

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO**

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE  
ELETRICIDADE**

**ALOCAÇÃO SIMULTÂNEA DE SERVIÇOS DE  
POTÊNCIA ATIVA E REATIVA E DE PERDAS ATIVA E  
REATIVA DE TRANSMISSÃO BASEADA NA TEORIA  
DE CIRCUITOS ELÉTRICOS**

**Jacob de Melo Cruz**

**São Luís - MA, Brasil**

**Agosto 2010**

**ALOCAÇÃO SIMULTÂNEA DE SERVIÇOS DE  
POTÊNCIA ATIVA E REATIVA E DE PERDAS ATIVA E  
REATIVA DE TRANSMISSÃO BASEADA NA TEORIA  
DE CIRCUITOS ELÉTRICOS**

Dissertação submetida à Universidade Federal do Maranhão - UFMA  
como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Elétrica

por

**JACOB DE MELO CRUZ**

**São Luís - MA, Brasil**

**Agosto 2010**

**Cruz, Jacob de Melo.**

Alocação simultânea de serviços de potência ativa e reativa e de perdas ativa e reativa de transmissão baseada na teoria de circuitos elétricos/ Jacob de Melo Cruz – São Luís, 2010.

76 f.

Orientador: Osvaldo Ronald Saavedra.

Co-orientador: Ricardo Bernardo Prada.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Eletricidade, 2010.

1. Rede de transmissão. 2. Circuitos elétricos. I. Título.


**CDU 621.31**

# ALOCAÇÃO SIMULTÂNEA DE SERVIÇOS DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA E DE PERDAS ATIVA E REATIVA DE TRANSMISSÃO BASEADA NA TEORIA DE CIRCUITOS ELÉTRICOS


**JACOB DE MELO CRUZ**

**Dissertação aprovada em 19 de agosto de 2010.**


---




Prof. Osvaldo Ronald Saavedra Mendez, Dr.  
(Orientador)



Prof. Ricardo Bernardo Prada, Ph.D.  
(Co-orientador)



Prof. Delberis Araujo Lima, Dr.  
(Membro da Banca Examinadora)



Prof. Vicente Leonarção Paucar Casas, Dr.  
(Membro da Banca Examinadora)

**Ao Deus Uno e Trino,**

*“Os teus olhos viram o meu corpo ainda informe,  
e no teu livro todas estas coisas foram escritas;  
as quais em continuação foram formadas,  
quando nem ainda uma delas havia”.*  
(Salmos 139:16)

# AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade de iniciar e finalizar este trabalho.

A toda minha família pela compreensão de minhas constantes ausências: Isaias, Elba, Natã e Abraão de Melo Cruz.

A minha amada noiva Raquel pelo amor e estímulo que foram fundamentais para a continuidade deste trabalho.

Ao meu orientador, professor Osvaldo Saavedra pela credibilidade a mim confiada, pela paciência, ensinamentos e disponibilidade em todos os momentos que precisei.

Agradeço ao professor e co-orientador Ricardo Prada pelas observações, discussões, colaborações e correções ao longo do trabalho e em todos os seminários apresentados durante este desenvolvimento.

Agradeço a todos os meus professores do departamento ao longo do curso: Eduardo Pessanha, Maria da Guia e Leonardo Paucar pelos ensinamentos, auxílio e exemplos de dedicação.

Um agradecimento especial aos meus colegas da UFMA: Carlos César, Yuri Molina, Sérgio, Eduardo Werley, Shigeaki e Gabriel Araújo.

Ao Departamento de Engenharia Capex da Alumar pelo suporte e incentivo a este trabalho em parceria com a UFMA.

Aos amigos da Alumar: Alvito Ribeiro, Jaques Paes e Rogério Goes pelo apoio nos trabalhos do departamento nas minhas ausências.

Aos amigos da Vale: Cidicley, João Monteiro, Princia, Seradeleuson e Paulo Emílio pelo apoio e compreensão nos momentos de finalização deste trabalho.

Aos professores que se disponibilizaram a participar da banca examinadora.

Enfim, a todos que contribuíram positivamente para que este trabalho se concretizasse.

# RESUMO

Os métodos de alocação de serviços de potência ativa e reativa e das perdas de transmissão ativa e reativa têm recebido cada vez mais atenção após a reestruturação do setor elétrico, que promoveu livre acesso a diversos agentes (geradores e cargas), e com a crescente demanda de energia pela economia global.

O principal objetivo dos métodos de alocação é determinar a participação dos agentes de uma forma justa e equilibrada nos serviços de potência e nas perdas de transmissão. A alocação é muito importante na avaliação econômica de investimentos para as localizações de novas instalações de unidades de geração e consumo.

Diversos métodos para resolução do problema de alocação têm sido propostos na literatura técnica especializada, contudo, devido à natureza não-linear das perdas, não existe um método aceito como ideal.

Neste trabalho, é proposto um método de alocação simultânea dos serviços de potência ativa e reativa e das perdas de transmissão ativa e reativa, baseada nas leis de circuitos e no princípio da superposição. A motivação desta proposta está no fato que, do ponto de vista de circuitos elétricos, esses processos de alocação têm tratamento similar. A diferença surge posteriormente, no momento da interpretação dos resultados obtidos.

O método se baseia no resultado do fluxo de carga e divide o problema em cenários de operação, modelando os geradores e cargas como admitâncias equivalentes um de cada vez. Em seguida, a rede é representada por ramos e as potências ativa e reativa geradas ou consumidas são determinadas e alocadas aos agentes.

Finalmente, são realizadas simulações, análises e comparações com alguns métodos propostos usando um sistema teste de 4 barras e o sistema IEEE 30 barras.

# ABSTRACT

The active and reactive power services and transmission losses allocation methods had become an important issue after implantation of power systems new economic model and with open market access to agents (generators and loads) due the increase global power demand.

The objective is to solve the problem of power services and transmission losses allocations and finding services beneficiaries as well transmission losses responsibilities to each market agents of a fair and equitable way. The results of the allocation problem are very important to economics evaluations of investments in futures generations and loads units installations.

Several allocation methods has been proposed in the specialized technical literature, however due the non-linear characteristic of transmission losses and loads, there isn't an ideal method, and still remains the equity question.

This work is intended to propose a method to simultaneously allocations performing active and reactive power service and transmission active and reactive losses. The method is based on circuit laws and superposition principle. The method suggest a modeling of sources and loads as equivalent admittances and taking into account the similarities, based on electric circuits, of power services and transmission losses allocations.

The proposed method uses a load flow results and divide network into operation scenarios and generators and loads are modeling as equivalent admittances and the current injections are null and then the network is represented by branches and active and reactive power generated or consumed are determined and allocating among market agents.

Finally, analysis, simulations and comparisons with some methods proposed in literature are performed, using four buses test system and IEEE 30 buses.



# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Evolução da Carga e o PIB brasileiro .....	15
Figura 1.2: Expansão da Rede de Transmissão.....	15
Figura 2.1: Princípio da Divisão Proporcional do Fluxo de Potência Ativa.....	20
Figura 3.1: Separação do Circuito em Cenários .....	34
Figura 3.2: Representação de um Ramo entre 2 Barras.....	39
Figura 4.1: Sistema-Teste de 4 Barras.....	49
Figura 4.2: Sistema de 4 Barras com o Nó-Terra e Todos os Ramos.....	56
Figura 4.3: Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 30 Barras.....	62

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 4.1: Dados de Barra do Sistema-Teste de 4 Barras.....	<b>50</b>
Tabela 4.2: Dados dos Fluxos nas Linhas do Sistema-Teste de 4 Barras.....	<b>50</b>
Tabela 4.3: Alocação das Potências Ativas e Reativas em Todos os Ramos .....	<b>57</b>
Tabela 4.4: Contribuição dos Geradores para as Tensões nos Ramos.....	<b>58</b>
Tabela 4.5: Comparação entre as Alocações de Potência Ativa e Reativa.....	<b>59</b>
Tabela 4.6: Comparação entre as Alocações das Perdas nos Ramos.....	<b>61</b>
Tabela 4.7: Alocação das Potências Ativas nos Ramos aos Geradores .....	<b>63</b>
Tabela 4.8: Alocação das Potências Reativas nos Ramos aos Geradores .....	<b>63</b>
Tabela 4.9: Alocação dos Serviços Potência Ativa e Perda Ativa às Cargas .....	<b>65</b>
Tabela 4.10: Alocação dos Serviços de Potência Reativa e Perda Reativa às Cargas.....	<b>66</b>
Tabela B.1: Dados de Barra dos Sistema IEEE 30 Barras.....	<b>73</b>
Tabela B.2: Dados de Ramo dos Sistema IEEE 30 Barras .....	<b>75</b>
Tabela B.3: Fluxos nos Ramos do Sistema IEEE 30 Barras.....	<b>76</b>

# SUMÁRIO

Lista de Figuras .....	09
Lista de Tabelas.....	10
<b>1 Introdução .....</b>	<b>13</b>
1.1 O Modelo Econômico do Setor Elétrico .....	13
1.2 Motivação para esta Dissertação.....	14
1.3 Proposta do Trabalho .....	16
1.4 Estado-da-Arte .....	17
1.5 Organização da Dissertação .....	18
<b>2 Métodos de Alocação Baseados na Teoria dos Circuitos Elétricos.....</b>	<b>19</b>
2.1 Método da Divisão Proporcional .....	19
2.2 Método da Matriz Y Barra Modificada .....	23
2.3 Método das Injeções de Corrente Elétrica .....	26
2.4 Método Z Barra para Alocação de Perdas .....	27
<b>3 O Método Proposto.....</b>	<b>32</b>
3.1 Aplicação do Princípio da Superposição .....	33
3.2 Representação das Tensões nas Barras de Carga em Função das Tensões das Barras de Geração.....	35
3.3 Representação das Tensões nas Barras de Geração em Função das Tensões das Barras de Carga .....	37
3.4 Representação das Tensões nos Ramos em Função das Tensões das Barras de Geração.....	38

3.5	Representação das Tensões nos Ramos em Função das Tensões das Barras de Carga.....	41
3.6	Alocação de Potência Ativa e Reativa nos Ramos aos Geradores .....	43
3.7	Alocação de Potência Ativa e Reativa nos Ramos às Cargas.....	46
3.8	Comentários .....	48
<b>4</b>	<b>Simulações e Resultados.....</b>	<b>49</b>
4.1	Alocação dos Serviços de Potência Ativa e Reativa e Perdas na Rede de Transmissão aos Geradores e às Cargas .....	50
4.2	Comparação das Alocações dos Serviços de Potência Ativa e Reativa aos Geradores.....	59
4.3	Comparação das Alocações das Perdas Ativas e Reativas de transmissão às Cargas .....	60
4.4	Alocação dos Serviços de Potência Ativa e Reativa e Perdas Ativa e Reativa aos Geradores e às Cargas no Sistema IEEE 30 Barras.....	62
<b>5</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>68</b>
<b>6</b>	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>69</b>
	<b>Apêndice A – Demonstração da Equação (3.38) .....</b>	<b>72</b>
	<b>Apêndice B – Dados para o Caso Base do Sistema IEEE 30 Barras.....</b>	<b>73</b>

# ***1 Introdução***

## ***1.1 O Modelo Econômico do Setor Elétrico***

As empresas do setor elétrico são responsáveis pelas atividades necessárias para que se tenha energia elétrica disponível em cada residência, comércio ou indústria, denominados pelo setor como consumidores. Essas atividades são constituídas por: geração, transmissão, distribuição e comercialização.

Tradicionalmente todas essas atividades eram executadas de forma integrada ou “verticalizada”, ou seja por uma mesma empresa. Nesta modalidade o consumidor era obrigado a comprar energia desta única empresa caracterizando-se assim monopólio no setor.

Este monopólio no setor de energia elétrica conduziu à centralização das atividades, tornando mais fácil a sua operação, como também as decisões sobre novos investimentos. Esta modalidade garantia às empresas a recuperação dos seus custos através de tarifa, devidamente regulada, paga pelo consumidor final, baseando-se na filosofia de remuneração em função do custo de serviço. Desta forma, a organização do setor oferecia condições favoráveis a um crescimento rápido do fornecimento de eletricidade, porém não conduzia à eficiência econômica, seja na produção ou na alocação de recursos e a baixos padrões de qualidade e continuidade no suprimento de energia elétrica.

Na busca em suprir essas deficiências, seguindo tendência de outros setores, como petróleo e gás, o setor elétrico foi levado a reestruturação, iniciando-se assim o processo de “desverticalização” do setor. Nesta nova modalidade econômica, a geração, transmissão e distribuição deveriam ser controladas por empresas diferentes, promovendo a competição na comercialização da energia elétrica e conseqüente acréscimo na qualidade.

A reestruturação do setor elétrico envolveu basicamente a separação de serviços de eletricidade, acesso aberto à rede de transmissão e abertura de mercados de energia elétrica [Galiana, 2000]. A partir da reestruturação, surgiu a necessidade de regulamentação do setor de forma a garantir o funcionamento eficiente do sistema elétrico, dando assim surgimento ao agente regulador, representado pela ANEEL

(Agência Nacional de Energia Elétrica). O ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico) é responsável pela operação e manutenção da confiabilidade em todo o sistema elétrico, sendo uma autoridade independente e que não participa das negociações no mercado de eletricidade. O agente CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica) é responsável pelas operações no mercado de eletricidade, recebendo as ofertas e demandas de energia dos participantes do mercado e estabelecendo o preço para negociação. E, da parte jurídica e administrativa, a ANEEL é responsável por regulamentar e fiscalizar as atividades do setor elétrico.

## ***1.2 Motivação para esta Dissertação***

A nova estrutura “desverticalizada” do modelo econômico do setor elétrico, com diferentes companhias atuando na geração e comercialização, deu origem a fatores importantes e benéficos, tais como: melhores decisões em investimentos, melhor gerenciamento e melhor uso do sistema elétrico através da competitividade entre os diversos agentes, porém com este acréscimo de agentes incorporados à rede, alguns desafios surgiram, dentre eles o problema de alocação dos serviços de potência e das perdas decorrentes da transmissão. Este desafio originou-se com a participação de diferentes proprietários no mercado de energia que, nesta nova estrutura, precisam ser remunerados ou cobrados pelos serviços de potência fornecidos ou consumidos, como também responsabilizados pelo custo adicional de potência excedente gerada no sistema e que não é consumida pelas cargas, mas perdidas na rede de transmissão.

A dificuldade natural para resolução dos problemas de alocação de serviços e das perdas de transmissão reside na característica não-linear relacionada à questão de separação dos termos cruzados de injeção de corrente dos vários agentes na rede (geradores e cargas). É conhecido que a magnitude da potência gerada ou consumida, bem como a localização dos agentes na rede, influencia a magnitude das participações nos serviços gerados ou consumidos e nas perdas de transmissão.

Diante do aumento da carga elétrica, e conseqüente aumento de agentes geradores e linhas de transmissão, e sabendo-se que as perdas podem ser de até 4% da potência gerada, diversos trabalhos e métodos surgiram a fim de resolver o problema de

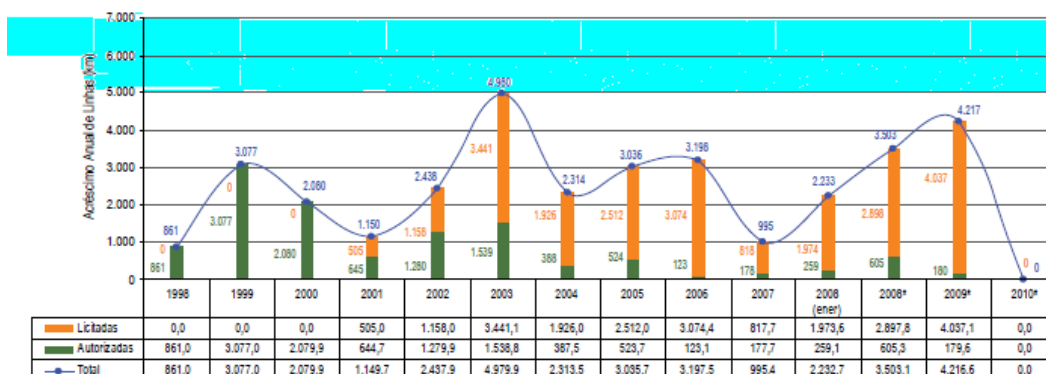
alocação e promover um posicionamento estratégico, para as futuras instalações de geradores e consumidores.

Na Figura 1.1, é apresentada a relação entre a carga elétrica consumida no Brasil e o PIB, onde se observa, por exemplo, que nos anos de 2007, 2008 e 2009 a carga de energia elétrica do Sistema Interligado Nacional (SIN) apresentou um acréscimo anual acompanhando o PIB.



**Figura 1.1: Evolução da Carga e o PIB brasileiro**

Na Figura 1.2, é apresentada a expansão da rede de transmissão no Brasil ao longo dos anos de 1998 a 2009. O planejamento da expansão do sistema de transmissão do Brasil é realizado em conjunto pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) e pelo ONS. O documento “Programa de Expansão da Transmissão (PET)”, elaborado pela EPE, e o “Plano de Ampliações e Reforços (PAR)”, elaborado pelo ONS, indicam as obras (associadas a linhas e subestações) necessárias para a adequada prestação dos serviços. Os empreendimentos definidos pelo Governo Federal são incluídos no Programa Nacional de Desestatização (PND), que determina à ANEEL a promoção e o acompanhamento dos processos de licitação das respectivas concessões.



**Figura 1.2: Expansão da Rede de Transmissão**

### ***1.3 Proposta do Trabalho***

Para resolução do problema de alocação, surgiu a necessidade do estabelecimento de requisitos para o desenvolvimento de métodos e, entre eles, os métodos devem apresentar [Conejo, 2001]:

- Consistência com a localização de cada barra na rede;
- Consideração em relação à magnitude de injeção de potência em cada barra;
- Coerência com a topologia e as relações de corrente/tensão;
- Simplicidade de entendimento e implementação;
- Incentivos a geradores e cargas com respeito às suas localizações e tamanhos;
- Consistência com os resultados do fluxo de carga.

O grande problema, portanto, é encontrar a forma mais equilibrada e justa possível de determinar as parcelas de participação de cada agente, para em seguida calcular as quantias que devem ser pagas ou cobradas a estes agentes, pelos serviços de potência e perdas no sistema de transmissão.

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um método atendendo aos requisitos estabelecidos, e capaz de alocar simultaneamente os serviços de potência ativa e reativa, bem como as perdas ativa e reativa na transmissão.

O método proposto é baseado na teoria dos circuitos elétricos e no princípio da superposição. O método propõe a representação das cargas e dos geradores como admitâncias paralelo equivalentes, sendo um grupo por vez. Desta forma, para um ponto de operação conhecido, a rede e cargas (ou geradores) podem ser representadas como um conjunto de admitâncias série e paralelo. Em seguida, com o sistema assim representado, são determinadas as potências ativa e reativa geradas ou consumidas em cada um desses ramos (série e paralelo) e, a partir daí, são determinadas as expressões para alocação dos serviços de potência e das perdas na rede de transmissão.

