceito é ligada a outra contendo outro conceito e esta ligação deve ser respeitar o grau de hierarquia e afinidade entre os dois conceitos.

Ele defende o planejamento e organização para tornar a aprendizagem mais fácil e descarta a memorização, pois a memorização leva a assimilação do conhecimento por pouco tempo, o que torna o aprendizado insatisfatório. Novak diz que na aprendizagem significativa o aprendiz faz interações entre pensamentos, sentimentos e ações de maneira positiva construtivista o que acarreta a elevação do indivíduo que aprende. Isto é, a aprendizagem significativa leva ações para o engrandecimento humano. Para Novak, o processo de avaliação da aprendizagem evidencia que houve um aprendizado significativo e leva em conta o contexto social do aprendiz.

2.3 Aprendizagem significativa e os mapas conceituais

Segundo Ausubel a aprendizagem cognitiva é entendida como resultado do armazenamento padronizado de informações na mente do aluno. Neste contexto, a explicação da teoria dos conteúdos é feita em processos de aprendizagem. A aprendizagem significativa coloca como conjunto de ideias dos conteúdos em hierarquia de relevância. Uma hierarquia de conceitos representativos de experiência sensoriais significa uma estrutura cognitiva para o aluno e o processo contínuo da aprendizagem significativa acontece com interação entre o aprendiz e a teoria dos conceitos mais relevantes dentro de um conjunto de conteúdos (AUSUBEL, 1980).

Como ferramenta hierarquizada de apresentar conteúdos, temos o mapa conceitual inserido na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. Esta ferramenta possibilita uma visão bem ampla e interessante para o aprendiz na teoria dos conteúdos a ser transmitida ao indivíduo discente. Esta proposta promove ampliação visual do conhecimento a ser transmitido com base na premissa de que professor deve sempre buscar ferramentas para levar a informação dos conteúdos a ser trabalhado para os alunos de forma mais interessante e acessível (ONTORIA, 2005).

Os mapas conceituais são esquemas gráficos que representam conjuntos de conceitos de ideias dispostos em uma espécie de rede de proposições, com o intuito de deixar mais clara as informações de forma hierárquica. Nessa rede as conexões são lógicas e unem uma palavra-chave a outra, conforme prevê a teoria construtivista em que os conteúdos são apresentados com uso de instrumentos para facilitação de aprendizagem (ONTORIA, 2005).

Para montar mapas conceituais definimos diretrizes como regras das figuras antes mencionadas ou a organização em pirâmide da hierarquia dos conceitos em um conteúdo a ser transmitido para o aluno. O mais importante é que este marco de conceitos atenda a capacidade de mostrar o significado desses conceitos e as devidas relações entre eles pois, o mapa conceitual deve ser capaz de explicar o significado da relação que existe entre cada um destes conceitos. Logo, os mapas conceituais implementam os princípios da teoria de Ausubel com os diagramas indicando conceitos e as relações entre eles. Para Ausubel, o cérebro humano organiza as informações e as hierarquiza para fazer o seu devido armazenamento e assimilação, com isto os mapas conceituais contribuem significativamente para a manipulação e representação do conhecimento (MOREIRA, 2004).

2.3.1 A aprendizagem significativa e a teoria da relatividade especial

O aspecto inicial do processo de aprendizagem significativa são os conhecimentos prévios e os links que o professor deva trabalhar com o aluno. Vejamos agora, por exemplo, uma situação em que se precise trabalhar com os alunos conceitos de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, mais precisamente, a Teoria da Relatividade Especial (TRE). Para a TRE, os conceitos de estado de movimento e de repouso de um corpo, de cálculo de velocidade relativa entre dois sistemas de referenciais e medições de tempo de espaço e como esses conceitos mudaram em relação a mecânica clássica servirão de conhecimento prévio para fazermos o link com a Relatividade Especial.

Como estratégia se pode atribuir situações problemas em cima das situações iniciais que serviram de organizador prévio dos conceitos já existentes pelo aprendiz e a captação dos sentidos entre o já existente e o novo conteúdo proposto. Levando-se a criar na aula um modelo mental para o raciocínio do aluno ser mais estimulado que o normal e através deste modelo de experimentos mentais a assimilação do aluno dar-se-á que a aprendizagem certamente será significativa.

Vejamos, por exemplo, a seguinte situação problema: o que acontece com o tempo marcado por um relógio que viaja numa nave espacial que se desloca com velocidade próxima a velocidade da luz sabendo que ele foi sincronizado na Terra antes de ser embarcado para viajar? Nessa pergunta, o aluno será levado a pensar por meio do conhecimento prévio de medição de tempo na mecânica clássica que este relógio voltará para a Terra com o seu sincronismo perfeito. Mas, caso ele tenha o conhecimento prévio sobre o conceito de dilatação temporal, muito provavelmente, poderá afirmar que o relógio sofrerá defasagem na sua medição, pois ficou sujeito a efeitos relativísticos inerentes a viagem espacial em velocidade próxima à da luz.

Como visto anteriormente, outra estratégia pedagógica prevista pela teoria da aprendizagem significativa que pode ser utilizada para o ensino da relatividade é a construção dos mapas conceituais. Para o desenvolvimento dos conteúdos por mapas conceituais, o professor primeiramente precisa apresentar os conceitos da teoria da relatividade de Galileu como subsunçor para explicar a relatividade especial com o cuidado de mostrar a evolução da teoria clássica da relatividade, na qual o aluno já tem uma prévia informação, para a teoria da relatividade moderna que explica, os fenômenos físicos das altas velocidades no limite máximo da velocidade da luz.

A partir dos subsunçores que cada aluno adquiriu sobre a relatividade clássica de Galileu, eles poderão impor alguns ajustes na construção do mapa conceitual da Teoria da Relatividade na Física Moderna. Assim, esses novos subsunçores vão se formando e

interagindo com os conceitos já previamente existentes, o que caracteriza a reestruturação da aprendizagem significativa tornando o processo dinâmico, em que o conhecimento vai sendo fabricado e transformado.

O termo ancorar significa que determinados tópicos estão dentro de um conteúdo como ponto de partida de caráter muito expressivo em uma certa área do conhecimento e no processo de aprendizado para aprimorar esses assuntos são conectados em sequência lógica de conexões, todos estes assuntos vão se atualizando e se renovando simultaneamente e ficando cada vez mais estabilizado na física relativística.

Para podermos ter medidas mais precisas, o avanço científico foi essencial e pode ser explicado dentro da teoria de aprendizagem significativa em mapas conceituais no caso da evolução da teoria clássica da relatividade que afirmava que o espaço e tempo são conceitos absolutos perfeitamente distintos. Porém, na teoria da relatividade especial os subsunçores espaço-tempo se tornam apenas um, isto caracteriza um conceito chamado na aprendizagem significativa de recombinação de elementos esta reorganização significa o que chamamos de reconciliação interativa. Já o conceito de referencial da teoria da relatividade clássica era reduzido e se restringia a aplicações envolvendo mudanças de velocidade de um referencial para outro. Com a relatividade especial, temos uma abrangência maior, passamos a discutir/analisar eventos em que a velocidade e o espaço-tempo dependem de um referencial adotado, ou seja, o subsunçor referencial se torna mais complexo e capaz de servir de âncora para atribuição de novos significados e conhecimentos. Esse processo característico da dinâmica da estrutura cognitiva denomina-se diferenciação progressiva.

No caso da física relativística usamos um mapa conceitual no qual ele será usado para referenciar e destacar os conceitos da teoria de relatividade clássica como a teoria pioneira juntamente com os conceitos de tempo, espaço absoluto, velocidade relativa, relação da luz com o deslocamento do referencial ou da fonte emissora, relatividade especial com seus conceitos de tempo, espaço relativo, simultaneidade, sincronização, fator de Lorentz-Fitzgerald de contração do espaço, dilatação do tempo, experimento de Michelson-Morley e efeito Doppler para a luz. Todos estes conceitos pela teoria dos mapas conceituais devem ser explicados pelo professor licenciado em física.

3 TÓPICOS DE RELATIVIDADE

Antes do início do século XX a Física era governada em aspectos relativísticos pela teoria de Galileu e ele defendia que a trajetória de um objeto em queda não é visto no sentido de que a Terra é um corpo estacionário (SANTOS, Marco Aurélio, 2019). Em outras palavras, Galileu pregava que quando uma pessoa jogava uma pedra para cima ela retorna para sua mão e que além do movimento vertical, a pedra e a pessoa estão em movimento em relação a Terra. Newton e Galileu declararam:

“os movimentos relativos corpos contidos em um dado espaço são os mesmos, esteja aquele corpo em repouso ou em movimento retilíneo uniforme isto quer dizer que seja qualquer experimento em mecânica clássica são todos governados em qualquer que seja referencial inercial” (UFSC, 2022).

Isto mostra que as leis da Física Clássica valem para quaisquer que sejam os referenciais inerciais.

O termo “referencial” foi cunhado no século XIX, mas tem uma longa história, talvez começando com o surgimento da teoria heliocêntrica de Copérnico. Assim, a Terra e o Sol ficaram reconhecidos como referenciais inerciais sendo os seus movimentos admitidos para quaisquer corpos no mundo macroscópico. Galileu por outro lado demonstrou que a observação de Copérnico não se opõe a hipótese da experiência de uma Terra aparentemente estável (referencial inercial), tal que ela possa estar a princípio em repouso ou não segundo determinadas condições.

A intervenção, já citada ficou conhecida como o "princípio da relatividade de Galileu". Muito por influência de Newton, os experimentos realizados por Galileu apresentaram os mesmos resultados quer sejam em um sistema em movimento uniforme ou sejam eles em sistemas no estado de repouso. Ao mencionar o experimento de uma pedra caindo de uma torre, observa-se que ela cai na base da torre, em vez de ficar para trás, ou seja, aconteceria exatamente como se a Terra estivesse se movendo ou não, desde que o movimento terrestre seja suficientemente uniforme, pois o movimento vertical da pedra será suavemente composto por seu movimento horizontal. Assim, os corpos macroscópicos podem estar em Movimento Uniforme e Movimento Uniformemente Acelerado. (SANTOS, 2018)

Outro conceito importante na relatividade é a ideia do que seja um “ponto de referência” que é um padrão relativo ao qual o movimento e o repouso podem ser medidos, e

qualquer conjunto de pontos ou objetos que estejam em repouso um em relação ao outro, permitindo a nós, em princípio, descrever os movimentos relativos dos corpos. Um ponto de referência é, portanto, um dispositivo puramente cinemático, para a descrição da geometria do movimento sem levar em conta as massas ou forças envolvidas.

Uma descrição do movimento no mundo macroscópico leva a hipótese de um “referencial inercial” ou um “referencial relativo”, no qual os movimentos têm diferentes propriedades dinâmicas. Por essa razão, um referencial inercial deve ser entendido como um referencial espacial juntamente com alguns meios de medir o tempo, de modo que os movimentos possam ser distinguíveis (BISQUOLO, 2012). Este parece ser um conceito simples e direto.

3.1 Contextualização do experimento de Galileu para queda livre

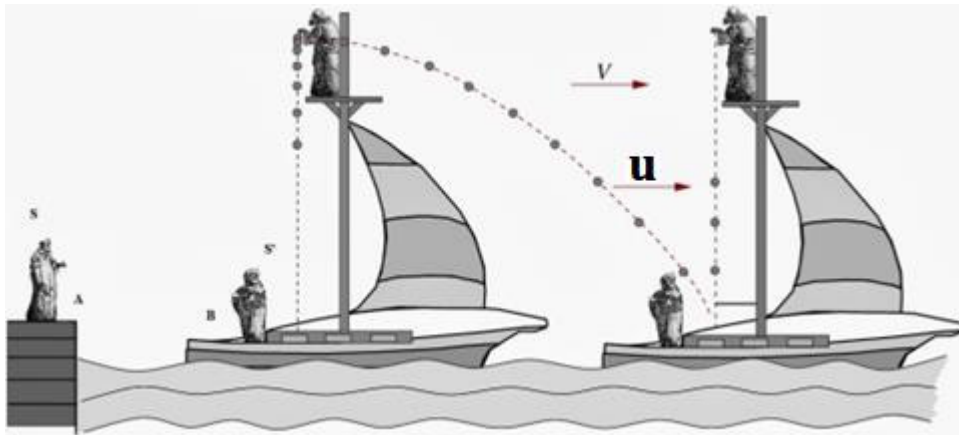
A ideia de que corpos mais massivos caem mais rapidamente que corpos menos massivos foi objeto de exercício para Galileu, que lançou a proposição de um experimento de queda livre, feito em um ambiente sem matéria, com um martelo e uma pena. Nesse problema mental, o martelo e a pena chegariam ao solo juntos quando lançados de uma mesma altura ao mesmo tempo (AGUIAR, 2012).

A concepção desse experimento provaria que na prática isso só não aconteceria no planeta por conta da sua atmosfera que produz uma força de resistência do ar, que nada mais é do que o arrasto aerodinâmico, que é diretamente proporcional à área e a densidade de massa dos objetos. Daí a explicação para as diferenças de tempo na queda do martelo e da pena.

3.2 Equações de transformação de Galileu

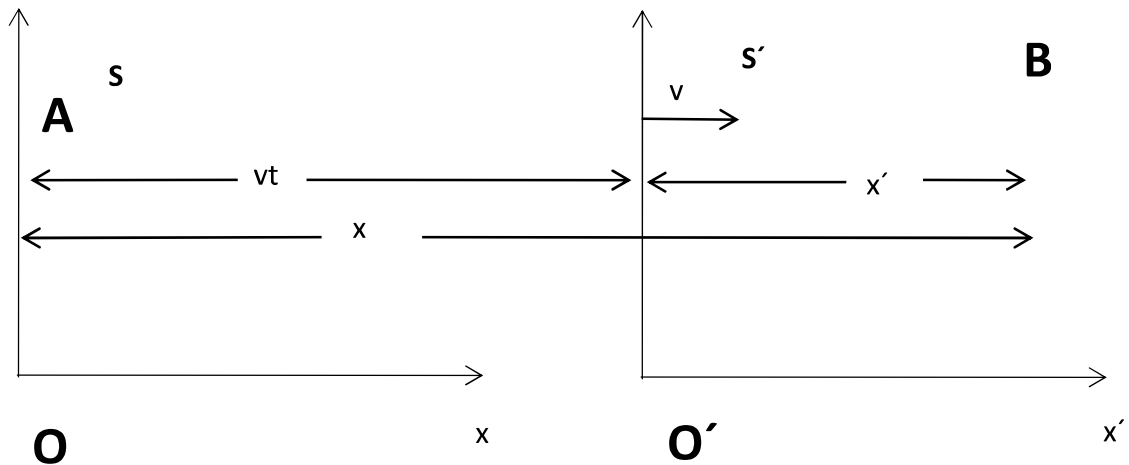
Vamos imaginar como exercício mental um indivíduo “A” observando um barco em um cais e que o barco possui um canhão com capacidade para realizar tiros de projéteis. No observador “A”, iremos colocar um sistema de referencial chamado de S e na popa do barco o sistema de referencial S'. Sendo que na proa do barco se localiza um observador “B”. Em um dado momento o barco começa a se movimentar em relação ao sistema de referência S com velocidade v partindo do cais onde está o observador “A”. No referencial de S, o barco tem posição x e no de S' o observador “B” tem posição x' de forma que pela teoria de Galileu que é verdadeira para velocidades muito inferiores a velocidade da luz, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2 - Referencial de velocidade



Fonte: <http://reflexoesnoensino.blogspot.com/2013/10/relatividade-de-galileu.html>

Figura 3 – Esquema de referenciais descrevendo a variação da velocidade



Fonte: Autores (2022)

Pela demonstração gráfica da Figura 2 obtemos as seguintes relações:

$$x = x' + vt, \quad (1)$$

$$y = y', \quad (2)$$

$$t = t' \quad (3)$$

ou na forma matricial

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -v \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Derivando em relação ao tempo as Eq. (1) a (3), temos que

$$v_{x'} = v_x - v, \quad (5)$$

$$v_{y'} = v_y, \quad (6)$$

$$dt = dt'. \quad (7)$$

Os referenciais citados são dispostos tal que os eixos correspondentes a S e S' são paralelos e o S' está se movendo na direção x com velocidade v em relação ao observador "A". No referencial S ou com velocidade $-v$ para o observador "B" em S'. E derivando a Eq. (5) temos que $a_{x'} = a_x$. Logo,

$$F = ma \quad (8)$$

e

$$F = ma', \quad (9)$$

que justifica o conceito de invariância das leis clássicas de Galileu para referenciais inerciais. Portanto, todo referencial que se move com velocidade constante em relação a um referencial inercial também é um referencial inercial. As leis de Newton e Galileu tem a mesma forma para qualquer que seja o referencial inercial.

Suponhamos, como exemplo, que o canhão do barco que foi citado anteriormente encontra-se em sua proa dê um tiro e a bala saia do seu cano com velocidade constante u em relação ao barco. Logo, para a bala em relação ao referencial S com o observador "A" teremos que

$$x = x' + v_r t \quad (10)$$

com

$$v_r = v + u. \quad (11)$$

Assim, a velocidade da Eq. (11) é em relação ao observador "A" em S, em que temos o princípio básico de transformação de velocidade da relatividade de Galileu que só é correta para baixas velocidades.

3.3 Introdução a teoria da relatividade especial

A relatividade especial (RE) em seu primeiro postulado afirma que "as Leis da Física são invariantes para todos os referenciais inerciais, isto é, para os referenciais não-acelerados". Obviamente, essa afirmação é válida para todos os referenciais que possuem velocidade constante em relação a seus observadores e eventos que estejam acontecendo e sendo comparados com estes referenciais. Logo, se temos um sistema de coordenadas S inercial e S' se move com velocidade constante para com S , então S' também é um referencial inercial. Isto também implica que não é possível ser identificado ou provado a existência de movimento

absoluto ou que ainda não existe nenhum referencial inercial que seja privilegiado em relação a qualquer outro referencial inercial que exista. Portanto, as leis da Física não permitem que seja possível ocorrer a existência de um referencial que se possa diferenciar em relação a outro. Matematicamente podemos provar que se por hipótese temos $x' = x - vt$ (equação de conversão de coordenadas de x para x' entre os sistemas S e S') e que $u = \frac{dx}{dt}$ (velocidade da partícula em relação ao referencial S) para u' (velocidade da partícula em relação a S') que

$$u' = \frac{dx'}{dt}. \quad (12)$$

Já a aceleração em S será

$$a = \frac{du}{dt} \quad (13)$$

e em S' aceleração a' é dada por

$$a' = \frac{du'}{dt}. \quad (14)$$

Por outro lado, quando temos $\frac{dv}{dt} = 0$ fica claro que v não varia com o tempo, ou seja,

$$a' = \frac{du}{dt} \quad (15)$$

e, portanto, $a = a'$.

O segundo postulada da RE menciona que a velocidade da luz é sempre a mesma independente da fonte emissora do pulso de luz e vale $c = 300.000 \frac{km}{s}$. Através deste postulada podemos demonstrar matematicamente que a luz é invariante para qualquer posição onde um experimentador colocar uma fonte de pulso luminoso, seja num referencial parado ou em movimento retilíneo e uniforme.

3.3.1 Contextualizando o problema da medição do tempo, sincronização e simultaneidade

Desde a antiguidade que as medidas de tempo se baseiam em comparar eventos de fenômenos envolvendo a luz (relógio do sol). Depois de Galileu veio o relógio de funcionamento mecânico como o de corda. Independente de qual tecnologia se possa usar, o que temos sempre é o princípio de medirmos o intervalo de tempo entre dois eventos não simultâneos, já que os eventos simultâneos ocorrem sem intervalos de tempo entre eles. Como todos os eventos que acontecem no nosso cotidiano são medidos através desta comparação, torna-se necessário, portanto, que se tenham relógios sincronizados para fazer as medições.

Algo que se tornou possível com o advento da RE, que faz uso de pulsos de luz para sincronizar os relógios, pois esses pulsos têm sua velocidade imutável para todos os referenciais inerciais.

Se dois relógios diferentes são sincronizados pelos conceitos de sincronização de Einstein e Poincaré no qual diz que o fator de correção para sincronizar dois relógios é dado pela medida do tempo com que um pulso de luz vai do relógio 1 ao relógio 2 (t_1) e depois retorna ao relógio 1 (t_2), na hipótese de o pulso ser imediatamente refletido de 2 para 1, somando-se as duas medidas e dividindo por dois. No que concerne a essa sincronização, temos a situação, por exemplo, de três eventos que ocorrem em coordenadas espaço-temporal distintas. Num evento 1 a emissão do pulso ocorre na posição do relógio 1, em que neste instante temos o acionamento do referido relógio. No evento 2, o pulso alcança a posição do relógio 2 e o aciona, e no evento três o pulso refletido da posição do relógio 2 alcança o relógio 1.

Com o processo de sincronização de Einstein e Poincaré podemos sincronizar com muita precisão as medições do tempo dos dois relógios mencionados, sendo que ambos devem se localizar num mesmo referencial inercial com velocidade relativa entre eles sendo nula. Caso contrário não teremos os requisitos para a devida sincronização e sua manutenção, pois relógio com localização espacial em diferentes referencias ainda que sejam inerciais, mas que exista velocidade relativa entre eles e está sendo próxima à da luz, vai gerar defasagem de tempo entre os relógios e a sincronização somente servirá para podermos comparar a questão das ocorrências de eventos em cada referencial de tempo e, assim, podermos classificar qual evento ocorreu primeiro em relação a cada relógio inserido no contexto estudado.

3.3.2 Demonstração da invariância da velocidade da luz

Seja a coordenada x no referencial S e a coordenada x' no referencial S' , em que temos na origem uma fonte emissora de uma partícula com velocidade u . No início da contagem do tempo o referencial S' tem uma velocidade v em relação a um observador estacionado na origem de S . Supomos agora que inicialmente as origens de S e S' coincidam e que $t_o = 0$ e $t'_o = 0$. Para a coordenada x em S temos

$$x = \gamma(x' + vt'). \quad (16)$$

que para a coordenada em x'

$$x' = \gamma(x - vt). \quad (17)$$

O fator γ será explicado posteriormente como sendo uma constante que traz uma correção a transformação de Galileu, já que estamos tratando de velocidades próximas a da luz. Logo, as transformações de coordenadas de S para S' necessitam de uma correção para que os resultados possam ser confirmados com a experiência.

Combinando as Eq. (16) e (17) obtemos que

$$\frac{x}{\gamma} = \gamma x + \gamma vt + vt' \quad (18)$$

ou ainda

$$t' = \gamma \left[t + \frac{x}{v} \left(\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right) \right]. \quad (19)$$

O termo $\frac{1}{\gamma^2}$ da Eq. (19) corresponde a um fator de correção e é dado por

$$\frac{1}{\gamma^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}, \quad (20)$$

em que c é a velocidade da luz. Assim, a Eq. (19) pode ser reescrita como

$$t' = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right). \quad (21)$$

Consideremos que a velocidade da partícula emitida em relação a S' seja

$$u' = \frac{dx'}{dt'}, \quad (22)$$

sendo que x' e t' é dado pelas Eq. (17) e (21), respectivamente. Então,

$$u' = \frac{u - v}{1 - \left(\frac{v}{c^2} \right) u}. \quad (23)$$

Fazendo a velocidade u da partícula igual a c , teremos

$$u' = c, \quad (24)$$

o que confirma o postulado da invariância da velocidade da luz.

3.3.3 O fator de Lorentz-Fitzgerald (γ)

Em caso de tentarmos usar as transformações de Galileu para fazermos manipulações das equações do eletromagnetismo de Maxwell de um referencial para outro, iremos observar que essas equações de Maxwell sofrerão mudanças. Logo, as transformações de Galileu não servem para tal aplicação. Sendo assim, precisava-se de correção, pois esta constatação comprovava a existência da onda eletromagnética que se desloca com velocidade

c. No regime de altas velocidades, a transformada de Galileu falha e não certifica o resultado experimental obtido para velocidade em torno de c .

Antes das equações de Maxwell, alguns cientistas já haviam detectado estas inconsistências na transformação de Galileu. Um desses pesquisadores foi o matemático e físico neerlandês Hendrik Lorentz, que tentou criar uma forma de tornar todas as leis da física invariantes para qualquer que seja o referencial inercial, coisa que as transformações de Galileu não ofereciam. A ideia de Lorentz foi adicionar um fator γ às equações de transformação da Relatividade de Galileu. Este fator tornou-se desde então uma ferramenta matemática importante para fazer qualquer lei da Física invariante em todos os referenciais inerciais, através da mudança de um sistema de coordenadas para outro.

A ideia de Lorentz é propor dois sistemas de referenciais inerciais S e S' , sendo que S' movimenta-se com uma velocidade v constante em relação a S no sentido positivo de x . Esta implicação permite que a conversão das coordenadas de Galileu introduzindo um fator γ para corrigir o problema da questão da invariância das leis da Física para todos os referenciais inerciais independente da velocidade de S' ser próxima de c ou não. Para isso, adota-se o critério que tempo e espaço não são absolutos. Logo, para referencial S' teremos coordenadas x e t , e no referencial S teremos outras coordenadas x' e t' . A expressão para x e x' é dado pelas equações (16) e (17), respectivamente, com o tempo no referencial S' sendo

$$t' = \frac{1}{v} \left(\frac{x}{\gamma} - x' \right). \quad (25)$$

Agora consideremos que um pulso luminoso seja disparado em $x_0 = x_{0'} = 0$ e $t_0 = t_{0'} = 0$, isto é, seja disparado simultaneamente em S e S' . Neste caso, teremos que as equações para x e x' obedecem ao postulado de que a velocidade c é a mesma para todos os referenciais inerciais. De forma que a Eq. (20) seja reescrita como

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (26)$$

com $\beta = \frac{v}{c}$. Este é o fator de Lorentz-Fitzgerald que procurávamos para corrigir as transformações de Galileu.

Para o caso em que temos pequenas velocidades ($v = 0,1c$), verifica-se que β^2 é bem menor que 1, de forma que podemos expandir a Eq. (26) em termos de um binômio de Newton, com isto simplificamos os cálculos eliminando o radical e a fração tal que:

$$\gamma = 1 - \frac{\beta^2}{2}. \quad (27)$$

3.3.4 O fator de Lorentz-Fitzgerald para conversão nas medidas das coordenadas temporais

Vamos pensar na seguinte situação: Num sistema estelar chamado de 4ZXKY existe um planeta X4K, neste planeta há um indivíduo que mora numa estrutura de observatório e chamaremos ele de observador O . Neste planeta temos a circunstância análoga de referencial inercial (referencial fixo em relação as estrelas do universo observável). Este indivíduo em X4K percebe no telescópio do observatório que mora, duas naves uma ao lado da outra e com mesma velocidade v constante passando próximas a órbita de seu planeta. Ambas são feitas de um material com propriedades de alta reflexão para a luz, em que chamaremos uma de A, onde existe um observador O' . Este observador aciona um comando que emite um pulso luminoso para a outra nave que chamaremos de B, e este pulso é refletido de volta para a nave A. A descrição desta situação é ilustrada nas Figura 4, 5 e 6.

Figura 4 - Percepção do observador da nave A

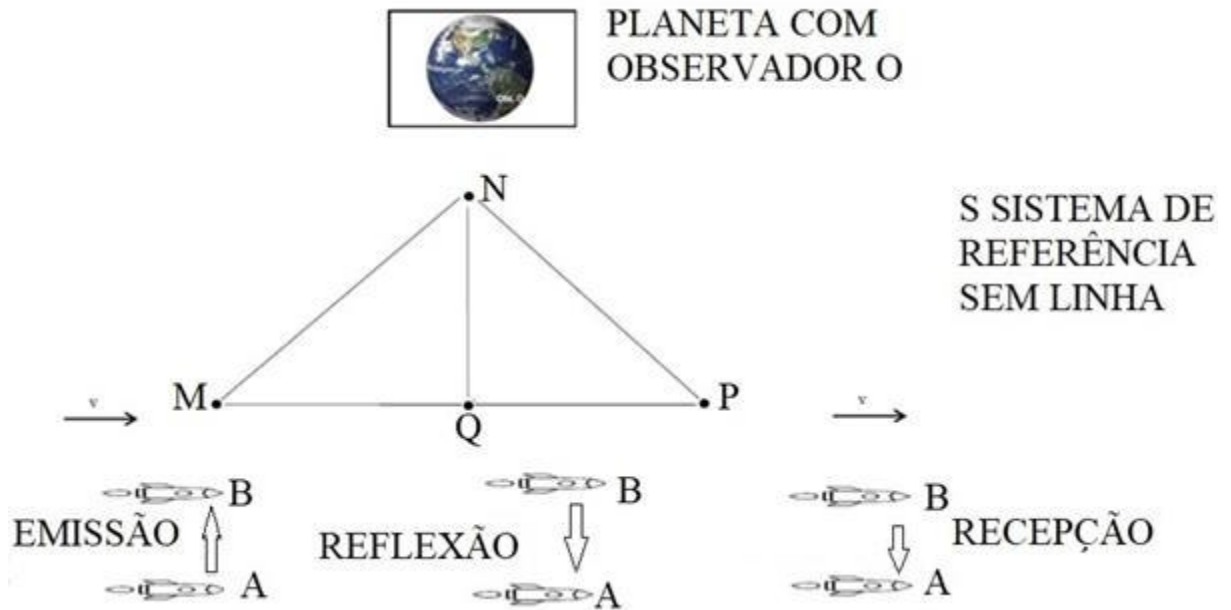
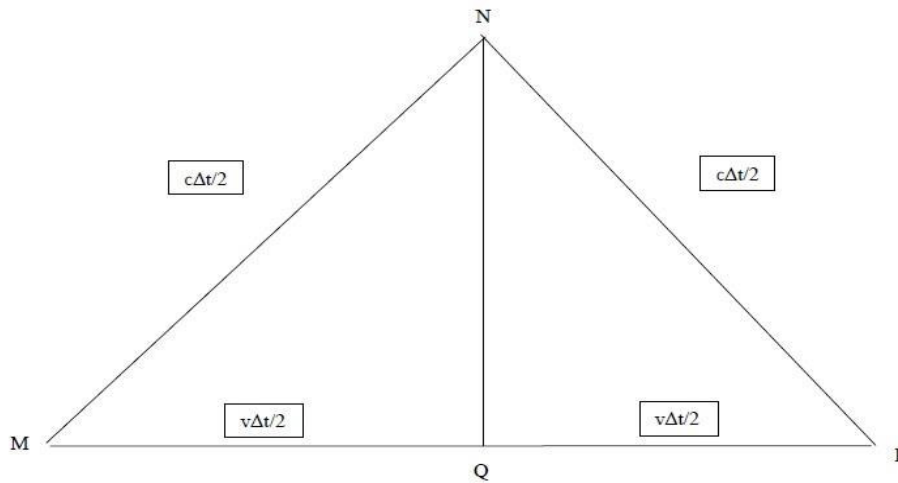


Figura 5 - Percepção do observador no planeta



Fonte: Autores (2022)

Figura 6 - Trajetória da luz no referencial observador O



Fonte: Autores (2022)

Pela Figura 6 verificamos que a distância M' para N' ($\overline{M'N'}$) é a mesma de N' para P' ($\overline{N'P'}$). Nesta situação afirmamos que no sistema S' é medido o intervalo de $\Delta t'$ denominado de intervalo de tempo próprio. Logo, temos que

$$\Delta t' = \frac{\overline{M'N'}}{c} + \frac{\overline{N'P'}}{c}. \quad (28)$$

Isto é,

$$\Delta t' = 2 \frac{\overline{M'N'}}{c}. \quad (29)$$

O tempo medido no sistema S é o intervalo de tempo em repouso ou intervalo de tempo estacionário, definido por

$$\Delta t = \frac{\overline{MN}}{c} + \frac{\overline{NP}}{c}. \quad (30)$$

Como $\overline{MN} = \overline{NP}$, teremos

$$\Delta t = 2 \frac{\overline{MN}}{c}. \quad (31)$$

A relação entre os intervalos de tempo próprio e de repouso será então

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{\overline{MN}}{\overline{M'N'}}. \quad (32)$$

Se considerarmos agora o triângulo ΔMNP , teremos que

$$\overline{MN}^2 = \overline{NQ}^2 + \overline{MQ}^2 \quad (33)$$

e

$$\overline{NQ} = \sqrt{\overline{MN}^2 - \overline{MQ}^2} \quad (34)$$

Como $\overline{NQ} = \overline{M'N'}$ e $\overline{M'N'} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} \times \overline{MN}$, então

$$\Delta t = \frac{\Delta t' \overline{MN}}{\sqrt{\overline{MN}^2 - \overline{MQ}^2}} \quad (35)$$

ou ainda

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{\frac{\overline{MN}^2}{\overline{MN}^2} - \frac{\overline{MQ}^2}{\overline{MN}^2}}} \quad (36)$$

Ainda na Figura 6, verifica-se que

$$\overline{MQ} = v \frac{\Delta t}{2} \quad (37)$$

e

$$\overline{MN} = c \frac{\Delta t}{2} \quad (38)$$

tal que a Eq. (36) possa ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t', \quad (39)$$

que é a equação da correção relativística para intervalos de tempo ou dilatação temporal. De forma simplificada a Eq. (39) torna-se

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (40)$$

com γ sendo definido pela Eq. (26).

