

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

**SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES
DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS: APLICAÇÃO EM
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

AUTOR: CARLOS ENRIQUE PORTUGAL POMA

São Luís - MA, Brasil.

MARÇO 2005

SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS: APLICAÇÃO EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia.

AUTOR: CARLOS ENRIQUE PORTUGAL POMA

São Luís - MA, Brasil.

MARÇO 2005

**SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES
DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS: APLICAÇÃO EM
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

CARLOS ENRIQUE PORTUGAL POMA

Dissertação aprovada em Abril 2005

Prof. Dr. José Eduardo Onoda Pessanha
UFMA - MA
(Orientador)

Dr. Jorge Luiz de Araujo Jardim, Ph.D.
Operador Nacional do Sistema Elétrico, ONS
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. João Viana da Fonseca Neto, D.Sc.
UFMA-MA
(Membro da Banca Examinadora)

**SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES
DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS: APLICAÇÃO EM
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

MESTRADO

Área de Concentração: SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

CARLOS ENRIQUE PORTUGAL POMA

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOSÉ EDUARDO ONODA PESSANHA

Curso de Pós-Graduação em
Engenharia de Eletricidade da
Universidade Federal do Maranhão

*Dedico este trabalho
aos meus amados pais, Bertha e Enrique
e à minhas maravilhosas irmãs Anita e Lourdes.*

AGRADECIMENTOS

A Deus e à virgem Maria pela luz e proteção ao longo da minha vida.

Ao professor Dr. Jose Eduardo Onoda Pessanha pela orientação, motivação, incentivo, amizade e paciência dispensados ao longo destes anos.

Sou profundamente grato aos meus pais Constantina Bertha Poma Rodriguez e Alfonso Enrique Portugal Gonzáles pelo amor, apoio, motivação e confiança constante.

À minhas irmãs Lourdes, Anita e a minha tia Aurorita pela companhia, motivação e carinho.

Aos professores Vicente Leonardo Paucar Casas, Maria da Guia da Silva e Osvaldo Ronald Saavedra Méndez, pelas recomendações, conselhos e apoio.

Aos meus amigos do Grupo de Sistemas de Potência (GSP) e do curso de pós-graduação: Alex Ricardo, Yuri, Jorge, Juancito, Miriam, Marquitos, Manfred, Sergio e Clodomiro pela amizade, companhia e apoio no desenvolvimento deste trabalho, aos amigos brasileiros Fabio, Aniceto, Julio César, Emanuel, Karol e Newton.

A todos aqueles que não tenha mencionado, mas cujas contribuições foram necessárias para que esse sonho se tornasse uma realidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) e a Universidade Federal de Maranhão (UFMA) pelo suporte financeiro, sem o qual não seria possível a realização desta pesquisa.

RESUMO

O presente trabalho investiga e compara o desempenho computacional de técnicas numéricas selecionadas na literatura especializada aplicadas na solução de sistemas de equações diferenciais e algébricas de grande-porte. Entre os métodos considerados, foi dada maior ênfase ao método conhecido como MEBDF (Método de Diferenciação Regressiva Modificado Estendido), por este apresentar propriedades que os BDF (Método de Diferenciação Regressiva) convencionais não apresentam, sendo que estas propriedades podem resultar em melhorias no seu desempenho computacional em certas aplicações.

Os métodos numéricos considerados neste trabalho estão disponíveis sob a forma de códigos numéricos computacionais (solvers) de domínio público, sendo estes o MEBDFSD, MEBDFI, DASSL e RADAU. Os testes computacionais considerando estes códigos envolvem simulações no domínio do tempo de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica de curta-, e de longa-duração (angular e de tensão, respectivamente). O objetivo principal foi verificar a eficiência dessas técnicas numéricas sob dois aspectos, computacional e precisão. O aspecto computacional está relacionado com o tempo de cpu gasto nas simulações. Já o aspecto precisão está relacionado com os valores numéricos obtidos já que estes métodos utilizam, em geral, técnicas de aproximação. Um programa convencional de estabilidade foi usado para validar a precisão numérica dessas técnicas.

Nas análises computacionais, foram usados os seguintes sistemas-testes: IEEE118 barras com 54 geradores, IEEE150 barras com 50 geradores e uma configuração de um sistema brasileiro equivalente sul-sudeste com 44 geradores. Os resultados comprovaram a melhor eficiência do MEBDFSD em comparação com as demais técnicas consideradas neste trabalho.

ABSTRACT

The present work investigates and compares the computational performance of numerical techniques, selected from specialized literature and applied to the solution of large-scale algebraic and differential equations. Among the considered techniques, emphasis was given to the method known as MEBDF (Modified Extended Backward Differentiation Formulae), because it presents properties that the conventional BDF (Backward Differentiation Formulae) methods do not have, and these properties may improve its computational performance in certain applications.

The numerical methods considered in this research are available as computational numerical codes, known as solvers, and they are of public domain. The ones considered here are the MEBDFSD, MEBDFI, DASSL and RADAU. The computational tests considering these numerical codes are related to simulations of power system transient angular stability and long-term voltage stability in the time domain. The main objective was to check the efficiency of these numerical techniques under two aspects, namely, the computational efficiency and numerical accuracy. The computational aspect is related to the simulation CPU time, and accuracy is related to the obtained numerical results, since these methods use, in general, approximation techniques. A conventional stability program was used to validate the results.