A aplicação do princípio da superposição permite uma divisão do problema em diversos cenários que correspondem aos circuitos equivalentes resultantes para cada um dos agentes, ou sejam geradores e cargas, atuando um por vez.

Um ponto de inovação do trabalho é apresentar a possibilidade de tratar da mesma forma o problema de alocação de serviços de potência e alocação das perdas por transmissão, permitindo que estes sejam realizados simultaneamente. Depois de obtidos os resultados, estes recebem as interpretações, diferenciando as perdas dos serviços.



## ***1.4 Estado-da-Arte***

Nos últimos anos, muitos trabalhos têm sido propostos para resolução do problema de alocação serviços de potência e perdas na rede de transmissão. No entanto, a maioria dos métodos propostos são dependentes do tipo ou modelo operacional do modelo econômico do setor elétrico. Nas referências bibliográficas, podem ser encontrados interessantes estudos comparativos, contendo breves revisões de métodos de alocação de perdas, tais como em: [Unsihuay e Saavedra, 2003], [Lima, 2005] e [Conejo, 2002].

Em [Ilic e Galiana, 1998], [Conejo, 2002] é proposto o método denominado *Pro rata*, simples de entender e fácil de implementar. Este método aloca perdas elétricas proporcionalmente à potência de cada gerador ou de cada carga. Para a alocação das perdas arbitra-se a proporção de perdas elétricas que serão alocadas aos geradores e às cargas. A principal desvantagem do método é que não leva em consideração a localização dos agentes na rede.

Nos métodos baseados em fluxo de potência para alocar perdas na rede, como propostos por [Bialek, 1997] e [Kirschen, 1997], os resultados do fluxo de potência são usados, em combinação com o princípio da divisão proporcional. Ainda neste método, são requeridas técnicas de circuitos e técnicas recursivas de rastreamento. Com isso, torna-se possível a alocação de perdas para geradores e consumidores. Os métodos para alocação de perdas e fluxos baseados no princípio da divisão proporcional usam diversas suposições e esquemas recursivos como linhas e barras fictícias.

Alguns métodos também foram propostos baseados na teoria de circuitos elétricos. Esta abordagem, que explora as leis de circuitos elétricos, torna os métodos simples e de fácil entendimento como em [Conejo, 2001], [Reta e Vargas, 2001], [Daniel e Salgado, 2005] e [Unsihuay e Saavedra 2006]. Esses métodos ainda apresentam algumas aproximações devido às dificuldades em alocar as perdas às cargas e geradores porque as funções das perdas são não-lineares. O conceito de teoria de jogos cooperativos também tem sido explorado para determinar alocação de perdas como em [Shih-Chieh 2006], em que as potências geradas são modeladas como fontes de correntes e as cargas são modeladas pelas impedâncias equivalentes. Um ponto de atenção nestes métodos é o esforço computacional que cresce rapidamente com o número de agentes da rede. Na busca por melhorar esta restrição, surge a teoria de Aumann-Shapley, como descrita em [Molina, Saavedra e Prada 2007] para resolver o problema de alocação de perdas.

Um método para alocação das perdas em cada linha de forma proporcional aos fluxos de potência complexa é apresentado em [Abdelkader 2007]. Neste método, um fluxo de potência ativa (reativa) pode causar não somente perda ativa (reativa), mas também perda reativa (ativa). Portanto, a influência mútua entre os fluxos de potência ativa e reativa é levada em consideração.

Finalmente, em [Molina, Saavedra e Prada 2008], através da aplicação do método de Aumann-Shapley foi demonstrado que a divisão 50%-50% na parcela não-linear das perdas é uma alocação justa e matematicamente correta para o processo de alocação de perdas, validando a hipótese assumida empiricamente em vários trabalhos baseados na teoria de circuitos.

## ***1.5 Organização da Dissertação***

No Capítulo 1, são apresentadas características do modelo econômico do setor elétrico. Também é apresentada a motivação para estudos do problema de alocação de serviços de potência ativa e reativa e das perdas na rede de transmissão. E, por fim, o estado-da-arte com alguns trabalhos que foram utilizados no desenvolvimento desta dissertação.

No Capítulo 2 apresenta-se métodos desenvolvidos para alocação de serviços de potência e perdas na rede de transmissão. Alguns deles foram utilizados como base para desenvolvimento do método proposto nesta dissertação.

No Capítulo 3, é apresentada a teoria dos circuitos elétricos e o princípio da superposição, que constituem os fundamentos do método proposto. Também é feita a formulação matemática do método e sua descrição.

Finalmente, no Capítulo 4, são mostrados e analisados os resultados do método aplicado a um sistema-teste de 4 barras, fazendo-se uso de um programa computacional desenvolvido em ambiente Matlab para alocação simultânea dos serviços de potência ativa e reativa e das perdas ativa e reativa na rede de transmissão. Para verificação do desempenho do método proposto, o mesmo também é aplicado ao sistema IEEE de 30 barras, e os resultados são apresentados e analisados.

## ***2 Métodos de Alocação Baseados na Teoria dos Circuitos Elétricos***

O método desenvolvido nesta dissertação para alocação dos serviços de potência ativa e reativa e das perdas na rede de transmissão está baseado na teoria dos circuitos e no princípio da superposição. Diante disto, neste capítulo serão abordados alguns dos principais métodos desenvolvidos que possuem como base a teoria dos circuitos, métodos estes, que serviram como embasamento para o desenvolvimento do trabalho proposto.

### ***2.1 Método da Divisão Proporcional***

Em [Bialek 1996 e 1997], [Kirschen, 1997] foram apresentados trabalhos fundamentalmente baseados na lei de correntes de Kirchhoff para calcular as participações dos geradores no atendimento às cargas e nos fluxos de potência nos ramos de transmissão. O princípio do método visa identificar como estão distribuídos os fluxos na rede de transmissão e associá-los a geradores e cargas. Nestes métodos, as injeções de potência ativa são divididas proporcionalmente entre os fluxos de saída de cada barra.

Para entender melhor o método, assume-se que a rede possui  $n$  barras conectadas através de  $m$  ligações (linhas de transmissão ou transformadores). Segundo Bialek 1997, a lei de Kirchhoff para correntes deve ser satisfeita, sendo que a lei de Kirchhoff para tensões pode ser desprezada, visto que isso não introduziria nenhum erro, pois o resultado do fluxo de potência foi calculado anteriormente.

Na Figura 2.1, quatro linhas estão conectadas ao nó  $i$ , sendo que duas barras ( $j$  e  $k$ ) fornecem potência, enquanto que as demais ( $m$  e  $l$ ) recebem potência do nó  $i$ . O fluxo total entrando no nó  $i$  é igual a  $40+60=100$  MW, sendo que 40% são providos pela linha  $j-i$ , e 60% são provenientes da linha  $k-i$ . Presume-se que cada MW que deixa o nó  $i$  contenha a mesma proporção dos fluxos que entram neste mesmo nó. Por esta razão, os 70 MW da linha  $i-m$  consistem em  $28$  MW  $\left(70 \cdot \frac{40}{100}\right)$  fornecidos pelo ramo  $j-i$  e  $42$  MW  $\left(70 \cdot \frac{60}{100}\right)$  que são supridos pelo ramo  $k-i$ . Da mesma maneira, para a linha  $i-l$ , dos

30 MW que fluem por ela, 12 MW vêm do ramo  $j-i$ , e 18 MW vêm do ramo  $k-i$ . Portanto, o princípio da divisão proporcional determina que fração dos fluxos que entram em uma barra com o fluxo de um ramo que deixa esta barra.

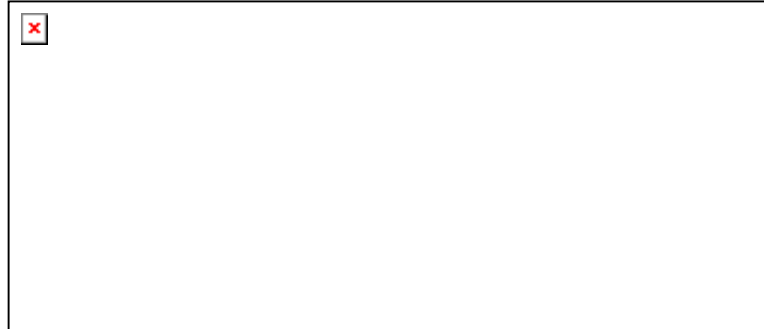


Figura.2.1: Princípio da Divisão Proporcional do Fluxo de Potência Ativa

O procedimento para alocação de perdas utilizando a técnica de divisão proporcional deve ser separado em duas partes: na primeira parte alocam-se perdas às cargas, e na segunda parte alocam-se perdas aos geradores, ou vice-versa. Posteriormente, pode-se atribuir um percentual de perdas a ser alocado para todos geradores e um percentual de perdas alocado a todas as cargas, por exemplo, 50% para geradores e 50% para cargas.

A seguir é realizada uma descrição geral do algoritmo de divisão proporcional presente nos métodos propostos em [Bialek 1996 e 1997]. As perdas são alocadas primeiramente para as demandas e em seguida para os geradores. A demanda total bruta ( $P_D^G$ ), incluindo as perdas, é definida como:

$$P_D^G = P_D + L \quad e \quad P_D^G = \sum_{j=1}^{N_D} P_{Dj}^G \quad (2.1)$$

onde:

$P_{Dj}^G$ : demanda bruta da barra  $j$ ;

$L$ : perdas totais;

$N_D$ : total de barras.

A demanda total bruta deve ser igual ao total de geração:  $P_G = P_D^G$ . Usando o princípio da divisão proporcional, o balanço de potência em cada barra de uma rede equivalente de perdas mínimas é dado por:

$$P_i^G = P_{Gi} + \sum_{j \in \alpha_j} C_{ji} P_j^G \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (2.2)$$

sendo,

$$C_{ji} = \frac{P_{ji}^G}{P_j^G} \approx \frac{P_{ji}}{P_j} \quad (2.3)$$

onde:

$P_i^G$ : potência bruta injetada na barra  $i$ ;

$P_{Gi}$ : geração na barra  $i$ ;

$\sum_{j \in \alpha_j} C_{ji} P_j^G$ : fluxo de potência que chega à barra  $i$  a partir de linhas conectadas a ela;

$\alpha_j$ : conjunto das barras com fluxos em direção à barra  $i$ ;

$P_{ji}^G$ : fluxo de potência bruto da barra  $j$  para a barra  $i$ ;

$P_{ji}$ : fluxo de potência real da barra  $j$  para a barra  $i$  (medido em  $j$ );

$P_j$ : injeção de potência real na barra  $j$ .

A equação (2.2) constitui um sistema de equações lineares solúvel facilmente em  $P_i^G$ ,  $i=1, \dots, N$ . A demanda bruta e as perdas são então calculadas, respectivamente, como:

$$P_{Dj}^G = \frac{P_j^G}{P_j} P_{Dj} \quad e \quad L_{Dj} = P_{Dj}^G - P_{Dj} \quad (2.4)$$

Analogamente, perdas são atribuídas aos geradores. A geração bruta total incluindo as perdas é definida como:

$$P_G^G = P_G + L \quad e \quad P_G^G = \sum_{i=1}^{N_D} P_{Gi}^G \quad (2.5)$$

sendo  $P_{Gi}^G$  a geração bruta da barra  $i$  (incluindo as perdas).

Esta geração bruta deve ser igual à demanda total:  $P_G^G = P_D$ . Usando o princípio da divisão proporcional, o balanço de potência na barra  $i$ , de uma rede equivalente com perdas mínimas é dado por:

$$P_i^G = P_{Di} + \sum_{j \in \gamma_j} C_{ji} P_j^G \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

sendo,

$P_i^G$  : potência bruta injetada na barra  $i$ ;

$P_{Di}$  : demanda na barra  $i$ ;

$\gamma_j$  : conjunto das barras ligadas à barra  $j$ ;

$\sum_{j \in \gamma_j} C_{ji} P_j^G$  : fluxo de potência saindo da barra  $i$ .

A equação (2.6) constitui um sistema de equações lineares que pode ser resolvido para  $P_i^G$ ,  $i=1, \dots, N$ . Novas gerações e perdas são então calculadas, respectivamente, como:

$$P_{Gi}^G = \frac{P_i^G}{P_i} P_{Gi} \quad e \quad L_{Gi} = P_{Gi} - P_{Gi}^G \quad (2.7)$$

Para atribuir as perdas em proporção de 50% para os geradores e 50% para as cargas, as gerações e demandas finais para cada barra são calculadas como:

$$P_{Gi}' = \frac{P_{Gi}^G + P_{Gi}}{2} \quad e \quad P_{Dj}' = \frac{P_{Dj}^G + P_{Dj}}{2} \quad (2.8)$$

A perda final atribuída para cada gerador ou carga é respectivamente dada por:

$$L_{Gi}' = P_{Gi} - P_{Gi}' \quad e \quad L_{Dj}' = P_{Dj}' - P_{Dj} \quad (2.9)$$

Finalmente, os fatores de alocação de perdas para cada geração e demanda, são calculados, respectivamente, como:

$$K_{Gi} = 1 - \frac{P_{Gi}'}{P_{Gi}} \quad e \quad K_{Dj} = \frac{P_{Dj}'}{P_{Dj}} - 1 \quad (2.10)$$

## 2.2 Método da Matriz $Y_{Barra}$ Modificada

Em [When e Chen, 2004] é proposta a alocação dos custos pelo fornecimento de potência reativa com a consideração básica da teoria de circuitos de que a tensão de uma barra de carga é resultado das contribuições de todas as fontes do sistema. Neste contexto, é então deduzida a relação funcional entre as tensões de carga ( $E_L$ ) e as tensões de fonte ( $E_G$ ) de maneira a serem decompostas as tensões de todas as barras de carga em parcelas ( $\Delta E_L$ ), resultantes da atuação de apenas um gerador. Então, estas contribuições de tensão serão utilizadas juntamente com as correntes nas barras de carga, obtidas a partir do resultado do algoritmo de fluxo de carga, para se determinar o valor de potência reativa que cada carga recebe individualmente de cada gerador. Posteriormente, os custos para produção de potência reativa para os diversos tipos de fontes serão alocados para as cargas segundo a lógica proposta para a partição da potência reativa.

Dado um sistema com  $NB$  barras, sendo  $NG$  barras de geração e  $NL$  barras puramente de carga, o sistema de equações nodais que relacionam corrente e tensão é representado matricialmente como:

$$[I] = [Y_{barra}][E] \quad (2.11)$$

onde:

- $[I]$ : vetor de injeções de corrente complexas em cada barra;
- $[Y_{barra}]$ : matriz de admitância de barra, calculada a partir dos parâmetros  $\pi$  das linhas de transmissão;
- $[E]$ : vetor de tensões complexas de cada barra.

Fazendo uma permutação de linhas e colunas na matriz  $[Y_{barra}]$ , de maneira que sejam separadas as barras de carga e geração, (2.11) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_G \\ E_L \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Desta maneira pode-se obter uma relação entre as tensões da barras  $E_L$  e as tensões das fontes  $E_G$ . Esta relação tem a forma:  $E_L = f(E_G)$  e, conseqüentemente, pode-se determinar a parcela de tensão ( $\Delta E_L$ ) em uma barra de carga qualquer devido a

uma fonte de tensão. O princípio da superposição é aplicado mas, para isto, é necessário que as cargas sejam representadas como admitâncias em paralelo, e a barra passa a ter injeção de corrente nula. A partir do resultado de fluxo de carga, estas admitâncias são calculadas como:

$$Y_{Lj} = \frac{1}{E_{Lj}} \left( \frac{S_{Lj}}{E_{Lj}} \right)^* \quad (2.13)$$

onde  $Y_{Lj}$  é a admitância conectada à barra de carga  $j$ ,  $E_{Lj}$  é a tensão complexa da barra de carga  $j$ , e  $S_{Lj} = P_{Lj} + jQ_{Lj}$  é o consumo de potência complexa na barra de carga  $j$ .

Depois de calculadas as admitâncias equivalentes de todas as barras de carga, modifica-se a sub-matriz  $[Y_{LL}]$  adicionando o termo  $Y_{Lj}$  correspondente ao  $j$ -ésimo elemento da diagonal principal. Esta sub-matriz é modificada para  $[Y'_{LL}]$ , e Então (2.12) é reescrita como segue:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y'_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_G \\ E_L \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Considerando a parte inferior de (2.14):

$$[0] = [Y_{LG}][E_G] + [Y'_{LL}][E_L] \quad (2.15)$$

Resolvendo (2.15) em relação a  $[E_L]$ , tem-se:

$$\begin{aligned} [Y'_{LL}][E_L] &= -[Y_{LG}][E_G] \\ [E_L] &= -[Y'_{LL}]^{-1} [Y_{LG}][E_G] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Fazendo  $[YA] = -[Y'_{LL}]^{-1} [Y_{LG}]$ , tem-se:

$$[E_L] = [YA][E_G] \quad (2.17)$$



A tensão de cada barra de carga é resultado das contribuições de todos os geradores, e pode ser representada por:

$$\mathbf{E}_{Lj} = \sum_{i=1}^{NG} \mathbf{Y}\mathbf{A}_{j,i} \times \mathbf{E}_{Gi} \quad (2.18)$$

Pode-se então inferir que:

$$\Delta \mathbf{E}_{L(i,j)} = \mathbf{Y}\mathbf{A}_{j,i} \times \mathbf{E}_{Gi} \quad (2.19)$$

onde  $\Delta \mathbf{E}_{L(i,j)}$  é a contribuição de tensão que a carga da barra  $j$  recebe do gerador da barra  $i$ . Fica claro que o princípio da superposição é satisfeito segundo:

$$\mathbf{E}_{Lj} = \sum_{i=1}^{NG} \Delta \mathbf{E}_{L(i,j)} \quad (2.20)$$

Os autores deste artigo propõem então uma formulação baseada na tensão e corrente complexa para o cálculo da contribuição de potência reativa que cada barra de carga recebe de cada gerador:

$$\mathbf{Q}_{L(i,j)} = \text{imag}(\Delta \mathbf{E}_{L(i,j)} \times \mathbf{I}_{Lj}^*) \quad (2.21)$$

onde  $\mathbf{Q}_{L(i,j)}$  é a contribuição do gerador  $i$  para a potência reativa da carga  $j$ ,  $\mathbf{I}_{Lj}$  é a corrente complexa consumida na barra de carga, obtida pelo resultado do fluxo de carga.

De acordo com (2.21), é proposta uma repartição na demanda de potência reativa levando em conta o valor total da corrente complexa de carga. Esta lógica heurística não considera a participação das fontes de corrente na carga, como feito para as tensões. Portanto, esta repartição é incompleta, porque o efeito de cada fonte de corrente dos geradores nas cargas não é considerado, e é uma desvantagem deste método.

A partir de (2.21), é proposta a alocação dos custos para o suporte de potência reativa. A remuneração sugerida da carga  $j$  para o gerador  $i$  é igual ao produto da contribuição  $\mathbf{Q}_{L(i,j)}$  pelo custo por Mvar do gerador  $i$ .