No caso de os eventos não acontecerem simultaneamente, para convertermos de x para x' temos que

$$x' = \gamma(x - vt), \quad (41)$$

e por simetria, temos que os referenciais S e S' obrigatoriamente obedecem aos postulados da T.R.E., em que a velocidade de S a partir de S' é $-v$, tal que

$$x = \gamma[x' - (-vt')] = \gamma(x' + vt') \quad (42)$$

A Eq. (42) nos permite encontrar

$$t' = \frac{1}{\gamma v} (x - \gamma x'), \quad (43)$$

que a partir da Eq. (41), torna-se

$$t' = \gamma \left[t - \frac{x}{v} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \right]. \quad (44)$$

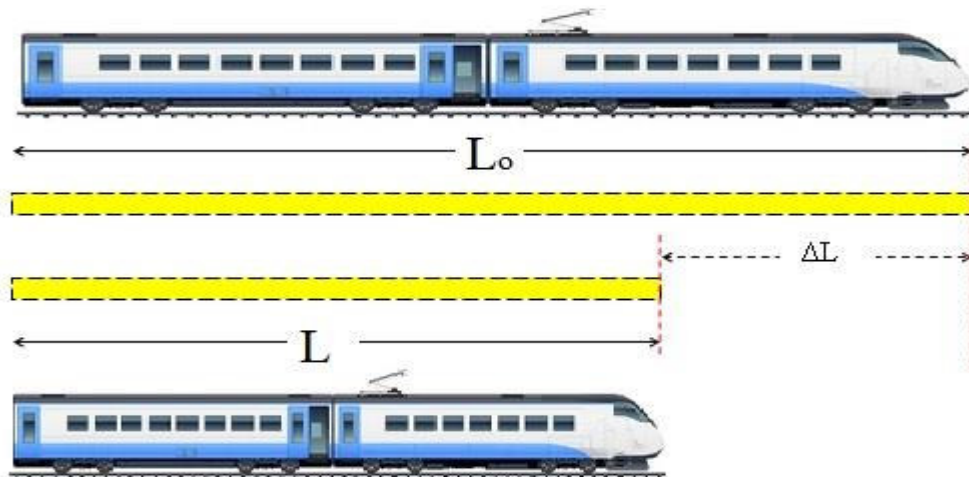
Como o fator de Lorentz-Fitzgerald é definido pela Eq. (20), então a Eq. (44) torna-se

$$t' = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right). \quad (45)$$

3.3.5 A utilização do fator de Lorentz-Fitzgerald na conversão de medidas de comprimento ou espaço

Imaginemos um trem (Figura 7) em que cada vagão possui uma medida x de comprimento. Para o caso de repouso ou velocidade quase nula, nesta situação a medida x é chamado de comprimento próprio. Para o caso de velocidade quase zero, o comprimento x do vagão do trem é percorrido por ele em um tempo dilatado Δt_0 . E para o caso do trem em velocidade altas teremos o comprimento percorrido de $x + \Delta x$, levando-se em conta o intervalo de tempo Δt_0 que é medido por um observador O parado em uma estação de trem que ver a composição ferroviária.

Figura 7 – Dilatação Comprimento Trem



Fonte: Autores (2022)

Para o caso de um observador O' dentro do trem que ver o seu vagão da composição em uma alta velocidade, ele mede o tempo em que este veículo percorre a distância x de um

único vagão vendo o citado vagão percorrer um poste parado na margem da linha férrea, com isto ele medirá um intervalo de tempo Δt mais curto que Δt_0 . Usando o tempo Δt para que o observador parado na estação ferroviária faça a medida do comprimento percorrido por um vagão, certificaremos que este resultado da medição será um valor x_0 contraído com relação a x . Matematicamente na TRE x e x_0 estão relacionados por

$$x_0 = \frac{1}{\gamma} x. \quad (46)$$

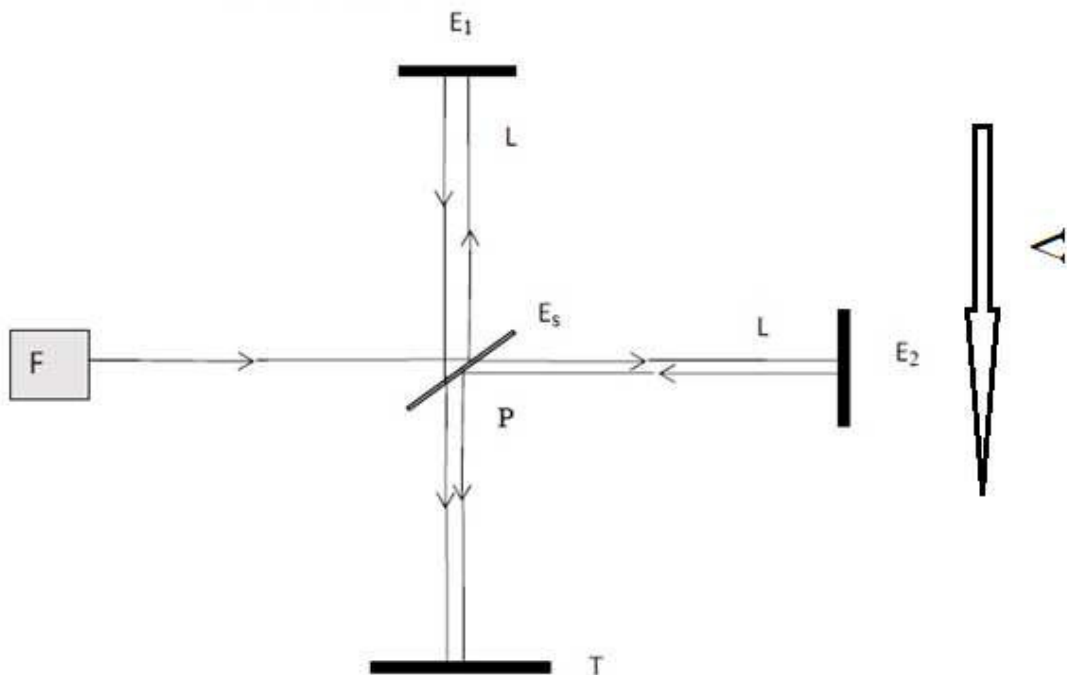
Este raciocínio é análogo a uma nave que viaja a uma velocidade próxima a da luz, em que um viajante dentro da nave mede o comprimento próprio x da nave. E um cientista em um observatório na Terra com alta tecnologia vê a nave e faz a medição do comprimento não próprio x_0 dela. O resultado será que o comprimento medido pelo cientista é menor que o resultado da medição do viajante da nave.

3.3.6 O experimento de Michelson e Morley

No fim do século XIX era inadmissível entender que uma onda, qualquer que seja sua natureza, pudesse se propagar sem um meio físico. Por isso, qualquer onda que fosse, deveria ocorrer em um meio material, obrigatoriamente, e no caso da eletromagnética o meio em questão era o éter. Conforme a teoria clássica, era de se esperar que a velocidade de propagação da onda eletromagnética em relação a Terra dependesse da direção de propagação desta onda, assim como um barco percorrendo um rio.

O éter era o meio único para o referencial absoluto do universo. Sem o éter era impossível saber se um corpo, vagando pelo vasto espaço, estaria ou não em movimento. Para comprovar a existência do éter, os pesquisadores Michelson e Morley realizaram em 1887 uma experiência, em que um raio luminoso vindo de uma fonte era dividido em dois por reflexão e transmissão através de um arranjo de espelhos inclinados e semitransparentes, depois os raios eram reunidos novamente formando uma figura de interferência num detector, conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 - Interferômetro de Michelson e Morley



F = Fonte Luminosa
 E₁ e E₂ = Espelhos
 E_s = Espelho semitransparente
 L = Distância percorrida pela luz

Fonte: Autores (2022)

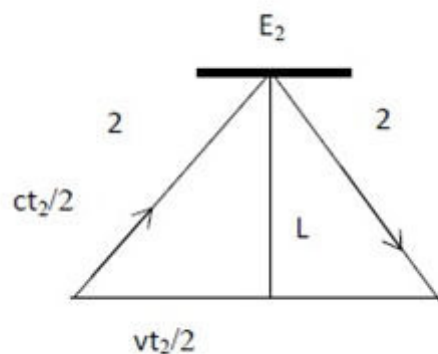
Michelson e Morley acreditavam que o tempo do percurso da luz na direção do movimento da Terra deveria ser maior que o tempo percorrido pela luz na direção perpendicular ao movimento da Terra. Mas as previsões teóricas falharam. Se houvesse diferença de tempo no percurso da luz, haveria uma alteração na figura de interferência vista no detector, mas nada aconteceu, pois, o tempo gasto pela luz foi sempre o mesmo, em qualquer percurso. O resultado dessa experiência comprovava que o éter não existia e que a luz poderia se propagar no vazio. Algumas hipóteses mais importantes delas é a contração dos comprimentos. De acordo com essa hipótese, os corpos ao se moverem, teriam seu comprimento encurtado.

3.3.6.1 Demonstrações usando a relatividade de Galileu e a de Lorentz-Fitzgerald para o experimento de Michelson e Morley

Usaremos a modelagem proposta por Galileu e por Lorentz-Fitzgerald para demonstrar qual método mais se aproxima com as observações do experimento de Michelson e Morley.

Para o método relativístico de Galileu faremos a análise na ótica de duas configurações, em que uma é perpendicular a outra, logo encontraremos dois tempos para as medições e uma diferença entre esses tempos. Essa diferença de tempo seria visualizada pelas figuras das franjas de interferência. Calcularemos a seguir o tempo necessário para a luz fazer o percurso de ida e volta entre os pontos E_1 e P , com este percurso paralelo ao tal referencial privilegiado éter. E o aparato, portanto, se deslocando a uma velocidade v em relação ao meio éter. Simplificadamente, esse raciocínio está ilustrado na Figura 9.

Figura 9 - Raio perpendicular a velocidade



Fonte: Autores (2022)

Consideremos para este modelo que t_1 seja o tempo gasto pelo raio para percorrer a distância na ida com velocidade $c - v$ (o raio estar oposto a velocidade da Terra) mais o tempo gasto pelo raio para percorrer a distância na volta com velocidade $c + v$ (a Terra no mesmo sentido), tal que

$$t_1 = L \left(\frac{1}{c - v} + \frac{1}{c + v} \right) \quad (47)$$

ou

$$t_1 = \frac{2L/c}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (48)$$

Como $v \ll c$, usaremos a aproximação

$$(1 - v^2/c^2)^{-1} = (1 + v^2/c^2) \quad (49)$$

resultando em

$$t_1 = 2 \frac{L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (50)$$

Calcularemos agora o tempo necessário para a luz fazer o percurso de ida e volta entre os pontos E_2 e P , com este percurso paralelo ao tal referencial privilegiado (éter). O aparato se desloca a uma velocidade v em relação ao meio éter. Assim teremos para o intervalo de tempo do raio 2

$$t_2 = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (51)$$

Considerando para o radical da Eq. (51) o binômio $(a + x)^n = a^n + na^{n-1}x$ com $a = 1$, $n = -1/2$ e $x = v^2/c^2$. Assim,

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (52)$$

Tal que,

$$t_2 = 2 \frac{L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right). \quad (53)$$

Portanto, $\Delta t = t_1 - t_2$ é dada por

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2}\right). \quad (54)$$

Fazendo agora o raio 2 paralelo a v e o raio 1 perpendicular, teremos

$$t_1^* = 2 \frac{L}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (55)$$

e

$$t_2^* = 2 \frac{L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (56)$$

com a variação de tempo nesse caso sendo

$$\Delta t^* = \frac{2L}{c} \left(\frac{v^2}{2c^2} - \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (57)$$

Consideremos que o deslocamento d de uma configuração de franjas de interferências do caso 1 para o caso 2, que é a primeira configuração rotacionada de 90° , dado por

$$d = c(\Delta t - \Delta t^*). \quad (58)$$

Substituindo na expressão acima as equações (54) e (57), teremos

$$d = 4L \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right). \quad (59)$$

Este resultado nos mostra que é esperado pela relatividade de Galileu um deslocamento das franjas de interferência quando ocorre a rotação, mas o que o experimento na prática comprovou foi que não existe nenhuma mudança. Logo, esta modelagem precisava de correção quando se trata de movimentos com velocidades próximas a da luz.

Vamos supor agora este mesmo aparato de Michelson e Morley na situação em que o éter não existe e que a Terra nestes casos relativísticos é um referencial inercial, adotaremos para todo o experimento como sendo um referencial S' que se movimenta com uma velocidade v em relação a Terra.

- I - Caso: raio refletido pelo espelho 1 paralelo a direção de v .

Usando a conversão de velocidade da Terra S para S' temos que

$$u' = \frac{u - v}{1 - (v/c^2)u}. \quad (60)$$

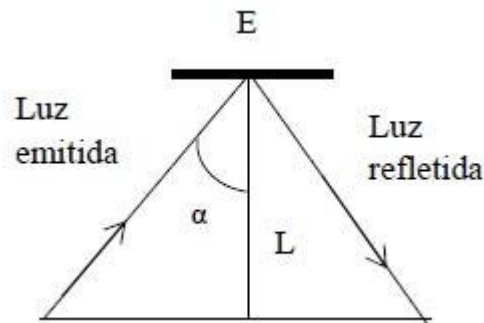
Para $u' = c$, e como $v \ll c$ temos que na Eq. (48) o termo $v^2/c \rightarrow 0$ torna-se

$$t_1 = 2 \frac{L}{c}. \quad (61)$$

- II - Caso: raio refletido pelo espelho 2 e perpendicular a direção de v

Considerando uma componente de v na direção do raio, encontraremos o mesmo resultado com a conversão de Lorentz-Fitzgerald já usada. Logo, a velocidade do raio continua sendo c , mas a distância entre os eventos – emissão da luz e reflexão no espelho – será abordada num aspecto diferente, pois para quem observa a emissão e a reflexão no referencial fixo, verá que esses pontos não passam pela mesma reta como quem está no referencial em movimento junto com S' (ver Figura 10).

Figura 10 - Referencial



Fonte: Autores (2022)

Tal que,

$$d = \frac{L}{\cos \alpha} \quad (62)$$

em que α é o ângulo de inclinação entre a luz emitida e o comprimento L , d representa a distância entre os eventos emissão e reflexão na visão de um observador fixo na terra S' . Observamos que para $L < d$ há uma contração do comprimento são duas distâncias diferentes cada uma em relação a um referencial a L .

Estão relacionadas, conforme a relatividade de Lorentz-Fitzgerald, o termo $d = \gamma L$.

Logo, o tempo de ida e volta desse raio de luz é

$$t'_2 = 2 \frac{L}{c}, \quad (63)$$

que é o tempo próprio ou

$$t_2 = 2\gamma \frac{L}{c} \quad (64)$$

também denominado de tempo não próprio. Fazendo $\Delta t = t_1 - t_2$, teremos

$$\Delta t = \frac{2L}{c} (1 - \gamma). \quad (65)$$

Fazendo a Rotação do aparato de Michelson e Morley, observa-se uma mudança na ordem dos raios de luz, mas o resultado para o intervalo demandado para os raios será o mesmo, ou seja,

$$\Delta t^* = \frac{2L}{c} (1 - \gamma). \quad (66)$$

Portanto, $\Delta t^* - \Delta t = 0$, o que concorda com a medição experimental, isto é, mostra que não haverá deslocamento nas franjas de interferência. A questão é que na época, não se conhecia a relatividade de Lorentz-Fitzgerald.

3.3.7 O Efeito Doppler Relativístico

As ondas de luz de uma fonte em movimento experimentam o efeito Doppler resultando um deslocamento para o vermelho ou azul na frequência da luz. Isto é semelhante, embora não idêntico ao que acontece, a outros tipos de ondas, como as ondas sonoras. A principal diferença é que as ondas de luz não precisam de um meio para viajar, portanto, a aplicação clássica do efeito Doppler não se aplica a essa situação. Sendo assim, a única teoria capaz de explicar este fenômeno é a relatividade de Lorentz-Fitzgerald.

Considere dois objetos: a fonte de luz e o observador. Como as ondas de luz que viajam no espaço vazio não atravessam um meio material, analisamos o efeito Doppler para luz em termos do movimento da fonte em relação ao observador. Neste caso, o observador recebe uma frequência f_o que seria diferente da frequência transmitida pela fonte f_f . Isso é calculado com a mecânica relativística especial, aplicando a contração necessária do comprimento e obtendo a seguinte equação:

$$f_o = f_f \frac{\sqrt{\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)}}{\sqrt{\left(1 \mp \frac{v}{c}\right)}} \quad (67)$$

em que v é a velocidade da fonte em relação a um referencial S' do observador.

3.3.8 Mudança para o vermelho e mudança para o azul

Suponhamos que uma fonte de luz se afasta do observador com uma frequência f_f , que é menor que a frequência percebida pelo observador. No espectro de luz visível, isso causa uma mudança para o vermelho no espectro de luz, por isso é chamado de desvio para o vermelho. Quando a fonte de luz está se movendo em direção ao observador, então f_o é maior que f_f . No espectro de luz visível, isso causa uma mudança em direção à alta frequência do espectro de luz. Esta mudança chama-se deslocamento para o azul.

Esse princípio é usado rotineiramente pela polícia nos radares para rastrear a velocidade. Pois, as ondas de rádio são transmitidas, colidem com um veículo e retornam. A velocidade do veículo (que atua como fonte da onda refletida) determina a mudança na frequência, que pode ser detectada com a caixa. Aplicações semelhantes podem ser usadas para medir a velocidade do vento na atmosfera, que é o "radar Doppler", do qual os meteorologistas usam bastante. Esse deslocamento Doppler também é usado para rastrear satélites. Observando

como a frequência muda e o fato de que carros não viajam com velocidades próximas a velocidade da luz, você pode determinar a velocidade relativa à sua localização, o que permite que o rastreamento baseado no solo analise o movimento dos objetos no espaço.

Na astronomia, essas mudanças são úteis para observar um sistema com duas estrelas, você pode dizer qual está se movendo em sua direção e qual é a distância, analisando como as frequências mudam. Ainda mais significativamente, as evidências da análise da luz de galáxias distantes mostram que a luz sofre um desvio para o vermelho, o que mostra que essas galáxias estão se afastando da Terra. De fato, os resultados disso estão um pouco além do mero efeito Doppler. Na verdade, isso é resultado da expansão do próprio espaço-tempo, como previsto pela relatividade geral. Extrapolações dessa evidência, juntamente com outras descobertas, apoiam a imagem do "big bang" da origem do universo.

3.4 A relatividade geral

Com a relatividade especial, os fenômenos físicos em todo universo ficam limitados a velocidade máxima que é a da luz, daí entra uma questão – a mecânica clássica não limita as velocidades do universo e com essa ideia se construiu a gravidade clássica de Newton, que estabelece uma interação entre corpos massivos pela qual a informação desta interação viaja a uma velocidade infinita, isto é, os corpos começam a interagir no mesmo instante que existe uma determinada distância entre eles. Tem-se ainda a ideia de que a gravidade clássica de Newton não explica de que forma se dá essa interação, pois a distância, diferentemente da teoria eletromagnética em que campos elétricos e magnéticos que atuam em região do espaço-tempo influenciam cargas elétricas com uma força de natureza eletromagnética, fato este que a relatividade clássica de Newton e Galileu não conseguiu explicar. Albert Einstein então observou que assim como a teoria da relatividade especial corrigiu a relatividade clássica e explicou as interações eletromagnéticas, a gravidade clássica de Newton também deveria ser corrigida para explicar determinados fenômenos em que ela falhava.

Einstein teoricamente mostrou que a lei da gravidade clássica de Newton era limitada às condições de corpos não muito massivos e em movimento com velocidades bem inferiores à da luz. Assim, demonstrou que a gravidade clássica de Newton se limita apenas às condições de baixas velocidades e ao chamado campo fraco. Einstein demonstrou também que a gravidade é gerada pela curvatura do espaço-tempo e não uma interação instantânea entre corpos massivos. Neste ponto, destaca-se que a relatividade especial ou restrita não explica o

fenômeno da gravidade, visto que os fenômenos dentro da relatividade especial levam em conta um espaço-tempo perfeitamente plano, ou seja, sem curvatura.

3.4.1 Curvatura do espaço-tempo e gravitação geométrica

Albert Einstein conseguiu visualizar que a gravidade não poderia ser explicada como sendo a interação de força vinda de dois corpos massivos, pois não fazia sentido a informação propagando-se mais rápido que a velocidade da luz. Para resolver esse impasse, ele idealizou a gravidade como sendo uma consequência da curvatura do espaço-tempo.

Esta ideia do espaço-tempo curvo não é de fácil assimilação e requer uma analogia para ser melhor entendida. Então, vamos imaginar uma cama elástica em forma circular e sobre ela colocaremos uma bola de boliche bem no seu centro, e vamos observar o que acontece com a cama antes da colocação da bola e depois da colocação da bola. Com a bola fica fácil observar que o plano que representava a forma circular da cama ficou deformado fazendo com que o seu centro, local de colocação da bola de boliche, ficasse com uma curvatura deformando o plano para baixo. Então, se fizermos o experimento de jogar uma bola de gude antes da colocação da bola de boliche e depois da colocação da bola de boliche, veremos que a trajetória em cada caso da bola de gude é muito diferente. no caso de já termos a bola de boliche no tecido elástico, ao jogarmos a bola de gude veremos que a trajetória desta pequena bola é desviada em virtude a presença da bola de boliche. Da mesma forma temos o nosso sistema solar, em que o Sol está deformando o tecido do espaço tempo e com isto os planetas ficam conectados em órbita em torno dele.

Figura 11 – Deformação espaço tempo ilustrada numa cama elástica



Fonte: Autores (2022)

A curvatura do espaço-tempo nas proximidades de uma estrela determina os caminhos naturais mais próximos de uma reta em um espaço-tempo plano, ou seja, essas linhas no espaço-tempo curvo são conhecidas como as geodésicas. E da mesma forma como o caminho mais curto entre dois pontos da superfície da Terra não é uma linha reta. Na teoria da Relatividade Geral, as geodésicas no espaço-tempo curvo determinam o desvio da luz e o movimento orbital dos planetas.

A relatividade geral é matematicamente expressa por um conjunto de equações diferenciais tensoriais não-lineares que definem como a geometria depende da quantidade de matéria-energia numa determinada região do espaço-tempo. Essas equações são chamadas de equações de campo de Einstein e as suas soluções podem render respostas para diferentes circunstâncias na física, incluindo o comportamento de corpos individuais e de todo o universo.

Einstein compreendeu que estas equações de campo podiam explicar o Cosmos. E logo em 1917, ele modificou a primeira versão de suas equações, adicionando o que chamou de "constante cosmológica". Isso representa uma força que deve agir para fazer um universo em expansão, neutralizando a gravidade, que tende a fazer o universo se contrair. Estudos posteriores mostraram que o universo estar em expansão e que a constante cosmológica casa perfeitamente com essa ideia, confirmada posteriormente.

3.4.2 Dilatação do tempo na Relatividade Geral

Em relatividade geral o tempo deverá ter um determinado ritmo conforme a aceleração do quadro de referencial onde temos um relógio para medir, tal que o quadro de referenciais não inerciais deveria ter o tempo mais lento em relação a quadro de referenciais inerciais. E pelo princípio de equivalência, um relógio estacionado num campo de gravidade de um objeto massivo vai experimentar um ritmo de tempo equiparado a um relógio em um quadro de referencial inercial com uma aceleração igual a do campo de gravidade do objeto massivo. Nessa conjuntura, pode-se também resolver o paradoxo dos gêmeos da relatividade especial, ou seja, quando observamos que o gêmeo que ficou na Terra experimenta apenas a aceleração da gravidade da Terra, que é um campo dito fraco, o gêmeo que viajou experimenta acelerações elevadas para chegar a uma velocidade próxima da luz e depois desacelerar para retornar a Terra e novamente acelerar e, por fim, desacelerar para pousar a nave na Terra.

A dilatação do tempo gravitacional é uma mudança no ritmo de tempo causada por um campo de gravidade, que, na teoria geral da relatividade, é descrita como um efeito no tempo

da curvatura do espaço-tempo. A teoria diz que quanto mais próximo um observador está de um acúmulo de massa agregada e quanto mais massivo for um corpo, mais devagar o tempo passa. Normalmente, não percebemos esses efeitos, já que eles são ínfimos no cotidiano humano. O intervalo de tempo decorrido na superfície de um corpo massivo em relação a um quadro de referencial não acelerado é dado por:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{2MG}{rc^2}}, \quad (68)$$

em que $\Delta t'$ é o intervalo de tempo no quadro de referencial de um corpo massivo, Δt intervalo de tempo no quadro de referencial sem aceleração, M é a massa do corpo, G é a constante de gravitação, r é o raio do corpo e c a velocidade da luz.

3.4.3 Princípio da equivalência

O princípio da equivalência afirma que todos os observadores em movimento inercial estão em situação equivalente, sendo em situação de aceleração seja por estarem em um referencial em movimento acelerado ou por estarem em um referencial com aceleração de um certo campo de gravidade. Este princípio surgiu como uma forma da Física generalizar a questão de corpos sujeitos a alguma aceleração seja por existir movimento inercial de um referencial ou por um referencial estar sujeito a ação de gravidade em virtude da geometria espaço-tempo.

São exemplos de situações derivadas da proposta deste princípio a de um indivíduo flutuando dentro de um elevador em queda livre em relação ao referencial do elevador ou um astronauta em uma nave à deriva pelo espaço. Nestes exemplos, tanto a pessoa quanto o astronauta estão em situações análogas. Se o astronauta liga os motores da nave que vai resultar uma aceleração em seu corpo e se o indivíduo no elevador está perfeitamente parado e a única aceleração sentida em seu corpo seja a gravidade. Logo podemos, com certeza, afirmar por equivalência que estas situações são totalmente análogas. Imaginemos que o astronauta na nave espacial ligue os motores do foguete de forma a produzir uma aceleração na nave no sentido do chão para cima e que logo após solte uma tigela, ele observará a própria tigela cair e se quebrar no piso da nave. Da mesma forma a pessoa dentro do elevador, perfeitamente parado na superfície da terra, solta de sua mão uma tigela, ela cairá e vai quebrar no piso. Ambas as

situações são implicações da influência de um campo acelerado por movimento inercial ou por gravidade são situações perfeitamente análogas.

O **princípio de equivalência fraca** diz que todos os objetos independentemente da quantidade de massa, quando em um mesmo campo gravitacional vão cair com a mesma taxa de variação de velocidade com o tempo, isto é, objetos na superfície da terra com massas diferentes e abandonados da mesma altura e ao mesmo tempo vão chegar juntos no chão desde que a resistência do ar, no experimento, tenha influência sobre os resultados das medições. Portanto, podemos fazer equivalência entre massa gravitacional e massa inercial.

Para Einstein, o princípio da equivalência diz que qualquer experimento deve ter o mesmo resultado seja realizado em laboratório ou em queda livre. E se realizarmos experimentos no espaço na ausência total de gravidade ou de ausência total de aceleração no mesmo quadro de referencial, e ainda se esse quadro de referencial está em situação de queda livre vamos concluir que teremos os mesmos resultados.

3.4.4 A contextualização das ondas gravitacionais

Como vimos, na relatividade, o espaço-tempo curvo gera a gravidade. Considere agora que estamos perturbando o espaço-tempo, por exemplo, girando uma massa pesada. Como a perturbação de um meio material pode viajar transportando energia e momento como uma onda, a perturbação do espaço-tempo também pode viajar. E quando ocorre o transporte de energia e momento pela distorção do espaço-tempo, obtemos ondas gravitacionais. As ondas gravitacionais são ondulações na geometria do espaço-tempo do Universo.

Em 1915, Einstein propôs sua teoria geral da relatividade e em 1916 ele previu a existência de ondas gravitacionais. Para tal proposição, Einstein obteve uma equação matemática chamada equação de onda. Esta equação é interpretada como propagação da vibração espaço-tempo como uma onda com velocidade da luz.