Computational analysis was performed using the following test systems: IEEE118 buses with 54 generators, IEEE145 buses with 50 generators, and an equivalent south-southeast Brazilian power system. The obtained results indicate that the MEBDFSD performance is better rather than the other methods considered here.

SUMÁRIO

Lista de Tabelas	xiii
Lista de Figuras.....	xiv
Abreviaturas e Símbolos	xvi
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. GENERALIDADES.....	1
1.2. OBJETIVOS.....	2
1.3. JUSTIFICATIVA.....	3
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	4
2. MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS NA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS.....	5
2.1. INTRODUÇÃO.....	5
2.2. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS (EDAs).....	5
2.2.1. Formas de Representação dos Sistemas de EDAs.....	6
2.3. ESTABILIDADE DAS EDAs.....	10
2.3.1. Teoria de Bifurcação.....	10
2.3.2. Teoria de Função de Energia.....	13
2.4. APLICAÇÃO DE SISTEMAS DE EDAs EM SISTEMAS ELÉTRICOS.....	14
2.4.1. Equações Rígidas.....	17
2.5. MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE EDAs.....	18
2.5.1. Métodos de Passo Simples.....	19

2.5.2.	Métodos Multi-Passo	21
3.	O MÉTODO DE DIFERENCIAÇÃO REGRESSIVA E O MODIFICADO ESTENDIDO.....	30
3.1.	INTRODUÇÃO	30
3.2.	MÉTODO DE DIFERENCIAÇÃO REGRESSIVA (BDF)	31
3.2.1.	Descrição do Esquema Previsor-Corretor do Método BDF	34
3.2.2.	Solução do Sistema Equações Não-Lineares.....	36
3.2.3.	Estratégias de Seleção de Ordem e Passo de Integração	37
3.2.4.	Estratégias de Avaliação da Matriz Jacobiana.....	39
3.3.	MÉTODO BDF MODIFICADO E ESTENDIDO (MEBDF)	40
3.3.1.	Descrição do Esquema Previsor-Corretor do Método MEBDF	42
3.3.2.	Estratégia de Convergência do Esquema Newton Modificado	49
3.3.3.	Registro dos Tamanhos dos Passos de Integração Prévios.....	51
3.3.4.	Estratégia de Avaliação da Matriz Jacobiana	51
3.3.5.	Tratamento Esparsa da Matriz Jacobiana	54
3.4.	MÉTODO BASEADO NA FÓRMULA DE QUADRATURA RADAU	54
3.4.1.	Análise e Descrição da Metodologia RADAU IIA	55
3.4.2.	Solução do Sistema Não-Linear RUNGE-KUTTA.....	58
3.4.3.	Estratégias de Seleção de Ordem e Controle de Passo de Integração ..	59
3.5.	ASPECTOS RELEVANTES DAS METODOLOGIAS.....	61
4.	APLICAÇÃO EM PROBLEMAS PRÁTICOS: ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO DE CENÁRIOS DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS.....	62
4.1.	INTRODUÇÃO	62

4.2.	O PROGRAMA SIMFES – VERSÃO 1.2.....	62
4.3.	VALIDAÇÃO DO PROGRAMA SIMFES - VERSÃO 1.2.....	64
4.4.	ANÁLISE DO DESEMPENHO COMPUTACIONAL DOS ALGORITMOS	85
5.	CONCLUSÕES.....	90
5.1.	CONCLUSÕES GERAIS.....	90
5.2.	TRABALHOS FUTUROS	93
 APÊNDICES 94		
A.	Dados dos sistemas teste.....	95
A.1	Nomenclatura.....	95
A.2	Sistema IEEE 118 barras e 54 geradores	98
A.3	Dados dos geradores, modelo detalhado.....	101
A.4	Dados dos dispositivos de controle.....	103
A.5	Sistema IEEE 150 barras e 50 geradores	104
A.6	Dados dos geradores, modelo detalhado.....	111
A.7	Dados dos dispositivos de controle.....	112
A.8	Sistema brasileiro 44 geradores 320 barras	113
A.9	Dados dos geradores, modelo detalhado.....	122
A.10	Dados dos dispositivos de controle.....	123
B.	Diagrama de Blocos de Modelos Implementados no Programa Computacional SIMFES VERSÃO 1.2.....	124
B.1	Diagrama Para Equações de Oscilação e de Eixo em Quadratura.....	125
B.2	Diagrama Para Equações de Eixo Direto.....	126
B.3	Regulador Automático de Tensão (AVR)	127

B.4	Modelo de Estabilizador de Potência (PSS)	128
B.5	Modelo de Limitador de Sobreexcitação.....	129
B.6	Modelo Dinâmico de Carga.....	130
B.7	Modelo do Transformador de Troca de Tape Variável	131
Referências bibliográficas		132