## 2.3 Método das Injeções de Corrente Elétrica

O problema da alocação de perdas ativas de transmissão entre geradores e cargas tem sido vastamente estudado após a reestruturação dos sistemas de potência, com o intuito de particionar os custos destas perdas entre os agentes. Em [Unsuhay e Saavedra, 2006], os autores propõem a decomposição do ponto de operação, via Teorema da Superposição, em cenários, onde em cada um existe apenas a injeção de corrente equivalente de um agente (gerador ou carga). A partir do conhecimento das correntes de ramo em cada cenário, são derivadas expressões para as alocações das perdas ativas para cada agente.

Dado um sistema de potência com NB barras, as perdas ativas associadas a uma barra  $b$ , com injeção equivalente de corrente  $I_b$ , em um ramo de transmissão  $r$  são expressas em sua forma final como:

$$P_{Loss_r^b} = r_r |I_r^b|^2 + 2r_r |I_r^b| \sum_{m=b+1}^{NB} |I_r^m| \cos(\varnothing_r^{bm}) \quad (2.22)$$

onde:

$r_r$  : resistência elétrica no ramo  $r$  ;

$I_r^b$  : corrente complexa no ramo  $r$  devido à injeção individual de corrente na barra  $b$ ;

$I_r^m$  : corrente complexa no ramo  $r$  devido à injeção individual de corrente na barra  $m$ ;

$\varnothing_r^{bm} = \varnothing_r^b - \varnothing_r^m$  : diferença angular entre as correntes complexas  $I_r^b$  e  $I_r^m$ .

Nota-se na expressão (2.22), a existência de dois termos compondo a alocação de perdas para a barra  $b$ . O primeiro termo do lado direito da equação é a contribuição própria de  $I_b$  para as perdas no ramo  $r$ , ao passo que o segundo termo representa as contribuições mútuas de  $I_b$  com as demais NB-1 injeções de corrente. Ainda no segundo termo, aparece sugestivamente o fator “2”, que induz à divisão “meio a meio” das contribuições mútuas entre os agentes envolvidos. Desta hipótese, a componente de perda do ramo  $r$  alocada para o agente  $b$  é calculada por:

$$P_{Loss_r^b} = r_r |I_r^b|^2 + r_r |I_r^b| \sum_{m=b+1}^{NB} |I_r^m| \cos(\varnothing_r^{bm}) \quad (2.23)$$

Em um sistema com NL ramos de transmissão, o montante de perdas alocado para o agente b é calculado por:

$$PTLoss^b = \sum_{r=1}^{NL} PTLoss_r^b \quad (2.24)$$

Como se pode constatar, este método baseia-se fundamentalmente nos impactos de injeções de corrente no sistema para determinar as contribuições nas perdas dos ramos de transmissão para cada agente. Sua abordagem inclui aspectos inerentes da rede de transmissão, e, portanto tende a refletir corretamente o uso da mesma pelos agentes envolvidos.

O método, por fazer uso de cenários com a atuação individual de cada agente por vez, proporciona ainda uma visualização dos efeitos dos fluxos no sentido contrário e suas contribuições no sentido a minimizar as perdas nas linhas. Dessa forma, este método apresenta alocações claras com base nas participações das correntes dos agentes na composição das perdas sistêmicas.

## 2.4 Método ZBarra para Alocação de Perdas

O método  $Z_{Barra}$  consiste em expressar as perdas elétricas do sistema,  $Perda_{Tot}$ , a partir da matriz de impedância nodal  $Z_{Barra}$ , e, posteriormente, alocar as perdas a cada barra do sistema com a equação que relaciona as injeções de corrente em cada barra e a matriz de impedância nodal.

A potência complexa injetada em uma barra  $k$  pode ser expressa em função da tensão nodal na barra  $k$  e a injeção de corrente na barra  $k$ :

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k = \mathbf{E}_k \mathbf{I}_k^* \quad (2.25)$$

onde  $\mathbf{S}_k$  é a injeção de potência complexa em uma barra  $k$ ;  $\mathbf{P}_k$  e  $\mathbf{Q}_k$  são as injeções de potência ativa e reativa em uma barra  $k$ , respectivamente;  $\mathbf{E}_k$  é a tensão nodal da barra  $k$  e  $\mathbf{I}_k$  é a injeção de corrente na barra  $k$ . As injeções de potência  $\mathbf{P}_k$  e  $\mathbf{Q}_k$  podem ser expressas como:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{E}_k \sum_{m=1}^n \mathbf{E}_m (\mathbf{G}_{km} \cos \theta_{km} + \mathbf{B}_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{E}_k \sum_{m=1}^n \mathbf{E}_m (\mathbf{G}_{km} \sin \theta_{km} - \mathbf{B}_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.27)$$

sendo:

$\mathbf{E}_k$  e  $\mathbf{E}_m$  - módulos das tensões na barra  $k$  e  $m$ , respectivamente;

$\mathbf{G}_{km}$  e  $\mathbf{B}_{km}$  - elemento  $k-m$  da matriz de condutância e susceptância, respectivamente;

$\theta_{km}$  - ângulo de tensão entre as barra  $k-m$ ;

$n$  - número de barras do sistema.

Desenvolvendo a expressão  $P_k$ , tem-se:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{E}_k^2 \mathbf{G}_{kk} + \mathbf{E}_k \sum_{m \in \Omega_k} \mathbf{E}_m (\mathbf{G}_{km} \cos \theta_{km}) + \mathbf{E}_k \sum_{m \in \Omega_k} \mathbf{E}_m (\mathbf{B}_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.28)$$

onde  $\Omega_k$  é o conjunto de barras com ligação à barra  $k$ .

A equação (2.28) pode ser decomposta em duas partes. A primeira parte ( $L_k$ ) pode ser interpretada como a parcela responsável por suprir as perdas elétricas devido a

uma injeção de potência da barra  $k$ . A segunda ( $Fluxo_k$ ) é a parcela de injeção de potência na barra  $k$  responsável pela injeção de potência nas barras adjacentes à barra  $k$ . Assim:

$$L_k = E_k^2 G_{kk} + E_k \sum_{m \in \Omega_k} E_m (G_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.29)$$

$$Fluxo_k = E_k \sum_{m \in \Omega_k} E_m (B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.30)$$

As perdas elétricas totais em um sistema de transmissão podem ser expressas como o somatório de todas as potências geradas no sistema menos o somatório de todas as potências consumidas, ou, de outra forma, o somatório da potência injetada em todas as barras:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n P_{Gk} - \sum_{k=1}^n P_{Ck} = \sum_{k=1}^n P_k \quad (2.31)$$

O somatório das injeções de fluxo de potência em todas as barras,  $Fluxo_k$ , é igual a zero, pois não levam em conta as perdas do sistema. Dessa forma, o somatório das injeções de potência em todas as barras é igual ao somatório da parcela responsável por suprir as perdas elétricas em cada barra, ou seja, o somatório de  $L_k$  para todas as barras:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n P_k = \sum_{k=1}^n L_k \quad (2.32)$$

Pode-se representar a perda total do sistema em função das tensões e correntes injetadas nas barras:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n \Re\{\mathbf{S}_k\} = \sum_{k=1}^n \Re\{\mathbf{E}_k \mathbf{I}_k^*\} \quad (2.33)$$

Sabendo que  $\mathbf{I}_k = \sum_{j=1}^n \mathbf{Y}_{kj} \mathbf{E}_j$ , e  $\mathbf{Y}_{kj}$  é o elemento  $k-j$  da matriz de admitância nodal  $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$ , as perdas elétricas do sistema podem ser expressas por:

$$\text{Perda}_{\text{Tot}} = \Re \sum_{k=1}^n \left\{ \mathbf{E}_k \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{Y}_{kj}^* \mathbf{E}_j^* \right) \right\} \quad (2.34)$$

O procedimento de alocação de perdas feito através da matriz  $\mathbf{Y}^{\text{Barra}}$  não produz bons resultados, porque com a matriz  $\mathbf{Y}^{\text{Barra}}$  não é possível observar o impacto que a injeção de corrente de uma barra provoca em uma determinada linha da rede que não esteja diretamente conectada a esta barra [Conejo, 2001]. Com a matriz  $\mathbf{Z}_{\text{Barra}}$  é possível observar quanto cada barra impacta em todas as linhas do sistema, ainda que não estejam (as linhas) conectadas diretamente a esta barra. Assim, representam-se as perdas elétricas a partir da matriz de impedância nodal ( $\mathbf{Z}_{\text{Barra}}$ ) do sistema:

$$\text{Perda}_{\text{Tot}} = \Re \sum_{k=1}^n \left\{ \bar{\mathbf{I}}_k \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{Z}_{kj} \mathbf{I}_j \right) \right\} \quad (2.35)$$

A matriz é representada por sua resistência e sua reatância, ou seja, parte real e imaginária respectivamente. Assim,  $\mathbf{Z}^{\text{Barra}} = \mathbf{R}^{\text{Barra}} + j\mathbf{X}^{\text{Barra}}$ . Rearranjando (2.35) tem-se:

$$\text{Perda}_{\text{Tot}} = \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{R}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right) \right\} + \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right) \right\} \quad (2.36)$$

A primeira parte desta equação,  $\sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{R}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right)$ , representa as perdas elétricas provocadas no sistema de transmissão, e a segunda parte,  $\sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right)$ , representa o somatório da injeção de fluxo de potência em cada barra do sistema, portanto igual a zero. Assim, as perdas elétricas do sistema podem ser expressas por:

$$\text{Perda}_{\text{Tot}} = \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{R}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right) \right\} \quad (2.37)$$

Pretende-se alocar as perdas elétricas decompondo-as em  $k$  termos, do tipo  $L_k$ , para cada barra  $k$  da rede. Assim, usando (2.37) pode-se escrever:

$$\text{Perda}_{\text{Tot}} = \sum_{k=1}^n \mathbf{L}_k = \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{R}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right) \right\} \quad (2.38)$$

Finalmente, as perdas elétricas alocadas a uma barra  $k$  podem ser calculadas como:

$$\mathbf{L}_k = \Re \left\{ \mathbf{I}_k^* \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{R}_{kj}^{\text{Barra}} \mathbf{I}_j \right) \right\} \quad (2.39)$$

Caso os geradores e cargas estejam conectados a uma mesma barra, as perdas elétricas alocadas a essa barra são distribuídas aos geradores e às cargas na mesma proporção de suas gerações e demandas, respectivamente. Assim,

$$\text{Perdas}_{\text{Gk}} = \frac{|\mathbf{P}_{\text{Gk}}|}{|\mathbf{P}_{\text{Gk}}| + |\mathbf{P}_{\text{Dk}}|} \mathbf{L}_k \quad (2.40)$$

$$\text{Perdas}_{\text{Dk}} = \frac{|\mathbf{P}_{\text{Dk}}|}{|\mathbf{P}_{\text{Gk}}| + |\mathbf{P}_{\text{Dk}}|} \mathbf{L}_k \quad (2.41)$$

O método  $Z_{\text{Barra}}$  apresenta uma forma elegante e natural de separar as perdas elétricas e alocá-las a cada barra do sistema, pois as perdas elétricas são desacopladas diretamente a partir das equações do fluxo de potência, sem a necessidade de ajustes.

### 3 *O Método Proposto*

O método proposto é baseado nas leis de circuitos elétricos e no princípio da superposição para alocação de serviços de potência ativa e reativa e alocação das perdas ativa e reativa na rede de transmissão. O sistema a ser analisado é representado por ramos série e paralelo e em seguida é determinada a tensão em cada um dos ramos devido à ação individual de cada gerador. O processo é repetido, considerando os geradores representados por admitâncias e as cargas modeladas como fontes de correntes negativas. Com base nestas tensões são determinadas as potências ativa e reativa geradas ou consumidas em cada um dos ramos. A interpretação dos resultados obtidos segue a esta etapa de cálculos, atribuindo-se às potências obtidas a função de “serviço de potência” ou de “perdas” no caso de tratar-se de elementos shunt em série.

Tal como em [Conejo, 2001], os atributos do método proposto são:

- consistência com a localização de cada barra na rede;
- consideração em relação à magnitude de injeção de potência em cada barra;
- coerência com a topologia e as relações de corrente/tensão;
- simplicidade de entendimento e implementação;
- incentivos a geradores e cargas com respeito às suas localizações e tamanhos;
- concordância com os resultados do fluxo de carga.

As principais características do método são:

- modelagem de geradores e cargas, sendo um grupo de cada vez, como admitâncias equivalentes e, desta forma, as injeções de corrente nas barras de geração e carga são nulas e a diagonal principal da matriz  $[Y_{\text{barra}}]$  é modificada;
- modelo de tensão: ao invés do modelo de correntes [Unsuhuay e Saavedra, 2006], é utilizado o modelo de tensões, que captura naturalmente a natureza local da potência reativa em relação à tensão;
- modelagem de todos os elementos como ramos: considera não somente os elementos série entre as barras da rede como ramos, mas também os elementos em paralelo, ou em outras palavras, considera também o nó-terra como um nó da rede.



Um dado ponto de operação com diversas fontes de tensão é dividido em cenários, analogamente ao apresentado por [Unsihuay e Saavedra 2006]. Em cada cenário considera-se apenas a atuação de uma fonte de tensão, e são verificados seus efeitos no perfil de tensão da rede. Pode-se aplicar o princípio da superposição.

A partir da separação do sistema em cenários, e do conhecimento das tensões nos ramos devido à contribuição individual de cada fonte ou carga, são derivadas as expressões de alocação de potência ativa e reativa. Com estas formulações, e de acordo com o perfil de tensão, alocam-se aos geradores, os serviços de potência ativa e reativa consumidos na carga, perdas ativa e reativa devido à impedância série de cada linha de transmissão, potência reativa produzida pelas susceptâncias de cada linha de transmissão, e potência reativa produzida / absorvida nos capacitores / reatores em paralelo.

Nas seções seguintes, primeiramente é apresentada uma forma para o cálculo das contribuições de cada fonte de tensão para as tensões das barras de carga da rede. Em seguida, é derivada uma outra forma para o cálculo das contribuições das fontes de tensão para a tensão sobre cada ramo da rede. Finalmente, chega-se às expressões das contribuições das fontes para as potências ativa e reativa produzida ou absorvida em cada ramo da rede.

### ***3.1 Aplicação do Princípio da Superposição***

Para aplicar o princípio da superposição, o sistema analisado deve ser necessariamente linear, isto é, a tensão e corrente deverão estar relacionadas por um fator constante de proporcionalidade (matriz impedância ou matriz admitância). Duas formas de usar este princípio são: 1) tal como usado por [Unsihuay e Saavedra, 2006], onde cada barra geradora é modelada como fonte de corrente atuando em um cenário; 2) tal como usado por [When e Chen, 2004], onde cada barra geradora é modelada como uma fonte de tensão atuando em um cenário.

Em um sistema elétrico, existe um forte acoplamento entre tensão e potência reativa. Portanto, a motivação principal da utilização da estratégia de separação do ponto de operação em fontes de tensão equivalentes, atuando individualmente, está em que essas grandezas estão intrinsecamente acopladas e evoluem dinamicamente durante

a operação. Desta forma, espera-se que a alocação de potência reativa das demandas das cargas, da produção dos geradores e da produção / absorção da rede reflita concordância entre os montantes de potência reativa supridos pelas fontes e as tensões provocadas por estas no sistema.

Para alocar as potências ativa e reativa aos geradores e às cargas, se faz necessária a determinação das contribuições de cada fonte de tensão e de cada carga para as tensões das barras e dos ramos da rede com a utilização do princípio da superposição. Este princípio é ilustrado em um sistema simplificado de 4 barras, 2 geradores e 2 cargas.

Na Figura 3.1, é mostrada a aplicação do princípio da superposição em uma rede linear, de forma que as tensões nas barras de carga 3 e 4 sejam decompostas em contribuições das fontes das barras 1 e 2. Desta forma, estando o sistema operando apenas com a atuação da fonte 1, têm-se as tensões  $V_3^{(1)}$  e  $V_4^{(1)}$ , enquanto que a atuação da fonte da barra 2 resulta as tensões  $V_3^{(2)}$  e  $V_4^{(2)}$ . Para que o princípio seja satisfeito:  $V_3 = V_3^{(1)} + V_3^{(2)}$  e  $V_4 = V_4^{(1)} + V_4^{(2)}$ . Vale ressaltar que as fontes de tensão equivalentes que não estão atuando no cenário em questão são representadas como curtos-circuitos para a terra.

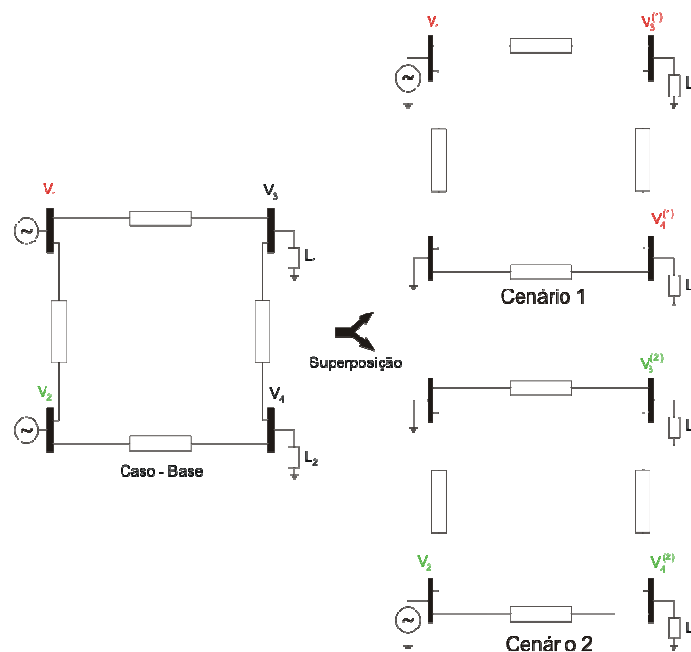


Figura 3.1: Separação do Circuito em Cenários

## ***Matriz de Incidência***

Neste trabalho, para fazer uso da teoria dos circuitos e do princípio da superposição, o sistema é representado por ramos e o conceito de matriz de incidência é utilizado, da mesma forma que na representação de grafos.

Uma maneira natural de representar um grafo é utilizar uma matriz, aproveitando assim de todas as manipulações permitidas pela álgebra linear. Basicamente, existem dois tipos de matrizes para representar de maneira inequívoca um grafo: matrizes de incidência e matrizes de adjacência. Aqui, é feita uma abordagem simples apenas da matriz de incidência, que será utilizada nas formulações seguintes.

Uma matriz de incidência  $A$  pode ser definida como:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

onde cada elemento é definido da seguinte forma:

$$a_{ij} = +1, \quad \text{se o ramo sai de } i$$

$$a_{ij} = -1, \quad \text{se o ramo entra em } j$$

$$a_{ij} = 0, \quad \text{caso contrário}$$

### ***3.2 Representação das Tensões nas Barras de Carga em Função das Tensões das Barras dos Geradores***

Considerando um sistema com  $N$  barras, sendo  $nG$  barras de geração e  $nL$  barras de carga, o sistema de equações nodais que relacionam corrente e tensão é representado matricialmente como:

$$[\mathbf{I}_{\text{barra}}] = [\mathbf{Y}_{\text{barra}}] \cdot [\mathbf{E}_{\text{barra}}] \quad (3.1)$$

onde:

$[\mathbf{I}_{\text{barra}}]$  : vetor de injeções de corrente complexas de barra;

$[\mathbf{Y}_{\text{barra}}]$ : matriz de admitâncias de barra;

$[\mathbf{E}_{\text{barra}}]$  : vetor de tensões complexas de barra.