A onda gravitacional é gerada por corpos supermassivos orbitando entre si e vai se propagando a partir desta fonte geradora, gerando distorção na distância até a localidade onde é medida sua frequência, amplitude e comprimento de onda. Essa distorção foi medida com precisão usando laser. Em teoria, o laser percorre a distância por onde passa a onda gravitacional, essa distância sofrerá um encurtamento provocado pela onda que distorce o espaço-tempo. Logo, o laser vai acompanhar essa mudança na distância por onde a onda está passando. Daí por diante vamos medir os tempos do percurso do laser com a presença da onda

e sem a presença dela. Como a velocidade da luz é constante e não é afetada pela onda gravitacional, então as ondas gravitacionais são ondas de perturbação de uma métrica no espaço-tempo plano.

A mudança relativa no comprimento (chamada deformação) é então extremamente pequena $\Delta L/L \sim 10^{-21}$. A deformação da onda gravitacional decorrente da fusão de dois buracos negros também é calculada como sendo da mesma ordem. Isso explica por que físicos e astrônomos consideram o limite 10^{-21} tão importante, pois uma deformação da ordem de 10^{-21} significa que um comprimento de 1 cm deve ser medido com uma precisão de 10^{-21} cm. Para isso é preciso que os instrumentos sejam sensíveis o suficiente para detectar essa mudança minúscula no comprimento relativo com a finalidade de detecção de ondas gravitacionais.

O Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferometria a Laser (LIGO, do inglês *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*) detectou uma deformação da ordem de 10^{-21} em um interferômetro do tipo de Michelson, isto é, ele detectou a superposição de duas ondas. No LIGO, a luz de comprimento de onda conhecido de uma fonte de laser incide sobre um divisor de feixe (um espelho semitransparente) que permite que 50% da luz passe e 50% seja refletida a 90 graus. Os feixes de luz transmitidos e refletidos viajam através de dois braços do interferômetro para os espelhos para serem refletidos de volta e se fundirem no divisor. O divisor então reflete o feixe mesclado para um detector (fotodiodo). Na fusão, as ondas de luz de dois feixes se sobrepõem, que dependendo dos comprimentos do caminho percorrido pelos dois feixes, essa distância dos espelhos refletores dos feixes vindos do divisor produzirão um padrão de interferência no detector. Uma pequena diferença no comprimento do percurso resultará em um padrão de franja (anéis alternados ou tons claros e escuros). A separação das franjas depende do comprimento de onda e da diferença do comprimento do caminho dos dois feixes de luz.

Para um comprimento de onda de luz conhecido, a separação da franja dá a diferença no comprimento percorrido pelos dois feixes de luz, desde que os dois espelhos refletores sejam colocados a uma distância de L do divisor. A onda gravitacional ao se propagar ao longo dos braços, irá colocar os espelhos em oscilação e resultará na mudança dos comprimentos de L para $L + dL$ e $L - dL$. A mudança de comprimento dL resultará em um padrão de interferência e a mudança induzida dL pode ser medida. Os efeitos da onda gravitacional nos dois espelhos do interferômetro tipo de Michelson serão medidos e os tempos

que o laser levará para viajar entre os comprimentos do braço provará que a velocidade da luz é constante e que uma luz azul e uma luz vermelha percorrerão uma determinada distância de cada braço do LIGO.

3.4.5 Modelo matemático simplificado da onda gravitacional

Todas as ondas que se propagam apresentam três propriedades básicas: frequência, comprimento de onda e amplitude. Faremos uma breve e simples descrição matemática dessas características para a onda gravitacional. Consideremos dois buracos negros em processo de fusão, que é exatamente a junção de dois buracos negros formando um único corpo supermassivo, eles orbitarão em torno um do outro até que se complete o processo e então teremos um único buraco negro. Por muitos anos, provar a existência de buracos negros binários foi difícil devido à natureza dos próprios buracos negros e aos meios limitados de detecção disponíveis. No entanto, no caso de um par de buracos negros se fundir, uma imensa quantidade de energia deveria ser emitida como ondas gravitacionais. (https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_black_hole)

Com a evolução do processo da fusão a tendência da órbita entre os buracos negros é diminuir e o período orbital até se finalizar a citada fusão com a formação de um novo buraco negro estável. Contudo, antes disto as velocidades orbitais na fase final do processo tendem a ficarem altíssimas e amplitude da onda gravitacional emitida alcança seu pico de intensidade.

Durante o processo vamos considerar que os dois buracos negros tenham o mesmo raio e mesma massa, condições estas muito semelhantes às da observação feita em 2015. A distância dos buracos negros ao planeta Terra é medida em megaparsec (MICHEL, 2017) e a velocidade de órbita entre os buracos em termos de porcentagem da velocidade da luz. O raio de órbita é duas vezes o raio de um buraco negro, que é dado pelo estudo da métrica de Schwarzschild. E a massa do sistema de dois buracos negros é dada em termos de uma quantidade de vezes a massa do Sol. Assim, para a frequência temos:

$$f = \frac{v}{2\pi R} \quad (69)$$

com $R = 2R_b$. Sendo

$$R_b = \frac{2GM}{c^2} \quad (70)$$

e

$$v = x \frac{c}{100}. \quad (71)$$

Na Eq. (69) $M = nM_s$, em que n é o número de vezes da massa do Sol, ou seja, é a massa total do conjunto de buracos negros que formam o binário, M_s a massa do Sol, x é a porcentagem em relação a luz para a velocidade de órbita entre os buracos negros, R_b é o raio de um buraco negro e R o raio duplicado de um buraco negro formador do binário. Portanto, a Eq. (68) torna-se

$$f = x \frac{c^3}{800\pi G M_s n} \quad (72)$$

ou ainda ao substituírmos os valores das constantes

$$f = x \frac{80,532}{n}, \quad (73)$$

que é a equação final para a frequência.

Para o comprimento de onda sabemos que assim como as ondas eletromagnéticas, as ondas gravitacionais se propagam com a mesma velocidade da luz, tal que

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (74)$$

ou

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8 n}{80,532 x} m. \quad (75)$$

Para o cálculo da amplitude definiremos uma grandeza adimensional h que representa o esforço em decorrência da tensão e estresse no tecido espaço-tempo feito pela passagem da onda gravitacional. O efeito da passagem da onda vai gerar uma tensão que deverá distorcer o comprimento no braço do LIGO. Esse esforço também vem de cálculos avançados com a métrica de Schwarzschild. Esse fator de esforço h é dado por

$$h = \frac{2GM}{c^2 D} \left(\frac{v}{c}\right)^2. \quad (76)$$

A partir de todas essas definições, podemos calcular (MICHEL, 2017) uma estimativa de amplitude da onda no braço do LIGO que deverá ser a variação do seu comprimento com a passagem da onda gravitacional. Logo, a amplitude da onda no braço do LIGO será

$$A = L \times h \quad (77)$$

ou

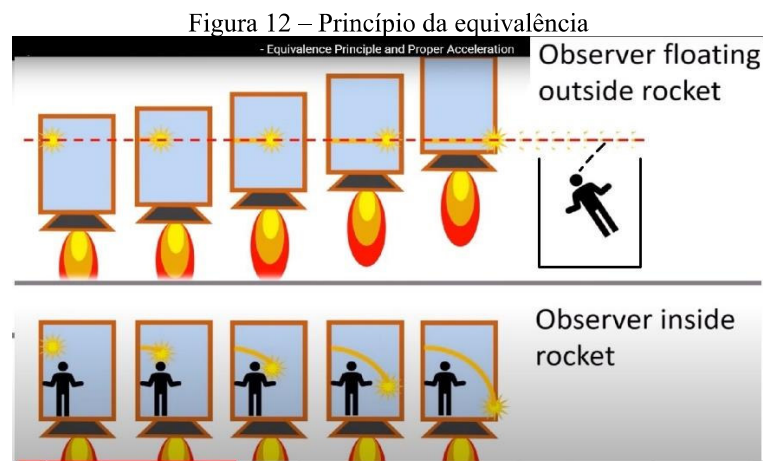
$$A = L \frac{2GM}{c^2 D} \left(\frac{v}{c} \right)^2, \quad (78)$$

em que L é o comprimento do braço sem o efeito da passagem da onda gravitacional e D é a distância da Terra aos binários de buracos negros.

4 CONTEXTUALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE SOBRAL EM UMA PERSPECTIVA PARA O ENSINO MÉDIO

Em 1915 Albert Einstein publica sua teoria da relatividade geral e o mundo da física fica perplexo com a ideia de que como a concentração de massa pode alterar as condições do tecido espaço-tempo já devidamente conceituado na teoria da relatividade especial. Conforme Einstein idealizou em sua nova teoria, em locais de forte concentração de massa, o espaço é distorcido e o tempo neste ponto vai passar de forma lenta.

Hoje já sabemos que um exemplo disto é a região do espaço conhecida como o horizonte de eventos dos buracos negros que é a fronteira teórica ao redor de um buraco negro a partir da qual a sua força da gravidade é tão forte que, nem mesmo a luz, consegue escapar. Portanto, neste horizonte de eventos, o tempo passará mais lentamente. Daí a ideia de que uma nave que viaja em velocidade constante e trajetória reta que ao se aproxima de um buraco negro terá sua trajetória encurvada pois nestes pontos o espaço está distorcido e o tempo vai passar mais lento para os viajantes da nave. Essa situação é análoga a de um raio que passa por uma fenda de um elevador adentrando nele em movimento e que é percebido por um observador que ver o raio entrar por um orifício e depois sair do elevador por outro orifício – o observador vê a trajetória do raio como sendo uma curva (veja Figura 12).



Fonte: Youtube Eigenchris (2022)

Pela teoria de Einstein ficou estabelecido que tanto a energia ou a matéria tem comportamento equivalente quando estão na proximidade de alta concentração de massa, portanto como já ficou explicado, pode ser que uma nave espacial passando pela proximidade

de uma localização de alta concentração de massa tenha sua trajetória entortada. No caso da nave espacial poderemos ter também a medição do tempo para observarmos que nesta situação ela vai passar de forma mais lenta que é o que ocorre no horizonte de eventos em buracos negros. Já para a radiação, apenas será observado o encurvamento da trajetória pois não podemos medir tempo próprio de radiação.

Na situação expressa anteriormente, você estar na superfície da Terra é equivalente a estar dentro de uma nave espacial (longe de qualquer fonte de gravidade ou outra força resultante) que está sendo acelerada por seus motores. A sentido ou vetor de equivalência de aceleração na superfície da Terra é "para cima" (força normal reação) ou diretamente em direção oposta ao centro do planeta, enquanto o vetor de aceleração em uma nave espacial é diretamente oposto ao sentido da massa gasosa da queima de combustível ejetada. A partir da equivalência, Einstein deduz então que objetos em queda livre não experimentam outra aceleração (por exemplo, em direção à terra ou outro corpo maciço), mas sim falta de peso aparente e nenhuma aceleração além de g .

A luz é pura energia, ou seja, não possui massa, mas para a relatividade geral nem a luz pode escapar de locais próximos a alta concentração de massa onde o espaço encontra-se deformado. Detalhe é que para um referencial no feixe de luz, o ponto ou o conjunto de pontos de intensa concentração de massa é que vai aproximar-se da referida luz. Esta situação é análoga a uma pedra que é abandonada em queda livre na superfície da Terra, em que pela relatividade geral a pedra cai, dado que, o espaço na superfície da Terra se encontra distorcido pela alta concentração de massa do planeta e somente para pelo impacto com o solo. A luz vinda de estrelas sofre a mesma influência ao passar próxima a superfície do Sol. Na teoria da relatividade geral deduzimos o cálculo real de quanto é esta deflexão, que também pode ser obtida pela mecânica clássica de Newton, porém para esta última o resultado é metade do valor encontrado por Einstein.

O astrônomo alemão Johann von Soldner, em 1801, publicou em seu artigo intitulado "sobre o desvio de um raio luminoso de seu movimento em linha reta devido à atração de um corpo celestial que passa próximo" um estudo, cujo objetivo era mostrar, a partir da teoria da gravitação clássica newtoniana e considerando o espaço euclidiano e perfeitamente geométrico, que as propriedades gerais e interações a partir de massa concentrada dão origem a teoria da atração da gravidade. Previamente, já haviam sido observados desvios consideráveis

da luz, como na aberração estelar, o que Soldner propõe é que, em um determinado instante, um raio de luz emerge. Contudo, devido a atração gravitacional, ocorre o desvio da luz, de forma a encurvar a sua trajetória. Nesta época ficou matematicamente demonstrado que quando um raio de luz de uma estrela qualquer passa próximo ao Sol, ele é atraído de forma que sua trajetória antes de passar pela superfície solar e depois formam a figura geométrica de uma hipérbole e daí encontramos a inclinação das suas assíntotas, que é exatamente igual a metade do valor do ângulo do desvio da luz nesta teoria. Portanto, desta descrição foi encontrado o resultado

$$\delta = 2 \frac{GM}{Rc^2}. \quad (79)$$

Na Eq. (79) M é a massa do Sol e R o raio do Sol. Se substituirmos os devidos valores na Eq. (79) obteremos $0,875''$, que é o ângulo de desvio da luz ao passar próxima do Sol em decorrência dos efeitos da gravidade de Newton considerando a massa solar e a geometria do espaço euclidiano.

O detalhe é que estes cálculos não eram correspondentes com a realidade do que de fato acontece com um feixe de luz de uma estrela que se aproxima da superfície solar. Einstein então fez uso da relatividade geral, que leva em conta uma geometria diferencial de Riemann, para propor através de três coordenadas espaciais e uma temporal os efeitos sofridos pela estrutura espacial prevista pelo encurvamento do espaço-tempo. Com isto o feixe de luz ao passar próximo a superfície do Sol iria sofrer um desvio com o espaço-tempo distorcido como previsto na Relatividade Geral.

A equação da trajetória encontrada por essa conjectura é do tipo diferencial de grau 2, o qual sua matemática complexa foge do escopo deste trabalho, e sua solução prever que o feixe de luz passaria muito próximo ao Sol, mas não sofreria desvio. Esse resultado é uma excelente aproximação para calcular o desvio verdadeiro do feixe que é igual ao dobro do arco cuja tangente é o coeficiente angular desta reta, isto é,

$$\delta = 4 \frac{GM}{c^2 R}. \quad (80)$$

Deste resultado foi encontrado o ângulo de $1,75''$, ou seja, o dobro previsto pela teoria de Newton para o desvio da luz.

Como a TR suscitou a discussão de quanto seria o desvio do raio de luz em torno do Sol, uma expedição liderada pelo cientista Arthur Eddington aproveitou um eclipse total do

Sol que poderia ser visto na cidade de Sobral em 1919 para fazer tal medição. Isto somente seria possível fazer nesta condição visto que com a incidência dos raios solares não se pode localizar um feixe de luz vindo de uma estrela mais distante e precisa-se fazer durante o dia para que a condição da superfície do Sol distorcesse o espaço-tempo promovendo desta forma o desvio esperado para se medir os efeitos relativísticos que ocorrem.

O experimento aconteceu e os astrônomos com seus aparelhos de observação dos astros e corpos celestes conseguiram medir o ângulo de desvio da luz nesta condição, cujos resultados foram divulgados em novembro daquele mesmo ano diante da Royal Society. Em seu pronunciamento, Eddington foi taxativo ao afirmar que: “Os resultados das expedições a Sobral e a Príncipe podem deixar poucas dúvidas de que a deflexão da luz acontece nas redondezas do Sol e que é pela quantidade demandada pela teoria da relatividade generalizada de Einstein, atribuída ao campo gravitacional do Sol.”. Ou seja, o valor igual ao dobro do que foi previsto pela teoria de Newton para a Gravitação. E ficou demonstrado que a gravitação relativística encurva o espaço, com isto o raio de luz que foi observado com o eclipse foi distorcido em sua trajetória e não ocorre atração da força da gravidade sobre o raio de luz como era previsto pela teoria clássica da gravitação.

4.1 Contextualização da observação feita em Sobral do eclipse solar de 1919

4.1.1 Duas expedições: uma britânica e outra do Observatório Nacional

Em 1917, os cientistas e astrônomos ingleses Frank Watson Dyson, diretor do Observatório Real de Greenwich e Arthur Stanley Eddington, um celebre cosmólogo, queriam colocar em prova a teoria de Einstein. A comunidade cosmológica assim como o próprio Frank Dyson era descrente com a novíssima Teoria da Relatividade Geral. Acreditava – se, por conta da guerra, que se deveria privilegiar a Teoria de Newton da Gravitação que trata este conceito como força agindo em um campo entre duas concentrações de massa em regiões do espaço distintas e assim teríamos uma interação instantânea entre dois corpos em contra posição a nova Relatividade Geral, que afirmava naquela época que a gravidade é a distorção do espaço-tempo em decorrência de uma região espacial com forte concentração de massa que pode até mesmo mudar a trajetória da luz. Mas Eddington, de sua parte, estava motivado com a Relatividade Geral (CRISPINO, 2018).

Frank Watson Dyson e Arthur Stanley Eddington usaram o eclipse de 1919 para fazer a prova se a teoria estava correta. A motivação de Eddington conseguiu convencer Dyson

sobre a relevância de se planejar e executar uma expedição para testar a nova teoria de Einstein para a propagação da luz e para Gravidade. Frank Watson Dyson era observador de eclipse e sabia que o experimento era de forte necessidade. Os locais escolhidos para a observação foram a Ilha de Príncipe na Costa Oeste da África, que é território de Camarões. Tal escolha se deu pelo fato do Sol não sofrer situações de sombras e também por estar em terra firme, visto que, nas outras áreas da África ou ele não seria perfeitamente visto ou não estaria em terra firme. O outro local escolhido foi o Brasil.

Watson Dyson recebeu uma correspondência do engenheiro Henri Charles Morize, diretor do Observatório Nacional do Rio de Janeiro. Neste documento histórico está registrado que Morize dizia que Sobral no Ceará é a segunda maior cidade deste Estado, e que possui muito boa infraestrutura para acesso.

Como teriam que fazer fotografias e observações para realizar as medidas e tirar suas conclusões além, claro, de checar os resultados, mandatoriamente o tempo deveria estar sem nuvens. Logo, a melhor opção para se conseguir a situação mais ideal possível para o experimento seria de que as observações fossem realizadas nesses dois locais.

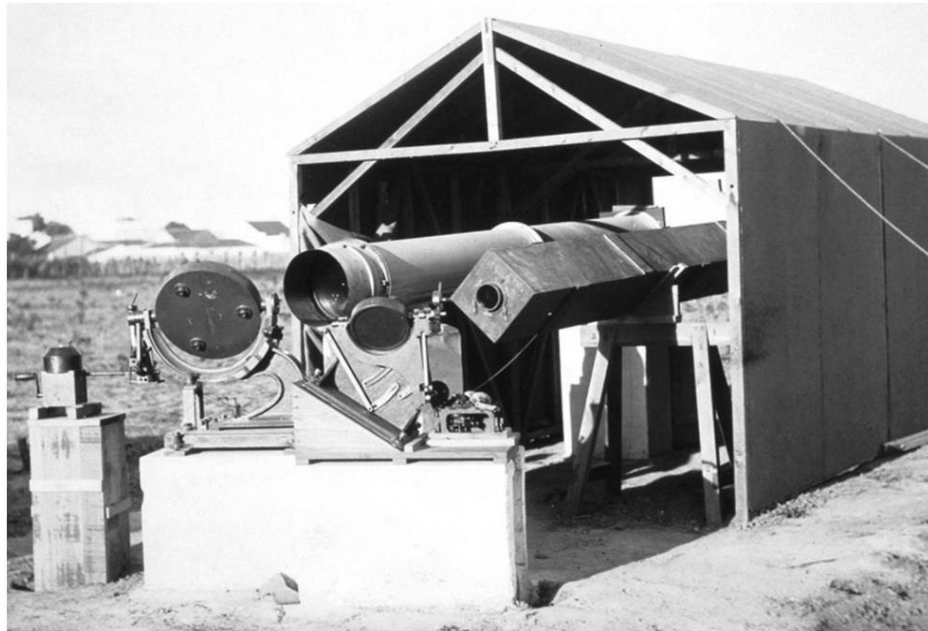
4.1.2 Montagem do Telescópio Astrofotográfico

A astrofotografia diz que, quanto mais ampla a lente, melhor. Uma distância focal deve ser menor que 24 *mm*, e a comitiva inglesa usou um foco de 11mm. Isto porque quanto menor a distância focal, maior seu campo de visão. Para obter resultados ainda melhores, foi feito com abertura menor, sendo que o ideal é que ela seja de, no máximo, $f/2,8$. Quanto menor esse número, maior a abertura da lente, e, conseqüentemente, maior a quantidade de luz que é capturada, que para o foco manual, era o necessário e o que se tinha nessa época.

Uma base de muito boa confiabilidade era essencial para manter a câmera estável. Isso porque qualquer mínima trepidação resultaria em uma foto borrada – o que se queria obviamente evitar. Para a astrofotografia, na época foi interessante fazer tudo numa base de pilares de tijolos para garantir a firmeza e estabilidade para todo o conjunto ótico incluindo o Astrofotográfico de 33 *cm*. E para se otimizar melhor as observações, o intervalo entre fotografias e o tempo total do eclipse, ficou estabelecido que o intervalo de tempo entre as fotos seriam de no mínimo de 5 segundos até 10 segundos. E tinha também 15 *cm* de abertura da objetiva e 8 *m* de distância focal conjugado com um celostato (conjunto de espelhos planos que permitem registrar a imagem refletida do Sol sobre uma placa fotográfica). Essas placas

possuíam dimensão de $23,5\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. A Figura 13 mostra o aparato experimental montado para a observação em Sobral.

Figura 13 - Telescópios montados em Sobral pela equipe inglesa na observação do eclipse solar de 1919

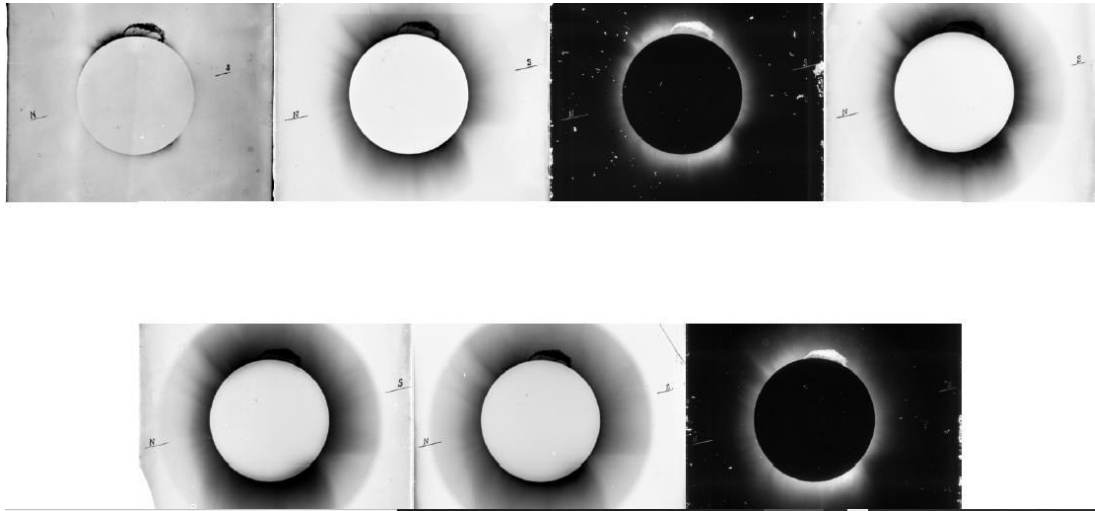


Fonte: CRISPINO (2019)

Os instrumentos dos astrônomos brasileiros eram equipamentos montados em uma praça em frente à igreja do Patrocínio, distante do local reservado aos britânicos. Que tinha a especificação: telescópio refrator, com uma lente objetiva de 15 cm de diâmetro e 8 m de distância focal, permanecia disposto horizontalmente, acoplado a um celóstato (conjunto de espelhos planos que permitem registrar a imagem refletida do Sol sobre uma placa fotográfica) do mesmo fabricante da luneta da marca Mailhat. Essas placas têm dimensão de $23,5\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. As imagens sobre as placas foram adquiridas no momento que a sombra da Lua ficou perfeitamente visível em formato de disco através do alinhamento Sol e Lua. A hora no dia que se iniciou, era exatamente às $8:55\text{ h}$, hora local, do dia 29 de maio de 1919. Num intervalo de $5\text{ minutos e }13\text{ segundos}$ foi registrado o eclipse em Sobral.

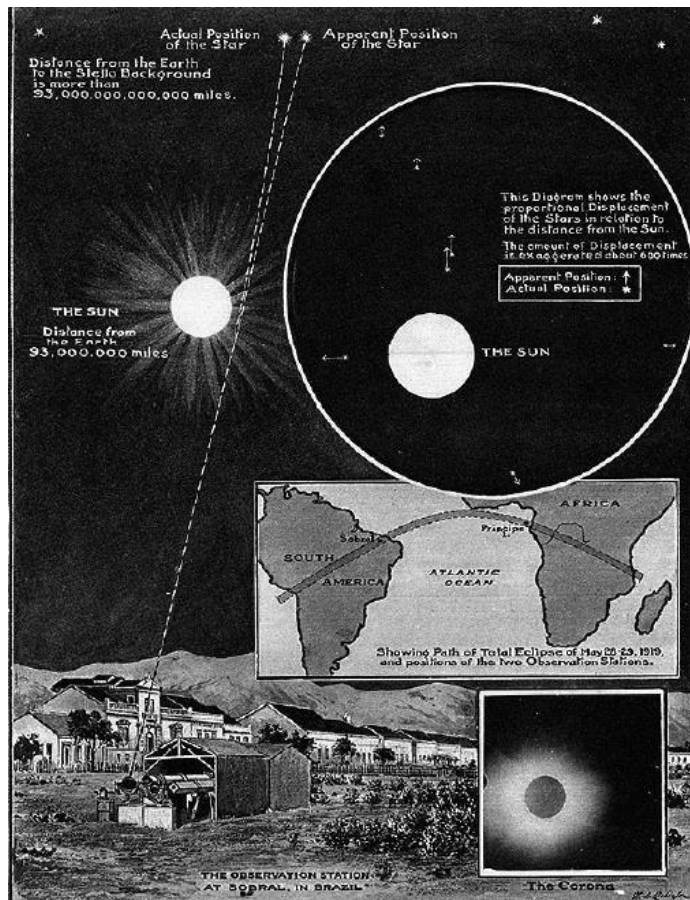
As Figura 14 mostra algumas imagens obtidas das estrelas no momento do eclipse, enquanto a Figura 15 traz uma animação do desvio do raio luminoso enquanto é feita essa observação.

Figura 14 – Imagens astrofotográficas do Observatório Nacional



Fonte: Observatório Nacional 2017

Figura 15 - Esquema publicado pelo Observatório Nacional



Fonte: Observatório Nacional 2017

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O objeto de aprendizagem proposto neste trabalho corresponde a uma sequência didática (SD) elaborada com a perspectiva de ensinar o conteúdo de Relatividade Geral à estudantes do Ensino Médio.

A sequência didática proposta foi aplicada em uma escola pública da rede estadual, localizada na cidade de São Luís, que é uma escola de tempo integral. Participaram da construção do produto, alunos de uma turma do terceiro ano vespertino, sendo que a sequência foi aplicada durante o segundo semestre de 2021. Para a sequência estão previstos cinco encontros, em que cada encontro tem duração de duas aulas, tendo cada aula 30 min.

Para cada encontro foi montado um plano com o tema da aula, o conteúdo a ser trabalhado, a habilidade a ser adquirida pelo aluno, tempo da aula, materiais usados na aula, organização da sala de aula, introdução da aula, desenvolvimento, conclusão e avaliação.

5.1 Proposta de sequência didática para o ensino da relatividade

Uma sequência didática baseada na teoria da aprendizagem significativa segue a sequência de um objetivo, de uma filosofia e de um marco teórico (MOREIRA, 2012). Esses componentes deverão estar sendo observados a partir dos conhecimentos prévios que desejamos que o aluno coloque em prática. Esses servirão de subsunçores para que o aluno faça o *link* com o conhecimento a ser adquirido, que são despertados por situações problemas vinculados à situações iniciais que na realidade são os novos conteúdos a serem assimilados pelo aprendiz.

Os objetivos dizem respeito à cognição, à construção do conhecimento significativo que deva ser duradouro. Uma estratégia muito utilizada norteadora para a verificação de uma sequência didática é fazer uso de mapas conceituais como gráfico e imagens na mente do aluno. Já com relação à filosofia, deve-se sempre buscar a aprendizagem proposta por David Ausubel, que foi idealizada e concretizada por cima de uma unidade de ensino para que a aprendizagem ocorra de verdade.

Os princípios norteadores citados acima são orientações que devem ser consideradas no planejamento, na aplicação e na avaliação de uma sequência didática, pois a clareza da relevância de tais princípios no processo de ensino e aprendizagem tornará a ação docente melhor qualificada para perceber evidências de aprendizagem significativa nas ações

de interação com o conhecimento que o educando venha a materializar. Para cada encontro desta SD utilizamos como metodologia a aula expositiva e a elaboração de mapas conceituais.

5.1.1 A escolha do objeto de estudo

Desde o primeiro ano do ensino médio que o estudante tem contato com as ideias de espaço e tempo através dos conceitos necessários para a aprendizagem da Mecânica. Estes conceitos são muito úteis para se ter noções fundamentais de uma teoria da Física pouco estudada no Ensino Básico, que é a Relatividade. Daí a necessidade de uma proposta de ensino da TR voltada para a sala de aula da educação básica que mostre para o estudante como os conceitos de tempo e espaço sofreram uma grande modificação passando a ser uma única grandeza o espaço-tempo.

Como exemplo de como podemos trabalhar a TR em uma sala de aula do Ensino Básico, podemos citar para o aluno do terceiro ano da educação básica a teoria da sincronização, que ele aprendeu apenas fazendo comparação de um relógio com outro e ajustando um conforme a medida do outro que se julga com medidas mais convenientes. Para a sincronização, em vez desta comparação, usaremos pulsos de luz para ajustar os relógios, pois eles sempre estão com velocidade constante independente do referencial. Através desse exemplo, pode-se mostrar para o estudante que se existe velocidade relativa entre os relógios, eles vão ter defasagem de tempo e não poderão ser sincronizados, e que os eventos medidos em cada referencial contidos nesses relógios não serão simultâneos. Outro aspecto relevante desse experimento é que as medidas de comprimento nesses casos não são as mesmas, pois pode-se explicar para o estudante que um trem bala medido por um passageiro tem uma medida e quando medido por um observador parado numa estação de trem, vendo este passar, vai ter outro valor de comprimento para o trem. Exemplos como este podem ser transmitidos numa sala de aula para estudantes do terceiro ano do Ensino Médio.