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1:	Formas implícitas e explícitas dos sistemas de EDAs.	9
Tabela 3.1:	Fórmulas BDF com ordem de convergência $q = k$.	33
Tabela 3.2:	Ângulos de estabilidade das metodologias BDF, EBDF e MEBDF. .	48
Tabela 4.1:	Informações sobre a simulação do Caso I.....	67
Tabela 4.2:	Desempenho computacional das metodologias – Caso I.....	67
Tabela 4.3:	Informações sobre a simulação do Caso II	76
Tabela 4.4:	Desempenho computacional das metodologias – Caso II	76
Tabela 4.5:	Informações Preliminares da Simulação	82
Tabela 4.6:	Informações Decorrentes da Simulação.....	82
Tabela 4.7:	Desempenho numérico das metodologias – Sistema IEEE118.....	86
Tabela 4.8:	Desempenho numérico das metodologias – Sistema IEEE150.....	88
Tabela 4.9:	Desempenho numérico das metodologias – Sistema Brasileiro	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1:	Classificação dos métodos numéricos.....	19
Figura 2.2:	Consistência, Estabilidade e Convergência.....	25
Figura 3.1:	Esquema Previsor-Corretor do Método BDF.....	35
Figura 3.2:	Processo Iterativo Preditor-Corretor.....	42
Figura 3.3:	Fluxograma da Etapa 1 (Esquema Previsor).....	43
Figura 3.4:	Fluxograma do Estágio 2 (Esquema Previsor).	45
Figura 3.5:	Regiões de Estabilidade Ordem 2 (esquerda) e 3 (direita).	47
Figura 3.6:	Regiões de Estabilidade Ordem 4 (esquerda) e 5 (direita).	47
Figura 3.7:	Região de Estabilidade Ordem 6.	47
Figura 3.8:	Fluxograma da Etapa 3 (Esquema Corretor).....	49
Figura 3.9:	Estratégia de avaliações da matriz Jacobiana.	53
Figura 3.10:	Regiões de estabilidade para o método Radau.	57
Figura 4.1:	Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 118.....	66
Figura 4.2:	Estudo comparativo para o Caso I.	72
Figura 4.3:	Comparação do Tempo CPU.(segundos).	72
Figura 4.4:	Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 150 barras.....	75

Figura 4.5:	Simulação de Fenômenos de Tensão de Longo Termo.....	80
Figura 4.6:	Comparação do Tempo CPU.(segundos).....	80
Figura 4.7:	Estudo Comparativo no Sistema Sul-Sudeste.....	84
Figura 4.8:	Comparação do Tempo CPU.(segundos).....	85

ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

BDF	Backward Differentiation Formulae
BLAS	Basic Linear Algebra Subroutines
CFD	Coeficiente Fixo Direcionado
CPU	Unidade Central de Processamento
DASSL	Differential Algebraic System Solver
EBDF	Extended Backward Differentiation Formulae
ED	Equações Diferenciais
EDAs	Equações Diferenciais e Algébricas
EDOs	Equações Diferenciais Ordinárias
EDPs	Equações de Derivadas Parciais
LAPACK	Linear Algebra Pack
MEBDF	Modified Extended Backward Differentiation Formulae
MEBDFI	Modified Extended Backward Differentiation Implicit Formulae
MEBDFSD	Modified Extended Backward Differentiation Formulae Sparse
MNM	Método Newton Modificado
OXL	Over Excitation Limiter
PSS	Power System Stabilizer
PVI	Problemas de Valor Inicial
PVF	Problemas de Valor de Fronteira
SEEs	Sistemas de Energia Elétrica
SI	Singularidade Induzida
SN	Saddle Node
ULTC	Under Load Tap Changers

1. INTRODUÇÃO

1.1. GENERALIDADES

A simulação no domínio do tempo é uma forma de análise muito útil para as concessionárias de energia elétrica desenvolverem estudos computacionais envolvendo fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica (SEEs). As técnicas aplicadas nessas análises estão sob constante investigação em função das dificuldades que podem surgir quando se pretende desenvolver programas computacionais que agregam modelos matemáticos complexos e métodos numéricos eficientes [Pes04]. Um programa computacional para análise de estabilidade capaz de simular fenômenos de curta- e de longa-duração requer a solução de sistemas de equações diferenciais e algébricas (EDAs) não lineares, rígidas e de grande porte [Ast94], processo que pode ser longo em termos de tempo computacional. Este esforço computacional depende principalmente das características dos métodos numéricos usados, da complexidade dos modelos matemáticos implementados, da dimensão do sistema elétrico simulado, das constantes de tempo envolvidas, da velocidade do fenômeno simulado (curta ou longa-duração), da capacidade do computador e do tempo total da simulação [Paz04].

A implementação num mesmo programa computacional de modelos matemáticos representando dispositivos de controle de resposta rápida, e também de resposta lenta, permite quando necessário, a “captura” de efeitos inerentes a fenômenos de curta- e de longa-duração. Para simular fenômenos rápidos e lentos num mesmo cenário, além da necessidade de disponibilizar modelos com essas características, é relevante que o método numérico usado na resolução dos sistemas de equações diferenciais e algébricas seja eficiente.

A eficiência de um método numérico neste caso pode ser avaliada em termos de precisão/confiabilidade de resultados e de tempo de processamento gasto (CPU). Uma boa precisão é garantida, ou não, pela capacidade em manter sob controle os erros associados às técnicas de aproximação usadas pelo método. Já a sua eficiência computacional é medida em termos de tempo de CPU, ou seja, o tempo de

processamento gasto pelo computador em cada simulação. Quanto menor for o tempo de CPU, melhor sua eficiência computacional.