Fazendo uma permutação de linhas e colunas na matriz  $[\mathbf{Y}_{\text{barra}}]$ , de maneira que sejam separadas as barras de carga e geração, (3.1) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_G \\ \mathbf{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{GG} & \mathbf{Y}_{GL} \\ \mathbf{Y}_{LG} & \mathbf{Y}_{LL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \mathbf{E}_L \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Para se obter a relação funcional  $\mathbf{E}_L = f(\mathbf{E}_G)$  é necessário que as cargas sejam representadas como admitâncias equivalentes, de modo que tenham injeção de corrente nula em (3.2). A partir do resultado do problema de fluxo de carga, estas admitâncias equivalentes são calculadas como:

$$\mathbf{Y}_k = \frac{1}{\mathbf{E}_k} \left( \frac{\mathbf{S}_k}{\mathbf{E}_k} \right) \quad (3.3)$$

onde  $\mathbf{Y}_k$  é a admitância conectada à barra de carga  $k$ ,  $\mathbf{E}_k$  é a tensão complexa da barra de carga  $k$ , e  $\mathbf{S}_k = \mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k$  é o consumo de potência complexa na barra de carga  $k$ .

Depois de calculadas as admitâncias equivalentes de todas as barras de carga, modifica-se a sub-matriz  $[\mathbf{Y}_{LL}]$  adicionando-se o valor de  $\mathbf{Y}_k$  correspondente ao  $k$ -ésimo elemento da diagonal principal. Então esta matriz é modificada para  $[\mathbf{Y}'_{LL}]$ , e (3.2) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_G \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{GG} & \mathbf{Y}_{GL} \\ \mathbf{Y}_{LG} & \mathbf{Y}'_{LL} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \mathbf{E}_L \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde  $[\mathbf{Y}'_{LL}]$  é a sub-matriz construída a partir de  $[\mathbf{Y}_{LL}]$  com a inserção das admitâncias equivalentes às cargas nos elementos da diagonal principal correspondentes. Observa-se que com cargas como elementos passivos da rede, (admitâncias equivalentes) suas respectivas injeções de corrente são nulas.

Considerando a parte inferior de (3.4):

$$[\mathbf{0}] = [\mathbf{Y}_{LG}][\mathbf{E}_G] + [\mathbf{Y}'_{LL}][\mathbf{E}_L] \quad (3.5)$$

Resolvendo (3.5) em relação à  $[E_L]$ , tem-se:

$$[E_L] = -[Y'_{LL}]^{-1} [Y_{LG}] [E_G] \quad (3.6)$$

A expressão (3.6) mostra a dependência das tensões das barras puramente de carga com respeito às tensões das fontes. Esta expressão será útil para determinar a dependência entre as tensões nos ramos e nas barras geradoras, como mostrado na seção seguinte.

### ***3.3 Representação das Tensões nas Barras de Geração em Função das Tensões das Barras de Carga***

Considerando-se ainda o mesmo sistema com  $N$  barras, sendo  $nG$  barras puramente de geração e  $nL$  barras de carga, para se obter a relação funcional  $E_G = f(E_L)$  é necessário que as gerações sejam representadas como admitâncias em paralelo de modo que tenham injeção de corrente nula em (3.2). A partir do resultado do problema de fluxo de carga, estas admitâncias são calculadas como:

$$Y_k = \frac{1}{E_k} \left( \frac{S_k}{E_k} \right) \quad (3.7)$$

onde  $Y_k$  é a admitância conectada à barra de geradora  $k$ ,  $E_k$  é a tensão complexa da barra geradora  $k$ , e  $S_k = P_k + jQ_k$  é a contribuição de potência complexa na barra geradora  $k$ .

Depois de calculadas as admitâncias equivalentes de todas as barras de geração, modifica-se a sub-matriz  $[Y_{GG}]$  adicionando-se o valor de  $Y_k$  correspondente ao  $k$ -ésimo elemento da diagonal principal. Então esta matriz é modificada para  $[Y'_{GG}]$ , e (3.2) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_{GG} & \mathbf{Y}_{GL} \\ \mathbf{Y}_{LG} & \mathbf{Y}_{LL} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \mathbf{E}_L \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

onde  $[\mathbf{Y}'_{GG}]$  é a sub-matriz construída a partir de  $[\mathbf{Y}_{GG}]$  com a inserção das admitâncias equivalentes dos geradores nos elementos da diagonal principal correspondentes. Observa-se que com geradores como elementos passivos da rede, (admitâncias equivalentes) suas respectivas injeções de corrente são nulas.

Considerando a parte superior de (3.8):

$$[\mathbf{0}] = [\mathbf{Y}'_{GG}][\mathbf{E}_G] + [\mathbf{Y}_{GL}][\mathbf{E}_L] \quad (3.9)$$

Resolvendo (3.9) em relação à  $[\mathbf{E}_G]$ , tem-se:

$$[\mathbf{E}_G] = -[\mathbf{Y}'_{GG}]^{-1}[\mathbf{Y}_{GL}][\mathbf{E}_L] \quad (3.10)$$

A expressão (3.10) mostra a dependência das tensões das barras puramente de geração com respeito às tensões das barras de carga. Esta expressão será útil para determinar a dependência entre as tensões nos ramos e as tensões nas barras de carga, como mostrado nas seções seguintes.

### ***3.4 Representação das Tensões nos Ramos em Função das Tensões das Barras de Geração***

A diferença de tensão entre duas barras  $i$  e  $j$  extremos de um ramo  $r$ , como mostrada na Figura 3.2, pode ser escrita como:

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_{ij} = \mathbf{E}_i - \mathbf{E}_j \quad (3.11)$$

onde  $\mathbf{E}_r$  é a tensão sobre o ramo  $r$  e  $\mathbf{E}_i$  e  $\mathbf{E}_j$  são as tensões das barras  $i$  e  $j$ .

Expressando (3.11) em forma matricial

$$[\mathbf{E}_r] = [1 \quad -1] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_i \\ \mathbf{E}_j \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

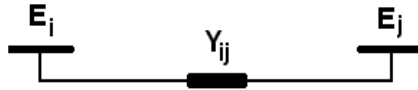


Figura 3.2: Representação de um Ramo entre 2 Barras

Considerando um sistema de potência de  $N$  barras, com  $nG$  barras de geração,  $nL$  barras puramente de carga e  $nR$  linhas de transmissão, a representação matricial entre a tensão nos ramos e a tensão nas barras é:

$$[\mathbf{E}_R] = [\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{E}_{\text{barra}}] \quad (3.13)$$

onde:

$[\mathbf{E}_R]$  : vetor complexo de tensões sobre o ramo, de dimensão  $[(nR+nL) \times 1]$ .

$[\mathbf{E}_{\text{barra}}]$  : vetor complexo de tensões de barra, de dimensão  $[N \times 1]$ .

$[\mathbf{A}]$  : matriz que relaciona tensões entre ramos e barras formada por 1, -1 e 0, de dimensão  $[(nR+nL) \times N]$ .

Fazendo uma permutação de colunas na matriz  $[\mathbf{A}]$ , de maneira que sejam separadas as tensões das barras de geração e carga, (3.13) pode ser reescrita como:

$$[\mathbf{E}_R] = \underbrace{\begin{bmatrix} & | & \\ \mathbf{B} & | & \mathbf{C} \\ & | & \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}]} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \dots \\ \mathbf{E}_L \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde:

$[\mathbf{B}]$  : sub-matriz de  $[\mathbf{A}]$  de dimensão  $[(nR+nL) \times nG]$ .

$[\mathbf{C}]$  : sub-matriz de  $[\mathbf{A}]$  de dimensão  $[(nR+nL) \times nL]$ .

Desenvolvendo (3.14):

$$[\mathbf{E}_R] = [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{E}_G] + [\mathbf{C}] \cdot [\mathbf{E}_L] \quad (3.15)$$

Substituindo (3.10) em (3.15) e resolvendo para  $[\mathbf{E}_R]$ :

$$[\mathbf{E}_R] = [\mathbf{G}] \cdot [\mathbf{E}_G] \quad (3.16)$$

onde:

$$[\mathbf{G}] = [\mathbf{B}] - [\mathbf{C}] \cdot [\mathbf{Y}'_{LL}]^{-1} \cdot [\mathbf{Y}_{LG}] \quad (3.17)$$

sendo a matriz  $\mathbf{G}$  de dimensão  $[(nR+nL) \times nG]$ .

Assim, as tensões sobre os ramos e tensões nas barras de geração estão relacionadas pelos elementos da matriz  $[G]$ .

Com isto, aplicando o princípio da superposição a um sistema com  $nG$  fontes de tensão, a soma de contribuições individuais de tensão dos geradores para um ramo  $r$  pode ser calculada por:

$$\mathbf{E}_r = \sum_{b=1}^{nG} \mathbf{G}_{r,b} * \mathbf{E}_G^b \quad \text{para todo } r = 1 : nR + nL \quad (3.18)$$

onde:

$\mathbf{E}_r$  tensão em um ramo  $r$ ;

$\mathbf{E}_G^b$  tensão no gerador  $b$ .

A contribuição individual de cada gerador  $b$  sobre um ramo  $r$  é:

$$\mathbf{E}_r^b = \mathbf{G}_{r,b} * \mathbf{E}_G^b \quad (3.19)$$

A contribuição individual de cada gerador  $b$  sobre os ramos é

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_R^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^b \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{E}_{nR+nL}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,b} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{G}_{(nR+nL),b} \end{bmatrix} * \mathbf{E}_G^b \quad (3.20)$$

onde:

$[\mathbf{E}_R^b]$  : vetor de tensões de ramos quando da atuação apenas da fonte  $b$ ;

$\mathbf{E}_G^b$  : tensão da barra onde está situada a fonte  $b$ .

Com (3.20), fica conhecida a composição da tensão no ramo  $r$  devido a cada fonte atuando separadamente, e o perfil de tensão é obtido pela soma de todas as contribuições das  $nG$  fontes:

$$\mathbf{E}_r = \sum_{b=1}^{nG} \mathbf{E}_r^b \quad (3.20)$$

Em forma vetorial, as tensões nos ramos podem ser expressas com a ajuda de (3.20) como:

$$[\mathbf{E}_R] = \sum_{b=1}^{nG} [\mathbf{E}_R^b] \quad (3.21)$$



### 3.5 Representação das Tensões nos Ramos em Função das Tensões das Barras de Carga

Considerando um sistema de potência de  $N$  barras, com  $nG$  barras puramente de geração,  $nL$  barras de cargas e  $nR$  linhas de transmissão, a representação matricial entre a tensão nos ramos e a tensão nas barras é:

$$[\mathbf{E}_R] = [\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{E}_{barra}] \quad (3.22)$$

onde:

$[\mathbf{E}_R]$  : vetor complexo de tensões sobre o ramo, de dimensão  $[(nR+nG) \times 1]$ .

$[\mathbf{E}_{barra}]$  : vetor complexo de tensões de barra, de dimensão  $[N \times 1]$ .

$[\mathbf{A}]$  : matriz que relaciona as tensões entre ramos e barras formada por 1, -1 e 0, de dimensão  $[(nR+nG) \times N]$ .

Fazendo uma permutação de colunas na matriz  $[\mathbf{A}]$ , de maneira que sejam separadas as tensões das barras de geração e carga, (3.22) pode ser reescrita como:

$$[\mathbf{E}_R] = \underbrace{\begin{bmatrix} | & | \\ \mathbf{B} & \mathbf{C} \\ | & | \end{bmatrix}}_{[\mathbf{A}]} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \dots \\ \mathbf{E}_L \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

onde:

$[\mathbf{B}]$  : sub-matriz de  $[\mathbf{A}]$  de dimensão  $[(nR+nG) \times nG]$ .

$[\mathbf{C}]$  : sub-matriz de  $[\mathbf{A}]$  de dimensão  $[(nR+nG) \times nL]$ .

Desenvolvendo (3.23):

$$[\mathbf{E}_R] = [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{E}_G] + [\mathbf{C}] \cdot [\mathbf{E}_L] \quad (3.24)$$

Substituindo (3.10) em (3.24) e resolvendo para  $[\mathbf{E}_R]$ :

$$[\mathbf{E}_R] = [\mathbf{L}] \cdot [\mathbf{E}_L] \quad (3.25)$$

onde:

$$[\mathbf{L}] = [\mathbf{C}] - [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{Y}'_{GG}]^{-1} \cdot [\mathbf{Y}_{GL}] \quad (3.26)$$

sendo a matriz  $\mathbf{L}$  de dimensão  $[(nR+nG) \times nL]$ .

Assim, as tensões sobre os ramos e tensões nas barras de carga estão relacionadas pelos elementos da matriz  $[\mathbf{L}]$ .

Com isto, aplicando o princípio da superposição a um sistema com  $nL$  fontes de tensão representando às barras de carga, a soma de contribuições individuais de tensão das cargas para um ramo  $r$  pode ser calculada por:

$$\mathbf{E}_r = \sum_{c=1}^{nL} \mathbf{L}_{r,c} * \mathbf{E}_L^c \quad \text{para todo } r = 1:nR + nG \quad (3.27)$$

onde:

$\mathbf{E}_r$  tensão em um ramo  $r$ ;

$\mathbf{E}_L^c$  tensão na barra de carga  $c$ .

A contribuição individual da cada carga  $c$  sobre um ramo  $r$  é:

$$\mathbf{E}_r^c = \mathbf{L}_{r,c} * \mathbf{E}_L^c \quad (3.28)$$

A contribuição individual de cada carga  $c$  sobre os ramos é

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_R^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^c \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{E}_{nR+nG}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{1,c} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{L}_{(nR+nG),c} \end{bmatrix} * \mathbf{E}_L^c \quad (3.29)$$

onde:

$[\mathbf{E}_R^c]$  : vetor de tensões de ramos quando da atuação apenas da carga  $c$ ;

$\mathbf{E}_L^c$  : tensão da barra onde está situada a carga  $c$ .

Com (3.29), fica conhecida a composição da tensão no ramo  $r$  devido a cada carga atuando separadamente, e o perfil de tensão é obtido pela soma de todas as contribuições das  $nL$  cargas:

$$\mathbf{E}_r = \sum_{c=1}^{nL} \mathbf{E}_r^c \quad (3.30)$$

Em forma vetorial, as tensões nos ramos podem ser expressas usando (3.30) como:

$$[\mathbf{E}_R] = \sum_{c=1}^{nL} [\mathbf{E}_R^c] \quad (3.31)$$

### 3.6 Alocação de Potência Ativa e Reativa nos Ramos aos Geradores

Nesta seção, são descritos os desenvolvimentos algébricos para se chegar às expressões gerais de alocação aos geradores de potência ativa e reativa gerada ou consumida em cada ramo. Como já dito, no sistema elétrico estes ramos representam os elementos, tais como:

- linhas de transmissão, ramo série, cujas perdas de potência reativa devem ser alocadas;
- linhas de transmissão, ramos paralelo, cuja produção de potência reativa deve ser alocada;
- capacitores e reatores paralelo, cuja produção e absorção, respectivamente, de potência reativa deve ser alocada;
- barras de geração, cujo suprimento de potência reativa deve ser alocado às cargas;
- barras de carga, cujo consumo de potência reativa deve ser alocado aos geradores.

A partir dos valores de tensão, de corrente e da admitância do ramo  $r$ , inicia-se o desenvolvimento da formulação. Seja um ramo  $r$  qualquer, conectado a uma barra de geração  $k$ :

O consumo de potência para esse ramo  $r$  é dado por:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{E}_r \cdot \mathbf{i}_r^* \quad (3.32)$$

onde:

- $s_r$  : potência aparente consumida no ramo  $r$ ;
- $E_r$  : tensão complexa sobre o ramo  $r$ ;
- $i_r$  : corrente complexa que circula pelo ramo  $r$ ;
- $y_r$  : admitância equivalente do ramo.

Sendo  $i_r = y_r * E_r$ , (3.32) pode ser escrita por:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{E}_r \cdot (\mathbf{E}_r \cdot \mathbf{y}_r)^* = \mathbf{y}_r^* \cdot \mathbf{E}_r \cdot \mathbf{E}_r^* \quad (3.33)$$

Substituindo (3.20) em (3.33), tem-se, usando o princípio da superposição, a potência no ramo  $r$  em função da contribuição de todas as  $nG$  barras de geração do sistema, como:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{y}_r^* \cdot \mathbf{E}_r \cdot \mathbf{E}_r^* = \mathbf{y}_r^* \cdot \left( \sum_{k=1}^{nG} \mathbf{E}_r^k \right) \cdot \left( \sum_{k=1}^{nG} \mathbf{E}_r^k \right)^* \quad (3.34)$$

A equação (3.34) pode ser escrita por:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{y}_r^* \cdot \left\{ \sum_{k=1}^{nG} \left[ \mathbf{E}_r^k \cdot (\mathbf{E}_r^k)^* + \mathbf{E}_r^k \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} (\mathbf{E}_r^m)^* \right] \right\} \quad (3.35)$$

ou

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{y}_r^* \cdot \sum_{k=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{k=1}^{nG} \mathbf{E}_r^k \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} (\mathbf{E}_r^m)^* \quad (3.36)$$

Explicitando as partes real e imaginária das tensões:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{y}_r^* \cdot \sum_{k=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k|^2 + \mathbf{y}_r^* \cdot \left[ \sum_{k=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{km}) + j \cdot \sum_{k=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \text{sen}(\theta_r^{km}) \right] \quad (3.37)$$

onde  $\theta_r^{km} = \theta_r^k - \theta_r^m$  representa a diferença angular entre os fasores  $\mathbf{E}_r^k$  e  $\mathbf{E}_r^m$ .