5.1.2 Primeiro encontro

Neste encontro informamos aos estudantes sobre a aplicação da sequência didática quanto aos seus objetivos, finalidades e como seria avaliação dessa sequência. O tema desta aula foi “Física Relativística” e o conteúdo apresentado foi Relatividade Clássica e Introdução a Relatividade Especial.

Habilidades: O aluno será capaz de entender que antes da TRE tínhamos conceitos absolutos para espaço, tempo e eventos simultâneos e com o advento da Relatividade moderna estes conceitos evoluíram. E será capaz de entender a transformação de Galileu de, além da conversão de velocidade no eixo x de um sistema coordenadas S para x' de um sistema de coordenadas S' . E elaboração de mapas conceituais comparando as duas teorias: a clássica e a especial.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Descrição das atividades: Situação inicial – Conceito de sistemas de referenciais inerciais, transformação de Galileu para referenciais inerciais; Metodologia – Aula Expositiva, debates dos conteúdos propostos, aprendizagem significativa usando mapas conceituais de Novak; Exposição de mapa conceitual sobre a relatividade de Galileu.

Situação problema: – Será colocado para os estudantes a situação de um aluno parado observando uma pessoa em um vagão de trem, sendo que o aluno está a uma distância em metros do fundo do vagão. – Uma nave espacial a uma velocidade de 10% de c que recebe um pulso de laser vindo da Terra.

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

5.1.3 Segundo encontro

Esse encontro foi dividido em duas aulas, em que os assuntos abordados foram a medição do tempo em diferentes referenciais e a transformação de Lorentz, e a contração do comprimento.

Habilidades: – Compreender os principais aspectos da dilatação do tempo; – Compreender os principais aspectos da contração de Lorentz e a medição de comprimento espacial em diferentes referenciais.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: Como posso sincronizar um relógio em minha casa com o relógio do vizinho pela sincronização da relatividade especial? O que podemos dizer de um trem foguete que viaja a velocidade perto da luz, sobre seu comprimento observado por uma pessoa parada numa estação de trem e o comprimento medido por um de seus passageiros?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

5.1.4 Terceiro encontro

Habilidades: – Compreender o problema mental dos paradoxos dos gêmeos e do comprimento; – Compreender o princípio da equivalência e a ideia de geometrização da gravidade;

Descrição das atividades: O professor deve explicar como se dá a contração do comprimento, propor o problema do gêmeo que viaja numa nave espacial e depois de alguns anos retorna a Terra para reencontrar seu irmão e descrever o problema de dois observadores com um numa barra comprida e outro parado olhando um buraco a frente da barra com mesmo comprimento; em outro momento, o professor mostrará que o conceito de massa inercial é equivalente a massa gravitacional e que a geometria do espaço-tempo influencia na trajetória dos corpos.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: – A) Porque só o gêmeo da nave permaneceu jovem? B) como no observador da barra, o buraco sofrerá contração e a barra ainda cairá? Como um raio de luz num referencial acelerado pode ser visto diferente de um observador no referencial e outro fora?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

5.1.5 Quarto encontro

Habilidades: – Mostrar ao estudante a Teoria da gravidade na Relatividade de Einstein e compreender os principais aspectos do experimento de Sobral; – Compreender o limite entre a gravidade de Newton e a Relatividade Geral.

Descrição das atividades: apresentar a importância do experimento de Sobral para a Relatividade no que tange a comprovação da distorção do tecido espaço-tempo como uma nova teoria de gravitação. Mostrar que a teoria da gravidade de Newton se limita aos quadros de referenciais em campos fracos e velocidades não relativísticas.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: O que acontece com um feixe de luz quando vem de outra estrela e passa próximo ao Sol? Para qual planeta do sistema solar a Lei da Gravitação de Newton falha ao explicar sua órbita?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

5.1.6 Quinto encontro

Habilidades: – Compreender que a dilatação gravitacional do tempo é equivalente a dilatação do tempo em quadro de referenciais acelerados; – Compreender o que é uma onda gravitacional, sua geração e suas características matemáticas.

Descrição das atividades: Proporcionar que o estudante entenda que assim como observamos espacialmente que a luz desvia sua trajetória na presença do Sol, o tempo também na superfície solar ou em um corpo ainda mais massivo é diferente do que o ritmo de tempo na Terra. Definir um binário de buracos negros e mostrar que a milhões de parsecs da Terra é gerado ondas gravitacionais detectáveis

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: Uma nave viajando a aceleração de 10 m/s^2 em um ano terrestre terá esse mesmo tempo para seus astronautas? Qual será a frequência, comprimento de onda e amplitude da onda gravitacional detectada pelo LIGO?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

6 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Este capítulo traz uma análise sucinta da aplicação dos questionários e da construção de mapas conceituais, que foram os instrumentos de coleta de dados escolhidos para identificar se houve indícios de aprendizagem significativa a partir da aplicação da sequência didática proposta.

6.1 Avaliação diagnóstica

A avaliação diagnóstica é de vital importância, mas pouco usada pelos professores nas suas disciplinas ministradas, pois é ela quem indica a real situação, em termos de conhecimentos prévios, que o docente está recebendo o aluno de séries antecessoras podendo ser muito significativa no aspecto de que a cada etapa do processo de avaliação mostre a medida do grau de conhecimento assimilado pelo estudante durante o encerramento de cada aula ministrada pelo professor.

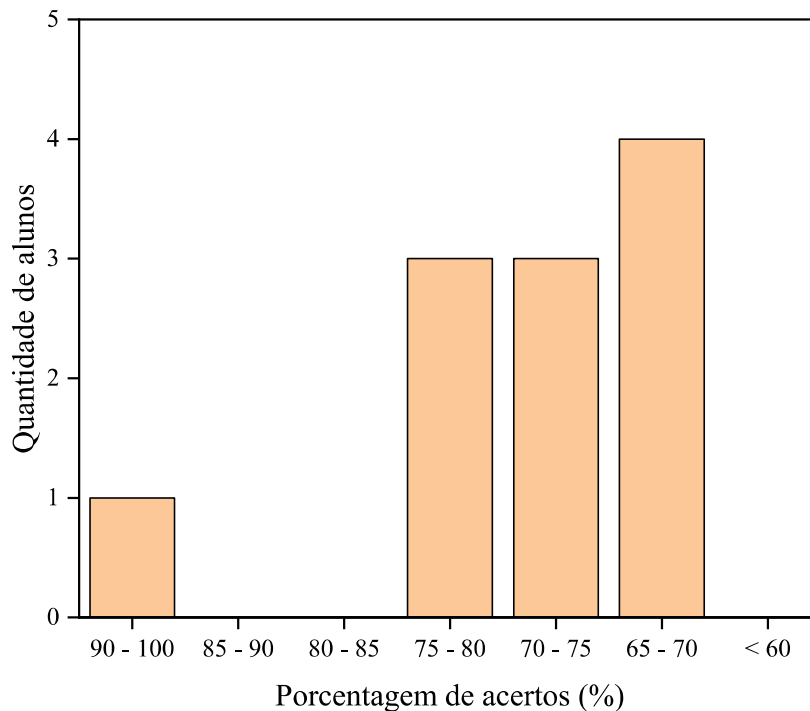
O instrumento mais adotado para a avaliação diagnóstica é uma prova escrita, em que, em geral, encontra-se questões subjetivas e objetivas de maneira a quantificar e qualificar as medidas dos conhecimentos prévios dos alunos. Esta avaliação deve ser feita no início do contato professor e aluno, através dela o professor poderá saber que conceitos básicos o aluno está mais fraco e assim reforçar essa área do conhecimento para atacar esses conceitos mais necessários para formar os tão importantes subsunçores. Eles são fundamentais para a aprendizagem significativa. E com base neste diagnóstico poderá ainda aperfeiçoar a sequência didática.

A partir desse modelo, resolvemos aplicar a avaliação diagnóstica no início da prática, na qual discutiu-se com os alunos problemas de relatividade numa perspectiva do cotidiano deles com a finalidade de observar quais conceitos possuíam sobre o conteúdo de Física escolhido para trabalhar nas aulas.

Como as aulas se deram em encontros semanais alternados, em que a turma se dividiu pela metade para assistir as aulas, aplicamos para todos a avaliação diagnóstica. A compilação de metade das respostas se encontra na Figura 16, na qual observa-se que todos os estudantes obtiveram rendimento acima de 60% nesta avaliação. O questionário foi feito por 15

alunos (Apêndice A). O critério de correção foi avaliar a entendimento escrito pelo aluno sobre as ideias e conceitos por ele explicado.

Figura 16 – Síntese da avaliação diagnóstica realizada com 15 alunos da turma



Fonte: Autores (2022)

6.2 A avaliação formativa

A avaliação formativa ocorre a cada etapa do processo de aprendizagem, em que é feita uma avaliação pelo professor não somente para diagnosticar, mas para medir a qualidade da formação dos estudantes. Esta etapa avaliativa está em perfeita concordância com a aprendizagem significativa, considerando que este método mostra com muita clareza se os conceitos assimilados são em termos de aprendizagem duradoura ou mecânica (MASINI, 2011).

Na avaliação formativa, por exemplo, pode-se fazer uso dos mapas conceituais em dinâmicas de grupos com a pretensão de medir o nível de conhecimento assimilado na elaboração dos mapas propostos por equipes de alunos, em que cada uma apresentará o mapa construído explicando o respectivo sentido dos conceitos e suas sequências lógicas trabalhados na sequência dos conteúdos programáticos (NOVAK, 1984).

6.3 Análise da avaliação somativa

Após o encerramento de cada ciclo tem-se uma visão ampliada dos aspectos que retrataram a aprendizagem dos alunos concernente a avaliação e validação da proposta, sendo, portanto, fundamental para elaboração de novas estratégias pedagógicas para a sequência do conteúdo programático. Instrumento este que caracteriza a avaliação somativa.

Como avaliação somativa foi entregue aos alunos um questionário com dez questões (Apêndice B) e dado a eles a opção de levar o questionário para responder em casa. Destes somente 11 retornaram o questionário respondido. A seguir destacamos as perguntas desse questionário assim como uma breve análise.

- **Questão 1:** Sobre a teoria da relatividade de Galileu explique de que forma começou suas inconsistências com a nova teoria da onda eletromagnética?

Esta questão propõe que o estudante identifique fisicamente quando que a teoria de Galileu entrou em choque com a nova teoria eletromagnética, isto é, com a previsão do caráter ondulatório da luz, e sua velocidade da luz que pelas transformadas Galileanas não conseguem fazer a Física invariante ou seja elas fazem o fenômeno da onda eletromagnética uma não invariante física. Isto é a equação de onda eletromagnética quando é submetida as transformadas de Galileu elas mudam de forma e assim ferindo o conceito da invariância das leis da física para todo referencial inercial. E temos a questão da velocidade da onda de luz que pelas transformações clássicas pode ser encontrada de forma a ser maior ou menor que c dependendo sentido da velocidade do referencial que acompanha a onda em relação ao referencial do seu observador. Situação que jamais foi observada.

O aluno 1 respondeu que ao passar de um referencial inercial para outro usando as transformações de Galileu as equações de onda do eletromagnetismo produzem resultados diferentes e conflitantes para o mesmo fenômeno físico e isso viola o princípio de Galileu sobre a invariância das leis físicas em referenciais inerciais. Resposta parcialmente certa.

O aluno 2 respondeu que Levando-se em consideração as teorias da física clássica se uma pessoa observa da terra a queda do meteorito a luz emitida por ele deveria chegar aos olhos dessa pessoa com a velocidade de 301.000 km/s ou seja somaríamos a velocidade da luz mas a velocidade meteoro na prática a luz chega nos olhos do observador com velocidade 300.000 km/s. Na teoria de Maxwell propõe que as ondas eletromagnéticas são compostas por dois Campos um elétrico e um magnético o campo elétrico variável surge também um campo

magnético variável a combinação gera a onda eletromagnética que se propaga no vácuo. Resposta parcialmente certa.

O aluno 3 respondeu que O princípio da relatividade Galileu mencionado por Newton diz que os experimentos da física são descritos pelas mesmas leis em todos os referenciais inerciais mas esse princípio parece não valer para força eletromagnética a força resultante em cada uma das cargas é dada pela segunda lei de Newton em ambos os referenciais e nesse caso é diferente em cada um deles é a evidência de um problema maior o fato das equações de Maxwell não serem invariantes mediante uma transformação de Galileu o eletromagnetismo violava o princípio da relatividade de Galileu. Resposta parcialmente certa.

- **Questão 2:** Faça uma descrição sucinta sobre o experimento de Michelson e Morley, explicando a tentativa de mostrar a compatibilidade na teoria da luz com a relatividade de Galileu.

O objetivo desta questão é que o aluno explique como o experimento funcionou e tentou através de um raciocínio simples de, como de somas de velocidades em paralelo e em direções perpendiculares ao movimento de translação da Terra, extrair um intervalo de tempo que provaria a existência do tal meio éter, tornando o comportamento da luz compatível com a teoria clássica. Basicamente o experimento funcionava com uma fonte de luz que emite raios paralelos entre si e vão ao encontro de um espelho semitransparente onde parte dos raios é refletida e outra parte transmitida a parte transmitida. A parte refletida se divide em dois raios que um vai voltar a fonte o outro vai ao encontro de um espelho totalmente refletor a esquerda ou à direita da fonte e exatamente de frente com o espelho semitransparente. O transmitido vai ao encontro de outro espelho também totalmente refletor localizado a direita ou esquerda da fonte emissora e exatamente de frente com o espelho semitransparente. Nessa configuração os raios iriam se encontrar num anteparo onde se observaria a imagem da interferência de um com o outro a sim medido foi a largura entre as figuras de interferência e em seguida o aparato era rotacionado 90 graus no sentido horário para medir novamente a largura entre as figuras de interferência. Esperava-se medir um deslocamento entre as figuras que configura uma diferença de tempo entre os raios que provaria a existência de um tal éter o meio de propagação da luz que se pensava existir na época, mas foi feito o experimento e o deslocamento da figura não foi observado na ordem que se esperava. Logo não ficou provado o éter.

O aluno A escreveu que a ideia do experimento era simples essa semente procurava observar as diferenças no tempo de propagação da luz entre dois braços de interferômetro devido ao movimento do mesmo em relação ao éter segunda física clássica as velocidades relativas e somam de acordo com a transformação de Galileu assim da direção de movimento relativo da Terra com relação ao deveria ser possível observar diferenças mesmo que pequenas no percurso da luz entre os dois braços do interferômetro de Michelson Morley dependendo da orientação dos braços em relação ao movimento da Terra e em relação ao éter que se refletem na posição das franjas de interferência observadas no experimento. Resposta certa

O aluno B escreveu que o experimento consistiu em medir a velocidade da luz aproveitando-se do movimento da velocidade de translação da terra utilizando um aparato que ficou conhecido como interferômetro de Michelson Morley consistem de dois braços do mesmo comprimento dispostos perpendicularmente entre si. Resposta parcialmente certa

O aluno C escreveu que escreveu que o experimento consistiu em medir a velocidade da luz aproveitando-se do movimento da velocidade de translação da terra utilizando um aparato que ficou conhecido como interferômetro de Michelson Morley consistem de dois braços do mesmo comprimento dispostos perpendicularmente entre si. Resposta parcialmente certa

- **Questão 3:** Explique como a teoria da relatividade de Galileu explicava a relatividade do referencial, do espaço e a questão do tempo?

O objetivo desta questão é verificar que o aluno saiba que a teoria de Galileu previa Dois observadores que se movem com velocidade relativa constante, devem compartilhar as leis da natureza exatamente da mesma forma. Em particular, nenhum observador não acelerado pode diferenciar entre repouso absoluto e movimento absoluto

A existência de um referencial relativo passando por cima de teorias antigas que diziam a existência de um único referencial e este sendo absoluto e com isso o espaço também é relativo tendo que ser transformado quando se passava de um observador para outro observador noutro referencial. E assim o espaço ficava dependente do referencial adotado para a devida observação. Sendo assim corpos em repouso observado num dado referencial, podem estar em movimento quando olhado de outro referencial que esteja com velocidade relativa em relação ao sistema de referência fixo no corpo parado. enquanto o tempo nesta teoria sempre seria absoluto independente do referencial adotado sempre aconteceriam nas mesmas medidas.

Os eventos que acontecem ao mesmo tempo e medidos por relógios sincronizados sempre seriam simultâneos independente do referencial adotado para observar. Lembrando que os referenciais deverão todos ser do tipo inerciais.

O aluno A escreveu que: A relatividade Galileu o tempo é absoluto o que significa dizer que transcorre igualmente nos referenciais não dependendo de onde é medido com consequência direta na invariância do tempo nas transformações Galileu decorre a invariância do comprimento. decorrem invariância do comprimento resultado das transformações de coordenadas tanto comprimento como tempo São absolutos invariantes isto é não depende do referencial onde são medidos. Resposta parcialmente certa.

O aluno B escreveu que: Explica-se pelo fato de que segundo Galileu se um corpo se move em relação ao referencial o próprio referencial se move em relação ao corpo. Resposta pouco explicativa.

O aluno C escreveu que: Ele chamou tais referenciais de referenciais inerciais se qualquer observador que se move com velocidade constante em relação a um referencial que pode ser considerado também pode ser chamado como referencial inercial um referencial pode ser classificado em dois tipos inercial e não inercial. Resposta parcialmente certa

- **Questão 4:** Sobre a teoria da relatividade especial, explique como ela se diferencia na questão do espaço-tempo da relatividade de Galileu?

Nesta questão é esperado que o aluno entendesse que o espaço deixa de ser um conceito independente do tempo e passa a ser conhecido como espaço-tempo quer dizer um conceito único, sendo um conceito relativo, conforme o referencial do observador que vai fazer a medida do espaço-tempo. Sendo assim as medidas de comprimento podem ser diferentes quando se muda de referencial do observador uma régua de 50 cm sendo observada de referencial fixo nela quando vista de um referencial fixo na Terra e com velocidade relativa com a régua esse observador na Terra enxerga a régua com comprimento menor que 50 cm. E os intervalos de tempo se manifestam de medidas diferentes de acordo com o referencial adotado quanto temos velocidades relativas em nível relativístico. Por exemplo um observador na Terra observa por um gigantesco telescópio uma partícula que foi emitida de um outro sistema estelar e mede o intervalo de tempo do evento da emissão até a o de chegada dessa partícula na Terra este é o tempo não próprio em relação ao referencial na partícula enquanto na medição feita na própria partícula temos seu tempo próprio que pelos efeitos relativísticos

é menor que do intervalo de tempo medido pelo observador na Terra. E em outras palavras os eventos de emissão e chegada no observador ocorre em intervalos de tempos diferentes entre o observador da terra e o observador na partícula não são simultâneos. Enquanto na relatividade de Galileu no caso do comprimento da régua sempre será o mesmo seja qual a condição de velocidade relativa entre o referencial do observador e o da régua. E os intervalos de tempo sempre serão os mesmos para quaisquer que sejam a condição de velocidade relativa entre referencial do observador e o da partícula. Quer dizer o tempo entre a emissão da partícula e sua chegada é simultânea em quaisquer dois relógios sincronizados independente do referencial onde eles estejam.

O aluno A escreveu que: Na teoria da relatividade Einstein acontece os adventos da simultaneidade que depende do referencial de observação a simultaneidade na relatividade deixa de existir no sentido restrito entre dois referenciais em movimento relativo cada referencial passa a ter seu próprio padrão de tempo em conflito com a física de Newton. Existe também a questão da dilatação temporal pode dizer que uma observador que mede comprimento de objeto que está em movimento em relação a ele irá observar onde está sendo menor do que o observador para o qual objeto está estacionário ou seja a distância entre dois pontos quaisquer é sempre maior para observador para o qual esses pontos estão em repouso o tempo próprio é sempre menor intervalo de tempo medido entre todos os referenciais inerciais é sempre maior tamanho medido por todos os observadores inerciais. Resposta certa

Os alunos B e C escreveram que: Relatividade Especial substitui os conceitos independente de espaço e tempo da teoria de Galileu pela ideia de espaço-tempo como antes da geométrica unificada. Resposta parcialmente certa

- **Questão 5:** Sobre o paradoxo do comprimento explique como podemos resolvê-lo usando os conceitos de simultaneidade e sincronização?

O experimento do paradoxo do comprimento somente é explicado usando adequadamente os conceitos de simultaneidade e a sincronização, em que se obtém o mesmo resultado do experimento independente do referencial adotado para o observador. Por exemplo, o paradoxo da barra e do buraco nesse experimento qualquer que seja o referencial o resultado tem de ser o mesmo isto é a barra tem de cair pelo buraco. A questão se desenvolve com uma barra e um buraco um com velocidade relativística em relação ao outro. A barra vai tentar passar por cima do buraco que tem o mesmo comprimento da barra só que no caso de um observador

no referencial do buraco a barra sofre contração do comprimento e com isto cai no buraco. E quando mudamos o referencial para a barra é o buraco que sofre contração e o que fazer? A questão é quando analisamos os eventos da queda das extremidades da barra no caso do observador na barra estes eventos são simultâneos cada extremidade cairá ao mesmo tempo. No caso do referencial na barra estes eventos não são simultâneos isto é primeiro cai a parte da extremidade da frente e depois a parte de trás. Agora no caso do observador no referencial do buraco estes dois eventos serão simultâneos as extremidades cairão ao mesmo tempo.

Os alunos A, B e C escreveram que: A simultaneidade não é um conceito absoluto e sim um conceito relativo que depende do movimento do observador em relação ao referencial onde ocorrem os eventos. Resposta muito pouco explicativa.

- **Questão 6:** A partir do que entendeu sobre o paradoxo dos gêmeos, explique de que forma o irmão que ficou na Terra envelhece mais que o viajante da nave espacial?

No problema mental do paradoxo dos gêmeos temos a relatividade do espaço-tempo a partir de dois referenciais, um numa nave onde o irmão viajante vai estar por uns anos e o outro o irmão gêmeo que permanecerá fixo na Terra até o retorno da nave. Esse problema nos induz ao seguinte questionamento: por que somente o irmão que fica na Terra é que envelhece bem mais que o da nave? A questão é que a relatividade especial só responde que não podemos usar o irmão da nave como observador já que seu movimento é não inercial, o que é uma resposta muito vaga, mas quando usamos os conceitos de equivalência observaremos que apenas o irmão viajante pode não estar sujeito a dilatação temporal, pois durante sua viagem ele terá a situação de grande aceleração e também de desaceleração, fazendo um efeito de tempo lento quando estar em movimento inercial isto é quando fica sujeito a velocidades relativísticas e constantes. Idem quando estar em movimento não inercial sujeito a acelerações o gêmeo da nave também sofrerá efeito de tempo mais lento em relação ao tempo do observador fixo na Terra. E o irmão que ficou está sujeito apenas ao efeito da gravidade da Terra que é um campo classificado pela Relatividade geral do tipo fraco onde o efeito dessa gravidade no tempo é tão pequeno sendo muito próximo de por exemplo um local sem nenhum tipo de aceleração, logo no referencial do irmão que ficou não contamos nenhum efeito gravitacional em seu relógio.

O aluno A escreveu que: Isso acontece por causa da dilatação temporal uma de suas conclusões é que o tempo não é absoluto, mas sim que ele passa de maneira diferente para observadores que se movem com velocidade próximas a da luz a passagem do tempo acontece

de forma mais lenta em observadores que estão em velocidades próximas a da luz e mais rápido em observadores por exemplo na Terra. Resposta parcialmente certa.

Os alunos B e C escreveram que O paradoxo dos gêmeos é um problema que ilustra o que acontece com dois referenciais que possuem um movimento relativo a viagem de um irmão como a velocidade próxima da luz fez com que o relógio dele contasse o tempo mais devagar em relação ao seu irmão que está na terra da mesma forma todos os processos naturais e biológicos do irmão na nave que são regulados pelo tempo também acontece mais devagar comparado ao referenciado do que estava na terra. Resposta certa.

- **Questão 7:** Explique o princípio da equivalência na relatividade geral citando exemplos.

O objetivo desta questão é que o aluno saiba identificar que o conceito de massa inercial se equivale a de massa em um campo gravitacional. Como vimos, a teoria da Relatividade Geral nega que haja um observador privilegiado em relação a qualquer outro. Não pode haver qualquer tipo de favoritismo. Qualquer lei da Natureza é igualmente aceitável para todos os observadores e deve por isso ter uma forma invariante que sobreviva à mudança de coordenadas correspondentes. A força gravitacional é uma ilusão - depende do referencial escolhido. Logo com isto massa inercial equivale a massa gravitacional e o referencial adotado é quem vai dizer se um corpo tem aceleração ou não há nenhuma aceleração sobre ele que é situação que acontece quando podemos dizer que um corpo está em queda livre. Portanto referenciais acelerados podem ser tratados como referenciais de inércia ou como referenciais gravitacionais. Daqui resulta também uma definição física de referencial de inércia, sem qualquer referência a algo externo é apenas um referencial sem gravidade. Assim como um referencial não inercial é apenas tratado como um referencial com gravidade. Como por exemplo temos um aluno dentro de um foguete que possui seu motor em devido funcionamento exercendo em toda nave uma aceleração e dois buracos o primeiro mais alto e o outro mais abaixo em relação ao primeiro um em cada lado do veículo. Em seguida temos um disparo de raio laser exatamente na mira de um dos buracos para sair no outro o laser é disparado a partir de um referencial inercial. E vamos colocar um observador também em referencial inercial alinhado com o raio e fora da nave para ver o entrar do laser na nave e o sair. Logo que o raio é disparado vai para o primeiro buraco da nave e penetra nela o aluno começa a ver o raio e percebe que ele começa a inclinar para baixo até sair pelo outro buraco na parte de baixo. Entretanto o observador vê o raio entrar reto e sair reto sem nenhuma curvatura. Daí

concluimos que para o aluno o laser é um referencial acelerado ou gravitacional, já no caso do observador o laser é um referencial inercial análogo a situação de queda livre. Logo sem um observador é impossível de forma definitiva classificar o laser como um referencial inercial ou não inercial.

O aluno A escreveu que: O princípio da equivalência de Einstein diz que todos os objetos caem com a mesma aceleração sobre a gravidade independente de qual pesado são Einstein percebeu que esse fato sozinho possibilita interpretar aceleração da gravidade como aceleração de inércia. **Resposta parcialmente certa.**

Os alunos B e C escreveram que: O princípio da equivalência afirma que a aceleração inercial de um dado referencial equivale ao de um referencial com uma ação de um campo gravitacional uniforme de igual valor. Por exemplo se você estiver dentro de uma nave fechada não vai saber a diferença entre estar parado na superfície da terra onde a aceleração é 9.8 m/s^2 ou no espaço sendo acelerado para uma aceleração de também 9.8 m/s^2 . **Resposta certa.**

- **Questão 8:** Faça uma descrição do experimento de sobral falando de seus objetivos e resultados obtidos.

O objetivo desta questão é que o aluno saiba identificar que a principal motivação do experimento era comprovar o pilar básico da Relatividade Geral de que a os conceitos de matéria e energia são responsáveis pela curvatura do espaço-tempo, portanto na época o objeto mais massivo e acessível que se podia observar para se tentar comprovar essa questão era o sol e conforme as teorias De gravitação de Newton e de Einstein apontavam a luz sofreria um desvio devido a gravidade do sol, isto é nas regiões próximas a superfície do sol a gravidade era tão intensa que nem a luz escaparia de se desviada de sua trajetória original. O problema era identificar qual teoria calculava melhor isto seria o objetivo. Já descrição é a tentativa de se medir o ângulo de desvio do feixe de luz no eclipse total do Sol de sobral e depois comparar esse mesmo feixe de luz em período noturno onde não existe a presença do Sol. O resultado foi que a Relatividade Geral conseguiu calcular com maior precisão o desvio do feixe de luz que foi medido do que em comparação com a Gravitação de Newton.

O aluno A escreveu que: O experimento de sobral aconteceu no dia 29 de maio de 1919 em um dia que o céu amanheceu nublado na cidade cearense e somente perto da hora do eclipse que as nuvens sumiram e o tempo ajudou apesar disso as fotos das estrelas ainda ficaram

pouco satisfatórias então a equipe Sobral utilizou lente de 4 polegadas e o celóstato de 8 polegadas foram trazidas como reserva pela equipe britânica os resultados foram revelados ao mundo apontaram que havia um desvio que demonstrou que as previsões de Einstein estavam certas em relação ao Newton. E não foi só Einstein que se beneficiou, mas academia de ciência britânica e a ciência brasileira se enriqueceram. **Resposta parcialmente certa.**

Os alunos B e C escreveram que: No dia 29 de maio de 1919 você amanheceu nublado sobre a cidade cearense de Sobral distante 40 km da capital Fortaleza. Se o sol tivesse permanecido encoberto todo o trabalho da comitiva de astrônomos ter sido em vão, mas pouco antes das 9:00 da manhã uma oportuna brecha sobre as nuvens permitir a todos vissem o momento em que o Sol foi obscurecido pela lua. E este fato marcou como a gravidade clássica de Newton teve uma explicação bem menos conveniente do que a relatividade geral de Einstein.

Resposta parcialmente certa.

- **Questão 9:** Levando em conta a teoria de binários de buracos negros faça uma breve descrição como ocorre a onda gravitacional?

O objetivo desta questão é que o aluno saiba identificar que a causa mais conhecida de produção de ondas gravitacionais é o fenômeno de binários de buracos negros que ocorre quando dois buracos negros se encontram um atraído pela gravidade do outro formando um tipo de movimento orbital de um em relação ao outro, daí eles vão se atraindo até que ocorra a fusão entre eles e reste apenas um buraco negro formado pela fusão dos dois iniciais. Essas ondas gravitacionais formam-se a partir do movimento orbital entre os buracos onde ocorre altas quantidades de momento linear e concentração de matéria e energia que são liberados deste evento astrofísico e cataclísmico. Então temos o espaço tempo sofrendo vibrações que trazendo este raciocínio para uma perspectiva 2D seria como as distâncias vertical e horizontal se contraem, voltam ao seu comprimento normal depois se expandem e se repete o ciclo pela malha do tecido espaço-tempo em distâncias cada vez maiores do binário que vão sofrendo este movimento ondulatório. E assim estas ondas percorrem o universo na velocidade da luz e com uma frequência e amplitude que dependem das características dos buracos negros em processo de fusão, como por exemplo suas massas e velocidades orbitais e a distância do binário que as originou e o laboratório de interferometria que as detectou. Estas ondas gravitacionais são detectadas em avançados laboratórios de interferometria a Laser como é o caso do LIGO.