Existem programas computacionais de grande-porte que agregam essas características desejáveis. Alguns programas além de possuírem métodos numéricos eficientes, geralmente com algoritmos de passo de integração variável, disponibilizam para o usuário uma biblioteca com uma grande variedade de modelos, e oferecem também a possibilidade de implementação de novos, caso não disponíveis. O desenvolvimento de programas desse porte envolvem pesquisadores de diferentes áreas, destacando especialistas em sistemas de energia elétrica e matemáticos, estando constantemente sob atualização [Jar97, Jar99, Deu93, Kat91, Ast94, Kur92]. Geralmente, o custo associado à aquisição de um programa computacional dessa natureza é muito elevado.

Paralelamente existe um incessante interesse da comunidade científica pelo desenvolvimento de novas metodologias numéricas e algoritmos eficientes de integração de sistemas de EDAs, que visam satisfazer cada um dos requisitos e necessidades dos principais problemas que a engenharia atualmente impõe [Asc98, Bre96, Cas00, Maz03, Pet00]. Este esforço tem produzido e disponibilizado para domínio público sob forma de programas computacionais novas alternativas de solução de EDAs, conhecidos na literatura como solvers. Este trabalho procura integrar e aproveitar adequadamente os avanços na área de métodos numéricos tirando proveito das características encontradas nesses solvers e testando-os em problemas de estabilidade.

1.2. OBJETIVOS

O objetivo principal deste projeto é estudar, adaptar, implementar, avaliar, e registrar a eficiência numérica das técnicas MEBDFSD, MEBDFI, DASSL e RADAU, nas análises computacionais no domínio do tempo de cenários de estabilidade angular e de tensão. Além desse objetivo principal, têm-se:

1. Identificar as diferentes estratégias e algoritmos utilizados na avaliação do passo, da ordem e controle de erro, estudar as propriedades de estabilidade numérica e visualizar as vantagens, desvantagens e diferenças em cada um dos estágios do

processo de integração de cada uma das metodologias utilizadas nos solvers, com a finalidade de poder entender e interpretar corretamente os resultados obtidos, produto final das avaliações e simulações dos sistemas teste.

2. Desenvolver um programa computacional para análise no domínio do tempo que permita a adaptação e avaliação eficiente e confiável de cada um dos códigos, para finalmente realizar uma análise dos resultados e identificar a técnica com melhor desempenho numérico e computacional.

1.3. JUSTIFICATIVA

Apesar dos avanços no desenvolvimento e adaptação dos algoritmos de integração de passo variável em programas de estabilidade de SEE, sistemas de EDOs e sistemas de EDAs ainda representam um grande desafio em termos de modelagem e simulação computacional.

Uma simples perturbação (descontinuidade) pode dar início a uma seqüência de eventos sendo difícil prever suas conseqüências, principalmente se os modelos matemáticos usados para representar determinados componentes do sistema elétrico forem simples, não capturando efeitos relevantes do fenômeno que está sendo simulado.

As análises e simulações podem se tornar ainda mais complexas se diferentes formas de estabilidade se manifestarem simultaneamente. Portanto, o uso de modelos simplificados pode resultar numa redução no tempo de simulação computacional, entretanto, dependendo do cenário simulado, irá reduzir também a precisão dos resultados. Por outro lado modelos menos complexos irão a exigir um considerável esforço computacional na solução dos sistemas de equações diferenciais e algébricas que descrevem o comportamento dinâmico de cada componente, sendo que esta complexidade pode ser desnecessária para certos cenários [Paz04].

Cada uma das metodologias e respectivos solvers numéricos foram selecionados baseados num processo de identificação, seleção e análise de artigos técnicos e científicos relacionados diretamente ou indiretamente com o tema proposto [Cas00, Maz03, Pet00]. O método numérico implementado no solver MEBDFSD apresenta características desejáveis de eficiência, estabilidade e redução no tempo de simulação

computacional, sem comprometer a precisão dos resultados. Por esta razão, esta metodologia mereceu maior atenção neste trabalho.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 1: Introdução.

Capítulo 2: Métodos Numéricos Aplicados na Solução de Equações Diferenciais Ordinárias e Equações Diferenciais e Algébricas – Neste Capítulo faz-se uma abordagem teórica dos conceitos relacionados aos métodos numéricos utilizados na solução de EDOs e EDAs.

Capítulo 3: O Método de Diferenciação Regressiva (BDF) e o Modificado Estendido (MEBDF) – São apresentadas as diferentes estratégias e algoritmos utilizados na avaliação do passo de integração, ordem do método e controle de erro, além disso estuda as propriedades de estabilidade numérica registrando as vantagens, desvantagens e diferenças de cada uma das metodologias utilizadas nos solvers: MEBDFSD, MEBDFI, DASSL e RADAU.