Pode-se provar que o último termo de (3.37) é nulo (ver apêndice A):

$$\sum_{k=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \text{sen}(\theta_r^{km}) = 0 \quad (3.38)$$

A expressão (3.37) pode ser rescrita para:

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{y}_r^* \cdot \sum_{k=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{b=1}^{nG} |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{km}) \quad (3.39)$$

Tal como as grandezas estão dispostas em (3.39), a contribuição de potência aparente da fonte da barra  $k$  para o ramo  $r$  é calculada por:

$$\mathbf{S}_r^k = \mathbf{Y}_r^* \cdot |\mathbf{E}_r^k|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{km}) \quad (3.40)$$

sendo  $y_r = g_r + j.b_r$ . Conseqüentemente, as contribuições de potência ativa e reativa da barra geradora  $b$  para o ramo  $r$  são calculadas, respectivamente por:

$$\mathbf{P}_r^k = \alpha \left[ g_r |\mathbf{E}_r^k|^2 + g_r |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1; \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{km}) \right] \quad (3.41)$$

e

$$\mathbf{Q}_r^k = \alpha \left[ -b_r \cdot |\mathbf{E}_r^k|^2 - b_r \cdot |\mathbf{E}_r^k| \cdot \sum_{m=1; \neq k}^{nG} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{km}) \right] \quad (3.42)$$

Nas expressões (3.41) e (3.42), podem-se observar as contribuições de dois termos para o consumo de potência ativa e reativa no ramo  $r$  alocada para a fonte  $k$ . O primeiro termo refere-se à contribuição própria da fonte  $b$ , enquanto que o segundo termo representa as contribuições mútuas entre a fonte  $b$  e as demais fontes. Baseado em [Molina 2010], as perdas alocadas aos geradores correspondem a 50% das perdas totais e os outros 50% são alocadas às cargas. Sendo assim, para distinção entre as alocações dos serviços de potência e das perdas na rede de transmissão, o parâmetro  $\alpha$  é definido como:

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{se o ramo é um elemento shunt} \\ \frac{1}{2}, & \text{se o ramo é um elemento série} \end{cases}$$

### 3.7 Alocação de Potência Ativa e Reativa nos Ramos às Cargas

Nesta seção, são descritos os desenvolvimentos algébricos para se chegar às expressões gerais de alocação de potência ativa e reativa gerada ou consumida em cada ramo às cargas.

Substituindo (3.30) em (3.33), tem-se:

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{Y}_r^* \cdot \mathbf{E}_r \cdot \mathbf{E}_r^* = \mathbf{Y}_r^* \cdot \left( \sum_{c=1}^{nL} \mathbf{E}_r^c \right) \cdot \left( \sum_{c=1}^{nL} \mathbf{E}_r^c \right)^* \quad (3.43)$$

A equação (3.43) pode ser escrita por:

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{Y}_r^* \cdot \left\{ \sum_{c=1}^{nL} \left[ \mathbf{E}_r^c \cdot (\mathbf{E}_r^c)^* + \mathbf{E}_r^c \cdot \sum_{m=1, \neq c}^{nL} (\mathbf{E}_r^m)^* \right] \right\} \quad (3.44)$$

ou

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{c=1}^{nL} \mathbf{E}_r^c \cdot \sum_{m=1, \neq c}^{nL} (\mathbf{E}_r^m)^* \quad (3.45)$$

Explicitando as partes real e imaginária das tensões:

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot \left[ \sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1, \neq c}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{cm}) + j \cdot \sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1, \neq c}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \text{sen}(\theta_r^{cm}) \right] \quad (3.46)$$

onde  $\theta_r^{cm} = \theta_r^c - \theta_r^m$  representa a diferença angular entre os fasores  $\mathbf{E}_r^c$  e  $\mathbf{E}_r^m$ .

Pode-se provar que o último termo de (3.46) é nulo:

$$\sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1, \neq c}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \text{sen}(\theta_r^{cm}) = 0 \quad (3.47)$$

A expressão (3.47) pode ser rescrita para:

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot \sum_{c=1}^{nL} |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1, \neq c}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{cm}) \quad (3.48)$$

A partir de como as grandezas estão dispostas em (3.48), a contribuição de potência aparente da fonte da barra de carga  $c$  para o ramo  $r$  é calculada por:

$$\mathbf{S}_r^c = \mathbf{Y}_r^* \cdot |\mathbf{E}_r^c|^2 + \mathbf{Y}_r^* \cdot |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1; \neq c}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{cm}) \quad (3.49)$$

sendo  $y_r = g_r + j.b_r$ . Conseqüentemente, a contribuições de potência ativa e reativa da barra de carga  $c$  para o ramo  $r$  são calculadas respectivamente por:

$$\mathbf{P}_r^c = \alpha \left[ g_r |\mathbf{E}_r^c|^2 + g_r |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1; \neq c}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{cm}) \right] \quad (3.50)$$

$$\mathbf{Q}_r^c = \alpha \left[ -b_r |\mathbf{E}_r^c|^2 - b_r |\mathbf{E}_r^c| \cdot \sum_{m=1; \neq k}^{nL} |\mathbf{E}_r^m| \cdot \cos(\theta_r^{cm}) \right] \quad (3.51)$$

Nas expressões (3.50) e (3.51), pode-se observar a contribuição de dois termos para as potências ativa e reativa no ramo  $r$  alocadas para a barra de carga  $c$ . O primeiro termo refere-se à contribuição própria da fonte da barra de carga  $c$ , enquanto que o segundo termo representa as contribuições mútuas entre a fonte  $c$  e as demais fontes.

Baseado em [Molina 2010], as perdas alocadas aos geradores correspondem a 50% das perdas totais e os outros 50% são alocadas às cargas. Sendo assim, para distinção entre as alocações dos serviços de potência e das perdas na rede de transmissão, o parâmetro  $\alpha$  é definido como:

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{se o ramo é um elemento shunt} \\ \frac{1}{2}, & \text{se o ramo é um elemento série} \end{cases}$$

### **3.8 Comentários**

Neste capítulo, foi descrito o método proposto no trabalho. Foi apresentada a formulação de cálculo das tensões nas barras de carga como uma função das tensões das barras geradoras e o cálculo das tensões nas barras de geração como uma função das tensões das barras de carga. Com isto feito, foi apresentado o algoritmo para o cálculo das contribuições de tensão das fontes (positiva para geradores, negativas para cargas) para os ramos da rede aplicando o princípio da superposição. Também foi apresentada a formulação que define a alocação de potência ativa e reativa gerada ou consumida nos ramos da rede aos geradores e às cargas. Estas incluem o atendimento da demanda reativa das cargas, perdas na indutância série das linhas, produção reativa dos elementos paralelo da linha e produção / consumo dos capacitores / reatores em série ou paralelo.

É importante ressaltar que nos desenvolvimentos algébricos apresentados neste capítulo, não foram introduzidas quaisquer aproximação no cálculo das alocações. Logo, a soma de todas as contribuições dos geradores e das cargas deve ser igual à soma dos valores da potência ativa e reativa em cada ramo.



## 4 Simulações e Resultados

O método proposto para alocar os serviços de potência ativa e reativa e perdas ativa e reativa na rede de transmissão tanto aos geradores quanto às cargas, foi implementado computacionalmente em ambiente MATLAB®, versão 2007. Os dados iniciais são os resultados da solução de um problema de fluxo de potência, cujo algoritmo foi desenvolvido no mesmo ambiente, com o objetivo de manter precisão nos valores de tensões e ângulos das barras. Neste capítulo, apresenta-se o estudo de dois casos, baseados nos estados de operação caso-base de dois sistemas de potência: um sistema de 4 barras e o sistema IEEE de 30 barras.

Para demonstrar o desempenho do método proposto, apresenta-se inicialmente um exemplo-teste de 4 barras, usado também em [Abdelkader, 2007]. Na Figura 4.1 mostra-se o diagrama unifilar correspondente, enquanto que os dados completos de barras e ramos de transmissão encontram-se no Apêndice B.

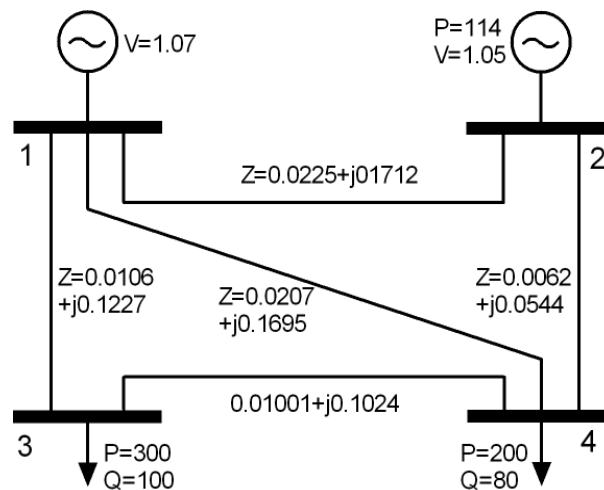


Figura 4.1: Sistema-Teste de 4 Barras

O estado do caso-base, assim como os fluxos e perdas nos ramos para o sistema analisado são apresentados nas Tabelas 4.1 e 4.2, respectivamente.

Tabela 4.1: Valores de Barra do Sistema-Teste de 4 Barras

Barras		Tensão		Geração		Carga	
Nº	Tipo	Módulo (pu)	Âng. (graus)	P (MW)	Q (Mvar)	P (MW)	Q (Mvar)
1	Slack	1,07	0,00	399,46	194,62	0,00	0,00
2	PV	1,05	-5,24	114,00	119,93	0,00	0,00
3	PQ	0,93	-15,22	0,00	0,00	300,00	100,00
4	PQ	0,98	-10,11	0,00	0,00	200,00	80,00

Tabela 4.2: Fluxos nas Linhas do Sistema-Teste de 4 Barras

Barra Inicial	Barra Final	De Barra		Para Barra		Perdas	
Nº	Nº	Pkm (MW)	Qkm (Mvar)	Pmk (MW)	Qmk (Mvar)	Ploss (MW)	Qloss (Mvar)
1	2	60,94	7,24	-60,20	-1,61	0,74	5,63
1	3	223,56	135,18	-217,24	-62,03	6,32	73,15
1	4	114,96	52,21	-112,08	-28,61	2,88	23,6
2	4	174,20	121,54	-171,66	-99,28	2,54	22,26
3	4	-82,76	-37,97	83,74	47,88	0,98	9,92
				<b>Total</b>		<b>13,46</b>	<b>134,56</b>

#### ***4.1 Alocação dos Serviços de Potência Ativa e Reativa e Perdas na Rede de Transmissão aos Geradores e às Cargas***

Por tratar-se de um exemplo inicial, são detalhados todos os cálculos. Primeiro, obtém-se as tensões nos ramos em função das tensões das barras de geração. A seguir, são calculadas as parcelas de tensões em cada ramo devido a cada gerador. Usando o princípio da superposição e a teoria dos circuitos, são mostrados os cálculos relativos à alocação entre os geradores e às cargas para os serviços de potência ativa e reativa em cada ramo do sistema.

### 4.1.1 Tensões nos Ramos em Função das Tensões dos Geradores

A matriz admitância de barra para o sistema da Figura 4.1 é:

$$[\mathbf{Y}_{\text{barra}}] = \begin{bmatrix} 2.1634 - 19.645i & -0.7546 + 5.7419i & -0.6989 + 8.0896i & -0.7099 + 5.8130i \\ -0.7546 + 5.7419i & 2.8228 - 23.889i & 0 & -2.0682 + 18.147i \\ -0.6989 + 8.0896i & 0 & 1.6528 - 17.761i & -0.9539 + 9.6715i \\ -0.7099 + 5.8130i & -2.0682 + 18.147i & -0.9539 + 9.6715i & 3.7320 - 33.631i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{gg} & \mathbf{Y}_{gl} \\ \mathbf{Y}_{lg} & \mathbf{Y}_{ll} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Pode-se observar que a matriz  $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$  já está com as admitâncias das barras de geração e de carga separadas. As cargas das barras 3 e 4 são transformadas em admitâncias equivalentes, com os resultados representados pela matriz  $\mathbf{Y}_{3-4}$ :

$$[\mathbf{Y}_{3-4}] = \begin{bmatrix} 3.5039 - 1.6180i & 0 \\ 0 & 2.0813 - 0.8325i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Os elementos  $\mathbf{Y}_{11}$  e  $\mathbf{Y}_{22}$  da matriz  $\mathbf{Y}_{3-4}$  correspondem respectivamente as admitâncias equivalentes das cargas das barras 3 e 4. Em seguida esta matriz é adicionada à submatriz  $\mathbf{Y}_{ll}$  para obtenção da matriz  $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$  modificada:

$$[\mathbf{Y}'_{\text{barra}}] = \begin{bmatrix} 2.1634 - 19.645i & -0.7546 + 5.7419i & -0.6989 + 8.0896i & -0.7099 + 5.8130i \\ -0.7546 + 5.7419i & 2.8228 - 23.889i & 0 & -2.0682 + 18.147i \\ -0.6989 + 8.0896i & 0 & 5.1566 - 18.929i & -0.9539 + 9.6715i \\ -0.7099 + 5.8130i & -2.0682 + 18.147i & -0.9539 + 9.6715i & 5.8133 - 34.464i \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A matriz  $\mathbf{A}$  que relaciona as tensões nos ramos e as tensões das barras, já com as tensões de geração e de carga separadas, para o sistema da Figura 4.1 é:

$$[\mathbf{E}_r] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{13} \\ \mathbf{E}_{14} \\ \mathbf{E}_{24} \\ \mathbf{E}_{34} \\ \mathbf{E}_{30} \\ \mathbf{E}_{40} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \\ \mathbf{E}_4 \end{bmatrix} = [\mathbf{A}][\mathbf{E}_{\text{barra}}] \quad (4.4)$$

$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{B} \mid \mathbf{C}]}$

Fazendo uso de (3.17), a matriz  $[\mathbf{G}]$ , que relaciona as tensões sobre os ramos e as tensões nas barras de geração, é:

$$[\mathbf{G}] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0.4409 + 0.1266i & -0.2888 + 0.0763i \\ 0.6799 + 0.0534i & -0.6005 + 0.0547i \\ -0.3201 + 0.0534i & 0.3995 + 0.0547i \\ 0.2390 - 0.0731i & -0.3117 - 0.0216i \\ 0.5591 - 0.1266i & 0.2887 - 0.0763i \\ 0.3201 - 0.0534i & 0.6005 - 0.0547i \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Da Tabela 4.1 extraem-se as tensões nas barras de geração:

$$[\mathbf{E}_G] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G^1 \\ \mathbf{E}_G^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0700 - 4.242e-010i \\ 1.0456 - 0.095977i \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

A partir de (3.19), as contribuições individuais de tensão dos geradores 1 e 2, sobre os ramos, são:

$$[\mathbf{E}_r^1] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{12}^1 \\ \mathbf{E}_{13}^1 \\ \mathbf{E}_{14}^1 \\ \mathbf{E}_{24}^1 \\ \mathbf{E}_{34}^1 \\ \mathbf{E}_{30}^1 \\ \mathbf{E}_{40}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07 - 4.242e-010i \\ 0.47175 + 0.13542i \\ 0.72753 + 0.057171i \\ -0.34247 + 0.057171i \\ 0.25578 - 0.078251i \\ 0.59825 - 0.13542i \\ 0.34247 - 0.057171i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$[\mathbf{E}_r^2] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{12}^2 \\ \mathbf{E}_{13}^2 \\ \mathbf{E}_{14}^2 \\ \mathbf{E}_{24}^2 \\ \mathbf{E}_{34}^2 \\ \mathbf{E}_{30}^2 \\ \mathbf{E}_{40}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.0456 + 0.095977i \\ -0.29459 + 0.10755i \\ -0.62259 + 0.11484i \\ 0.42301 + 0.018859i \\ -0.328 + 0.0072848i \\ 0.29459 - 0.10755i \\ 0.62259 - 0.11484i \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Pelo princípio da superposição, pode-se obter a tensão sobre todos os ramos devido à contribuição dos dois geradores simultaneamente, somando-se (4.7) e (4.8):

$$[\mathbf{E}_r] = \begin{bmatrix} 0.0244 + 0.0960i \\ 0.1772 + 0.2430i \\ 0.1049 + 0.1720i \\ 0.0805 + 0.0760i \\ -0.0722 - 0.0710i \\ 0.8928 - 0.2430i \\ 0.9651 - 0.1720i \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Para comparar os valores obtidos de tensões sobre os ramos, usam-se os resultados do problema de fluxo de carga para este sistema. A partir dos resultados das tensões de barra apresentadas na Tabela (4.1), obtêm-se as tensões nos ramos:

$$[\mathbf{E}_r] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{13} \\ \mathbf{E}_{14} \\ \mathbf{E}_{24} \\ \mathbf{E}_{34} \\ \mathbf{E}_{30} \\ \mathbf{E}_{40} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_3 \\ \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_4 \\ \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_4 \\ \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_4 \\ \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}_4 - \mathbf{E}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0244 + 0.0960i \\ 0.1772 + 0.2430i \\ 0.1049 + 0.1720i \\ 0.0805 + 0.0760i \\ -0.0722 - 0.0710i \\ 0.8928 - 0.2430i \\ 0.9651 - 0.1720i \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Comparando-se (4.9) e (4.10), conclui-se que as tensões obtidas nos ramos pelo método proposto, concordam com as tensões obtidas a partir do resultado do problema do fluxo de carga.

#### ***4.1.2 Tensões nos Ramos em Função das Tensões nas Cargas***

A matriz admitância de barra já determinada em (4.1), será utilizada. Porém, neste caso, os geradores serão modelados como admitâncias equivalentes e o sistema será então representado por cenários. Em seguida cada cenário será tratado por vez, tendo as injeções de corrente equivalentes a esses geradores nulas.