O aluno A escreveu que: As ondas gravitacionais são vibrações no espaço-tempo E essas ondas nos dão mais um sentido para a gravidade e permitem saber o que está acontecendo onde até agora não vamos não víamos nada em buraco negro por exemplo em 1978 o Russel Hulse e Joseph Taylor demonstraram que um pulsar binário de duas estrelas orbitando em entorno da outar sendo uma delas um pulsar. E estavam alterando ligeiramente sua órbita dando a liberação de energia na forma de ondas gravitacionais em uma quantidade idêntica a prevista pela teoria da relatividade geral. **Resposta parcialmente certa.**

Os alunos B e C escreveram que: As ondas gravitacionais são ondulações na malha do espaço-tempo que se propagam como ondas para o exterior a partir de sua fonte que são frutos da colisão de corpos muito massivos com buracos negros e estrelas de nêutrons. **Resposta certa, mas pouco explicativa.**

- **Questão 10:** Lembrando que a teoria da relatividade geral introduziu uma nova teoria de gravitação na física. explique através de exemplos o limite de onde ainda podemos usar a gravidade de Newton e com outro exemplo onde só vale a gravidade da teoria da relatividade.

O objetivo desta questão é que o aluno saiba identificar que a gravidade de Newton também conhecida como gravidade linearizada ou ainda gravidade do campo fraco que por exemplo é a gravidade de planetas do sistema solar mantem presos os corpos na região de sua superfície e até mesmo a gravidade que o Sol mantém os planetas em órbitas ao seu derredor. E de qualquer corpo celeste não muito massivo como planetas que já foi comentado, satélites naturais dos planetas, e corpos celestes com massa bem menor que a solar e até mesmo a do Sol desde que o evento a ser analisado não esteja muito próximo a sua superfície como é o caso já citado das órbitas planetárias com a exceção a de Mercúrio. Portanto para esses casos a solução da equação da geodésica vai terminar nas equações da gravidade clássica que é a gravidade cujo espaço-tempo é o de Minkowski (espaço-tempo plano) adicionado de uma pequena perturbação ou seja o espaço-tempo de uma curvatura pequena. Na teoria da Relatividade geral conhecida por um novo conceito sobre gravidade temos seu uso indicado para situações em que reconhecidamente não teremos um campo fraco por exemplo as de com corpos celestes muito massivo onde o grau de curvatura na malha do tecido espaço-tempo não é considerado pequeno, como é o caso de estrelas e buracos-negros que cujo fenômeno de fusão produzem ondas de gravidade. Outro caso é a anomalia da órbita de Mercúrio na precessão do

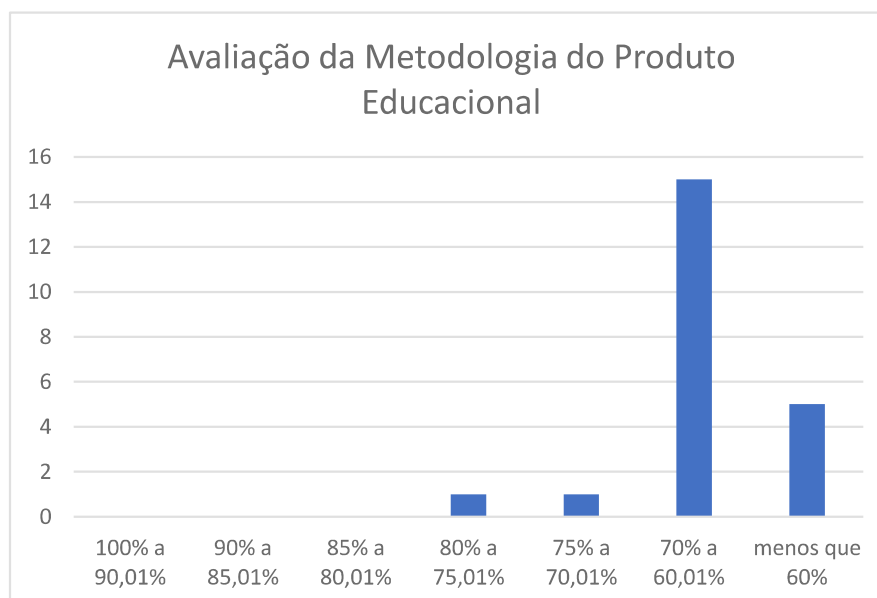
seu periélio onde havia uma pequena discrepância entre a precessão calculada pela gravidade de Newton e a precessão observada e medida de 43,11” e, mais ou menos 0,45” por século. Quando Einstein calculou o valor desta precessão usando a relatividade geral, onde obteve aproximadamente 43”.

O aluno A escreveu que: A gravitação universal é uma lei descrita por Newton que aborda a relação da atração entre por exemplo o sol e os planetas do sistema solar a lei da gravitação universal proposta por Isaac Newton no século XVII foi fundamental para desenvolvimento não só da astronomia, mas da física de uma forma geral. Atualmente as ideias sobre a gravitação estão bastante alteradas e ampliadas pela teoria da gravitação proposta por Einstein a teoria gravitacional tornou-se bastante abrangente e abrange enormes e novos objetos astronômicos tais como buracos negros e quasares. **Resposta parcialmente certa.**

Os alunos B e C escreveram que: Uma aplicação da lei de Newton utilizada no cotidiano, é que se você permanecer parado no mesmo lugar só sai dessa posição se outra força agir sobre seu corpo nos aparelhos de ressonância magnética. **Resposta totalmente errada.**

Para a validação de nossa proposta (produto educacional) apresentamos o gráfico da Figura 17, em que se constata que a maior parte da turma obteve um rendimento entre 60 e 80 %.

Figura 17 – Síntese da avaliação somativa



Fonte: Autores (2022)

6.7 Construção do mapa conceitual

Os mapas conceituais desenvolvidos pelos alunos devem possuir boa clareza e para isto terão que seguir toda uma lógica, quanto ao correto emprego dos conceitos na sua sequência perfeitamente hierarquizada (ONTORIA, 2005). A boa organização das ideias através de uma sequência além de mostrar para o professor o progresso da aprendizagem do aluno também contribuirá para a sua autoavaliação. Outro detalhe muito relevante é que os mapas conceituais são ótimos exemplos para futuras turmas, servindo como referência.

Para a validação do mapa conceitual é de suma importância que se faça uma análise em toda estrutura do conhecimento a ser transmitido e assimilado pelo aluno, deixando notório as relações significativas entre os conceitos a serem estudados.

Os mapas mais bem avaliados deverão propiciar a organização dos conceitos muito bem hierarquizados e organizados numa lógica muito satisfatória. Fazendo uma diferenciação entre os conceitos muito gerais e inclusivos, passando por conceitos subordinados ou intermediários para os mais específicos. Como proposta de avaliação dos mapas, orienta-se que a análise seja a partir do nível organizacional dos vínculos entre os conceitos e se tem um bom sentido ou não, verificando se a quantidade de conceitos é adequada ou não, verificando se está adequada ou não a medida de compreensão do conteúdo.

Inicialmente o professor expôs um mapa conceitual sobre a relatividade de Galileu, comentando cada fragmento do mapa e tirando as dúvidas dos alunos. No último encontro na sala, os estudantes se reuniram em duplas e produziram mapas conceituais sobre todo o conteúdo visto em sala de aula, isto é, a relatividade de Galileu, restrita e geral.

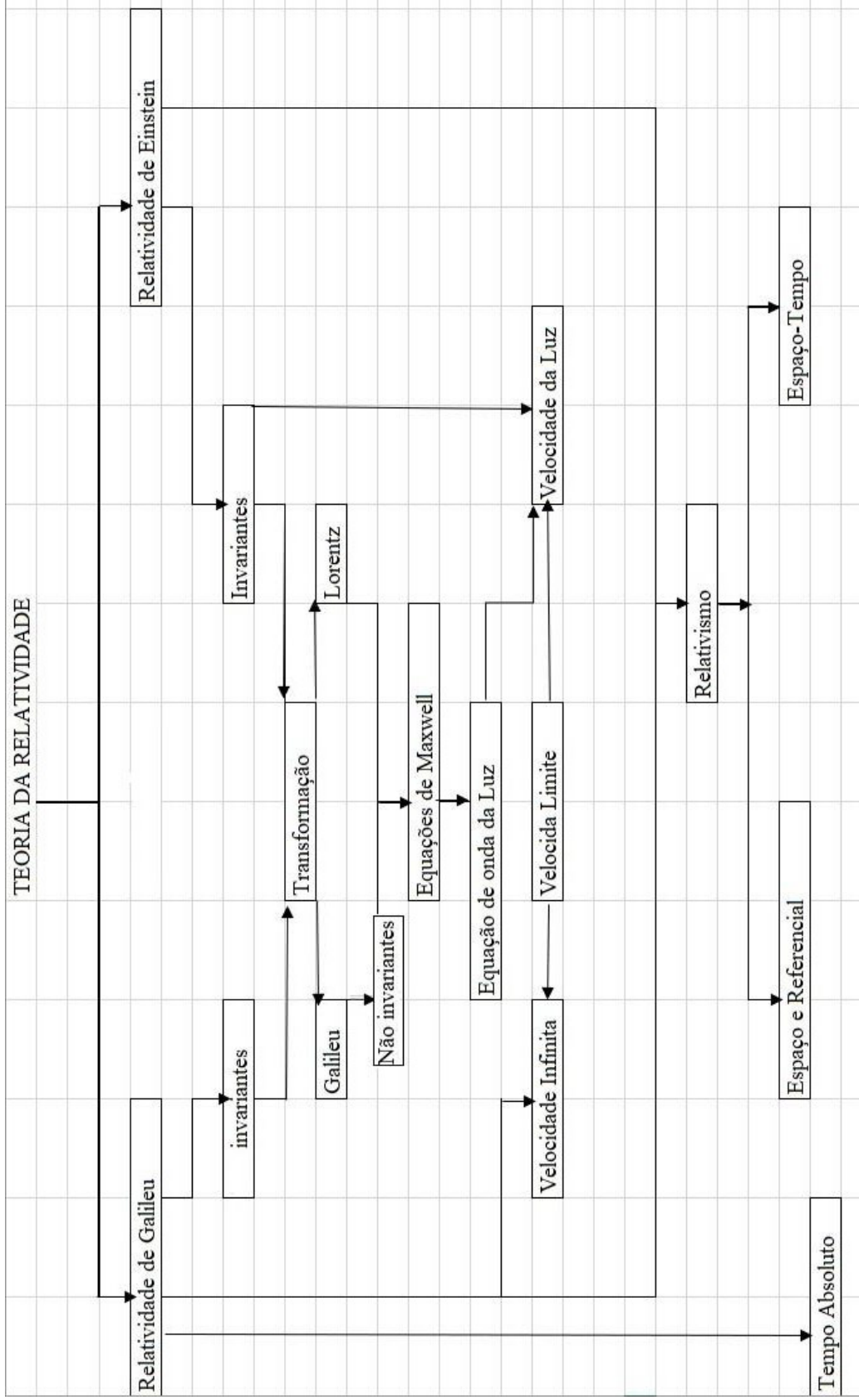
No caso do mapa 1 (ver Figura 18) os alunos colocaram bem os conceitos da física invariante na de Galileu e na de Einstein só que quando vem as equações de Maxwell uma é não invariante e a outro é invariante e dessas equações veio a equação de onda da luz e classificou a velocidade limite de cada teoria. E por final mostrou o relativismo em galileu do espaço e referencial, mas o tempo absoluto e na de Einstein o do espaço-tempo. Este mapa teve um conceito satisfatório.

No caso do mapa 2 (ver Figura 18) os alunos definiram bem a velocidade da luz a limite e constante os conceitos sincronização e simultaneidade relativos e bem aplicados a dilatação do tempo com o tempo de repouso e o tempo de movimento de maneira análoga a contração do comprimento com comprimento de repouso e o de movimento esses dois conceitos ligados a transformação de Lorentz e por fim conectado com dilatação do tempo o paradoxo

dos gêmeos mostrando tempos diferentes entre os gêmeos. Este mapa teve um conceito satisfatório.

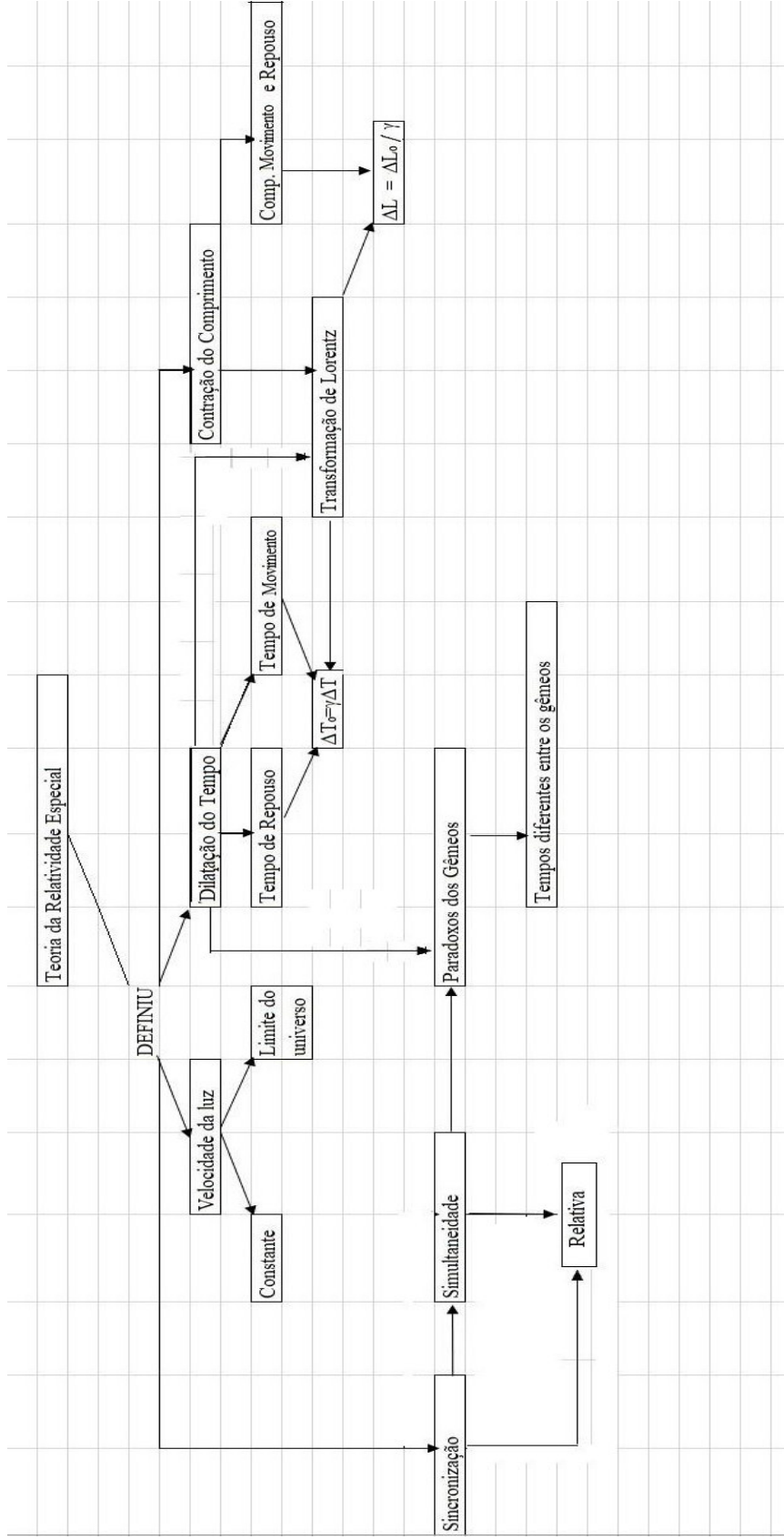
No caso do mapa 3 (ver Figura 20) o aluno definiu movimento, espaço e referencial conceitos relativos e o explicou tempo absoluto, postulado da Relatividade de Galileu da física invariante em todos os referenciais inerciais para uma transformação de Galileu. Comentou da velocidade limite do universo é a infinita. E que conflitava com as equações de Maxwell são não invariantes para transformação de Galileu. Equações que trouxe consigo a onda eletromagnética, a sua velocidade a da luz. E por fim o experimento de Michelson e Morley que não provou a existência do éter. Este mapa teve um conceito satisfatório.

Figura 18 - Mapa conceitual 1



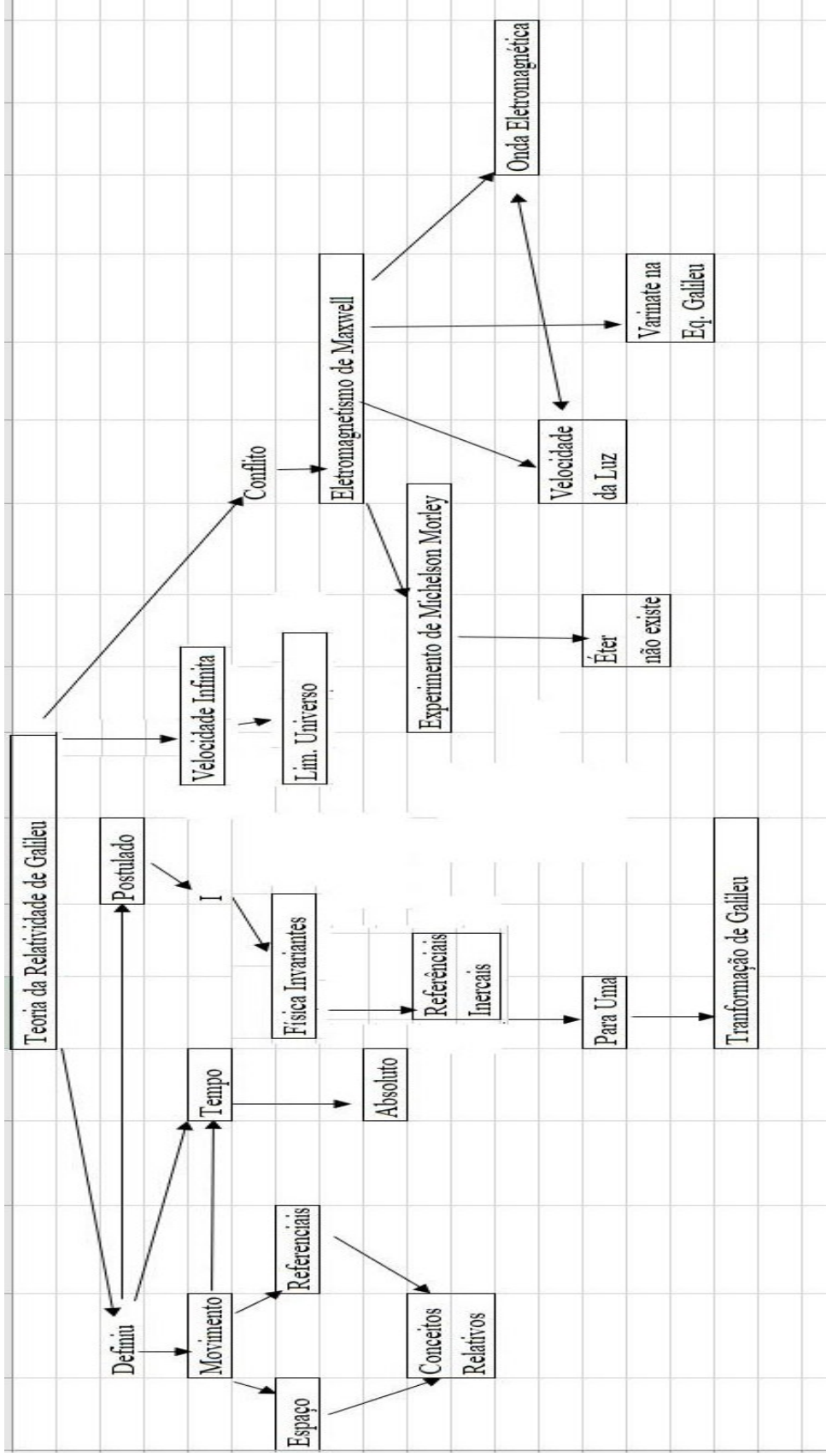
Fonte: Autores (2022)

Figura 19 - Mapa conceitual 2



Fonte: Autores (2022)

Figura 20 - Mapa conceitual 3



Fonte: Autores (2022)

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

Acreditamos que a aprendizagem pode ser melhorada com uso de diversas teorias pedagógicas, em particular, as teorias da aprendizagem significativa de David Ausubel e de mapas conceituais de Novak.

Neste trabalho discutimos como objeto de estudo um conteúdo pouco abordado na Física do ensino médio, até porque não é exigido em ENEMS e poucos vestibulares cobram conhecimento de Relatividade Especial fazendo uma abordagem da aprendizagem significativa e técnicas dos mapas conceituais. A aprendizagem significativa associada a técnica de mapas conceituais nos permite quebrar a tradicional forma de ensinar, tornando a sala de aula bem mais interessante e motivante para os alunos e professores.

A Relatividade Especial engloba vários conceitos e trabalhamos aqui os mais significativos tendo em vista a realidade tecnológica em que vivemos hoje. Com isto levamos para a sala de aula uma ideia de um conteúdo potencialmente revelador através de material de fácil acesso: quadro, giz, caneta, folhas de papel, em que foram elaborados mapas conceituais.

Porém, diante das dificuldades provocadas pela pandemia da COVID-19, à prática pedagógica proposta precisou se adequar ao universo desta pesquisa, cujo desenvolvimento do produto instrucional foi norteado por um sistema que compreendeu três avaliações (diagnóstica, formativa e comparativa). Na avaliação diagnóstica observou-se que os estudantes apresentaram um rendimento regular para bom, enquanto na avaliação formativa o rendimento manteve-se como regular. Os alunos produziram mapas conceituais ao final de cada encontro e como resultado podemos afirmar que o conceito foi satisfatório, podendo assim servir como instrumento norteador ao professor. Esses aspectos associados ao engajamento durante a aplicação da prática validam nossa proposta, pois demonstra indícios de que a aprendizagem foi significativa.

Acreditamos que essa combinação aprendizagem significativa, mapas conceituais e Relatividade pode resultar em melhores desempenhos dos alunos na aprendizagem, bem como em outros conteúdos de Física. Esperamos com este trabalho estabelecer uma forma mais eficaz e motivante da aprendizagem de um tema empolgante no dia a dia dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A Deflexão Da Luz Pela Gravidade E O Eclipse De 1919 - Departamento Física – UFSC Florianópolis - Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/9255/15164>

ABBOTT, B. P., et al. **Observation of gravitational waves from a binary black hole merger: LIGO scientific collaboration and Virgo collaboration.** *Physical Review Letters* 116, 2016.

AGUIAR, Marcos A. M. de (11 de novembro de 2010). «**Tópicos de Mecânica Clássica**» (PDF). Instituto de Física da UNICAMP. Consultado em 22 de janeiro de 2012. Arquivado do original (PDF) em 27 de janeiro de 2012

AGUIAR, O. D.; **Graviton Collaboration GRAVITATIONAL WAVE DETECTION: WHAT IS NEW** *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, vol. 40, 2011, pp. 299-304

ALONSO, M. Finn, E. J. **Física**. 1 edição. Lisboa - Portugal: Escolar Editora, 1992.

ARFKEN, G. B. e Weber, H. J. - **Física Matemática**, 6a. ed, 2007, Elsevier-Campus, Rio de Janeiro.

AUSUBEL DP, Novak JD, Hanesian H. **Psicologia da Educação**. Rio de Janeiro: Interamericana; 1980.

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional. Tradução de Eva Nick et al.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. e HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio De Janeiro, Interamericana. 1980. Tradução para português, de Eva Nick et.al., da segunda edição de *Educational psychology: a cognitive view*.

BAUER, W. Westfall. Dias, H. **Física Relatividade Oscilações Ondas e Calor**. 1 edição. Estados unidos. Editora MC Graw Hill: 2013

Binary black hole. *In*. **WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre**. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_black_hole. Acesso em: 31 jan. 2022.

BISQUOLO, Paulo Augusto. «**A Dinâmica ou Estudo das Causas do Movimento**». Portal São Francisco. Consultado em 22 de janeiro de 2012

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 2014.

BRITO, Nicolas Carvalho de. **Sobre a construção das equações de Einstein da gravitação**, Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Curso de Física, Fortaleza, 2016.

BRUNER, J. (1973). **O processo da educação**. São Paulo: Nacional.

BUTKOV, Eugene - **Física Matemática**. LTC editora, 1988, Rio de Janeiro.

CASTELVECCHI, Davide; Witze, Witze . "**Ondas gravitacionais de Einstein finalmente encontradas**". Nature News. Acesso em 11 de fevereiro de 2016.

Conflito Mecânica Clássica – Universidade Federal Santa Catarina – Disponível em : < <https://moodle.ufsc.br/mod/book/view.php?id=504254&chapterid=2628>> - Acesso em: 18 maio de 2022

CORUSO, F., OGURI, V. **Física Moderna**. 2 ed. Rio de Janeiro - RJ: Editora LTC, 2016.

CRISPINO, L. C. B.; LIMA, M. C. **Revista Brasileira em Ensino de Física**, v. 40, n. 1, p. 1601 (2018).

CRISPINO, L. C. B.; KENNEFICK, D. J. Nature Physics 15, 416 (2019).

Curvatura de Ricci - Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Tensor_de_curvatura_de_Ricci - Acesso em: 28 maio de 2022.

Curvatura de Ricci - Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Escalar_de_curvatura_de_Ricci - Acesso em: 28 maio de 2022.

D'INVERNO, R. **Introducing Einstein's Relativity**. Oxford University Press, 1992.

Dedução das equações de Campo de Einstein - Departamento De Física - Universidade Federal Do Amazonas - Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/282151922_Deducao_das_equacoes_de_Campo_de_Einstein

DEUS, J. D. de, NORONHA, A., BROGUEIRA, P., PIMENTA, M., PEÑA, T. **Introdução à Física**. 3 edição. Lisboa - Portugal: Escolar Editora, 2014.

Dilatação gravitacional do tempo - Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Dilata%C3%A7%C3%A3o_gravitacional_do_tempo

EDDINGTON, A. **Space, time and gravitation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1953.

EISBERG, R., RESNICK, R. **Física quântica**. 25ª edição. Rio de Janeiro - RJ: Editora Campus: 1979.

FEYNMAN, R., LEIGHTON, R., SANDS, M. **Lições de Física, vol. I**. Bookman, 2009.

FRANKEL, T. **The Geometry of Physics: An Introduction**. 2nd Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2004 .

G. RICCI-Curbastro - **Sulla teoria delle linee geodetiche e dei sistemi isotermi di Liouville**, « Ibidem », [1894]. | JFM 25.1174.04

HALLYDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. **Fundamentos de Física Volume 4**. 4 edição. Rio de Janeiro RJ. Editora LTC: 1995

HALPERN, A. **3000 Solved Problems in Physics**. 2 edição. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1988.

KENNEFICK, D. **Traveling at the Speed of Thought: Einstein and the Quest for Gravitational Waves**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2007.

- LORENTZ, H. A., EINSTEIN, A., MINKOWSKI, H. **Textos Fundamentais da Física Moderna, I volume - O Princípio da Relatividade** (3^a edição), Editora da Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa (1958).
- LUIZ, A. M. **Física Volume 4**. 1 edição. São Paulo SP. Editora Livraria da Física: 2009
- MACHADO, M. A.; OSTERMANN, F. **Utilização De Mapas Conceituais Como Instrumento De Avaliação Na Disciplina De Física Da Modalidade Normal: Relato De Uma Experiência Em Sala De Aula**. In: XVI SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, XVI, 2005, Rio de Janeiro RJ, CEFET – RJ, 2005.
- MARTINS, R. A. **Teoria da Relatividade Especial**. 2 ed. São Paulo - SP. Editora Livraria da Física: 2012
- MARTINS, Renata Lacerda Caldas; SILVA, Maria de Fátima da; SOUZA, Célia Maria Soares de. **O Uso De Mapas Conceituais Como Uma Estratégia Facilitadora Da Aprendizagem De Conceitos De Física Em Nível Médio**. In: V ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2005, Bauru, Universidade Estadual de São Paulo, 2005.
- MASINI, E.A.F.S. e Moreira, M.A (2008). **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam ao comprometimento**. São Paulo: Vetor Editora. 295p.
- MICHEL, Richimond- Rochester Institute of Technology: Rochester, New York, US, 2017- Disponível em: <http://spiff.rit.edu/classes/ast613/lectures/grav_i/grav_i.html#where 2017> Acesso em: 05 jun. 2022.
- MOLLER, C. **The Theory of relativity (second edition)**, Oxford University Press (1972).
- MOREIRA M.A., Masini EFS. **Aprendizagem significativa**. São Paulo: Centauro; 2009.
- MOREIRA, a. m; MASINI, E.F.S. **Aprendizagem Significativa A Teoria De David Ausubel**. São Paulo:Centauro.2011.
- MOREIRA, M.A. (2004). (Org.) **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a investigação nesta área**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS. 107p.
- MOREIRA, M.A. (2006b). **Mapas conceituais & diagramas V**. Porto Alegre: Edição do autor. 103p.
- MOREIRA, M.A.; MASINI, E.F.S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo:Centauro.2011
- MORGAN, J. W., TIAN, G. “**Ricci flow and the Poincaré conjecture**” 2006.
- NOVAK, J.D. **Aprender, criar e utilizar o conhecimento. Mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas**. Lisboa, Plátano Edições Técnicas, 2000.
- NOVAK, J.D. e GOWIN, D.B. **Aprender a aprender**. 1^a ed. em português. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1984.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica Volume 4**. 1 edição. São Paulo -SP: Editora Blucher, 2013.

O Paradoxo dos Gêmeos - Site da PHYSICSMATT - Disponível em: <http://www.physics-matt.com/blog/2017/1/18/the-twin-paradox-in-special-and-general-relativity> - Acesso em: 28 maio de 2022.

O Paradoxo dos Gêmeos em Relatividade Especial e Geral - Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC - Disponível em: https://www.udesc.br/arquivos/cct/id_cpmenu/6146/Efeitos_Fundamentais_envolvendo_o_Paradoxo_dos_G_meos_em_Relatividade_Especial_e_Geral_15713387242183_6146.pdf - Acesso em: 28 maio de 2022.

ONTORIA, A. **Mapas Conceituais: uma técnica para aprender**. São Paulo: Loyola, 2005.

OREAR, J. **Física**. 1 edição. Rio de Janeiro - RJ. Editora LTC: 1977

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. 9ª ed. Rio de Janeiro: Forense, 1998.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. 9ª ed. Rio de Janeiro: Forense, 1998.

REGO, T. C. **VYGOTSKY: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis: Vozes 1995.

RICHARD A. M. **Basic Relativity**, Springer, NY, 1994.

RODRIGUEZ, A.; VÉLEZ, U. **Mapas conceituais: uma técnica para aprender**. São Paulo: Loyola, 2006.