Capítulo 4: Aplicação em Problemas Práticos: Análise no Domínio Tempo de Cenários de Estabilidade em Sistemas Elétricos - São apresentados os resultados das simulações computacionais realizadas no programa SIMFES – versão 1.2 Avalia-se a eficiência, capacidade e desempenho numérico (precisão) e computacional (tempo de CPU) das técnicas abordadas no Capítulo 3: MEBDFSD, MEBDFI, DASSL e RADAU.

Capítulo 5: Conclusões e Recomendações - Apresentam-se as principais conclusões e contribuições e também sugestões para trabalhos futuros.

2. MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS NA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS

2.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo faz-se uma abordagem teórica dos conceitos associados aos sistemas de equações diferenciais e algébricas, noções de consistência, estabilidade numérica e convergência, os métodos numéricos de passo simples e métodos multi-passo para solução de sistemas de equações diferenciais e algébricas.

2.2. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E ALGÉBRICAS (EDAs)

As equações diferenciais (ED) são comumente definidas como relações estabelecidas entre funções desconhecidas e as suas derivadas, portanto, é possível distinguir dois tipos de equações diferenciais: as equações diferenciais ordinárias (EDOs) e as equações de derivadas parciais (EDPs). Um sistema de EDOs é definido como um conjunto de equações diferenciais cujas funções desconhecidas só dependem de uma variável independente, geralmente o tempo [Asc98, Sch04].

A ordem de um sistema de equações diferenciais está relacionada com a maior derivada que aparece nas equações, portanto um sistema de EDOs de ordem r pode ser representado pela Equação 2.1 [Gup85]. Considere-se y , y' , $y^{(r)}$ e f como vetores de dimensão n , onde y é um vetor desconhecido de variável independente t , y' e $y^{(r)}$ representando a primeira e a r -ésima derivadas, respectivamente, com relação a t no intervalo $t_o \leq t \leq t_f$. Para as EDOs de ordem r pode-se encontrar facilmente um sistema equivalente de r equações diferenciais ordinárias de primeira ordem [Gup85].

$$F_{(t, y, y', \dots, y^{(r)})} = 0 \quad n, r \geq 1 \quad (2.1)$$

Já um sistema de equações diferenciais e algébricas corresponde a um tipo de EDOs que depende de variáveis algébricas, cuja solução é forçada a satisfazer o conjunto de restrições impostas por equações algébricas não lineares. Pode-se então considerar as EDAs como uma extensão do sistema de EDOs com restrições, representadas na forma semi-implícita pelas Equações 2.2 e 2.3, onde y , y' , e f são vetores de dimensão n , com y representando as n variáveis diferenciais, z as m variáveis algébricas e p os k parâmetros do sistema (no caso dos sistemas de energia, os parâmetros do vetor p definem uma configuração específica do sistema e suas configurações de operação).

As m equações algébricas 2.3 definem uma superfície de dimensão $(n+k)$ cujos pontos solução formam o chamado “manifold de restrições” [Cut98, Asc98, Sec02].

$$y'(t) = f_{(t, z, y, p)} \quad (2.2)$$

$$g_{(t, z, y, p)} = 0 \quad (2.3)$$

Nas últimas décadas, especialmente a partir dos anos oitenta, começou-se a observar um substancial progresso no tratamento dos sistemas de EDAs. Muitos sistemas singulares foram modelados utilizando EDAs, idéias e técnicas desenvolvidas para equações rígidas foram julgadas muito importantes para se considerar nas metodologias de solução numérica [Cam90].

Antes de começar a desenvolver cada um desses aspectos é necessário mencionar algumas noções relacionadas com a estrutura e formas de representação dos sistemas de EDAs.

2.2.1. Formas de Representação dos Sistemas de EDAs

Embora a forma geral implícita do sistema de EDAs (Equação 2.4) possa ser usada para representar uma grande diversidade de problemas complexos, existem casos especiais onde esse tipo de representação não permite visualizar uma adequada definição no sentido matemático, podendo resultar em dificuldades no processo de

solução, se primeiramente não for realizada uma identificação dos índices das EDAs e posteriormente a reformulação das equações. Felizmente, a maioria dos problemas encontrados na prática pode ser expresso como uma combinação de estruturas de EDOs acoplados a equações de restrição, que podem ser representados numa forma semi-explicita (ver Tabela 2.1).

$$F_{(t,z,y,y')} = 0 \quad \text{onde} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right)_n \quad \text{pode ser singular.} \quad (2.4)$$

Como mencionado acima, é importante identificar os índices das EDAs relacionadas aos modelos matemáticos. É apresentado a seguir uma definição de índice diferencial, útil para um melhor entendimento da estrutura das EDAs, e as dificuldades que representam os índices superiores a um.

- ***Índice Diferencial***

O índice diferencial (i_d) de um sistema de EDAs representadas pela Equação 2.4 na forma mais geral (implícita), é definido como o número mínimo de diferenciações analíticas dadas pelas Equações 2.5 para que estas equações possam ser transformadas por manipulações algébricas a um sistema equivalente de EDOs [Asc98, Gea84, Gea90, Hai96]. Um sistema de índice diferencial igual a zero é considerado como um sistema de equações diferenciais ordinárias.

$$\begin{aligned} F_{(t,z,y,y')} &= 0 \\ \frac{dF_{(t,z,y,y')}}{dt} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{d^{i_d} F_{(t,z,y,y')}}{dt^{i_d}} &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Note que na prática, as diferenciações do sistema e o processo de manipulações algébricas, geralmente não são considerados nos cálculos computacionais, entretanto, a definição de índice diferencial é de muita utilidade no entendimento da estrutura principal do sistema de EDAs, sendo também importante na seleção ou na escolha criteriosa de um método numérico adequado [Asc98].