Os geradores das barras 1 e 2 são transformadas em admitâncias equivalentes, fazendo-se uso de (4.2) com os resultados representados pela matriz  $\mathbf{Y}_{1-2}$ .

$$[\mathbf{Y}_{1-2}] = \begin{bmatrix} 3.489 - 1.6999i & 0 \\ 0 & 1.034 - 1.0878i \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Os elementos  $Y_{11}$  e  $Y_{22}$  da matriz  $Y_{1-2}$  correspondem respectivamente as admitâncias equivalentes aos geradores das barras 1 e 2. Em seguida esta matriz é adicionada à submatriz  $Y_{gg}$  para obtenção da matriz  $Y_{barra}$  modificada:

$$[Y'_{barra}] = \begin{bmatrix} -1.3256 - 17.945i & -0.7546 + 5.7419i & -0.6989 + 8.0896i & -0.7099 + 5.8130i \\ -0.7546 + 5.7419i & 1.7888 - 22.801i & 0 & -2.0682 + 18.147i \\ -0.6989 + 8.0896i & 0 & 1.6528 - 17.761i & -0.9539 + 9.6715i \\ -0.7099 + 5.8130i & -2.0682 + 18.147i & -0.9539 + 9.6715i & 3.7320 - 33.631i \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

A matriz  $A$  que relaciona as tensões dos ramos e as tensões das barras, já com as tensões de geração e de carga separadas, para o sistema da Figura 4.1 é:

$$[E_r] = \begin{bmatrix} E_{12} \\ E_{13} \\ E_{14} \\ E_{24} \\ E_{34} \\ E_{10} \\ E_{20} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{[B \mid C]} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = [A][E_{barra}] \quad (4.13)$$

Fazendo uso de (3.26), a matriz  $[L]$ , que relaciona as tensões sobre os ramos e tensões nas barras de geração, é:

$$[L] = \begin{bmatrix} 0.3610 + 0.0599i & -0.3371 + 0.0748i \\ -0.5184 + 0.0888i & 0.6143 + 0.1486i \\ 0.4816 + 0.0888i & -0.3857 + 0.1486i \\ 0.1206 + 0.0288i & -0.0485 + 0.0738i \\ 1 & -1 \\ 0.4816 + 0.0888i & 0.6143 + 0.1486i \\ 0.1206 + 0.0288i & 0.9514 + 0.0738i \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Da Tabela 4.1 extraem-se as tensões nas barras de carga:

$$[E_L] = \begin{bmatrix} E_L^3 \\ E_L^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8928 - 0.2430i \\ 0.9651 - 0.1720i \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A partir de (3.29), as contribuições individuais de tensão das barras de carga 3 e 4, sobre os ramos, são dadas por:

$$[\mathbf{E}_r^3] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{12}^3 \\ \mathbf{E}_{13}^3 \\ \mathbf{E}_{14}^3 \\ \mathbf{E}_{24}^3 \\ \mathbf{E}_{34}^3 \\ \mathbf{E}_{10}^3 \\ \mathbf{E}_{20}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3369 - 0.034165i \\ -0.44124 + 0.20526i \\ 0.4516 - 0.037714i \\ 0.1147 - 0.0035494i \\ 0.89284 - 0.24297i \\ 0.4516 - 0.037714i \\ 0.1147 - 0.0035494i \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$[\mathbf{E}_r^4] = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{12}^4 \\ \mathbf{E}_{13}^4 \\ \mathbf{E}_{14}^4 \\ \mathbf{E}_{24}^4 \\ \mathbf{E}_{34}^4 \\ \mathbf{E}_{10}^4 \\ \mathbf{E}_{20}^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.31251 + 0.13014i \\ 0.6184 + 0.037714i \\ -0.34666 + 0.20972i \\ -0.034154 + 0.079579i \\ -0.96506 + 0.17201i \\ 0.6184 + 0.037714i \\ 0.93091 - 0.092428i \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Pelo princípio da superposição, pode-se obter as tensões sobre todos os ramos devido à contribuição das barras de carga simultaneamente, somando-se (4.16) e (4.17):

$$[\mathbf{E}_r] = \begin{bmatrix} 0.024396 + 0.095977i \\ 0.17716 + 0.24297i \\ 0.10494 + 0.17201i \\ 0.080543 + 0.07603i \\ -0.072221 - 0.070966i \\ 1.07 - 4.242e-010i \\ 1.0456 - 0.095977i \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Para comparar os valores obtidos de tensões sobre os ramos, assim como para as alocações aos geradores, usam-se os resultados do problema de fluxo de carga. Comparando-se (4.10) e (4.18), conclui-se que as tensões obtidas nos ramos pelo método proposto concordam com as tensões obtidas a partir do resultado do problema do fluxo de carga.

### 4.1.3 Alocação Simultânea dos Serviços de Potência Ativa e Reativa e das Perdas Ativa e Reativa aos Geradores e às Cargas

Para o sistema de 4 barras apresentado na Figura 4.1, sua representação por ramos é mostrada pela Figura 4.2, onde o nó-terra aparece explicitamente.

Se o ramo  $r$  for um elemento paralelo representando uma carga, então a potência nesse ramo representa a potência ativa e reativa alocadas pelo gerador  $k$ . Se  $r$  for um ramo série, a potência representa as perdas ativa e reativa no referido ramo alocadas ao gerador  $k$ .

Baseado em [Molina, 2010] os geradores são responsáveis por 50% das perdas totais, e os outros 50% são de responsabilidade das cargas. Este fato é levado em consideração na aplicação do método, e o balanço dos serviços de potência e das perdas na rede de transmissão é fechado considerando-se todas as gerações, consumos e as perdas nos ramos alocadas aos geradores e cargas.

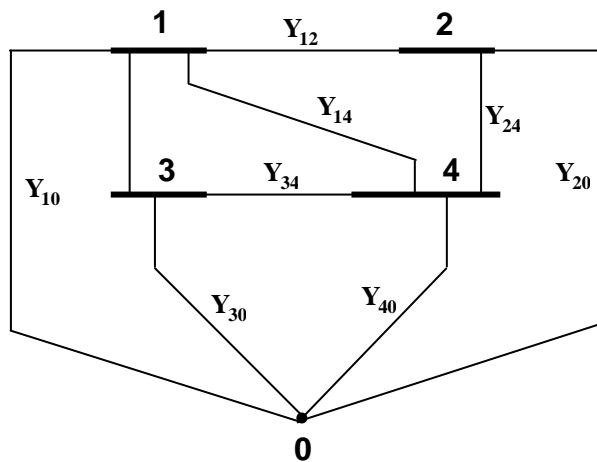


Fig 4.2: Sistema de 4 Barras com o Nó-Terra e Todos os Ramos

Com as contribuições de tensão dos geradores para a tensão em cada ramo da rede já conhecidas em (4.7) e (4.8), é possível calcular a participação de cada gerador e cada carga para a potência ativa e reativa produzida ou absorvida em cada ramo. Os ramos 1-0 e 2-0 representam as gerações de potência ativa e reativa, os ramos 3-0 e 4-0 representam os consumos de potência ativa e reativa. Por fim, os ramos 1-2, 1-3, 1-4, 2-4 e 3-4, representam as linhas de transmissão e, conseqüentemente, as perdas de potência ativa e reativa que serão alocadas aos geradores e às cargas.



A característica principal e diferencial do método proposto é tratar de forma similar o problema de alocação dos serviços de potência e das perdas na rede de transmissão aos geradores e às cargas. Assim, todos os valores são obtidos simultaneamente e, a partir daí, são interpretados se são os serviços ou as perdas na rede de transmissão.

Tabela 4.3: Alocação das Potências ativas e reativas em Todos os Ramos

Ramos		Potência	Alocação das potências ativa e reativa geradas ou consumidas pelos ramos aos geradores e às cargas			
de	para	(MW)+ (Mvar)	1	2	3	4
1	0	399,46+ 194,62j			198,68+ 66,23j	70,84+ 28,33j
2	0	114,00+ 119,93j			101,32+ 33,77j	129,16+ 51,64j
<b>Total</b>		513,46+ 314,55j  500,00+ 180,00j			300,00+ 100,00j	200,00+ 80,00j
3	0	300,00+ 100j	168,59+ 82,14j	230,86+ 13,08j		
4	0	200,00+ 80,00j	12,44+ 112,48j	101,56+ 106,85j		
<b>Total</b>		500,00+ 180,00j  513,46+ 314,55j	181,04+ 194,62j	332,42+ 119,93j		
1	2	0,74+ 5,63	0,98+ 7,49j	-0,62+ -4,68j	0,19+ 1,42j	0,18+ 1,40j
1	3	6,32+ 73,15j	4,07+ 47,11j	-0,91+ -10,54j	-0,99+ -11,45j	4,15+ 48,02j
1	4	2,88+ 23,60j	3,06+ 25,05j	-1,62+ -13,25	1,45+ 11,89j	-0,01+ -0,09j
2	4	2,54+ 22,26j	-2,40+ -21,08j	3,67+ 32,21j	0,93+ 8,14j	0,34+ 2,99j
3	4	0,98+ 9,92j	-0,62+ -6,25j	1,11+ 11,20j	-2,25+ -22,84j	2,74+ 27,80j
<b>Total</b>		13,46+ 134,56	5,09+ 52,33j	1,63+ 14,95j	-0,68+ -12,84j	7,40+ 80,12j

Na Tabela 4.3, são apresentados os valores de potência ativa e reativa gerada ou consumida em cada um dos ramos. Esses valores foram originados de forma simultânea, com o método proposto. Para os ramos 1-0 e 2-0, têm-se uma geração total de potência ativa e reativa de: 513,46+314,55j, porém as potências totais alocadas às cargas são: 500,00+180,00j. A diferença entre a geração e o consumo equivale às perdas nas linhas

de transmissão, valores esses que são obtidos quando da determinação das potências nos ramos entre barras. Assim, o balanço entre geração, consumo e perdas é estabelecido.

Tabela 4.4: Contribuição dos Geradores para as Tensões nos Ramos

<b>Ramos</b>	<b>Tensão no Ramo</b>	<b>G1</b>	<b>G2</b>
<b>1-2</b>	$0,0244 + 0,0960i$	$1,070 - 4,242e-01i$	$-1,0456 + 0,0960i$
<b>1-3</b>	$0,1772 + 0,2430i$	$0,4717 + 0,1354i$	$-0,2946 + 0,1075i$
<b>1-4</b>	$0,1049 + 0,1720i$	$0,7275 + 0,05721i$	$-0,6226 + 0,1148i$
<b>2-4</b>	$0,0805 + 0,0760i$	$-0,3425 + 0,0572i$	$0,4230 + 0,0189i$
<b>3-4</b>	$-0,0722 - 0,0710i$	$0,2558 - 0,0782i$	$-0,3280 + 0,0073i$

Os valores apresentados de alocação de perdas de transmissão ativa e reativa estão em coerência com as características estabelecidas pelo método. Observando-se a Tabela 4.4, onde apresentam-se as tensões nos ramos em função das tensões nas barras de geração, fica constatada, por exemplo, que a contribuição do gerador G1 para formação da tensão no ramo 1-2 é maior que a contribuição do gerador G2. Com isto, ao mesmo é alocada a maior parcela das perdas de transmissão do respectivo ramo. No caso do gerador G2, ainda em relação às perdas neste mesmo ramo, recebeu uma alocação negativa, o que significa que este gerador tem uma contribuição no sentido de reduzir as perdas neste ramo. E ainda, está recebendo incentivo por estar localizado nesta posição na rede.

De forma semelhante, as mesmas análises de coerência do método proposto podem ser feitas com relação aos ramos 1-3, 1-4. No caso dos ramos 2-4 e 3-4, as contribuições do gerador G2 para as tensões nos ramos são maiores que as contribuições do gerador G1. Assim, ao mesmo é alocada uma parcela maior das perdas de transmissão nestes ramos, do que ao gerador G1. Este fato também está de acordo com a topologia da rede e os valores pequenos de perdas alocados ao gerador G1 indicam que o mesmo está bem posicionado na rede para os fluxos do ponto de operação em análise, no sentido de diminuir as perdas nesses ramos.

## 4.2 Comparação das Alocações dos Serviços de Potência Ativa e Reativa aos Geradores

Fazendo uso do mesmo circuito da Fig. 4.1 e com as contribuições de tensões em cada ramo da rede já conhecidas, dadas em (4.16) e (4.17), os serviços de potência ativa e reativa são calculados e, então, determinadas as participações de cada um dos geradores. Os valores de alocação são apresentados na Tabela 4.5

Os resultados do método proposto são comparados com os do método apresentado em [Kirschen, Allan e Strbac, 1997]. Algumas diferenças entre os métodos são percebidas na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Comparação entre as Alocações de Potência Ativa e Reativa

Barras de carga			G1		G2	
Nº	Potências	Demanda	Proposto	Kirschen (1997)	Proposto	Kirschen (1997)
L3	MW	300	198,68	233,46	101,32	66,54
	Mvar	100	66,23	61,90	33,77	38,10
L4	MW	200	70,83	155,64	129,17	44,36
	Mvar	80	28,33	49,52	51,67	30,48

Com relação às demandas de potência ativa e reativa das cargas L3 e L4, observa-se que existe certa divergência relacionada às alocações destes serviços aos geradores G1 e G2. No método proposto, as contribuições de potência ativa e reativa do gerador G1 para a carga L3 são maiores que as contribuições do gerador G2. Isto é coerente com os requisitos estabelecidos para o método, pois a localização do gerador G1 é favorecida em relação a do G2 no serviço à carga L3. No caso das contribuições do gerador G1 para a carga L4, as contribuições nos serviços de potência ativa e reativa são menores, concordando com a topologia da rede. No caso do método apresentado em [Kirschen, Allan e Strbac 1997] as contribuições de potência ativa e reativa dos geradores G1 e G2 às cargas L3 e L4 foram determinados por meio do princípio de divisão proporcional dos fluxos de potência.

A análise das alocações dos serviços de potência ativa e reativa mostram que:

- existe concordância do somatório das potências ativa e reativa alocadas com o resultado do fluxo de carga no que diz respeito à potência ativa e reativa gerada por cada um dos geradores;
- as potências ativas geradas por G1 alocada às cargas L3 e L4 são coerentes com as magnitudes das contribuições de tensão dessas cargas para as tensões nos geradores, sendo esta maior da carga L4 que L3
- as magnitudes de potências ativa e reativa alocadas às cargas são coerentes com a topologia da rede.

### ***4.3 Comparação das Alocações das Perdas Ativa e Reativa de Transmissão às Cargas***

Fazendo uso do mesmo circuito da Fig. 4.1 e com as contribuições de tensões em cada ramo da rede e dadas em (4.16) e (4.17), de (3.50) e (3.51), as perdas de transmissão ativa e reativa são calculadas e, então, determinadas as participações de cada uma das cargas. Os valores das alocações são apresentados na Tabela 4.7.

Os resultados do método proposto são comparados com os do método apresentado em [Abdelkader 2007]. Algumas diferenças entre os métodos são percebidas. No método apresentado em [Abdelkader 2007] as cargas não necessariamente têm participação nas perdas de todas as linhas, porque o método é baseado em seguimento de fluxo, que utiliza sempre os fluxos dominantes, enquanto que no método proposto, geradores e cargas participam, em menor ou maior grau, nas perdas complexas em todas as linhas de transmissão.

Tabela 4.6: Comparação entre as Alocações das Perdas nos Ramos

Perda nos Ramos		L3			L4	
Ramos		Perdas ativas e reativas totais	Proposto	Abdelkader	Proposto	Abdelkader
1--2	MW	0,7401	0,3728	0,2222+	0,3673	0,5177+
	Mvar	5,6310i	2,8365i	1,6909i	2,7945i	3,9390i
1--3	MW	6,3191	-1,9776	6,3199+	8,2968	0
	Mvar	73,1471i	-22,8919i	73,150i	96,0389i	0
1--4	MW	2,8821	2,9037	0,8763+	-0,0216	2,0036+
	Mvar	23,5999i	23,7769i	7,1810i	-0,1769i	16,4189i
2--4	MW	2,5372	1,8548	0,8065+	0,6824	1,7334+
	Mvar	22,2617i	16,2741i	7,0685i	5,9877i	15,1914i
3--4	MW	0,9780	-4,5063	0,9799+	5,4843	0
	Mvar	9,9153i	-45,6875i	9,9200i	55,6028i	0
<b>Total</b>	<b>MW</b>	<b>13,456</b>	<b>-1,3526</b>	9,2051+	<b>14,8092</b>	4,2548+
	<b>Mvar</b>	<b>134,555i</b>	<b>-25,6919i</b>	99,0105i	<b>160,2470i</b>	35,5494i

As alocações de perdas ativa e reativa às cargas estão em concordância com o total de perdas obtido através do problema de fluxo de carga.

No ramo 1-2, as participações pelas perdas de transmissão ativa e reativa são ligeiramente maiores para a carga L3 que, de acordo com (4.16) e (4.17), possui uma contribuição maior que L4 para a formação da tensão neste ramo.

No entanto, já no ramo 1-3, as alocações são maiores à carga L4 em coerência com as contribuições de tensão nesse ramo e à magnitude de injeções de potência ativa e reativa para esta barra de carga. A carga L3 recebe alocações negativas e isto se deve a diminuição das perdas nas linhas devido à sua contribuição com fluxo no sentido contrário.

Analisando o ramo 1-4, percebe-se que, contrário ao ramo 1-3, a alocação das perdas é maior para a carga L3, concordando com a contribuição de tensão desta barra para o ramo e com as injeções de potência nesta barra.. As alocações para a carga L4 indicam que a mesma contribui no sentido de diminuir as perdas.

No ramo 2-4, ambas as cargas são responsabilizadas positivamente pelas perdas, o que significa que as cargas contribuem para as perdas de transmissão ativa e reativa.

Finalmente, uma avaliação do ramo 3-4 em que a carga L4 é responsabilizada em maior grau, concordando com a contribuição para a tensão neste ramo e também

com injeção de potência nesta barra. Já a carga L3 contribui para a redução das perdas e é compensada por isto. No caso deste ramo, o método apresentado em [Abdelkader, 2007] atribui alocações nulas à barra de carga L4. Isto porque o segmento de fluxos considera o resultado final das interações entre as fontes de corrente, ou seja, são considerados os fluxos dominantes.

#### 4.4 *Alocação dos Serviços de Potência Ativa e Reativa e das Perdas Ativa e Reativa aos Geradores e às Cargas para o Sistema IEEE 30 Barras*

A fim de verificar o desempenho do método proposto para sistemas mais complexos, o sistema IEEE 30 barras é utilizado. Possui 30 barras, 41 linhas e 6 geradores, e o diagrama unifilar correspondente é apresentado na Fig. 4.3. Os geradores estão nas barras de 01 a 06 e as cargas nas barras de 07 a 30. Após a determinação do ponto de operação, o sistema foi representado por ramos e, em seguida, foram determinadas as tensões nesses ramos em função das tensões nas barras de carga e de geração.

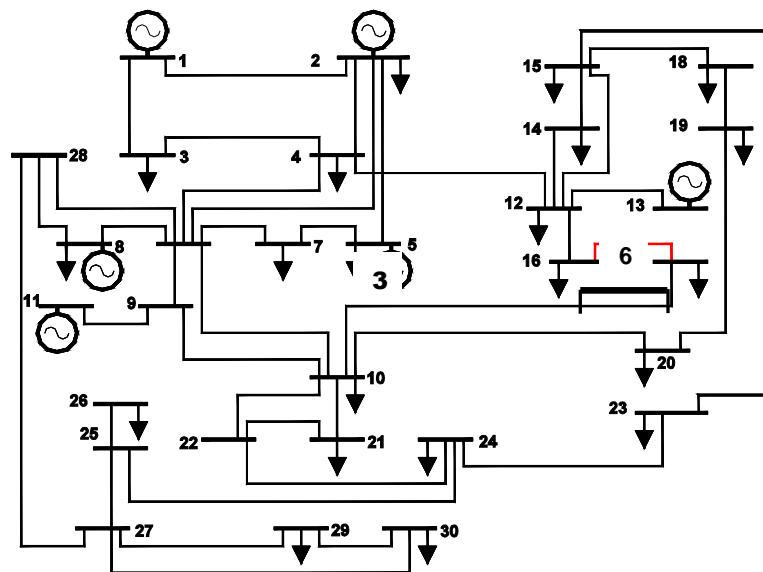


Fig 4.3: Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 30 Barras

Os ramos são definidos por ligações entre as barras de geração e o nó terra, as barras de carga e o nó terra, entre barras e entre capacitores e o nó terra. Assim, os ramos de 1-0 a 6-0 representam as gerações de potência ativa e reativa, os ramos 7-0 a 30-0 representam os consumos de potência ativa e reativa, os ramos entre as barras representam as linhas de transmissão, e entre os capacitores e o nó terra.