ROMÃO, J. E. **Avaliação dialógica: desafios e perspectivas**. 3ed. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire, 2001. (Guia da escola cidadã, v2).

SANTOS, M. A. S. "**O movimento de queda livre**"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/o-movimento-queda-livre.htm>. Acesso em 08 de julho de 2020.

SANTOS, M. C. dos. **Experimento e matemática na lei da queda dos corpos de Galileu Galilei**. 2018. 1 recurso online (130 p.). Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Campinas, SP.

SCHUTZ, B. F. **A first course in general relativity**. Cambridge: Cambridge University Press, 2005

SERWAY, R. **Física Volume 4**. 3 ed. Rio de Janeiro - RJ. Editora LTC: 1996

SOUZA, L. A. F. de. **Fundamentos da Mecânica das Estruturas: Revista de Ciências Exatas e Engenharia**, Rio Grande, v. 22, n. 2, p. 43-58, jan. 2012.

SOUZA, L. A. F. **Introdução à Fundamentos da Mecânica das Estruturas. Cadernos de Engenharia de Estruturas**, v. 13, n. 61, p. 33-46, 2011.

TAYLOR, J. **Mecânica Clássica**. Bookman, 2013.

THORNE, Kip "**Warping spacetime**". **O futuro da física teórica e da cosmologia: comemorando o 60º aniversário de Stephen Hawking**. Cambridge University Press. p. 74. ISBN 0-521-82081-2. Extrato da página 74, 2003.

THORNTON, S. T. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas**. 5 ed. São Paulo - SP: Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A., LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. 6 ed. Rio de Janeiro RJ. Editora LTC: 2017

TIPLER, P. A., MOSCA, G. **Física para Cientistas e Engenheiros - Vol. 1 - Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6 ed. Editora LTC 2009.

TIPLER, P. A., RALPH. LLEWELLYN, A. **Física Moderna**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

VLADIMIROV, Y.; MITSKIÉVICH, N.; HORSKY, J. **Space time gravitation**. Moscou: Mir Publishers, 1987.

ANEXO A – SIMULTANEIDADE E SINCRONIZAÇÃO

- Vídeo Explicativo: [Postulados da Relatividade - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=DI0DfBW85d0)
(<https://www.youtube.com/watch?v=DI0DfBW85d0>)
- Vídeo Explicativo: [Relatividade da Simultaneidade - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=v2vCj7iQRC0)
(<https://www.youtube.com/watch?v=v2vCj7iQRC0>)

ANEXO B – PARADOXO DOS GÊMEOS

- **Vídeo Explicativo:** [\[Física Moderna\] Transformação de Lorentz - Paradoxo dos gêmeos e contração de Lorentz - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=5ZahCX2GkI0)
(<https://www.youtube.com/watch?v=5ZahCX2GkI0>)

ANEXO C – PARADOXO DO COMPRIMENTO

- Vídeo Explicativo: [Relatividade das medidas - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=PkAZHVpy8-0)
(<https://www.youtube.com/watch?v=PkAZHVpy8-0>)

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

- 1) Faça uma breve descrição sobre espaço e tempo
- 2) Faça uma breve descrição sobre referencial
- 3) Faça uma breve descrição do movimento uniforme e sua equação
- 4) Faça uma breve descrição sobre velocidade relativa no M. U.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DA AVALIAÇÃO SOMATIVA

1. Sobre a teoria da relatividade de Galileu explique de que forma começou suas inconsistências com a nova teoria da onda eletromagnética?
2. Faça uma descrição sobre o experimento de Michelson e Morley, explicando a tentativa de mostrar a compatibilidade na teoria da luz com a relatividade de Galileu.
3. Explique como a teoria da relatividade de Galileu explicava a relatividade do referencial, do espaço e a questão do tempo?
4. Sobre a teoria da relatividade especial explique como ela se diferencia na questão do espaço-tempo da relatividade de Galileu?
5. Sobre o paradoxo do comprimento explique como podemos resolvê-lo usando os conceitos de simultaneidade e sincronização?
6. Lembrando do paradoxo dos gêmeos explique de que forma o irmão que ficou na terra envelhece mais que o viajante da nave espacial?
7. Explique o princípio de equivalência na relatividade geral citando exemplos.
8. Faça uma descrição do experimento de Sobral comentando sobre seus objetivos e resultados obtidos.
9. Levando em conta a teoria de binários de buracos negros faça uma breve descrição como ocorre a onda gravitacional?
10. Lembrando que a teoria da relatividade geral introduziu uma nova teoria de gravitação na física. explique através de exemplos o limite de onde ainda podemos usar a gravidade de Newton e com outro exemplo onde só vale a gravidade da teoria da relatividade.

APÊNDICE C – PRODUTO EDUCACIONAL



Marcus Andrey M. Viana

Edson Firmino V. de Carvalho

A TEORIA DA RELATIVIDADE
uma proposta para o ensino médio

Produto Educacional

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física



Sobre os autores



Marcus Andrey possui graduação em Física Licenciatura e é Mestrando em Ensino de Física ambos pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA).

Edson Carvalho possui graduação em Física Licenciatura pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA) e em Engenharia Industrial Elétrica pelo Centro Federal Tecnológico do Maranhão atual Instituto Federal do Maranhão (IFMA), Mestrado em Física da Matéria Condensada pela UFMA e Doutorado em Física Atômica e Molecular pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Atualmente é professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física em Rede Nacional da UFMA e coordenador do Curso de Licenciatura em Física na modalidade a distância da UFMA.



© Marcus Andrey e Edson Carvalho – 2022.

O material apresentado neste documento pode ser reproduzido livremente desde que citada a fonte. As imagens apresentadas são de propriedade dos respectivos autores e utilizadas para fins didáticos. Por favor, contate os autores caso constate que houve violação de seus direitos autorais. Este documento é veiculado gratuitamente, sem nenhum tipo de retorno comercial a nenhum dos autores, e visa apenas a divulgação do conhecimento científico.

APRESENTAÇÃO

A Teoria da Relatividade apesar de ser pouco explorada no Ensino Básico pode ser observada em diversas situações do nosso cotidiano e é a base para o desenvolvimento de algumas tecnologias como, por exemplo, o GPS (*Global Position System*). O GPS, criado inicialmente com objetivos militares, é um aparelho utilizado para localização e sua precisão depende de cálculos que envolvem a Teoria da Relatividade Especial (TRE). Outro exemplo de aplicação desta teoria está na compreensão das reações nucleares de reatores à fissão, pois é utilizada para se saber a quantidade de massa do núcleo pesado que é convertida em energia em uma dada etapa do processo de produção.

Neste material você vai encontrar uma proposta didática baseada numa sequência didática sobre a Teoria da Relatividade Especial baseada na metodologia de ensino de Joseph Novak, que objetiva o uso de mapas conceituais para facilitar/acelerar a aprendizagem e identificar conceitos corretamente/erroneamente estabelecidos (avaliação). De certa forma, o uso da teoria de David Ausubel discutida brevemente e baseada na aprendizagem significativa faz parte desse trabalho, porém não daremos um enfoque demasiado para não desviar do tema principal.

Assim, no capítulo 1 discutimos alguns conceitos fundamentais e apresentamos um debate de como a relatividade é proposta a nível médio. Já o capítulo 2 dedicamos à primeira comprovação da Teoria da Relatividade Geral, em que enfatizamos a importância da observação feita na cidade de Sobral – CE. Por fim, apresentamos nossa sequência didática fundamentada na Teoria da Aprendizagem significativa.

SUMÁRIO

1	TÓPICOS DE RELATIVIDADE.....	1
1.1	Introdução a teoria da relatividade especial	2
1.2	Contextualizando o problema da medição do tempo, sincronização e simultaneidade.....	3
1.3	Demonstração da invariância da velocidade da luz.....	4
1.4	O fator de Lorentz-Fitzgerald (γ)	5
1.4.1	O fator de Lorentz-Fitzgerald para conversão nas medidas das coordenadas temporais.....	6
1.4.2	A utilização do fator de Lorentz-Fitzgerald na conversão de medidas de comprimento ou espaço.....	10
1.5	O experimento de Michelson e Morley	11
1.5.1	Demonstrações usando a relatividade de Galileu e a de Lorentz-Fitzgerald para o experimento de Michelson e Morley.....	12
1.6	O Efeito Doppler Relativístico	16
1.6.1	Mudança para o vermelho e mudança para o azul	17
1.7	A relatividade geral	18
1.7.1	Curvatura do espaço-tempo e gravitação geométrica.....	18
1.7.2	Dilatação do tempo na Relatividade Geral	20
1.7.3	Princípio da equivalência.....	21
1.8	A contextualização das ondas gravitacionais	22
1.8.1	Modelo matemático simplificado da onda gravitacional.....	23
2	CONTEXTUALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE SOBRAL EM UMA PERSPECTIVA PARA O ENSINO MÉDIO.....	26
2.1	Contextualização histórica da expedição do experimento de Sobral na visão de Crispino Bassalo	29
2.1.1	Duas expedições: uma britânica e outra do Observatório Nacional.....	29
2.2	Montagem do Telescópio Astrofotográfico	30
3	PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA RELATIVIDADE.....	33
3.1	Primeiro encontro	33
3.2	Segundo encontro.....	34
3.3	Terceiro encontro.....	34
3.4	Quarto encontro.....	35
3.5	Quinto encontro	35
3.6	Mapa Conceitual de Referência.....	36
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	37

ANEXO A – SIMULTANEIDADE E SINCRONIZAÇÃO	38
ANEXO B – PARADOXO DOS GÊMEOS	39
ANEXO C – PARADOXO DO COMPRIMENTO	40

1 TÓPICOS DE RELATIVIDADE



Antes do início do século XX a Física era governada em aspectos relativísticos pela teoria de Galileu e ele defendia que a trajetória de um objeto em queda não é visto no sentido de que a Terra é um corpo estacionário (SANTOS, Marco Aurélio, 2019). Em outras palavras, Galileu pregava que quando uma pessoa jogava uma pedra para cima ela retorna para sua mão e que além do movimento vertical, a pedra e a pessoa estão em movimento em relação a Terra. Newton e Galileu declararam:

“os movimentos relativos corpos contidos em um dado espaço são os mesmos, esteja aquele corpo em repouso ou em movimento retilíneo uniforme isto quer dizer que seja qualquer experimento em mecânica clássica são todos governados em qualquer que seja referencial inercial” (UFSC, 2022).

Isto mostra que as leis da Física Clássica valem para quaisquer que sejam os referenciais inerciais.

O termo “referencial” foi cunhado no século XIX, mas tem uma longa história, talvez começando com o surgimento da teoria heliocêntrica de Copérnico. Assim, a Terra e o Sol ficaram reconhecidos como referenciais inerciais sendo os seus movimentos admitidos para quaisquer corpos no mundo macroscópico. Galileu por outro lado demonstrou que a observação de Copérnico não se opõe a hipótese da experiência de uma Terra aparentemente estável (referencial inercial), tal que ela possa estar a princípio em repouso ou não segundo determinadas condições.

A intervenção, já citada ficou conhecida como o “princípio da relatividade de Galileu”. Muito por influência de Newton, os experimentos realizados por Galileu apresentaram os mesmos resultados quer sejam em um sistema em movimento uniforme ou sejam eles em sistemas no estado de repouso. Ao mencionar o experimento de uma pedra caindo de uma torre, observa-se que ela cai na base da torre, em vez de ficar para trás, ou seja, aconteceria exatamente como se a Terra estivesse se movendo ou não, desde que o movimento terrestre seja suficientemente uniforme, pois o movimento vertical da pedra será suavemente composto por seu movimento horizontal. Assim, os corpos macroscópicos podem estar em Movimento Uniforme e Movimento Uniformemente Acelerado. (SANTOS, 2018).

Outro conceito importante na relatividade é a ideia do que seja um “ponto de referência” que é um padrão relativo ao qual o movimento e o repouso podem ser medidos, e qualquer conjunto de pontos ou objetos que estejam em repouso um em

relação ao outro, permitindo a nós, em princípio, descrever os movimentos relativos dos corpos. Um ponto de referência é, portanto, um dispositivo puramente cinemático, para a descrição da geometria do movimento sem levar em conta as massas ou forças envolvidas.

Uma descrição do movimento no mundo macroscópico leva a hipótese de um “referencial inercial” ou um “referencial relativo”, no qual os movimentos têm diferentes propriedades dinâmicas. Por essa razão, um referencial inercial deve ser entendido como um referencial espacial juntamente com alguns meios de medir o tempo, de modo que os movimentos possam ser distinguíveis (BISQUOLO, 2012). Este parece ser um conceito simples e direto.

1.1 Introdução a teoria da relatividade especial

A relatividade especial (RE) em seu primeiro postulado afirma que “as Leis da Física são invariantes para todos os referenciais inerciais, isto é, para os referenciais não-acelerados”. Obviamente, essa afirmação é válida para todos os referenciais que possuem velocidade constante em relação a seus observadores e eventos que estejam acontecendo e sendo comparados com estes referenciais. Logo, se temos um sistema de coordenadas S inercial e S' se move com velocidade constante para com S , então S' também é um referencial inercial. Isto também implica que não é possível ser identificado ou provado a existência de movimento absoluto ou que ainda não existe nenhum referencial inercial que seja privilegiado em relação a qualquer outro referencial inercial que exista. Portanto, as leis da Física não permitem que seja possível ocorrer a existência de um referencial que se possa diferenciar em relação a outro. Matematicamente podemos provar que se por hipótese temos $x' = x - vt$ (equação de conversão de coordenadas de x para x' entre os sistemas S e S') e que $u = \frac{dx}{dt}$ (velocidade da partícula em relação ao referencial S) para u' (velocidade da partícula em relação a S') que

$$u' = \frac{dx'}{dt}. \quad (1)$$

Já a aceleração em S será

$$a = \frac{du}{dt} \quad (2)$$

e em S' aceleração a' é dada por

$$a' = \frac{du'}{dt}. \quad (3)$$

Por outro lado, quando temos $\frac{dv}{dt} = 0$ fica claro que v não varia com o tempo, ou seja,

$$a' = \frac{du}{dt} \quad (4)$$

e, portanto, $a = a'$.

O segundo postulado da RE menciona que a velocidade da luz é sempre a mesma independente da fonte emissora do pulso de luz e vale $c = 300.000 \frac{km}{s}$. Através deste postulado podemos demonstrar matematicamente que a luz é invariante para qualquer posição onde um experimentador colocar uma fonte de pulso luminoso, seja num referencial parado ou em movimento retilíneo e uniforme.

1.2 Contextualizando o problema da medição do tempo, sincronização e simultaneidade

Desde a antiguidade que as medidas de tempo se baseiam em comparar eventos de fenômenos envolvendo a luz (relógio do sol). Depois de Galileu veio o relógio de funcionamento mecânico como o de corda. Independente de qual tecnologia se possa usar, o que temos sempre é o princípio de medirmos o intervalo de tempo entre dois eventos não simultâneos, já que os eventos simultâneos ocorrem sem intervalos de tempo entre eles. Como todos os eventos que acontecem no nosso cotidiano são medidos através desta comparação, torna-se necessário, portanto, que se tenham relógios sincronizados para fazer as medições. Algo que se tornou possível com o advento da RE, que faz uso de pulsos de luz para sincronizar os relógios, pois esses pulsos têm sua velocidade imutável para todos os referenciais inerciais.

Se dois relógios diferentes são sincronizados pelos conceitos de sincronização de Einstein e Poincaré no qual diz que o fator de correção para sincronizar dois relógios é dado pela medida do tempo com que um pulso de luz vai do relógio 1 ao relógio 2 (t_1) e depois retorna ao relógio 1 (t_2), na hipótese de o pulso ser imediatamente refletido de 2 para 1, somando-se as duas medidas e dividindo por dois. No que concerne a essa sincronização, temos a situação, por exemplo, de três eventos que ocorrem em coordenadas espaço-temporal distintas. Num evento 1 a emissão do pulso ocorre na posição do relógio 1, em que neste instante temos o acionamento do referido relógio. No evento 2, o pulso alcança a posição do relógio 2 e o aciona, e no evento três o pulso refletido da posição do relógio 2 alcança o relógio 1.

Com o processo de sincronização de Einstein e Poincaré podemos sincronizar com muita precisão as medições do tempo dos dois relógios mencionados, sendo que ambos devem se localizar num mesmo referencial inercial com velocidade relativa entre

eles sendo nula. Caso contrário não teremos os requisitos para a devida sincronização e sua manutenção, pois relógio com localização espacial em diferentes referencias ainda que sejam inerciais, mas que exista velocidade relativa entre eles e está sendo próxima à da luz, vai gerar defasagem de tempo entre os relógios e a sincronização somente servirá para podermos comparar a questão das ocorrências de eventos em cada referencial de tempo e, assim, podermos classificar qual evento ocorreu primeiro em relação a cada relógio inserido no contexto estudado.

1.3 Demonstração da invariância da velocidade da luz

Seja a coordenada x no referencial S e a coordenada x' no referencial S' , em que temos na origem uma fonte emissora de uma partícula com velocidade u . No início da contagem do tempo o referencial S' tem uma velocidade v em relação a um observador estacionado na origem de S . Supomos agora que inicialmente as origens de S e S' coincidam e que $t_o = 0$ e $t'_o = 0$. Para a coordenada x em S temos

$$x = \gamma(x' + vt'). \quad (5)$$

que para a coordenada em x'

$$x' = \gamma(x - vt). \quad (6)$$

O fator γ será explicado posteriormente como sendo uma constante que traz uma correção a transformação de Galileu, já que estamos tratando de velocidades próximas a da luz. Logo, as transformações de coordenadas de S para S' necessitam de uma correção para que os resultados possam ser confirmados com a experiência.

Combinando as Eq. (5) e (6) obtemos que

$$\frac{x}{\gamma} = \gamma x + \gamma vt + vt' \quad (7)$$

ou ainda

$$t' = \gamma \left[t + \frac{x}{v} \left(\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right) \right]. \quad (8)$$

O termo $\frac{1}{\gamma^2}$ da Eq. (8) corresponde a um fator de correção e é dado por

$$\frac{1}{\gamma^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}, \quad (9)$$

em que c é a velocidade da luz. Assim, a Eq. (9) pode ser reescrita como

$$t' = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right). \quad (10)$$

Consideremos que a velocidade da partícula emitida em relação a S' seja

$$u' = \frac{dx'}{dt'}, \quad (11)$$

sendo que x' e t' é dado pelas Eq. (6) e (10), respectivamente. Então,

$$u' = \frac{u - v}{1 - \left(\frac{v}{c^2}\right)u}. \quad (12)$$

Fazendo a velocidade u da partícula igual a c , teremos

$$u' = c, \quad (13)$$

o que confirma o postulado da invariância da velocidade da luz.

1.4 O fator de Lorentz-Fitzgerald (γ)

Em caso de tentarmos usar as transformações de Galileu para fazermos manipulações das equações do eletromagnetismo de Maxwell de um referencial para outro, iremos observar que essas equações de Maxwell sofrerão mudanças. Logo, as transformações de Galileu não servem para tal aplicação. Sendo assim, precisava-se de correção, pois esta constatação comprovava a existência da onda eletromagnética que se desloca com velocidade c . No regime de altas velocidades, a transformada de Galileu falha e não certifica o resultado experimental obtido para velocidade em torno de c .

Antes das equações de Maxwell, alguns cientistas já haviam detectado estas inconsistências na transformação de Galileu. Um desses pesquisadores foi o matemático e físico neerlandês Hendrik Lorentz, que tentou criar uma forma de tornar todas as leis da física invariantes para qualquer que seja o referencial inercial, coisa que as transformações de Galileu não ofereciam. A ideia de Lorentz foi adicionar um fator γ às equações de transformação da Relatividade de Galileu. Este fator tornou-se desde então uma ferramenta matemática importante para fazer qualquer lei da Física invariante em todos os referenciais inerciais, através da mudança de um sistema de coordenadas para outro.

A ideia de Lorentz é propor dois sistemas de referenciais inerciais S e S' , sendo que S' movimenta-se com uma velocidade v constante em relação a S no sentido positivo de x . Esta implicação permite que a conversão das coordenadas de Galileu introduzindo um fator γ para corrigir o problema da questão da invariância das leis da Física para todos os referenciais inerciais independente da velocidade de S' ser próxima de c ou não. Para isso, adota-se o critério que tempo e espaço não são absolutos. Logo, para referencial S' teremos coordenadas x e t , e no referencial S teremos outras coordenadas x' e t' . A

expressão para x e x' é dado pelas equações (5) e (6), respectivamente, com o tempo no referencial S' sendo

$$t' = \frac{1}{v} \left(\frac{x}{\gamma} - x' \right). \quad (14)$$

Agora consideremos que um pulso luminoso seja disparado em $x_0 = x_{0'} = 0$ e $t_0 = t_{0'} = 0$, isto é, seja disparado simultaneamente em S e S' . Neste caso, teremos que as equações para x e x' obedecem ao postulado de que a velocidade c é a mesma para todos os referenciais inerciais. De forma que a Eq. (9) seja reescrita como

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (15)$$

com $\beta = \frac{v}{c}$. Este é o fator de Lorentz-Fitzgerald que procurávamos para corrigir as transformações de Galileu.

Para o caso em que temos pequenas velocidades ($v = 0,1c$), verifica-se que β^2 é bem menor que 1, de forma que podemos expandir a Eq. (15) em termos de um binômio de Newton, com isto simplificamos os cálculos eliminando o radical e a fração tal que:

$$\gamma = 1 - \frac{\beta^2}{2}. \quad (16)$$

1.4.1 O fator de Lorentz-Fitzgerald para conversão nas medidas das coordenadas temporais

Vamos pensar na seguinte situação: Num sistema estelar chamado de 4ZXY existe um planeta X4K, neste planeta há um indivíduo que mora numa estrutura de observatório e chamaremos ele de observador O . Neste planeta temos a circunstância análoga de referencial inercial (referencial fixo em relação as estrelas do universo observável). Este indivíduo em X4K percebe no telescópio do observatório que mora, duas naves uma ao lado da outra e com mesma velocidade v constante passando próximas a órbita de seu planeta. Ambas são feitas de um material com propriedades de alta reflexão para a luz, em que chamaremos uma de A, onde existe um observador O' . Este observador aciona um comando que emite um pulso luminoso para a outra nave que chamaremos de B, e este pulso é refletido de volta para a nave A. A descrição desta situação é ilustrada nas Figura 1, 2 e 3.

Figura 1 - Percepção do observador da nave A

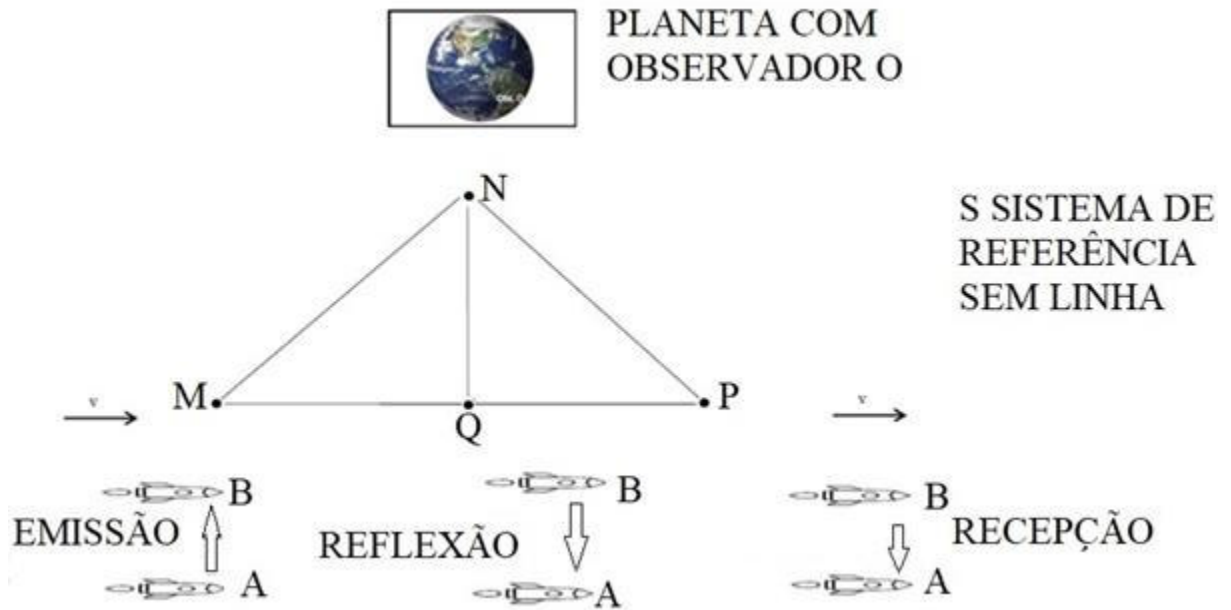
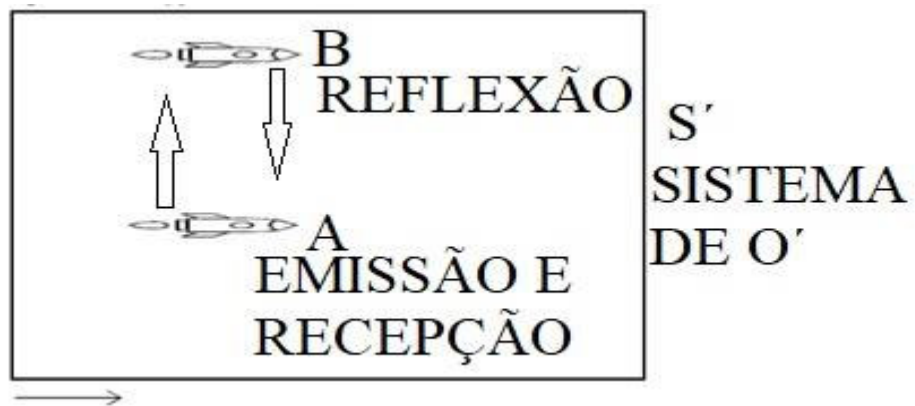
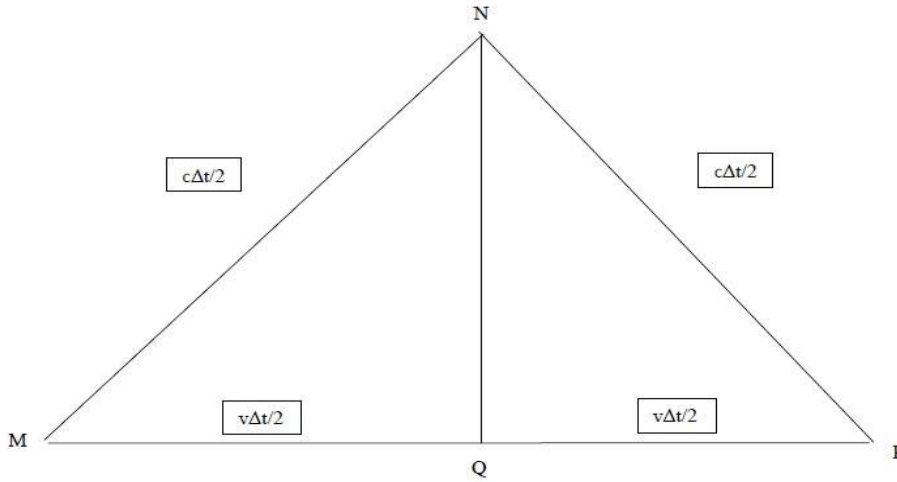


Figura 2 - Percepção do observador no planeta



Fonte: Autores (2022)

Figura 3 - Trajetória da luz no referencial observador O



Fonte: Autores (2022)

Pela Figura 3 verificamos que a distância M' para N' ($\overline{M'N'}$) é a mesma de N' para P' ($\overline{N'P'}$). Nesta situação afirmamos que no sistema S' é medido o intervalo de $\Delta t'$ denominado de intervalo de tempo próprio. Logo, temos que

$$\Delta t' = \frac{\overline{M'N'}}{c} + \frac{\overline{N'P'}}{c}. \quad (17)$$

Isto é,

$$\Delta t' = 2 \frac{\overline{M'N'}}{c}. \quad (18)$$

O tempo medido no sistema S é o intervalo de tempo em repouso ou intervalo de tempo estacionário, definido por

$$\Delta t = \frac{\overline{MN}}{c} + \frac{\overline{NP}}{c}. \quad (19)$$

Como $\overline{MN} = \overline{NP}$, teremos

$$\Delta t = 2 \frac{\overline{MN}}{c}. \quad (20)$$

A relação entre os intervalos de tempo próprio e de repouso será então

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{\overline{MN}}{\overline{M'N'}}. \quad (21)$$

Se considerarmos agora o triângulo ΔMNP , teremos que

$$\overline{MN}^2 = \overline{NQ}^2 + \overline{MQ}^2 \quad (22)$$

e

$$\overline{NQ} = \sqrt{\overline{MN}^2 - \overline{MQ}^2} \quad (23)$$

Como $\overline{NQ} = \overline{M'N'}$ e $\overline{M'N'} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} \times \overline{MN}$, então

$$\Delta t = \frac{\Delta t' \overline{MN}}{\sqrt{\overline{MN}^2 - \overline{MQ}^2}} \quad (24)$$

ou ainda

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{\frac{\overline{MN}^2}{\overline{MN}^2} - \frac{\overline{MQ}^2}{\overline{MN}^2}}} \quad (25)$$

Ainda na Figura 3, verifica-se que

$$\overline{MQ} = v \frac{\Delta t}{2} \quad (26)$$

e

$$\overline{MN} = c \frac{\Delta t}{2} \quad (27)$$

tal que a Eq. (25) possa ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t', \quad (28)$$

que é a equação da correção relativística para intervalos de tempo ou dilatação temporal.

De forma simplificada a Eq. (17) torna-se

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (29)$$

com γ sendo definido pela Eq. (16).