Uma forma especial de se representar corretamente os sistemas de EDAs é conhecida como forma de Hessenberg de Índice 1, sendo chamados de índice 1 porque com só uma diferenciação das equações algébricas é possível obter um sistema equivalente de EDOs. Primeiro é realizada a diferenciação das restrições algébricas (ver Equação 2.6), finalmente, ao multiplicar esta expressão pela inversa da matriz Jacobiana algébrica obtém-se um sistema de EDOs representado pela Equação 2.7, Assim, é importante mencionar que é imprescindível para efeitos do cálculo que a matriz Jacobiana não seja singular.

$$\frac{\partial g(t,z,y)}{\partial t} + \frac{\partial g(t,z,y)}{\partial y^T} \cdot \frac{\partial y^T}{\partial t} + \frac{\partial g(t,z,y)}{\partial z^T} \cdot \frac{\partial z^T}{\partial t} = 0 \quad (2.6)$$

$$z' = \frac{\partial z^T}{\partial t} = - \left(\frac{\partial g(t,z,y)}{\partial z^T} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial g(t,z,y)}{\partial t} + \frac{\partial g(t,z,y)}{\partial y^T} \cdot \frac{\partial y^T}{\partial t} \right) \quad (2.7)$$

A Tabela 2.1 mostra as principais formas de se representar os sistemas de equações diferenciais e algébricas [Asc98, Hai96, Sec02, Fáb00].

Tabela 2.1: Formas implícitas e explícitas dos sistemas de EDAs.

Característica	Forma	Condição
Implícita	$F_{(t,z,y,y')}=0$	$\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)_n$ Singular
Implícita/Semi-Explícita	$M_{(t)} \cdot y' = f_{(t,z,y)}$	$M_{(t)}$ Singular
Semi-Explícita	$f_{(t,z,y,y')}=0 \quad g_{(t,z,y)}=0$	$\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)_n$ Não singular
Semi-Explícita	$y' = f_{(t,z,y)} \quad g_{(t,z,y)}=0$	
Hessenberg Índice-1	$y' = f_{(t,z,y)} \quad g_{(t,z,y)}=0$	$\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_n$ Não singular
Hessenberg Índice-2	$y' = f_{(t,z,y)} \quad g_{(t,y)}=0$	$\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_n \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_n$ Não singular

O índice diferencial é uma medida da singularidade do sistema; um sistema que possua índices superiores (maiores que um) geralmente é mais problemático e apresenta um grande número de dificuldades durante o processo de solução. Assim, um sistema de EDAs de índice superior será também considerado instável [Tar02]. Uma característica adicional das EDAs de índices superiores é que apresentam restrições ocultas, e estas restrições podem ser encontradas por diferenciação e manipulação algébrica no processo de estimação do índice [Asc98, Fáb00, Tar02].

Existem várias técnicas para redução da ordem das EDAs de índice superior. Muitas dessas técnicas mudam o conjunto de equações originais por diferenciação, substituição, e/ou introdução de novas variáveis. Uma técnica interessante encontrada na literatura é baseada em equações de substituição. A vantagem das equações de substituição é que permitem uma redução dos índices e uma inicialização consistente de um sistema de EDAs sem a necessidade de trocar as equações originais, remover ou introduzir variáveis [Fáb00].

Embora existam técnicas eficientes de redução de índices; sistemas de EDAs de índices superiores apresentam grandes dificuldades no processo de solução devido a suas propriedades instáveis, o que pode causar limitações quando em um sistema de energia se representa modelos mais complexos, como por exemplo as equações diferenciais e algébricas de índice 2, resultantes da modelagem de um transformador trifásico [Sec02].

Portanto, é recomendável definir como critério, se será realizada uma simplificação dos modelos para se obter sistemas de EDAs de índice um, ou se será usada alguma estratégia de redução de índice que normalmente demanda maior esforço computacional, mas permite aumentar a complexidade e exatidão na representação dos modelos. Nesse caso deve-se identificar o tipo de estratégia e o índice máximo que a estratégia deverá reduzir.

2.3. ESTABILIDADE DAS EDAs

Os sistemas de EDAs são considerados teoricamente problemáticos, uma vez que o sistema de equações algébricas pode apresentar “pontos singulares” onde não se é possível obter uma solução para as variáveis algébricas. Portanto, a resposta do sistema não poderia ser definida [Hil89]. Um caso especial é visualizado em sistemas de EDAs que representam sistemas de energia de grande-porte o qual em condições de elevado carregamento possuem associados problemas de singularidade [Zho02]. A seguir serão apresentadas as teorias de bifurcação e função energia, técnicas utilizadas na avaliação da estabilidade dos sistemas de EDAs.