Ramos		Pot.	Geradores					
de	para	MW	1	2	3	4	5	6
7	0	2.4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0	7.6	98,27	4,12	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0	0.0	0,00	0,00	0,00	-30,0	0,00	0,00
10	0	22.8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	0	0.0	55,52	5,51	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0	5.8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	0	11.2	54,35	5,39	-57,8	0,00	0,00	0,00
14	0	6.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15	0	8.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16	0	3.5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
17	0	9.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18	0	3.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
19	0	9.5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0	2.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
21	0	17.5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
22	0	0.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
23	0	3.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
24	0	8.7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0	0.0	33,00	3,27	0,00	0,00	0,00	0,00
26	0	3.5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
27	0	0.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
28	0	0.0	0,00	0,00	-11,8	0,00	0,00	0,00
29	0	2.4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
30	0	10.6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Total		137,5						
		159,8	241,1	18,3	-69,6	-30,0	0,0	0,0
1	2	4,12	5,70	-3,64	0,00	0,00	0,00	0,00
1	8	3,04	2,57	-0,76	-0,40	0,09	-0,16	0,18
2	11	1,66	-0,63	2,22	-0,72	0,06	-0,22	0,12
8	11	0,74	0,55	-0,17	-0,06	0,03	-0,03	0,06
2	5	0,95	0,00	-2,12	0,00	0,00	2,59	0,00
2	13	3,01	-0,30	3,26	-12,3	0,13	-0,41	0,05
11	13	0,78	0,45	0,39	-0,24	0,05	-0,11	-0,15
5	25	0,86	-0,27	-0,83	-2,09	-0,12	3,89	-0,15
13	25	0,53	-0,16	-0,50	-1,25	-0,08	2,38	-0,09
3	13	0,74	0,02	0,02	0,96	-0,33	-0,05	-0,25
13	9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	14	0,14	0,01	0,00	-0,04	-0,02	-0,01	0,13
12	15	0,56	0,03	-0,01	-0,27	-0,11	-0,04	0,68
12	16	0,31	0,02	-0,02	-0,24	-0,20	-0,04	0,63
14	15	0,05	0,00	0,00	-0,05	-0,02	-0,01	0,10
16	17	0,17	0,01	-0,01	-0,18	-0,15	-0,03	0,45
15	18	0,19	0,01	0,00	-0,09	-0,10	-0,02	0,29
18	19	0,05	0,00	0,00	-0,04	-0,04	-0,01	0,11
19	20	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	-0,01
10	20	0,04	0,00	0,01	0,04	0,02	0,01	-0,05
10	17	0,01	0,00	0,00	-0,03	-0,03	0,00	0,07
10	21	0,09	0,00	-0,01	-0,13	0,16	-0,01	0,03
28	22	0,98	0,02	0,12	0,81	-0,18	0,09	-0,37
21	22	0,07	0,00	0,01	0,06	-0,02	0,01	-0,02
15	23	0,18	0,01	-0,01	-0,18	-0,03	-0,02	0,33
22	24	0,18	0,00	0,02	0,12	0,04	0,02	-0,11
23	24	0,12	0,01	-0,01	-0,18	-0,04	-0,02	0,30
24	7	0,21	0,01	0,00	-0,11	0,06	-0,01	0,16
7	26	0,06	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
7	27	0,01	0,00	0,00	-0,03	0,01	0,00	0,03
28	27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
27	29	0,50	0,01	0,03	0,13	0,02	0,02	0,03
27	30	1,07	0,03	0,07	0,28	0,05	0,04	0,07
29	30	0,26	0,01	0,02	0,07	0,01	0,01	0,02
3	28	0,10	-0,08	-0,25	0,78	-0,12	-0,14	-0,13
13	28	0,49	0,09	0,29	-0,14	-0,05	0,16	-0,10
Total		22,30						
		11,15	8,12	-1,88	-4,45	-0,92	7,89	2,39

Tabela 4.7: Alocação das Potências Ativas nos Ramos aos Geradores

Ramos		Pot.	Geradores					
de	para	Mvar	1	2	3	4	5	6
7	0	2.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0	7.6	-3,85	-1,00	0,00	0,00	4,91	0,00
9	0	0.0	0,00	0,00	0,00	15,68	0,00	0,00
10	0	20.9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	0	0.0	-2,18	-1,34	0,00	0,00	6,55	0,00
12	0	2.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	33,78
13	0	7.5	-2,13	-1,31	38,25	0,00	6,40	0,00
14	0	1.6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15	0	2.5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16	0	1.8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
17	0	5.8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18	0	2.9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
19	0	6.4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0	0.7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
21	0	16.2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
22	0	0.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
23	0	2.6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
24	0	6.7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0	0.0	-1,29	-0,80	0,00	0,00	39,16	0,00
26	0	2.3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
27	0	0.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
28	0	0.0	0,00	0,00	7,84	0,00	0,00	0,00
29	0	2.9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
30	0	19.0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Capacitor 1			1,07	2,04	3,80	1,20	0,65	11,29
Capacitor 2			0,18	0,46	1,55	0,45	0,22	0,84
Total		111,6						
		162,6	-8,21	-1,95	51,61	17,33	57,89	45,91
1	2	15,59	-12,33	0,00	0,00	0,00	0,00	15,59
1	8	9,07	-3,37	-1,96	0,32	-0,72	0,67	9,07
2	11	-2,06	5,50	-2,52	0,15	-0,75	0,27	-2,06
8	11	1,47	-0,60	-0,32	0,07	-0,13	0,14	1,47
2	5	0,00	-10,03	0,00	0,00	9,66	0,00	0,00
2	13	-0,95	8,70	-4,25	0,36	-1,35	0,11	-0,95
11	13	1,50	1,25	-1,04	0,16	-0,41	-0,55	1,50
5	25	-0,71	-2,16	-5,44	-0,32	8,95	-0,38	-0,71
13	25	-0,55	-1,68	-4,29	-0,27	7,03	-0,31	-0,55
3	13	0,07	0,02	3,00	-1,16	-0,19	-0,90	0,07
13	9	0,28	0,91	1,48	-0,95	0,48	-0,42	0,28
13	10	0,13	0,51	0,95	-0,28	0,31	-0,63	0,13
9	4	-0,10	-0,34	-1,96	4,50	-0,23	-0,70	-0,10
9	10	-0,08	-0,13	-0,50	2,02	-0,03	-0,92	-0,08
11	12	0,32	0,37	-0,82	-0,08	0,00	3,09	0,32
12	6	-0,86	-1,64	-3,07	-0,97	-0,52	7,76	-0,86
12	14	0,01	0,00	-0,09	-0,04	-0,01	0,27	0,01
12	15	0,05	-0,01	-0,53	-0,23	-0,07	1,33	0,05
12	16	0,04	-0,03	-0,51	-0,42	-0,08	1,32	0,04
14	15	0,00	0,00	-0,04	-0,02	-0,01	0,09	0,00
16	17	0,03	-0,03	-0,42	-0,36	-0,07	1,05	0,03
15	18	0,02	-0,01	-0,19	-0,20	-0,03	0,60	0,02
18	19	0,01	-0,01	-0,08	-0,08	-0,01	0,23	0,01
19	20	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	-0,02	0,00
10	20	0,00	0,01	0,08	0,04	0,02	-0,11	0,00
10	17	0,00	-0,01	-0,07	-0,08	-0,01	0,18	0,00
10	21	0,00	-0,02	-0,28	0,34	-0,01	0,07	0,00
28	22	0,04	0,25	1,68	-0,36	0,18	-0,77	0,04
21	22	0,00	0,02	0,12	-0,04	0,01	-0,04	0,00
15	23	0,02	-0,02	-0,37	-0,06	-0,04	0,66	0,02
22	24	0,00	0,03	0,19	0,06	0,03	-0,18	0,00
23	24	0,01	-0,03	-0,37	-0,07	-0,04	0,62	0,01
24	7	0,01	0,00	-0,19	0,11	-0,01	0,28	0,01
7	26	0,00	0,01	0,02	0,00	0,00	0,01	0,00
7	27	0,00	0,00	-0,05	0,02	0,00	0,05	0,00
28	27	0,08	0,35	1,99	-0,16	0,23	-0,63	0,08
27	29	0,02	0,06	0,25	0,04	0,03	0,06	0,02
27	30	0,05	0,14	0,54	0,09	0,07	0,13	0,05
29	30	0,01	0,03	0,13	0,02	0,02	0,03	0,01
3	28	-0,31	-0,94	0,73	-0,46	-0,51	-0,48	-0,31
13	28	0,28	0,93	-0,88	-0,22	0,51	-0,41	0,28
Total		51,00						
		25,50	23,52	-	-19,06	1,48	22,29	11,55

Tabela 4.8: Alocação das Potências Reativas nos Ramos aos Geradores

Os valores apresentados nas Tabelas 4.7 e 4.8 são as alocações dos serviços de potência ativa e reativa e das perdas ativa e reativa, calculados simultaneamente, considerando o sistema como uma malha fechada e usando a teoria de circuitos.

Na Tabela 4.7 apresentam-se os valores da potência ativa e perda ativa nos ramos alocadas aos geradores. Os valores associados aos ramos 7-0 a 30-0 representam os serviços de potência ativa alocados a cada gerador, totalizando 159,8 MW gerados. A coluna Pot.(MW) representa o consumo de potência ativa pelas cargas, totalizando 137,5MW. A diferença entre a geração e o consumo representa a perda ativa total, neste caso:  $159,8 - 137,5 = 22,30$  MW. A metade do total de perda ativa é obtida na determinação das potências ativas nos ramos entre as barras e alocada aos geradores (11,15 MW). O maior valor alocado para as perdas é 8,12 MW, tendo sido o gerador 1 responsabilizado, concordando com a magnitude de injeção de potência nesta barra. Alocações negativas foram obtidas, o que significa uma contribuição dos agentes correspondentes com um contra-fluxo que diminui as perdas. Portanto, os mesmos recebem incentivos por estarem 'bem' posicionados na rede no ponto de operação em análise.

A partir dos valores de alocação, pode-se concluir:

- a soma dos serviços de potência ativa e reativa alocada aos geradores é exatamente igual ao serviço total consumido pelas cargas mais as perdas;
- as alocações refletem as injeções de potência nas barras conforme os dados do ponto de operação;
- as magnitudes das alocações estão em concordância com as relações de tensão nas barras de carga devido à ação de cada gerador;
- as alocações refletem a topologia da rede, pois a localização de cada agente foi levada em conta;
- as alocações refletem as injeções de potência nas barras de carga;
- é respeitado o somatório das alocações dos serviços de potência reativa a cada um dos geradores.



Ramos		Pot.	Cargas																							
de	para	MW	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	241,13	0,11	2,41	0	1,02	0	0,31	0,69	0,32	0,42	0,17	0,42	0,16	0,45	0,10	0,80	0	0,16	0,41	0	0,16	0	0	0,11	0,50
2	0	18,30	0,32	1,76	0	2,78	0	0,59	2,14	0,65	0,88	0,38	1,06	0,36	1,09	0,26	2,23	0	0,37	1,09	0	0,46	0	0	0,33	1,44
3	0	-69,64	1,18	2,26	0	8,54	0	1,1	6,13	1,34	2,00	0,92	3,06	0,9	3,00	0,73	7,64	0	1,01	3,65	0	1,71	0	0	1,28	5,65
4	0	-30,00	0,24	0,22	0	4,93	0	0,35	0,53	0,45	0,74	0,43	1,68	0,41	1,50	0,38	2,84	0	0,32	1,05	0	0,35	0	0	0,20	0,90
5	0	0,00	0,16	0,43	0	1,38	0	0,19	1,18	0,22	0,32	0,15	0,50	0,15	0,49	0,12	1,13	0	0,15	0,52	0	0,24	0	0	0,17	0,75
6	0	0,00	0,40	0,52	0	4,15	0	3,23	0,54	3,21	3,87	1,44	2,28	1,19	2,96	0,61	2,85	0	1,19	1,98	0	0,58	0	0	0,31	1,35
Total		159,8																								
Total		137,5	2,4	7,6	0	22,8	0	5,80	11,2	6,20	8,2	3,5	9,0	3,2	9,5	2,2	17,5	0	3,2	8,7	0	3,5	0	0	2,4	10,6
1	2	4,12	0	0,93	0	0	0,40	0	0,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,29	0	0	0	0	0
1	8	3,04	0	-0,64	0	0	0,90	0	0,81	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,46	0	0	0	0	0
2	11	1,66	0	0,86	0	0	-1,42	0	0,89	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,50	0	0	0	0	0
8	11	0,74	0	2,86	0	0	-2,49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	5	0,95	0	-0,19	0	0	-0,32	0	-0,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,33	0	0	0	0	0
2	13	3,01	0	1,11	0	0	1,26	0	-1,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,64	0	0	0	0	0
11	13	0,78	0	0	0	0	2,39	0	-2,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	25	0,86	0	0,66	0	0	0,85	0	0,81	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	25	0,53	0	0	0	0	0	0	-5,69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,95	0	0	0	0	0
3	13	0,74	0	0	0	0	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,35	0	0
13	9	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	10	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	4	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	10	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	12	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	6	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	14	0,14	0	0	0	0	0	2,01	0	-1,94	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	15	0,56	0	0	0	0	0	6,37	0	0	-6,10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	16	0,31	0	0	0	0	0	3,87	0	0	0	-3,72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	15	0,05	0	0	0	0	0	0	0	1,80	-1,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	17	0,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,78	-2,69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	18	0,19	0	0	0	0	0	0	0	0	2,76	0	0	-2,67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	19	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,79	-1,77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	20	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,44	0,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	20	0,04	0	0	0	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	17	0,01	0	0	0	-0,88	0	0	0	0	0	0	0,89	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	21	0,09	0	0	0	2,26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2,21	0	0	0	0	0	0	0	0
28	22	0,98	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4,33	0	0	0	0	4,82	0	0
21	22	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2,64	2,68	0	0	0	0	0	0	0
15	23	0,18	0	0	0	0	0	0	0	0	2,93	0	0	0	0	0	0	0	0	-2,84	0	0	0	0	0	0
22	24	0,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,38	0	-2,29	0	0	0	0	0
23	24	0,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,99	-1,93	0	0	0	0	0
24	7	0,21	-2,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,44	0	0	0	0	0	0
7	26	0,06	1,10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,07	0	0	0	0
7	27	0,01	0,59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,58	0	0
28	27	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	29	0,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,10	0	-2,85	0
27	30	1,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,77	0	0	-3,24
29	30	0,26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,99	-1,86
3	28	0,10	0	0	0	0	0	0	1,58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,53	0	0
13	28	0,49	0	0	0	0	0	0	4,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4,21	0	0
Total		22,30																								
Total		11,15	-0,65	5,58	0	2,09	1,56	12,26	-0,53	-0,14	-2,19	-0,94	-1,81	-0,87	-2,21	-0,24	-4,86	0,73	-0,85	-1,77	7,29	-1,07	6,29	-0,57	-0,86	-5,10

Tabela 4.9: Alocação dos Serviços de Potência Ativa e Perdas Ativas às Cargas

Ramos		Pot.	Cargas																													
de	para	MW	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30						
1	0	-9.46	0.10	2.41	0	0.93	0	0.11	0.46	0.08	0.13	0.09	0.27	0.14	0.31	0.03	0.74	0	0.13	0.32	0	0.11	0	0	0.14	0.90						
2	0	-4.45	0.29	1.76	0	2.54	0	0.20	1.43	0.17	0.27	0.20	0.68	0.33	0.74	0.08	2.06	0	0.30	0.84	0	0.30	0	0	0.39	2.59						
3	0	46.26	1.07	2.26	0	7.83	0	0.38	4.10	0.35	0.61	0.48	1.97	0.84	2.02	0.23	7.07	0	0.82	2.81	0	1.12	0	0	1.55	10.14						
4	0	15.68	0.22	0.22	0	4.52	0	0.12	0.35	0.12	0.21	0.22	1.08	0.38	1.01	0.12	2.63	0	0.26	0.81	0	0.23	0	0	0.25	1.61						
5	0	57.02	0.15	0.43	0	1.27	0	0.06	0.79	0.06	0.10	0.08	0.32	0.14	0.33	0.04	1.05	0	0.13	0.40	0	0.15	0	0	0.21	1.35						
6	0	33.77	0.37	0.52	0	3.80	0	1.13	0.36	0.83	1.18	0.74	1.47	1.08	2.00	0.20	2.64	0	0.96	1.52	0	0.38	0	0	0.37	2.42						
Capacitor 1		20,03																														
Capacitor 2		3,71																														
Total		162,60																														
		111,60	2,20	7,60	0	20,90	0	2,00	7,50	1,60	2,50	1,80	5,80	2,90	6,40	0,70	16,20	0	2,60	6,70	0	2,30	0	0	2,90	19,00						
1	2	15,59	0	1,84	0	0	0,42	0	0,58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,42	0	0	0	0	0						
1	8	9,07	0	-4,16	0	0	3,41	0	3,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,73	0	0	0	0	0						
2	11	-2,06	0	2,41	0	0	-5,57	0	2,40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,36	0	0	0	0	0						
8	11	1,47	0	7,99	0	0	-7,35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
2	5	0,00	0	-1,17	0	0	-1,84	0	-1,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,56	0	0	0	0	0						
2	13	-0,95	0	3,14	0	0	3,50	0	-5,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,75	0	0	0	0	0						
11	13	1,50	0	0	0	0	8,10	0	-7,19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
5	25	-0,71	0	1,61	0	0	2,06	0	1,98	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,71	0	0	0	0	0						
13	25	-0,55	0	0	0	0	0	0	-17,90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17,82	0	0	0	0	0						
3	13	0,07	0	0	0	0	0	0	-0,36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,19	0	0						
13	9	0,28	0	0	-4,90	0	0	0	6,68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
13	10	0,13	0	0	0	-3,93	0	0	4,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
9	4	-0,10	0	0	1,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
9	10	-0,08	0	0	11,58	-11,22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
11	12	0,32	0	0	0	0	-1,76	4,64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
12	6	-0,86	0	0	0	0	0	0,70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
12	14	0,01	0	0	0	0	0	4,18	0	-4,04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
12	15	0,05	0	0	0	0	0	12,56	0	0	-12,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
12	16	0,04	0	0	0	0	0	8,14	0	0	0	-7,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
14	15	0,00	0	0	0	0	0	0	1,63	-1,61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
16	17	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	6,49	-6,29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
15	18	0,02	0	0	0	0	0	0	0	5,62	0	0	-5,43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
18	19	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,62	-3,57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
19	20	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,89	0,90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
10	20	0,00	0	0	0	1,59	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
10	17	0,00	0	0	0	-2,29	0	0	0	0	0	0	2,31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
10	21	0,00	0	0	0	4,86	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4,77	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
28	22	0,04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,93	0	0						
21	22	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,38	5,45	0	0	0	0	0	0	0	0						
15	23	0,02	0	0	0	0	0	0	0	5,92	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,73	0	0	0	0	0	0	0						
22	24	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,70	0	-3,56	0	0	0	0	0	0	0						
23	24	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,07	-3,94	0	0	0	0	0	0						
24	7	0,01	-4,08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,27	0	0	0	0	0	0						
7	26	0,00	1,65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,60	0	0	0						
7	27	0,00	1,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,11	0	0	0						
28	27	0,08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-11,15	13,01	0	0						
27	29	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,86	0	-5,39	0						
27	30	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,10	0	0	-6,10						
29	30	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,76	-3,51						
3	28	-0,31	0	0	0	0	0	0	4,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6,02	0	0					
13	28	0,28	0	0	0	0	0	0	15,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-15,23	0	0						
Total		51,00																														
		25,50	-1,31	11,65	7,84	-10,98	0,96	30,22	5,97	-2,41	-2,08	-1,33	-3,98	-1,80	-4,46	-0,65	-10,14	0,23	-1,67	-3,24	21,92	-1,60	0,70	2,88	-1,63	-9,61						

Tabela 4.10: Alocação dos Serviços de Potência Reativa e Perdas Reativas às Cargas

Na Tabela 4.8, de forma similar a Tabela 4.7, apresentam-se os valores dos serviços de potência reativa alocados aos geradores. A potência reativa total alocada é de 162,60 Mvar, e um consumo de 111,60 Mvar. Da mesma forma como para a potência ativa, a diferença entre geração e consumo representa a perda reativa total. A metade deste valor foi alocada aos geradores. O gerador mais responsabilizado pelas perdas foi o G1, o que também é coerente com sua injeção de potência. No caso das alocações negativas, o gerador G3 recebe incentivo pela sua “boa” localização na rede e contribui com fluxo contrário no sentido de diminuir as perdas.