No caso de os eventos não acontecerem simultaneamente, para convertermos de x para x' temos que

$$x' = \gamma(x - vt), \quad (30)$$

e por simetria, temos que os referenciais S e S' obrigatoriamente obedecem aos postulados da T.R.E., em que a velocidade de S a partir de S' é $-v$, tal que

$$x = \gamma[x' - (-vt')] = \gamma(x' + vt') \quad (31)$$

A Eq. (31) nos permite encontrar

$$t' = \frac{1}{\gamma v} (x - \gamma x'), \quad (32)$$

que a partir da Eq. (30), torna-se

$$t' = \gamma \left[t - \frac{x}{v} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) \right]. \quad (33)$$

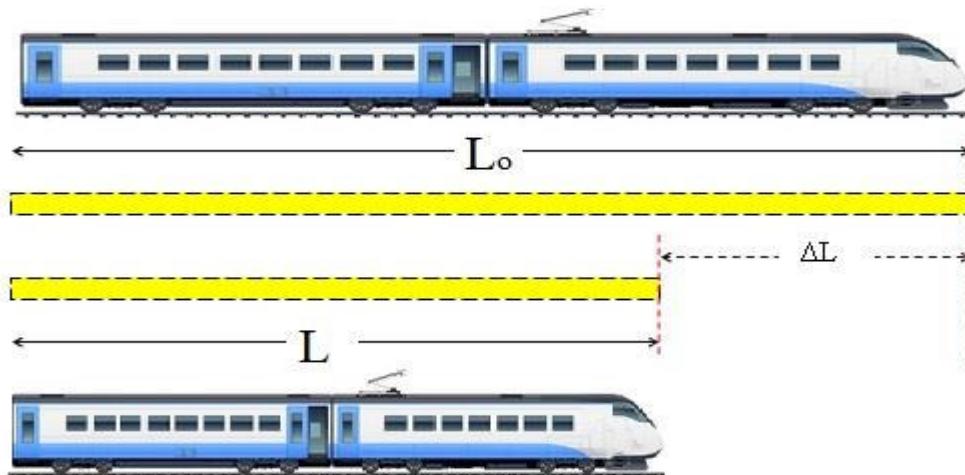
Como o fator de Lorentz-Fitzgerald é definido pela Eq. (9), então a Eq. (33) torna-se

$$t' = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right). \quad (34)$$

1.4.2 A utilização do fator de Lorentz-Fitzgerald na conversão de medidas de comprimento ou espaço

Imaginemos um trem (Figura 4) em que cada vagão possui uma medida x de comprimento. Para o caso de repouso ou velocidade quase nula, nesta situação a medida x é chamado de comprimento próprio. Para o caso de velocidade quase zero, o comprimento x do vagão do trem é percorrido por ele em um tempo dilatado Δt_0 . E para o caso do trem em velocidade altas teremos o comprimento percorrido de $x + \Delta x$, levando-se em conta o intervalo de tempo Δt_0 que é medido por um observador O parado em uma estação de trem que ver a composição ferroviária.

Figura 4 – Dilatação Comprimento Trem



Fonte: Autores (2022)

Para o caso de um observador O' dentro do trem que ver o seu vagão da composição em uma alta velocidade, ele mede o tempo em que este veículo percorre a distância x de um único vagão vendo o citado vagão percorrer um poste parado na margem da linha férrea, com isto ele medirá um intervalo de tempo Δt mais curto que Δt_0 . Usando o tempo Δt para que o observador parado na estação ferroviária faça a medida do comprimento percorrido por um vagão, certificaremos que este resultado da medição será um valor x_0 contraído com relação a x . Matematicamente na TRE x e x_0 estão relacionados por

$$x_0 = \frac{1}{\gamma} x. \quad (35)$$



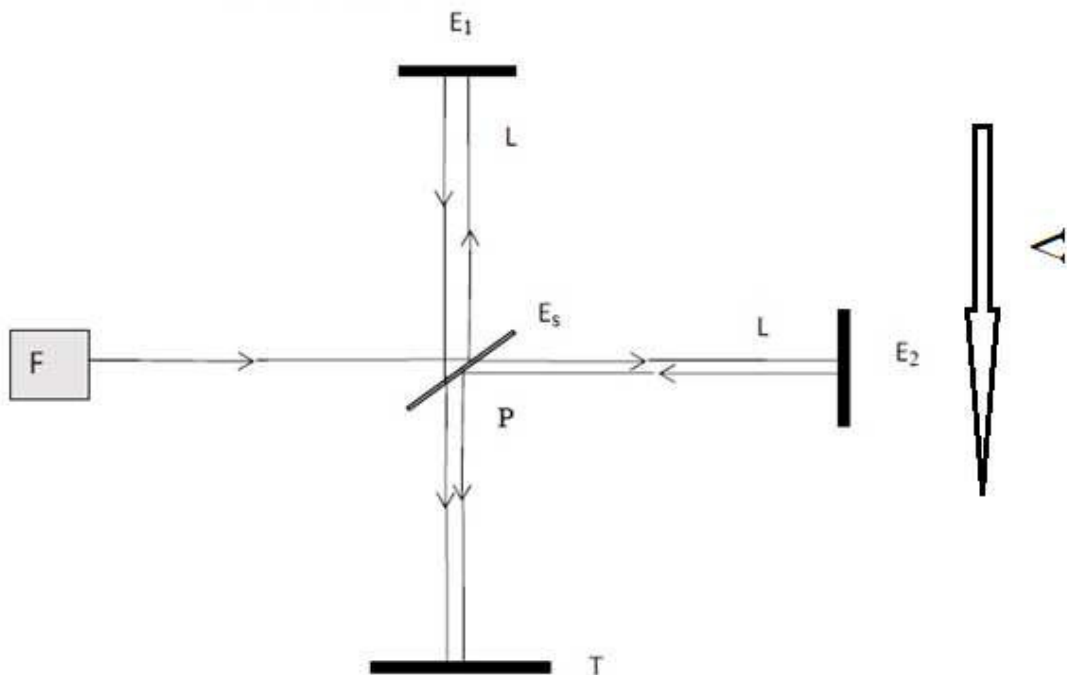
Este raciocínio é análogo a uma nave que viaja a uma velocidade próxima a da luz, em que um viajante dentro da nave mede o comprimento próprio x da nave. E um cientista em um observatório na Terra com alta tecnologia vê a nave e faz a medição do comprimento não próprio x_0 dela. O resultado será que o comprimento medido pelo cientista é menor que o resultado da medição do viajante da nave.

1.5 O experimento de Michelson e Morley

No fim do século XIX era inadmissível entender que uma onda, qualquer que seja sua natureza, pudesse se propagar sem um meio físico. Por isso, qualquer onda que fosse, deveria ocorrer em um meio material, obrigatoriamente, e no caso da eletromagnética o meio em questão era o éter. Conforme a teoria clássica, era de se esperar que a velocidade de propagação da onda eletromagnética em relação a Terra dependesse da direção de propagação desta onda, assim como um barco percorrendo um rio.

O éter era o meio único para o referencial absoluto do universo. Sem o éter era impossível saber se um corpo, vagando pelo vasto espaço, estaria ou não em movimento. Para comprovar a existência do éter, os pesquisadores Michelson e Morley realizaram em 1887 uma experiência, em que um raio luminoso vindo de uma fonte era dividido em dois por reflexão e transmissão através de um arranjo de espelhos inclinados e semitransparentes, depois os raios eram reunidos novamente formando uma figura de interferência num detector, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5 - Interferômetro de Michelson e Morley



F = Fonte Luminosa
 E₁ e E₂ = Espelhos
 E_s = Espelho semitransparente
 L = Distância percorrida pela luz

Fonte: Autores (2022)

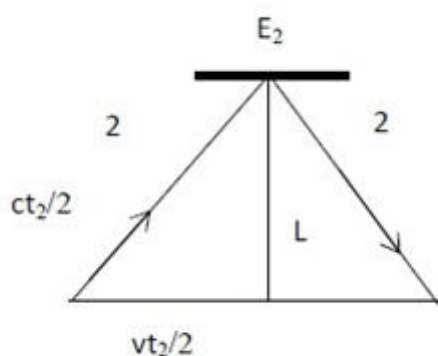
Michelson e Morley acreditavam que o tempo do percurso da luz na direção do movimento da Terra deveria ser maior que o tempo percorrido pela luz na direção perpendicular ao movimento da Terra. Mas as previsões teóricas falharam. Se houvesse diferença de tempo no percurso da luz, haveria uma alteração na figura de interferência vista no detector, mas nada aconteceu, pois, o tempo gasto pela luz foi sempre o mesmo, em qualquer percurso. O resultado dessa experiência comprovava que o éter não existia e que a luz poderia se propagar no vazio. Algumas hipóteses mais importantes delas é a contração dos comprimentos. De acordo com essa hipótese, os corpos ao se moverem, teriam seu comprimento encurtado.

1.5.1 Demonstrações usando a relatividade de Galileu e a de Lorentz-Fitzgerald para o experimento de Michelson e Morley

Usaremos a modelagem proposta por Galileu e por Lorentz-Fitzgerald para demonstrar qual método mais se aproxima com as observações do experimento de Michelson e Morley.

Para o método relativístico de Galileu faremos a análise na ótica de duas configurações, em que uma é perpendicular a outra, logo encontraremos dois tempos para as medições e uma diferença entre esses tempos. Essa diferença de tempo seria visualizada pelas figuras das franjas de interferência. Calcularemos a seguir o tempo necessário para a luz fazer o percurso de ida e volta entre os pontos E_1 e P , com este percurso paralelo ao tal referencial privilegiado éter. E o aparato, portanto, se deslocando a uma velocidade v em relação ao meio éter. Simplificadamente, esse raciocínio está ilustrado na Figura 6.

Figura 6 - Raio perpendicular a velocidade



Fonte: Autores (2022)

Consideremos para este modelo que t_1 seja o tempo gasto pelo raio para percorrer a distância na ida com velocidade $c - v$ (o raio estar oposto a velocidade da Terra) mais o tempo gasto pelo raio para percorrer a distância na volta com velocidade $c + v$ (a Terra no mesmo sentido), tal que

$$t_1 = L \left(\frac{1}{c - v} + \frac{1}{c + v} \right) \quad (36)$$

ou

$$t_1 = \frac{2L/c}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (37)$$

Como $v \ll c$, usaremos a aproximação

$$(1 - v^2/c^2)^{-1} = (1 + v^2/c^2) \quad (38)$$

resultando em

$$t_1 = 2 \frac{L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (39)$$

Calcularemos agora o tempo necessário para a luz fazer o percurso de ida e volta entre os pontos E₂ e P, com este percurso paralelo ao tal referencial privilegiado (éter). O aparato se desloca a uma velocidade v em relação ao meio éter. Assim teremos para o intervalo de tempo do raio 2

$$t_2 = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (40)$$

Considerando para o radical da Eq. (40) o binômio $(a + x)^n = a^n + na^{n-1}x$ com $a = 1$, $n = -1/2$ e $x = v^2/c^2$. Assim,

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (41)$$

Tal que,

$$t_2 = 2 \frac{L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right). \quad (42)$$

Portanto, $\Delta t = t_1 - t_2$ é dada por

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2}\right). \quad (43)$$

Fazendo agora o raio 2 paralelo a v e o raio 1 perpendicular, teremos

$$t_1^* = 2 \frac{L}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (44)$$

e

$$t_2^* = 2 \frac{L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \quad (45)$$

com a variação de tempo nesse caso sendo

$$\Delta t^* = \frac{2L}{c} \left(\frac{v^2}{2c^2} - \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (46)$$

Consideremos que o deslocamento d de uma configuração de franjas de interferências do caso 1 para o caso 2, que é a primeira configuração rotacionada de 90°, dado por

$$d = c(\Delta t - \Delta t^*). \quad (47)$$

Substituindo na expressão acima as equações (43) e (46), teremos

$$d = 4L \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2}\right). \quad (48)$$

Este resultado nos mostra que é esperado pela relatividade de Galileu um deslocamento das franjas de interferência quando ocorre a rotação, mas o que o experimento na prática

comprovou foi que não existe nenhuma mudança. Logo, esta modelagem precisava de correção quando se trata de movimentos com velocidades próximas a da luz.

Vamos supor agora este mesmo aparato de Michelson e Morley na situação em que o éter não existe e que a Terra nestes casos relativísticos é um referencial inercial, adotaremos para todo o experimento como sendo um referencial S' que se movimenta com uma velocidade v em relação a Terra.

- I - Caso: raio refletido pelo espelho 1 paralelo a direção de v .

Usando a conversão de velocidade da Terra S para S' temos que

$$u' = \frac{u - v}{1 - (v/c^2)u}. \quad (49)$$

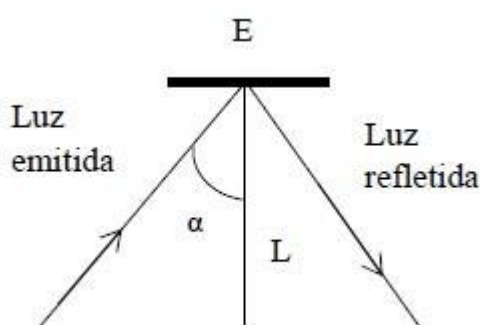
Para $u' = c$, e como $v \ll c$ temos que na Eq. (48) o termo $v^2/c \rightarrow 0$ torna-se

$$t_1 = 2 \frac{L}{c}. \quad (50)$$

- II - Caso: raio refletido pelo espelho 2 e perpendicular a direção de v

Considerando uma componente de v na direção do raio, encontraremos o mesmo resultado com a conversão de Lorentz-Fitzgerald já usada. Logo, a velocidade do raio continua sendo c , mas a distância entre os eventos – emissão da luz e reflexão no espelho – será abordada num aspecto diferente, pois para quem observa a emissão e a reflexão no referencial fixo, verá que esses pontos não passam pela mesma reta como quem está no referencial em movimento junto com S' (ver Figura 7).

Figura 7 - Referencial



Fonte: Autores (2022)

Tal que,

$$d = \frac{L}{\cos \alpha} \quad (51)$$

em que α é o ângulo de inclinação entre a luz emitida e o comprimento L , d representa a distância entre os eventos emissão e reflexão na visão de um observador fixo na terra S' .

Observamos que para $L < d$ há uma contração do comprimento são duas distâncias diferentes cada uma em relação a um referencial a L .

Estão relacionadas, conforme a relatividade de Lorentz-Fitzgerald, o termo $d = \gamma L$. Logo, o tempo de ida e volta desse raio de luz é

$$t'_2 = 2 \frac{L}{c}, \quad (52)$$

que é o tempo próprio ou

$$t_2 = 2\gamma \frac{L}{c} \quad (53)$$

também denominado de tempo não próprio. Fazendo $\Delta t = t_1 - t_2$, teremos

$$\Delta t = \frac{2L}{c}(1 - \gamma). \quad (54)$$

Fazendo a Rotação do aparato de Michelson e Morley, observa-se uma mudança na ordem dos raios de luz, mas o resultado para o intervalo demandado para os raios será o mesmo, ou seja,

$$\Delta t^* = \frac{2L}{c}(1 - \gamma). \quad (55)$$

Portanto, $\Delta t^* - \Delta t = 0$, o que concorda com a medição experimental, isto é, mostra que não haverá deslocamento nas franjas de interferência. A questão é que na época, não se conhecia a relatividade de Lorentz-Fitzgerald.

1.6 O Efeito Doppler Relativístico

As ondas de luz de uma fonte em movimento experimentam o efeito Doppler resultando um deslocamento para o vermelho ou azul na frequência da luz. Isto é semelhante, embora não idêntico ao que acontece, a outros tipos de ondas, como as ondas sonoras. A principal diferença é que as ondas de luz não precisam de um meio para viajar, portanto, a aplicação clássica do efeito Doppler não se aplica a essa situação. Sendo assim, a única teoria capaz de explicar este fenômeno é a relatividade de Lorentz-Fitzgerald.

Considere dois objetos: a fonte de luz e o observador. Como as ondas de luz que viajam no espaço vazio não atravessam um meio material, analisamos o efeito Doppler para luz em termos do movimento da fonte em relação ao observador. Neste caso, o observador recebe uma frequência f_0 que seria diferente da frequência transmitida pela fonte f_f . Isso é calculado com a mecânica relativística especial, aplicando a contração necessária do comprimento e obtendo a seguinte equação:

$$f_o = f_f \frac{\sqrt{\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)}}{\sqrt{\left(1 \mp \frac{v}{c}\right)}}, \quad (56)$$

em que v é a velocidade da fonte em relação a um referencial S' do observador.

1.6.1 Mudança para o vermelho e mudança para o azul

Suponhamos que uma fonte de luz se afasta do observador com uma frequência f_f , que é menor que a frequência percebida pelo observador. No espectro de luz visível, isso causa uma mudança para o vermelho no espectro de luz, por isso é chamado de desvio para o vermelho. Quando a fonte de luz está se movendo em direção ao observador, então f_o é maior que f_f . No espectro de luz visível, isso causa uma mudança em direção à alta frequência do espectro de luz. Esta mudança chama-se deslocamento para o azul.

Esse princípio é usado rotineiramente pela polícia nos radares para rastrear a velocidade. Pois, as ondas de rádio são transmitidas, colidem com um veículo e retornam. A velocidade do veículo (que atua como fonte da onda refletida) determina a mudança na frequência, que pode ser detectada com a caixa. Aplicações semelhantes podem ser usadas para medir a velocidade do vento na atmosfera, que é o "radar Doppler", do qual os meteorologistas usam bastante. Esse deslocamento Doppler também é usado para rastrear satélites. Observando como a frequência muda e o fato de que carros não viajam com velocidades próximas a velocidade da luz, você pode determinar a velocidade relativa à sua localização, o que permite que o rastreamento baseado no solo analise o movimento dos objetos no espaço.

Na astronomia, essas mudanças são úteis para observar um sistema com duas estrelas, você pode dizer qual está se movendo em sua direção e qual é a distância, analisando como as frequências mudam. Ainda mais significativamente, as evidências da análise da luz de galáxias distantes mostram que a luz sofre um desvio para o vermelho, o que mostra que essas galáxias estão se afastando da Terra. De fato, os resultados disso estão um pouco além do mero efeito Doppler. Na verdade, isso é resultado da expansão do próprio espaço-tempo, como previsto pela relatividade geral. Extrapolações dessa evidência, juntamente com outras descobertas, apoiam a imagem do "big bang" da origem do universo.

1.7 A relatividade geral

Com a relatividade especial, os fenômenos físicos em todo universo ficam limitados a velocidade máxima que é a da luz, daí entra uma questão – a mecânica clássica não limita as velocidades do universo e com essa ideia se construiu a gravidade clássica de Newton, que estabelece uma interação entre corpos massivos pela qual a informação desta interação viaja a uma velocidade infinita, isto é, os corpos começam a interagir no mesmo instante que existe uma determinada distância entre eles. Tem-se ainda a ideia de que a gravidade clássica de Newton não explica de que forma se dá essa interação, pois a distância, diferentemente da teoria eletromagnética em que campos elétricos e magnéticos que atuam em região do espaço-tempo influenciam cargas elétricas com uma força de natureza eletromagnética, fato este que a relatividade clássica de Newton e Galileu não conseguiu explicar. Albert Einstein então observou que assim como a teoria da relatividade especial corrigiu a relatividade clássica e explicou as interações eletromagnéticas, a gravidade clássica de Newton também deveria ser corrigida para explicar determinados fenômenos em que ela falhava.

Einstein teoricamente mostrou que a lei da gravidade clássica de Newton era limitada às condições de corpos não muito massivos e em movimento com velocidades bem inferiores à da luz. Assim, demonstrou que a gravidade clássica de Newton se limita apenas às condições de baixas velocidades e ao chamado campo fraco. Einstein demonstrou também que a gravidade é gerada pela curvatura do espaço-tempo e não uma interação instantânea entre corpos massivos. Neste ponto, destaca-se que a relatividade especial ou restrita não explica o fenômeno da gravidade, visto que os fenômenos dentro da relatividade especial levam em conta um espaço-tempo perfeitamente plano, ou seja, sem curvatura.

1.7.1 Curvatura do espaço-tempo e gravitação geométrica

Albert Einstein conseguiu visualizar que a gravidade não poderia ser explicada como sendo a interação de força vinda de dois corpos massivos, pois não fazia sentido a informação propagando-se mais rápido que a velocidade da luz. Para resolver esse impasse, ele idealizou a gravidade como sendo uma consequência da curvatura do espaço-tempo.

Esta ideia do espaço-tempo curvo não é de fácil assimilação e requer uma analogia para ser melhor entendida. Então, vamos imaginar uma cama elástica em forma

circular e sobre ela colocaremos uma bola de boliche bem no seu centro, e vamos observar o que acontece com a cama antes da colocação da bola e depois da colocação da bola. Com a bola fica fácil observar que o plano que representava a forma circular da cama ficou deformado fazendo com que o seu centro, local de colocação da bola de boliche, ficasse com uma curvatura deformando o plano para baixo. Então, se fizermos o experimento de jogar uma bola de gude antes da colocação da bola de boliche e depois da colocação da bola de boliche, veremos que a trajetória em cada caso da bola de gude é muito diferente. no caso de já termos a bola de boliche no tecido elástico, ao jogarmos a bola de gude veremos que a trajetória desta pequena bola é desviada em virtude a presença da bola de boliche. Da mesma forma temos o nosso sistema solar, em que o Sol está deformando o tecido do espaço tempo e com isto os planetas ficam conectados em órbita em torno dele.

Figura 8 – Deformação espaço tempo ilustrada numa cama elástica



Fonte: Autores (2022)

A curvatura do espaço-tempo nas proximidades de uma estrela determina os caminhos naturais mais próximos de uma reta em um espaço-tempo plano, ou seja, essas linhas no espaço-tempo curvo são conhecidas como as geodésicas. E da mesma forma como o caminho mais curto entre dois pontos da superfície da Terra não é uma linha reta. Na teoria da Relatividade Geral, as geodésicas no espaço-tempo curvo determinam o desvio da luz e o movimento orbital dos planetas.

A relatividade geral é matematicamente expressa por um conjunto de equações diferenciais tensoriais não-lineares que definem como a geometria depende da quantidade de matéria-energia numa determinada região do espaço-tempo. Essas equações são chamadas de equações de campo de Einstein e as suas soluções podem

render respostas para diferentes circunstâncias na física, incluindo o comportamento de corpos individuais e de todo o universo.

Einstein compreendeu que estas equações de campo podiam explicar o Cosmos. E logo em 1917, ele modificou a primeira versão de suas equações, adicionando o que chamou de "constante cosmológica". Isso representa uma força que deve agir para fazer um universo em expansão, neutralizando a gravidade, que tende a fazer o universo se contrair. Estudos posteriores mostraram que o universo estar em expansão e que a constante cosmológica casa perfeitamente com essa ideia, confirmada posteriormente.

1.7.2 Dilatação do tempo na Relatividade Geral

Em relatividade geral o tempo deverá ter um determinado ritmo conforme a aceleração do quadro de referencial onde temos um relógio para medir, tal que o quadro de referenciais não inerciais deveria ter o tempo mais lento em relação a quadro de referenciais inerciais. E pelo princípio de equivalência, um relógio estacionado num campo de gravidade de um objeto massivo vai experimentar um ritmo de tempo equiparado a um relógio em um quadro de referencial inercial com uma aceleração igual a do campo de gravidade do objeto massivo. Nessa conjuntura, pode-se também resolver o paradoxo dos gêmeos da relatividade especial, ou seja, quando observamos que o gêmeo que ficou na Terra experimenta apenas a aceleração da gravidade da Terra, que é um campo dito fraco, o gêmeo que viajou experimenta acelerações elevadas para chegar a uma velocidade próxima da luz e depois desacelerar para retornar a Terra e novamente acelerar e, por fim, desacelerar para pousar a nave na Terra.

A dilatação do tempo gravitacional é uma mudança no ritmo de tempo causada por um campo de gravidade, que, na teoria geral da relatividade, é descrita como um efeito no tempo da curvatura do espaço-tempo. A teoria diz que quanto mais próximo um observador está de um acúmulo de massa agregada e quanto mais massivo for um corpo, mais devagar o tempo passa. Normalmente, não percebemos esses efeitos, já que eles são ínfimos no cotidiano humano. O intervalo de tempo decorrido na superfície de um corpo massivo em relação a um quadro de referencial não acelerado é dado por:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{2MG}{rc^2}}, \quad (57)$$

em que $\Delta t'$ é o intervalo de tempo no quadro de referencial de um corpo massivo, Δt intervalo de tempo no quadro de referencial sem aceleração, M é a massa do corpo, G é a constante de gravitação, r é o raio do corpo e c a velocidade da luz.

1.7.3 Princípio da equivalência

O princípio da equivalência afirma que todos os observadores em movimento inercial estão em situação equivalente, sendo em situação de aceleração seja por estarem em um referencial em movimento acelerado ou por estarem em um referencial com aceleração de um certo campo de gravidade. Este princípio surgiu como uma forma da Física generalizar a questão de corpos sujeitos a alguma aceleração seja por existir movimento inercial de um referencial ou por um referencial estar sujeito a ação de gravidade em virtude da geometria espaço-tempo.

São exemplos de situações derivadas da proposta deste princípio a de um indivíduo flutuando dentro de um elevador em queda livre em relação ao referencial do elevador ou um astronauta em uma nave à deriva pelo espaço. Nestes exemplos, tanto a pessoa quanto o astronauta estão em situações análogas. Se o astronauta liga os motores da nave que vai resultar uma aceleração em seu corpo e se o indivíduo no elevador está perfeitamente parado e a única aceleração sentida em seu corpo seja a gravidade. Logo podemos, com certeza, afirmar por equivalência que estas situações são totalmente análogas. Imaginemos que o astronauta na nave espacial ligue os motores do foguete de forma a produzir uma aceleração na nave no sentido do chão para cima e que logo após solte uma tigela, ele observará a própria tigela cair e se quebrar no piso da nave. Da mesma forma a pessoa dentro do elevador, perfeitamente parado na superfície da terra, solta de sua mão uma tigela, ela cairá e vai quebrar no piso. Ambas as situações são implicações da influência de um campo acelerado por movimento inercial ou por gravidade são situações perfeitamente análogas.

O **princípio de equivalência fraca** diz que todos os objetos independentemente da quantidade de massa, quando em um mesmo campo gravitacional vão cair com a mesma taxa de variação de velocidade com o tempo, isto é, objetos na superfície da terra com massas diferentes e abandonados da mesma altura e ao mesmo tempo vão chegar juntos no chão desde que a resistência do ar, no experimento, tenha influência sobre os resultados das medições. Portanto, podemos fazer equivalência entre massa gravitacional e massa inercial.

Para Einstein, o princípio da equivalência diz que qualquer experimento deve ter o mesmo resultado seja realizado em laboratório ou em queda livre. E se realizarmos experimentos no espaço na ausência total de gravidade ou de ausência total de aceleração no mesmo quadro de referencial, e ainda se esse quadro de referencial está em situação de queda livre vamos concluir que teremos os mesmos resultados.

1.8 A contextualização das ondas gravitacionais

Como vimos, na relatividade, o espaço-tempo curvo gera a gravidade. Considere agora que estamos perturbando o espaço-tempo, por exemplo, girando uma massa pesada. Como a perturbação de um meio material pode viajar transportando energia e momento como uma onda, a perturbação do espaço-tempo também pode viajar. E quando ocorre o transporte de energia e momento pela distorção do espaço-tempo, obtemos ondas gravitacionais. As ondas gravitacionais são ondulações na geometria do espaço-tempo do Universo.

Em 1915, Einstein propôs sua teoria geral da relatividade e em 1916 ele previu a existência de ondas gravitacionais. Para tal proposição, Einstein obteve uma equação matemática chamada equação de onda. Esta equação é interpretada como propagação da vibração espaço-tempo como uma onda com velocidade da luz.

A onda gravitacional é gerada por corpos supermassivos orbitando entre si e vai se propagando a partir desta fonte geradora, gerando distorção na distância até a localidade onde é medida sua frequência, amplitude e comprimento de onda. Essa distorção foi medida com precisão usando laser. Em teoria, o laser percorre a distância por onde passa a onda gravitacional, essa distância sofrerá um encurtamento provocado pela onda que distorce o espaço-tempo. Logo, o laser vai acompanhar essa mudança na distância por onde a onda está passando. Daí por diante vamos medir os tempos do percurso do laser com a presença da onda e sem a presença dela. Como a velocidade da luz é constante e não é afetada pela onda gravitacional, então as ondas gravitacionais são ondas de perturbação de uma métrica no espaço-tempo plano.

A mudança relativa no comprimento (chamada deformação) é então extremamente pequena $\Delta L/L \sim 10^{-21}$. A deformação da onda gravitacional decorrente da fusão de dois buracos negros também é calculada como sendo da mesma ordem. Isso explica por que físicos e astrônomos consideram o limite 10^{-21} tão importante, pois uma deformação da ordem de 10^{-21} significa que um comprimento de 1 cm deve ser medido

com uma precisão de 10^{-21} cm. Para isso é preciso que os instrumentos sejam sensíveis o suficiente para detectar essa mudança minúscula no comprimento relativo com a finalidade de detecção de ondas gravitacionais.

O Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferometria a Laser (LIGO, do inglês *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*) detectou uma deformação da ordem de 10^{-21} em um interferômetro do tipo de Michelson, isto é, ele detectou a superposição de duas ondas. No LIGO, a luz de comprimento de onda conhecido de uma fonte de laser incide sobre um divisor de feixe (um espelho semitransparente) que permite que 50% da luz passe e 50% seja refletida a 90 graus. Os feixes de luz transmitidos e refletidos viajam através de dois braços do interferômetro para os espelhos para serem refletidos de volta e se fundirem no divisor. O divisor então reflete o feixe mesclado para um detector (fotodiodo). Na fusão, as ondas de luz de dois feixes se sobrepõem, que dependendo dos comprimentos do caminho percorrido pelos dois feixes, essa distância dos espelhos refletores dos feixes vindos do divisor produzirão um padrão de interferência no detector. Uma pequena diferença no comprimento do percurso resultará em um padrão de franja (anéis alternados ou tons claros e escuros). A separação das franjas depende do comprimento de onda e da diferença do comprimento do caminho dos dois feixes de luz.

Para um comprimento de onda de luz conhecido, a separação da franja dá a diferença no comprimento percorrido pelos dois feixes de luz, desde que os dois espelhos refletores sejam colocados a uma distância de L do divisor. A onda gravitacional ao se propagar ao longo dos braços, irá colocar os espelhos em oscilação e resultará na mudança dos comprimentos de L para $L + dL$ e $L - dL$. A mudança de comprimento dL resultará em um padrão de interferência e a mudança induzida dL pode ser medida. Os efeitos da onda gravitacional nos dois espelhos do interferômetro tipo de Michelson serão medidos e os tempos que o laser levará para viajar entre os comprimentos do braço provará que a velocidade da luz é constante e que uma luz azul e uma luz vermelha percorrerão uma determinada distância de cada braço do LIGO.