2.3.1. Teoria de Bifurcação

Para valores fixos dos parâmetros do vetor p (parâmetros do sistema), pode-se definir os pontos de equilíbrio do sistema de EDAs como a solução (y^*, z^*) das equações não lineares 2.8 e 2.9, portanto, o conjunto destes pontos solução formam uma superfície conhecida na literatura como “manifold de equilíbrio” [Cut98].

$$f_{(t,z,y,p)} = 0 \quad (2.8)$$

$$g_{(t,z,y,p)} = 0 \quad (2.9)$$

A estabilidade do sistema de EDAs num ponto de equilíbrio pode ser determinada pela linearização das Equações 2.2 e 2.3 ao redor do ponto de equilíbrio, selecionado da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta y = y - y^* \\ \Delta z = z - z^* \end{cases} \quad (2.10)$$

Onde J representa a matriz Jacobiana não reduzida do sistema de EDAs, dada pela seguinte equação:

$$J = \begin{bmatrix} f_y & f_z \\ g_y & g_z \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} f_y = \frac{\partial f}{\partial y} & f_z = \frac{\partial f}{\partial z} \\ g_y = \frac{\partial g}{\partial y} & g_z = \frac{\partial g}{\partial z} \end{cases} \quad (2.11)$$

Assumindo que a Jacobiana das equações algébricas g_z é não singular, então é possível eliminar Δz na Equação 2.10, obtendo-se 2.12, onde a matriz de estado A é conhecida como “Jacobiana reduzida” [Cot74].

$$\begin{aligned} \Delta \dot{y} &= A \Delta y \\ A &= f_y - f_z \cdot [g_z]^{-1} \cdot g_y \end{aligned} \quad (2.12)$$

A estabilidade de um ponto de equilíbrio do sistema de EDAs para um dado valor de p dependerá da posição dos autovalores da matriz de estado A no plano complexo. Assim, da mesma forma como ocorre num simples sistema de EDOs, o sistema de EDAs é submetido a variações qualitativas quando os parâmetros do vetor p experimentam pequenas variações, então o sistema é estruturalmente instável e o vetor p passará a representar um ponto de bifurcação [Pai95, Cut98, Ven93].

A teoria de bifurcação é usada como uma forma de análise de vários tipos de problemas de estabilidade em Sistemas de Energia modelados por um conjunto de equações diferenciais ordinárias ou por um conjunto de equações algébricas. Neste último caso, são principalmente as restrições algébricas as responsáveis pela existência de singularidades. Quando os parâmetros do sistema são submetidos a variações, o equilíbrio do sistema poderia exibir três tipos de bifurcação: saddle node (SN), Hopf e a

singularidade induzida (SI). As bifurcações SN e Hopf são geralmente observadas em modelos de EDOs de sistemas de energia e estão relacionadas com problemas de colapso de tensão e instabilidade de pequenos sinais, respectivamente [Aya04].

Sistemas modelados através de EDAs experimentam normalmente as “bifurcações de singularidade induzida” e estas ocorrem quando as equações algébricas são submetidas a bifurcações “saddle-node”. Uma condição necessária para que um sistema de EDAs experimente bifurcações saddle-node é que a Jacobiana não reduzida J se torne singular, isso é, que seu determinante dado pela Equação 2.13 seja igual a zero [Cut98].

$$\det[J] = \det[g_z] \cdot \det[f_y - f_z \cdot [g_z]^{-1} \cdot g_y] = \det[g_z] \cdot \det[A] \quad (2.13)$$

Um aspecto importante a se considerar na análise da estabilidade de sistemas de EDAs está relacionada à ocorrência de bifurcações SI é a existência de um conjunto singular (superfície singular de impasse) na manifold de restrições, contendo muitos pontos singulares. A seguir é apresentada uma idéia geral do significado da superfície de impasse e bifurcação de singularidade induzida [Aya04].

- ***Superfícies Singulares de Impasse***

A “hiper-superfície” ou superfície de “impasse” é formada por todos aqueles pontos da manifold de restrições para a qual a Jacobiana das equações algébricas é singular, sendo representada matematicamente pelos pontos solução das seguintes equações [Hil89, His91]:

$$\begin{aligned} g(t,z,y,p) &= 0 \\ \det \left[g_z(t,z,y,p) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

- ***Bifurcação de singularidade Induzida***

Um tipo especial de bifurcação, existente só em sistemas de EDAs, ocorre quando o manifold de equilíbrio intercepta a superfície de impasse, o ponto em questão satisfaz a singularidade expressa em 2.14 e a condição de equilíbrio das Equações 2.8 e 2.9 [Cut98]. Embora tecnicamente estes pontos não possam ser considerados como

pontos de equilíbrio, uma vez que o sistema não pode ser definido na superfície de impasse, estes poderiam existir perto de tais singularidades. Este resulta numa redução contínua do determinante da matriz Jacobiana das equações algébricas g_z , à medida que o ponto de equilíbrio se aproxima do ponto de intersecção (singularidade). Portanto, a inversa da matriz g_z , a matriz de estado A e seus autovalores, terão valores elevados, características comuns neste tipo de bifurcação em EDAs [Ven93].