Nas Tabelas 4.9 e 4.10 apresentam-se as alocações dos serviços de potência ativa e reativa e das perdas na rede de transmissão às cargas. Os valores associados aos ramos 1-0 a 6-0 representam as gerações de potência e os valores associados aos ramos 7-0 a 30-0 representam as demandas de potência por parte das cargas. A diferença corresponde às perdas e a metade desta diferença é o mesmo valor obtido nas alocações totais das potências nos ramos entre barras. Novamente, são coerentes as alocações às cargas nas barras com maiores injeções de potência e que contribuem mais para os níveis de tensões nesses ramos. Os menores valores também são obtidos para as cargas “bem” localizadas na rede. Incentivos com alocações negativas devidos aos contra-fluxos também são encontrados.

## 5 Conclusões

Nesta dissertação foi apresentado um método simultâneo de alocação de serviços de potência ativa e reativa e de perdas ativa e reativa na rede de transmissão. O método foi validado com os resultados obtidos nos exemplos numéricos com sistemas de 4 e 30 barras. O método proposto apresenta simplicidade de implementação e os valores de alocação tanto para os serviços quanto para as perdas apresentaram coerência com os resultados do problema de fluxo de carga, com as relações de tensão, com as injeções de potência nas barras e com a topologia da rede.

A principal contribuição deste trabalho está em fornecer uma visão geral da distribuição de potência ativa e reativa nos geradores, rede e cargas. Tipicamente, os processos de alocação de perdas e serviços de potência ativa e reativa têm sido tratados em forma separada, devido ao fato de cada um ser de interesse em instâncias diferentes no contexto da operação de um sistema de potência em ambiente competitivo. Contudo, é evidente a interdependência elétrica desses problemas, explicitada através das leis de circuitos. O tratamento integrado dos serviços de potência e das perdas torna possível a visualização da influência entre estes problemas, facilita a interpretação dos resultados obtidos, permite observar as perdas incorridas por determinadas transações de potência, torna visíveis áreas de congestionamento, permite avaliar o impacto nas perdas ativas decorrentes do serviço de potência reativa.

A abordagem apresentada, além de permitir uma visão generalizada dos processos envolvidos, mostra-se de grande utilidade prática em termos de formulação e de cálculo computacional, fornecendo de forma simultânea a atribuição dos serviços de potência ativa e reativa, bem como as perdas ativa e reativa.

O esperado a partir desta contribuição, é que trabalhos futuros possam ser elaborados tomando-a como base. Para isto recomendam-se para estudos posteriores:

- aplicar os princípios do método proposto para alocação de custos pelo uso da rede de transmissão de energia elétrica;
- utilizar o método proposto de alocação de perdas em sistemas de distribuição de energia elétrica;
- adequar e estender o método para tratar o problema de gerenciamento da congestão e sua alocação entre os agentes da rede.

## 6 Referências Bibliográficas

- Abdelkader, S., 2007, “Transmission loss allocation through complex power flow tracing”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, N° 4, pp. 2240-2248.
- Araújo Lima, D., e Padilha F. A. 2005, “Comparação de Propostas para Alocação dos Custos de Perdas Na Transmissão”. *Revista Controle & Automação*, vol 16, no. 1.
- Araújo Lima, D., 2007 “Alocação de Perdas e Custos pelo Uso do Sistema de Transmissão”, Tese de Doutorado. UNESP. Ilha Solteira.
- Bialek, J., 1996, “Tracing the flow of eletricity”, *IEE Proc-Gen. Transmission Distribution*, v. 143, n. 4, p. 313–320.
- Bialek, J., 1997, “Topological Generation and Load Distribution Factors for Supplement Charge Allocation in Transmission Open Access”, *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 12, p. 52–60, February 1997.
- Bialek, J., 2004., “A methodology for Allocating Transmission Losses due to Cross-border Trades”, *IEEE Trans. on Power Systems*, v. 19, n. 3, p. 1255–1262.
- Christie, R. D. and Wangenstein, I., 1998, “The Energy Market in Norway and Swede: Introduction”, *IEEE Power Engineering Review*, vol. 18, no. 5, pp. 61-63, May 1998.
- Conejo, A. J., Galiana, F. D., e Kockar, I., 2001, “Z-bus loss allocation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n.1, pp. 105-110, February 2001.
- Conejo, A. J. et al., 2002. “Transmission loss allocation: A comparison of different practical algorithms.” *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n.1, pp. 571-576, august 2002.
- Daniel, J. e Salgado, R. S., 2005, “Transmission loss allocation through a modified Y-bus.” *IEE Proceedings on Eletric Power Applications*, v. 152, pp. 208-214, March 2005.
- Expósito, A. G.; Santos; J. M. R.; García, T. G. and Velasco, E. A. R., 2000 “Fair Allocation of Transmission Power Losses”, *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 184-188.
- Galiana, F. D. and Phelan, M., 2000 “Allocation of Transmission Losses to Bilateral Contracts in a Competitive environment”, *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 143-150, February 2000.
- Galiana, F. D., Conejo, J. and Kockar, I., 2002. “Incremental Transmission Loss Allocation under Pool Dispatch”, *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 26-33, February 2002.

Ilic, M., F. Galiana, F. D. e Fink, L., 1998, "Power System Restructuring: Engineering and Economics.", Norwell, MA 1998.

Kahn, J. P., 1998, "The Economics of Regulation: Principles and Institutions." Cambridge: MIT Press.

Kirschen, D. S., Allan, R. N., Strbac, G., 1997, "Contributions of Individual Generators to Loads and Flows", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 1, p. 52-60.

Kirschen, D., Allan, R., Strbac, G., 1999, "Tracing active and reactive power between generators and loads using real and imaginary currents." *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, No 4, pp.1312-1319.

Leite e Silva, A. M. L e Costa., 2003 J. G. C., "Transmission Loss Allocation: Part I-Single Energy Market", *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 18, No. 4, pp. 1389-1394, November.

Molina, Y. P., 2005, "Minimização do Custo do Serviço de Potência Reativa fornecida pelos Geradores Levando em Conta a Reserva de Potência", Dissertação de Mestrado. UFMA. São Luís.

Molina, Y. P., Saavedra, O. R. e Prada, R. B., 2007, "Minimização do Custo do Serviço de Potência Reativa fornecida pelos Geradores Levando em Conta a Reserva de Potência: Uma Abordagem Evolutiva", *Controle & Automação* vol.18 No.2 .

Molina, Y. P., Prada, R. B. e Saavedra, O. R., 2008, "On the Partition of Transmission Losses among Generators", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, No. 4, pp. 1883-1885.

Molina, Y. P., Prada, R. B. e Saavedra, O. R., 2010, "Complex Loss Allocation to Generators and Loads Based on Circuit Theory and Aumann-shapley Method", *IEEE Trans. Power Syst.*

Monticelli, A., 1983. "Fluxo de carga em redes de energia elétrica", 1 ed. São Paulo, Edgard Blücher.

Mutale, E. J., Strbac, G., Curcic, S. e Jenkins, N., 2000, "Allocations of Losses in Distribution System with Embedded Generation" *IEEE Proceeding Generation, Transmission and Distribution*. 147, (1). pp. 7-14.

Reta, R. and Vargas, A., 2001 "Electricity Tracing and Loss Allocation Methods Based on Electric Concepts" *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, vol. 148, No. 6, pp. 518-522, November 2001.

Shih-Chieh, H., 2006 "Fair transmission loss allocation based on equivalent current injection and Shapley value", *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Vol. 1, pp. 6.

Unsihuay, C. Saavedra O. R., 2002 “Transmission Loss Allocation Methods in Competitive Electricity Markets”, Proceedings of the XIV Automatic Brazilian Congress, pp. 2598-2604, Natal, Brazil.

Unsihuay, C., 2003, “Metodologia para alocação de Fluxos e Perdas no Sistema de Transmissão em Mercados Elétricos Tipo Pool – Bilateral”, Dissertação de Mestrado. UFMA. São Luís.

Unsihuay, C., Saavedra O. R., 2006, “Transmission Loss Unbundling and Allocation Under Pool Electricity Markets”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, p. 77-84.

Vasconcelos, T., 2005, “Um Método Incremental para Alocação das Perdas de Transmissão Baseado no Fluxo de Carga CA”, Dissertação de Mestrado, UNICAMP.

When-Chen C., Bin-Kwie Chen, C. L., 2004, “Allocation the Costs of Reactive Power Purchased in an Ancillary Service Market by Modified Y-bus Matrix Method”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No. 1, p. 174-179.

Wu, F., Y. Ni, e P. Wei., 2000, “Power transfer allocation for open access using graph theory-fundamentals and applications in systems without loopflow”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, No. 3, pp.923-929.

Zobian, A., e Ilic., M. D., 1997, “Unbundling of Transmission and Ancillary Services Part I: Technical Issues”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, No. 2, pp. 539 – 548, May 1997.

## ***Apêndice A – Demonstração da Equação (3.38)***

Na equação (3.38), o termo imaginário é nulo, pois para cada termo  $|E_r^k| \cdot |E_r^m| \text{sen}(\theta_r^{km})$ , existe o similar  $|E_r^m| \cdot |E_r^k| \text{sen}(\theta_r^{mk})$ . sendo  $\text{sen}(\theta_r^{km}) = -\text{sen}(\theta_r^{mk})$ , os termos similares se anulam mutuamente. Conseqüentemente tem-se que:



$$\sum_{k=1}^{nG} |E_r^k| \cdot \sum_{m=1, \neq k}^{nG} |E_r^m| \cdot \text{sen}(\theta_r^{km}) = 0$$

## ***Apêndice B – Dados para o Caso Base do Sistema IEEE 30 Barras***

- Dados das Barras

T      Tipo de barra

0: Barra de carga

1: Barra de geração PV

2: Barra de referência SW

VM Módulo de tensão (p.u.)  
 VA ângulo de tensão (graus)  
 PG Potência ativa gerada (MW)  
 QG Potência reativa gerada (Mvar)  
 PD Demanda ativa de carga (MW)  
 QD Demanda reativa de carga (Mvar)  
 BS Susceptância shunt (Mvar)

Barra Nº	T	VM	VA	PG	QG	PD	QD	BS
1	2	1,060	0,00	260,20	-16,10	0,00	0,00	0,00
2	1	1,043	0,00	18,30	37,30	0,00	0,00	0,00
3	1	1,010	0,00	-69,64	20,50	0,00	0,00	0,00
4	1	1,010	0,00	-30,00	7,30	0,00	0,00	0,00
5	1	1,082	0,00	0,00	16,20	0,00	0,00	0,00
6	1	1,071	0,00	0,00	10,60	0,00	0,00	0,00
7	0	1,000	0,00	0,00	0,00	2,40	2,20	0,00
8	0	1,000	0,00	0,00	0,00	7,60	7,60	0,00
9	0	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0	1,000	0,00	0,00	0,00	22,80	20,90	0,00
11	0	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0	1,000	0,00	0,00	0,00	5,80	2,00	19,00
13	0	1,000	0,00	0,00	0,00	11,20	7,50	0,00
14	0	1,000	0,00	0,00	0,00	6,20	1,60	0,00
15	0	1,000	0,00	0,00	0,00	8,20	2,50	0,00
16	0	1,000	0,00	0,00	0,00	3,50	1,80	0,00
17	0	1,000	0,00	0,00	0,00	9,00	5,80	0,00
18	0	1,000	0,00	0,00	0,00	3,20	2,90	0,00
19	0	1,000	0,00	0,00	0,00	9,50	6,40	0,00
20	0	1,000	0,00	0,00	0,00	2,20	0,70	0,00
21	0	1,000	0,00	0,00	0,00	17,50	16,20	0,00
22	0	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
23	0	1,000	0,00	0,00	0,00	3,20	2,60	0,00
24	0	1,000	0,00	0,00	0,00	8,70	6,70	4,30

25	0	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
26	0	1,000	0,00	0,00	0,00	3,50	2,30	0,00
27	0	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
28	0	1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
29	0	1,000	0,00	0,00	0,00	2,40	2,90	0,00
30	0	1,000	0,00	0,00	0,00	10,60	19,00	0,00

Tabela B.1: Dados de Barra do Sistema IEEE 30 Barras

- Dados dos Ramos

- BI Número da barra inicial  
 BF Número da barra final  
 R Resistência (p.u.)  
 X Reatância (p.u.)  
 B Susceptância (p.u.)  
 Tap Tap nominal do transformador

<b>BI</b>	<b>BF</b>	<b>R</b>	<b>X</b>	<b>B</b>	<b>Tap</b>
1	2	0,019	0,058	0,053	0,00
1	8	0,045	0,185	0,041	0,00
2	11	0,057	0,174	0,037	0,00
8	11	0,013	0,038	0,008	0,00
2	5	0,047	0,198	0,042	0,00
2	13	0,058	0,176	0,037	0,00
11	13	0,01	0,04	0,01	0,00
5	25	0,05	0,12	0,02	0,00
13	25	0,03	0,08	0,02	0,00
3	13	0,01	0,04	0,01	0,00
13	9	0,00	0,21	0,00	1,00
13	10	0,00	0,56	0,00	1,00
9	4	0,00	0,21	0,00	0,00
9	10	0,00	0,11	0,00	0,00
11	12	0,00	0,26	0,00	1,00
12	6	0,00	0,14	0,00	0,00
12	14	0,12	0,26	0,00	0,00
12	15	0,07	0,13	0,00	0,00
12	16	0,09	0,20	0,00	0,00
14	15	0,22	0,20	0,00	0,00
16	17	0,08	0,19	0,00	0,00
15	18	0,11	0,22	0,00	0,00
18	19	0,06	0,13	0,00	0,00
19	20	0,03	0,07	0,00	0,00
10	20	0,09	0,21	0,00	0,00
10	17	0,03	0,08	0,00	0,00

10	21	0,03	0,07	0,00	0,00
10	22	0,07	0,15	0,00	0,00
21	22	0,01	0,02	0,00	0,00
15	23	0,10	0,20	0,00	0,00
22	24	0,12	0,18	0,00	0,00
23	24	0,13	0,27	0,00	0,00
24	25	0,19	0,33	0,00	0,00
25	26	0,25	0,38	0,00	0,00
25	27	0,11	0,21	0,00	0,00
28	27	0,00	0,40	0,00	1,00
27	29	0,22	0,42	0,00	0,00
27	30	0,32	0,60	0,00	0,00
29	30	0,24	0,45	0,00	0,00
8	28	0,06	0,20	0,04	0,00
6	28	0,02	0,06	0,01	0,00

Tabela B.2: Dados de Ramos do Sistema IEEE 30 Barras

- Fluxos e Perdas nos Ramos do Sistema IEEE 30 Barras

Barra Inicial	Barra Final	De barra		Para barra		Perdas	
		P (MW)	Q (Mvar)	P (MW)	Q (Mvar)	P (MW)	Q (Mvar)
1	2	154,73	-16,68	-150,61	23,19	4,12	6,51
1	8	86,40	7,23	-83,36	0,82	3,04	8,05
2	11	56,23	1,41	-54,57	-0,23	1,66	1,19
8	11	75,76	-8,42	-75,02	9,69	0,74	1,26
2	5	37,67	-30,03	-36,72	29,3	0,95	-0,73
2	13	75,00	0,98	-71,99	4,24	3,01	5,21
11	13	81,77	-5,94	-80,99	7,75	0,78	1,81
5	25	36,72	27,72	-35,87	-27,84	0,86	-0,12
13	25	-35,34	-27,99	35,87	27,84	0,53	-0,15
3	13	-70,57	35,59	71,30	-33,92	0,74	1,67
13	9	39,28	13,36	-39,28	-9,81	0	3,55
13	10	16,18	9,83	-16,18	-7,86	0	1,98
9	4	30,00	-13,34	-30,00	15,68	0	2,34
9	10	9,28	23,15	-9,28	-22,44	0	0,71
11	12	47,82	-3,52	-47,82	9,28	0	5,76
12	6	0,00	-32,38	0,00	33,77	0	1,39

12	14	9,38	5,79	-9,23	-5,5	0,14	0,29
12	15	21,28	20,78	-20,73	-19,68	0,56	1,09
12	16	11,36	14,56	-11,05	-13,92	0,31	0,64
14	15	3,03	3,9	-2,98	-3,85	0,05	0,05
16	17	7,55	12,12	-7,38	-11,72	0,17	0,4
15	18	8,83	9,61	-8,64	-9,23	0,19	0,38
18	19	5,44	6,33	-5,40	-6,23	0,05	0,1
19	20	-4,10	-0,17	4,11	0,19	0,01	0,01
10	20	6,35	0,98	-6,31	-0,89	0,04	0,09
10	17	1,63	-5,88	-1,62	5,92	0,01	0,03
10	21	-5,33	14,3	5,42	-14,11	0,09	0,19
10	22	35,43	7,36	-34,45	-5,33	0,98	2,03
21	22	-22,92	-2,09	22,98	2,24	0,07	0,14
15	23	6,68	11,43	-6,50	-11,06	0,18	0,36
22	24	11,46	3,09	-11,28	-2,81	0,18	0,28
23	24	3,30	8,46	-3,18	-8,22	0,12	0,24
24	25	5,76	8,04	-5,54	-7,66	0,21	0,37
25	26	3,56	2,39	-3,50	-2,3	0,06	0,09
25	27	-0,41	3,07	0,43	-3,05	0,01	0,03
28	27	15,26	26,03	-15,26	-22,3	0	3,72
27	29	6,87	11,37	-6,37	-10,43	0,5	0,94
27	30	7,96	13,98	-6,90	-11,97	1,07	2,01
29	30	3,97	7,53	-3,70	-7,03	0,26	0,5
8	28	0,93	10,67	-0,82	-14,6	0,1	-3,93
6	28	50,36	19,23	-49,87	-18,78	0,49	0,46

Tabela B.3: Fluxos nos Ramos do Sistema IEEE 30 Barras