1.8.1 Modelo matemático simplificado da onda gravitacional

Todas as ondas que se propagam apresentam três propriedades básicas: frequência, comprimento de onda e amplitude. Faremos uma breve e simples descrição matemática dessas características para a onda gravitacional. Consideremos dois buracos

negros em processo de fusão, que é exatamente a junção de dois buracos negros formando um único corpo supermassivo, eles orbitarão em torno um do outro até que se complete o processo e então teremos um único buraco negro. Por muitos anos, provar a existência de buracos negros binários foi difícil devido à natureza dos próprios buracos negros e aos meios limitados de detecção disponíveis. No entanto, no caso de um par de buracos negros se fundir, uma imensa quantidade de energia deveria ser emitida como ondas gravitacionais. (https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_black_hole)

Com a evolução do processo da fusão a tendência da órbita entre os buracos negros é diminuir e o período orbital até se finalizar a citada fusão com a formação de um novo buraco negro estável. Contudo, antes disto as velocidades orbitais na fase final do processo tendem a ficarem altíssimas e amplitude da onda gravitacional emitida alcança seu pico de intensidade.

Durante o processo vamos considerar que os dois buracos negros tenham o mesmo raio e mesma massa, condições estas muito semelhantes às da observação feita em 2015. A distância dos buracos negros ao planeta Terra é medida em megaparsec (MICHEL, 2017) e a velocidade de órbita entre os buracos em termos de porcentagem da velocidade da luz. O raio de órbita é duas vezes o raio de um buraco negro, que é dado pelo estudo da métrica de Schwarzschild. E a massa do sistema de dois buracos negros é dada em termos de uma quantidade de vezes a massa do Sol. Assim, para a frequência temos:

$$f = \frac{v}{2\pi R} \quad (58)$$

com $R = 2R_b$. Sendo

$$R_b = \frac{2GM}{c^2} \quad (59)$$

e

$$v = x \frac{c}{100} \quad (60)$$

Na Eq. (69) $M = nM_s$, em que n é o número de vezes da massa do Sol, ou seja, é a massa total do conjunto de buracos negros que formam o binário, M_s a massa do Sol, x é a porcentagem em relação a luz para a velocidade de órbita entre os buracos negros, R_b é o raio de um buraco negro e R o raio duplicado de um buraco negro formador do binário. Portanto, a Eq. (68) torna-se

$$f = x \frac{c^3}{800\pi GM_s n} \quad (61)$$

ou ainda ao substituímos os valores das constantes

$$f = x \frac{80,532}{n}, \quad (62)$$

que é a equação final para a frequência.

Para o comprimento de onda sabemos que assim como as ondas eletromagnéticas, as ondas gravitacionais se propagam com a mesma velocidade da luz, tal que

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (63)$$

ou

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8 n}{80,532 x} m. \quad (64)$$

Para o cálculo da amplitude definiremos uma grandeza adimensional h que representa o esforço em decorrência da tensão e estresse no tecido espaço-tempo feito pela passagem da onda gravitacional. O efeito da passagem da onda vai gerar uma tensão que deverá distorcer o comprimento no braço do LIGO. Esse esforço também vem de cálculos avançados com a métrica de Schwarzschild. Esse fator de esforço h é dado por

$$h = \frac{2GM}{c^2 D} \left(\frac{v}{c}\right)^2. \quad (65)$$

A partir de todas essas definições, podemos calcular (MICHEL, 2017) uma estimativa de amplitude da onda no braço do LIGO que deverá ser a variação do seu comprimento com a passagem da onda gravitacional. Logo, a amplitude da onda no braço do LIGO será

$$A = L \times h \quad (66)$$

ou

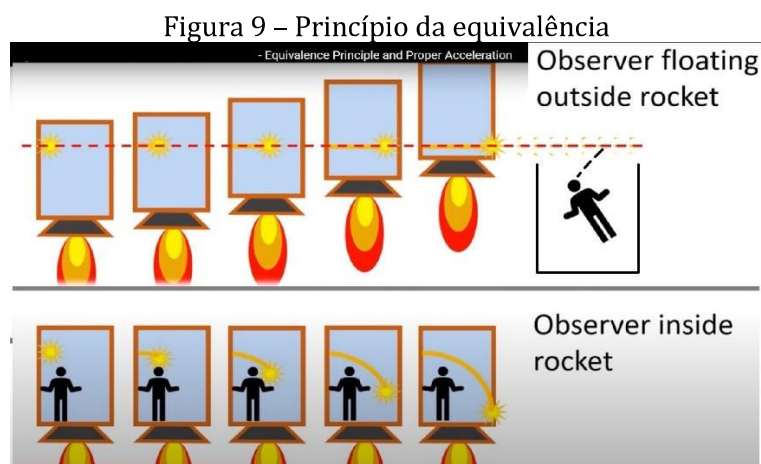
$$A = L \frac{2GM}{c^2 D} \left(\frac{v}{c}\right)^2, \quad (67)$$

em que L é o comprimento do braço sem o efeito da passagem da onda gravitacional e D é a distância da Terra aos binários de buracos negros.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE SOBRAL EM UMA PERSPECTIVA PARA O ENSINO MÉDIO

Em 1915 Albert Einstein publica sua teoria da relatividade geral e o mundo da física fica perplexo com a ideia de que como a concentração de massa pode alterar as condições do tecido espaço-tempo já devidamente conceituado na teoria da relatividade especial. Conforme Einstein idealizou em sua nova teoria, em locais de forte concentração de massa, o espaço é distorcido e o tempo neste ponto vai passar de forma lenta.

Hoje já sabemos que um exemplo disto é a região do espaço conhecida como o horizonte de eventos dos buracos negros que é a fronteira teórica ao redor de um [buraco negro](#) a partir da qual a sua [força da gravidade](#) é tão forte que, nem mesmo a [luz](#), consegue escapar. Portanto, neste horizonte de eventos, o tempo passará mais lentamente. Daí a ideia de que uma nave que viaja em velocidade constante e trajetória reta que ao se aproxima de um buraco negro terá sua trajetória encurvada pois nestes pontos o espaço está distorcido e o tempo vai passar mais lento para os viajantes da nave. Essa situação é análoga a de um raio que passa por uma fenda de um elevador adentrando nele em movimento e que é percebido por um observador que ver o raio entrar por um orifício e depois sair do elevador por outro orifício – o observador vê a trajetória do raio como sendo uma curva (veja Figura 9).



Fonte: Youtube Eigenchris (2022)

Pela teoria de Einstein ficou estabelecido que tanto a energia ou a matéria tem comportamento equivalente quando estão na proximidade de alta concentração de massa, portanto como já ficou explicado, pode ser que uma nave espacial passando pela proximidade de uma localização de alta concentração de massa tenha sua trajetória entortada. No caso da nave espacial poderemos ter também a medição do tempo para

observamos que nesta situação ela vai passar de forma mais lenta que é o que ocorre no horizonte de eventos em buracos negros. Já para a radiação, apenas será observado o encurvamento da trajetória pois não podemos medir tempo próprio de radiação.

Na situação expressa anteriormente, você estar na superfície da Terra é equivalente a estar dentro de uma nave espacial (longe de qualquer fonte de gravidade ou outra força resultante) que está sendo acelerada por seus motores. A sentido ou vetor de equivalência de aceleração na superfície da Terra é "para cima" (força normal reação) ou diretamente em direção oposta ao centro do planeta, enquanto o vetor de aceleração em uma nave espacial é diretamente oposto ao sentido da massa gasosa da queima de combustível ejetada. A partir da equivalência, Einstein deduz então que objetos em queda livre não experimentam outra aceleração (por exemplo, em direção à terra ou outro corpo maciço), mas sim falta de peso aparente e nenhuma aceleração além de g .

A luz é pura energia, ou seja, não possui massa, mas para a relatividade geral nem a luz pode escapar de locais próximos a alta concentração de massa onde o espaço encontra-se deformado. Detalhe é que para um referencial no feixe de luz, o ponto ou o conjunto de pontos de intensa concentração de massa é que vai aproximar-se da referida luz. Esta situação é análoga a uma pedra que é abandonada em queda livre na superfície da Terra, em que pela relatividade geral a pedra cai, dado que, o espaço na superfície da Terra se encontra distorcido pela alta concentração de massa do planeta e somente para pelo impacto com o solo. A luz vinda de estrelas sofre a mesma influência ao passar próxima a superfície do Sol. Na teoria da relatividade geral deduzimos o cálculo real de quanto é esta deflexão, que também pode ser obtida pela mecânica clássica de Newton, porém para esta última o resultado é metade do valor encontrado por Einstein.

O astrônomo alemão Johann von Soldner, em 1801, publicou em seu artigo intitulado "sobre o desvio de um raio luminoso de seu movimento em linha reta devido à atração de um corpo celestial que passa próximo" um estudo, cujo objetivo era mostrar, a partir da teoria da gravitação clássica newtoniana e considerando o espaço euclidiano e perfeitamente geométrico, que as propriedades gerais e interações a partir de massa concentrada dão origem a teoria da atração da gravidade. Previamente, já haviam sido observados desvios consideráveis da luz, como na aberração estelar, o que Soldner propõe é que, em um determinado instante, um raio de luz emerge. Contudo, devido a atração gravitacional, ocorre o desvio da luz, de forma a encurvar a sua trajetória. Nesta época ficou matematicamente demonstrado que quando um raio de luz de uma estrela

qualquer passa próximo ao Sol, ele é atraído de forma que sua trajetória antes de passar pela superfície solar e depois formam a figura geométrica de uma hipérbole e daí encontramos a inclinação das suas assíntotas, que é exatamente igual a metade do valor do ângulo do desvio da luz nesta teoria. Portanto, desta descrição foi encontrado o resultado

$$\delta = 2 \frac{GM}{Rc^2}. \quad (68)$$

Na Eq. (79) M é a massa do Sol e R o raio do Sol. Se substituirmos os devidos valores na Eq. (79) obteremos $0,875''$, que é o ângulo de desvio da luz ao passar próxima do Sol em decorrência dos efeitos da gravidade de Newton considerando a massa solar e a geometria do espaço euclidiano.

O detalhe é que estes cálculos não eram correspondentes com a realidade do que de fato acontece com um feixe de luz de uma estrela que se aproxima da superfície solar. Einstein então fez uso da relatividade geral, que leva em conta uma geometria diferencial de Riemann, para propor através de três coordenadas espaciais e uma temporal os efeitos sofridos pela estrutura espacial prevista pelo encurvamento do espaço-tempo. Com isto o feixe de luz ao passar próximo a superfície do Sol iria sofrer um desvio com o espaço-tempo distorcido como previsto na Relatividade Geral.

A equação da trajetória encontrada por essa conjectura é do tipo diferencial de grau 2, o qual sua matemática complexa foge do escopo deste trabalho, e sua solução prever que o feixe de luz passaria muito próximo ao Sol, mas não sofreria desvio. Esse resultado é uma excelente aproximação para calcular o desvio verdadeiro do feixe que é igual ao dobro do arco cuja tangente é o coeficiente angular desta reta, isto é,

$$\delta = 4 \frac{GM}{c^2 R}. \quad (69)$$

Deste resultado foi encontrado o ângulo de $1,75''$, ou seja, o dobro previsto pela teoria de Newton para o desvio da luz.

Como a TR suscitou a discussão de quanto seria o desvio do raio de luz em torno do Sol, uma expedição liderada pelo cientista Arthur Eddington aproveitou um eclipse total do Sol que poderia ser visto na cidade de Sobral em 1919 para fazer tal medição. Isto somente seria possível fazer nesta condição visto que com a incidência dos raios solares não se pode localizar um feixe de luz vindo de uma estrela mais distante e precisa-se fazer durante o dia para que a condição da superfície do Sol distorcesse o

espaço-tempo promovendo desta forma o desvio esperado para se medir os efeitos relativísticos que ocorrem.

O experimento aconteceu e os astrônomos com seus aparelhos de observação dos astros e corpos celestes conseguiram medir o ângulo de desvio da luz nesta condição, cujos resultados foram divulgados em novembro daquele mesmo ano diante da Royal Society. Em seu pronunciamento, Eddington foi taxativo ao afirmar que: “Os resultados das expedições a Sobral e a Príncipe podem deixar poucas dúvidas de que a deflexão da luz acontece nas redondezas do Sol e que é pela quantidade demandada pela teoria da relatividade generalizada de Einstein, atribuída ao campo gravitacional do Sol.”. Ou seja, o valor igual ao dobro do que foi previsto pela teoria de Newton para a Gravitação. E ficou demonstrado que a gravitação relativística encurva o espaço, com isto o raio de luz que foi observado com o eclipse foi distorcido em sua trajetória e não ocorre atração da força da gravidade sobre o raio de luz como era previsto pela teoria clássica da gravitação.

2.1 Contextualização histórica da expedição do experimento de sobral na visão de Crispino Bassalo

2.1.1 Duas expedições: uma britânica e outra do Observatório Nacional

Em 1917, os cientistas e astrônomos ingleses Frank Watson Dyson, diretor do Observatório Real de Greenwich e Arthur Stanley Eddington, um celebre cosmólogo, queriam colocar em prova a teoria de Einstein. A comunidade cosmológica assim como o próprio Frank Dyson era descrente com a novíssima Teoria da Relatividade Geral. Acreditava – se, por conta da guerra, que se deveria privilegiar a Teoria de Newton da Gravitação que trata este conceito como força agindo em um campo entre duas concentrações de massa em regiões do espaço distintas e assim teríamos uma interação instantânea entre dois corpos em contra posição a nova Relatividade Geral, que afirmava naquela época que a gravidade é a distorção do espaço-tempo em decorrência de uma região espacial com forte concentração de massa que pode até mesmo mudar a trajetória da luz. Mas Eddington, de sua parte, estava motivado com a Relatividade Geral (CRISPINO, 2018).

Frank Watson Dyson e Arthur Stanley Eddington usaram o eclipse de 1919 para fazer a prova se a teoria estava correta. A motivação de Eddington conseguiu convencer Dyson sobre a relevância de se planejar e executar uma expedição para testar a nova teoria de Einstein para a propagação da luz e para Gravidade. Frank Watson Dyson

era observador de eclipse e sabia que o experimento era de forte necessidade. Os locais escolhidos para a observação foram a Ilha de Príncipe na Costa Oeste da África, que é território de Camarões. Tal escolha se deu pelo fato do Sol não sofrer situações de sombras e também por estar em terra firme, visto que, nas outras áreas da África ou ele não seria perfeitamente visto ou não estaria em terra firme. O outro local escolhido foi o Brasil.

Watson Dyson recebeu uma correspondência do engenheiro Henri Charles Morize, diretor do Observatório Nacional do Rio de Janeiro. Neste documento histórico está registrado que Morize dizia que Sobral no Ceará é a segunda maior cidade deste Estado, e que possui muito boa infraestrutura para acesso.

Como teriam que fazer fotografias e observações para realizar as medidas e tirar suas conclusões além, claro, de checar os resultados, mandatoriamente o tempo deveria estar sem nuvens. Logo, a melhor opção para se conseguir a situação mais ideal possível para o experimento seria de que as observações fossem realizadas nesses dois locais.

2.2 Montagem do Telescópio Astrofotográfico

A astrofotografia diz que, quanto mais ampla a lente, melhor. Uma distância focal deve ser menor que 24 mm , e a comitiva inglesa usou um foco de 11mm . Isto porque quanto menor a distância focal, maior seu campo de visão. Para obter resultados ainda melhores, foi feito com abertura menor, sendo que o ideal é que ela seja de, no máximo, $f/2,8$. Quanto menor esse número, maior a abertura da lente, e, conseqüentemente, maior a quantidade de luz que é capturada, que para o foco manual, era o necessário e o que se tinha nessa época.

Uma base de muito boa confiabilidade era essencial para manter a câmera estável. Isso porque qualquer mínima trepidação resultaria em uma foto borrada – o que se queria obviamente evitar. Para a astrofotografia, na época foi interessante fazer tudo numa base de pilares de tijolos para garantir a firmeza e estabilidade para todo o conjunto ótico incluindo o Astrofotográfico de 33 cm . E para se otimizar melhor as observações, o intervalo entre fotografias e o tempo total do eclipse, ficou estabelecido que o intervalo de tempo entre as fotos seriam de no mínimo de 5 segundos até 10 segundos. E tinha também 15 cm de abertura da objetiva e 8 m de distância focal conjugado com um celostato (conjunto de espelhos planos que permitem registrar a imagem refletida do Sol sobre uma placa fotográfica). Essas placas possuíam dimensão de $23,5\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. A Figura 10 mostra o aparato experimental montado para a observação em Sobral.

Figura 10 - Telescópios montados em Sobral pela equipe inglesa na observação do eclipse solar de 1919

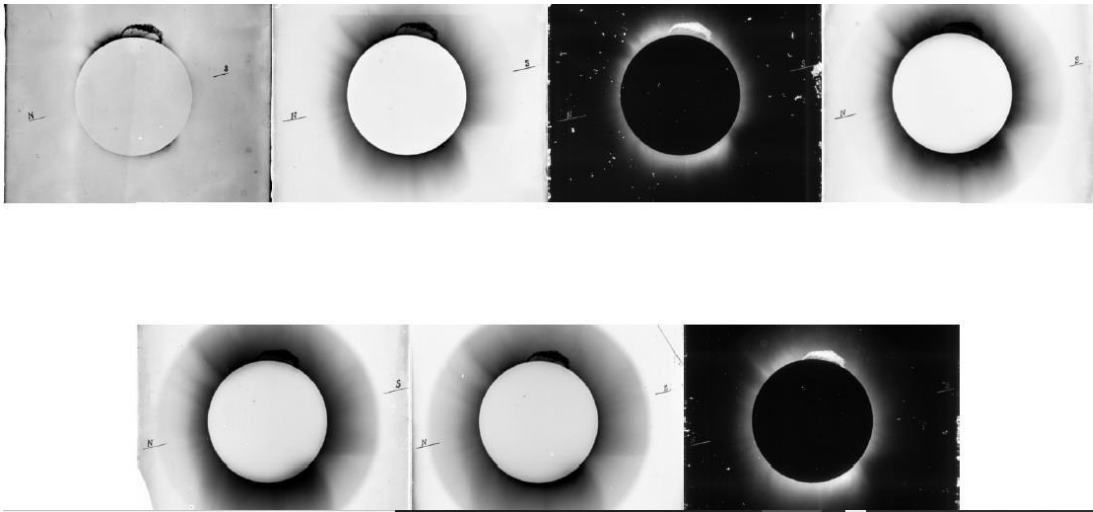


Fonte: CRISPINO (2019)

Os instrumentos dos astrônomos brasileiros eram equipamentos montados em uma praça em frente à igreja do Patrocínio, distante do local reservado aos britânicos. Que tinha a especificação: telescópio refrator, com uma lente objetiva de 15 cm de diâmetro e 8 m de distância focal, permanecia disposto horizontalmente, acoplado a um celóstato (conjunto de espelhos planos que permitem registrar a imagem refletida do Sol sobre uma placa fotográfica) do mesmo fabricante da luneta da marca Mailhat. Essas placas têm dimensão de 23,5 cm x 18 cm. As imagens sobre as placas foram adquiridas no momento que a sombra da Lua ficou perfeitamente visível em formato de disco através do alinhamento Sol e Lua. A hora no dia que se iniciou, era exatamente às 8:55 h, hora local, do dia 29 de maio de 1919. Num intervalo de 5 minutos e 13 segundos foi registrado o eclipse em Sobral.

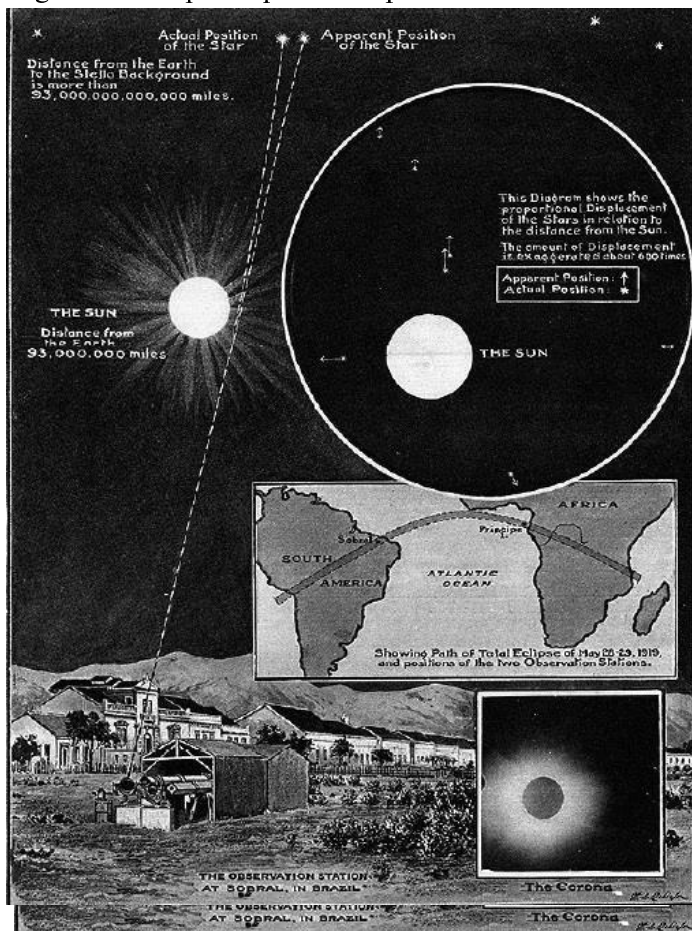
As Figura 11 mostra algumas imagens obtidas das estrelas no momento do eclipse, enquanto a Figura 12 traz uma animação do desvio do raio luminoso enquanto é feita essa observação.

Figura 11 – Imagens astrofotográficas do Observatório Nacional



Fonte: Observatório Nacional 2017

Figura 12 - Esquema publicado pelo Observatório Nacional



Fonte: Observatório Nacional 2017

3 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA RELATIVIDADE

Uma sequência didática baseada na teoria da aprendizagem significativa segue a sequência de um objetivo, de uma filosofia e de um marco teórico (MOREIRA, 2012). Esses componentes deverão estar sendo observados a partir dos conhecimentos prévios que desejamos que o aluno coloque em prática. Esses servirão de subsunçores para que o aluno faça o *link* com o conhecimento a ser adquirido, que são despertados por situações problemas vinculados à situações iniciais que na realidade são os novos conteúdos a serem assimilados pelo aprendiz.

Os objetivos dizem respeito à cognição, à construção do conhecimento significativo que deva ser duradouro. Uma estratégia muito utilizada norteadora para a verificação de uma sequência didática é fazer uso de mapas conceituais como gráfico e imagens na mente do aluno. Já com relação à filosofia, deve-se sempre buscar a aprendizagem proposta por David Ausubel, que foi idealizada e concretizada por cima de uma unidade de ensino para que a aprendizagem ocorra de verdade.

Os princípios norteadores citados acima são orientações que devem ser consideradas no planejamento, na aplicação e na avaliação de uma sequência didática, pois a clareza da relevância de tais princípios no processo de ensino e aprendizagem tornará a ação docente melhor qualificada para perceber evidências de aprendizagem significativa nas ações de interação com o conhecimento que o educando venha a materializar. Para cada encontro desta SD utilizamos como metodologia a aula expositiva e a elaboração de mapas conceituais.

3.1 Primeiro encontro

Neste encontro informamos aos estudantes sobre a aplicação da sequência didática quanto aos seus objetivos, finalidades e como seria avaliação dessa sequência. O tema desta aula foi “Física Relativística” e o conteúdo apresentado foi Relatividade Clássica e Introdução a Relatividade Especial.

Habilidades: O aluno será capaz de entender que antes da TRE tínhamos conceitos absolutos para espaço, tempo e eventos simultâneos e com o advento da Relatividade moderna estes conceitos evoluíram. E será capaz de entender a transformação de Galileu e as transformadas de Lorentz-Fitzgerald para as contrações do espaço e dilatação do tempo, além da conversão de velocidade no eixo x de um sistema

coordenadas S para x' de um sistema de coordenadas S' . E elaboração de mapas conceituais comparando as duas teorias: a clássica e a especial.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Descrição das atividades: Situação inicial – Conceito de sistemas de referenciais inerciais, transformação de Galileu para referenciais inerciais; Metodologia – Aula Expositiva, debates dos conteúdos propostos, aprendizagem significativa usando mapas conceituais de Novak; Exposição de mapa conceitual sobre a relatividade de Galileu.

Situação problema: – Será colocado para os estudantes a situação de um aluno parado observando uma pessoa em um vagão de trem, sendo que o aluno está a uma distância em metros do fundo do vagão. – Uma nave espacial a uma velocidade de 10% de c que recebe um pulso de laser vindo da Terra.

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

3.2 Segundo encontro

Esse encontro foi dividido em duas aulas, em que os assuntos abordados foram a medição do tempo em diferentes referenciais e a transformação de Lorentz, e a contração do comprimento.

Habilidades: – Compreender os principais aspectos da dilatação do tempo; – Compreender os principais aspectos da contração de Lorentz e a medição de comprimento espacial em diferentes referenciais.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: Como posso sincronizar um relógio em minha casa com o relógio do vizinho pela sincronização da relatividade especial? O que podemos dizer de um trem foguete que viaja a velocidade perto da luz, sobre seu comprimento observado por uma pessoa parada numa estação de trem e o comprimento medido por um de seus passageiros?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

3.3 Terceiro encontro

Habilidades: – Compreender o problema mental dos paradoxos dos gêmeos e do comprimento; – Compreender o princípio da equivalência e a ideia de geometrização

da gravidade;

Descrição das atividades: O professor deve explicar como se dá a contração do comprimento, propor o problema do gêmeo que viaja numa nave espacial e depois de alguns anos retorna a Terra para reencontrar seu irmão e descrever o problema de dois observadores com um numa barra comprida e outro parado olhando um buraco a frente da barra com mesmo comprimento; em outro momento, o professor mostrará que o conceito de massa inercial é equivalente a massa gravitacional e que a geometria do espaço-tempo influencia na trajetória dos corpos.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: – A) Por que só o gêmeo da nave permaneceu jovem? B) como no observador da barra, o buraco sofrerá contração e a barra ainda cairá? Como um raio de luz num referencial acelerado pode ser visto diferente de um observador no referencial e outro fora?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

3.4 Quarto encontro

Habilidades: – Mostrar ao estudante a Teoria da gravidade na Relatividade de Einstein e compreender os principais aspectos do experimento de Sobral; – Compreender o limite entre a gravidade de Newton e a Relatividade Geral.

Descrição das atividades: apresentar a importância do experimento de Sobral para a Relatividade no que tange a comprovação da distorção do tecido espaço-tempo como uma nova teoria de gravitação. Mostrar que a teoria da gravidade de Newton se limita aos quadros de referenciais em campos fracos e velocidades não relativísticas.

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: O que acontece com um feixe de luz quando vem de outra estrela e passa próximo ao Sol? Para qual planeta do sistema solar a Lei da Gravitação de Newton falha ao explicar sua órbita?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

3.5 Quinto encontro

Habilidades: – Compreender que a dilatação gravitacional do tempo é equivalente a dilatação do tempo em quadro de referenciais acelerados; – Compreender

o que é uma onda gravitacional, sua geração e suas características matemáticas.

Descrição das atividades: Proporcionar que o estudante entenda que assim como observamos espacialmente que a luz desvia sua trajetória na presença do Sol, o tempo também na superfície solar ou em um corpo ainda mais massivo é diferente do que o ritmo de tempo na Terra. Definir um binário de buracos negros e mostrar que a milhões de parsecs da Terra é gerado ondas gravitacionais detectáveis

Recursos: quadro branco, pincel marcador, notebook e datashow.

Situação problema: Uma nave viajando a aceleração de 10 m/s^2 em um ano terrestre terá esse mesmo tempo para seus astronautas? Qual será a frequência, comprimento de onda e amplitude da onda gravitacional detectada pelo LIGO?

Avaliação: Participação dos estudantes durante a aula, debate do objetivo proposto, avaliação da metodologia aplicada pelo professor.

3.6 Mapa Conceitual de Referência

O link abaixo mostra um mapa conceitual sobre a relatividade de Galileu, Restrita e Geral



MAPA CONCEITUAL
final.xlsx

- BAUER, W. Westfall. Dias, H. **Física Relatividade Oscilações Ondas e Calor**. 1ª edição. Estados Unidos. Editora MC Graw Hill: 2013
- BISQUOLO, Paulo Augusto. «**A Dinâmica ou Estudo das Causas do Movimento**». Portal São Francisco. Consultado em 22 de janeiro de 2012
- CRISPINO, L. C. B.; LIMA, M. C. **Revista Brasileira em Ensino de Física**, v. 40, n. 1, p. 1601 (2018).
- EDDINGTON, A. **Space, time and gravitation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1953.
- HALLYDAY, D. Resnick, R. Walker, J. **Fundamentos de Física Volume 4**. 4ª edição. Rio de Janeiro RJ. Editora LTC: 1995
- LORENTZ, H. A., EINSTEIN, A., MINKOWSKI, E. H. **Textos Fundamentais da Física Moderna, I volume - O Princípio da Relatividade** (3ª edição), Editora da Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa (1958).
- MARTINS, R. A. **Teoria da Relatividade Especial**. 2ª edição. São Paulo - SP. Editora Livraria da Física: 2012
- MOREIRA, M.A.; MASINI, E.F.S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro. 2011
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica Volume 4**. 1ª edição. São Paulo - SP: Editora Blucher, 2013.
- SANTOS, Márcio Correia dos. **Experimento e matemática na lei da queda dos corpos de Galileu Galilei**. 2018. 1 recurso online (130 p.). Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Campinas, SP.
- THORNE, Kip **"Warping spacetime". O futuro da física teórica e da cosmologia: comemorando o 60º aniversário de Stephen Hawking**. Cambridge University Press. p. 74. ISBN 0-521-82081-2. Extrato da página 74, (2003).
- TIPLER, P. A. Llewellyn, R. A. **Física Moderna**. 6ª edição. Rio de Janeiro RJ. Editora LTC: 2017
- TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene; **Física para Cientistas e Engenheiros - Vol. 1 - Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6ª Edição, Editora LTC 2009.

ANEXO A – SIMULTANEIDADE E SINCRONIZAÇÃO

08) Vídeo Explicativo: [Postulados da Relatividade - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=Dl0DfBW85d0)

(<https://www.youtube.com/watch?v=Dl0DfBW85d0>)

09) Vídeo Explicativo: [Relatividade da Simultaneidade - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=v2vCj7iQRC0)

(<https://www.youtube.com/watch?v=v2vCj7iQRC0>)

ANEXO B – PARADOXO DOS GÊMEOS

10) **Vídeo Explicativo:** [\[Física Moderna\] Transformação de Lorentz - Paradoxo dos gêmeos e contração de Lorentz - YouTube](#)

(<https://www.youtube.com/watch?v=5ZahCX2GkI0>)

ANEXO C – PARADOXO DO COMPRIMENTO

- 11) Vídeo Explicativo: [Relatividade das medidas - YouTube](https://www.youtube.com/watch?v=PkAZHVpy8-0)
(<https://www.youtube.com/watch?v=PkAZHVpy8-0>)