Quando os sistemas de EDAs analisados representam modelos complexos decorrentes da dinâmica de grandes sistemas de energia, é possível fazer uso da teoria de bifurcação para investigar condições de instabilidade [Cañ02]. Em [His89] é mostrado que a existência de uma superfície de impasse está relacionada com o modelo da carga responsável pela instabilidade de tensão. Já [Pra94] mostram resultados similares e usam teoria de bifurcação para mostrar que uma parte considerável dos limites de estabilidade é formada pelas trajetórias que são tangentes à superfície de impasse. Estudos recentes tentam direcionar a avaliação direta da estabilidade do sistema na presença de superfícies de impasse situadas nos limites da estabilidade [Sin01].

2.3.2. Teoria de Função de Energia

A teoria da estabilidade de Lyapunov está relacionada com a avaliação do equilíbrio da estrutura de EDAs [Hil90], bem como a teoria de bifurcação discutida anteriormente. Estes permitem conhecer as complexas propriedades da estrutura do sistema de EDAs.

A função energia é caracterizada pelas funções de Lyapunov. Estas técnicas determinam as regiões de atração para o ponto de “equilíbrio estável”, onde o critério do método é satisfeito. Estas técnicas baseiam-se na experiência com conceitos pertencentes a modelos de EDOs. Entre as características da metodologia na análise da estabilidade de EDAs [Hil90], observe-se que os modelos EDAs são substituídos por uma nova descrição de EDOs para assim poder desenvolver uma “caracterização geométrica” desta região de atração, para um ponto de equilíbrio estável [Tso85]. O ganho desta reformulação (EDAs por EDOs) é o conhecimento matemático adquirido

no tratamento das EDOs. Dessa forma, pode-se estender a análise às novas estruturas de EDAs [Hil89].

Determina-se uma estrutura (sob o ponto de vista matemático) onde a existência de funções (por exemplo: funções da energia) para sistemas de EDAs satisfaçam à propriedades de estabilidade de Lyapunov. Associa-se então o significado da estabilidade de Lyapunov no contexto de sistemas de EDAs a fim de se proceder a análise de estabilidade. Entre os principais resultados têm-se o critério de estabilidade para sistemas especiais de EDAs que representam o problema principal na análise dinâmica de sistemas de energia elétrica.

2.4. APLICAÇÃO DE SISTEMAS DE EDAs EM SISTEMAS ELÉTRICOS

Como já mencionado, o interesse por modelos matemáticos complexos baseados em sistemas de EDAs de grande porte com índices superiores (maiores que um) tem crescido bastante. Dever-se ter cuidado e atenção na formulação das EDAs representando modelos muito complexos, uma vez que sistemas de índices superiores apresentam uma grande tendência à instabilidade [Asc98].

Um sistema de EDAs pode ser convertido à um sistema de EDOs, sendo que este procedimento pode ser muito complexo. Embora existam metodologias e estratégias de solução de EDOs, existem situações onde é preferível resolver diretamente as EDAs sem convertê-las inicialmente a um sistema de EDOs. Uma delas está relacionada com o uso de um algoritmo que permite a criação e incorporação de modelos definidos pelo usuário para gerar automaticamente o sistema de EDAs e iniciar o processo de solução. Mantendo o sistema de EDAs inalterado, são reservadas as características esparsas do sistema, o significado físico das variáveis, evitando a perda de informações importantes [Sec02].

A seguir, é apresentada uma estrutura geral do modelo representando o sistema de energia elétrico para a análise de fenômenos no domínio do tempo de curta- e de longa-duração, similar ao usado na análise convencional de estabilidade (transitória angular, médio-termo e longo-termo [Kun94]). As equações que descrevem modelo completo de um sistema elétrico de potência podem ser expressas nas seguintes formas [Pes97, Cut93, His95, Lof95, Cut94, Qui94, Car97]:

$$y' = f(y, x, z, w, u, p, t) \quad (2.15)$$

$$g(y, x, z, w, u, p, t) = 0 \quad (2.16)$$

$$z(k+1) = h(y, x, z(k), w, u, p, t) \quad (2.17)$$

$$w = \phi(t) \quad (2.18)$$

Onde:

- y:** Vetor m-dimensional contendo as variáveis de estado dinâmicas, por exemplo; deslocamentos angulares dos rotores dos geradores, velocidades angulares, tensões de saída dos reguladores automáticos de tensão, escorregamentos dos rotores dos motores de indução, etc.
- x:** Vetor n-dimensional contendo as variáveis de estado algébricas, por exemplo; componentes de eixo direto e em quadratura do estator da máquina síncrona, potência ativa e reativa injetadas, amplitude e ângulo das tensões nas barras do sistema, etc.
- z:** Vetor q-dimensional contendo as variáveis que sofrem alterações através de passos discretos, por exemplo; relação de espiras dos transformadores com troca automática ou manual de tapes, corrente de campo das máquinas síncronas monitorada pelo limitador de sobre-excitação (OXL), etc.
- w:** Vetor r-dimensional contendo as variáveis que evoluem ao longo do tempo, como por exemplo; potência ativa e reativa consumida pelas cargas, potência ativa programada para as unidades geradoras, potências ativas de intercâmbio entre áreas, etc.
- u:** Vetor s-dimensional contendo as variáveis de controle independentes, como por exemplo: potência ativa dos geradores, tensão de referência dos reguladores de tensão, tape dos transformadores controladores, etc.
- p:** Vetor s-dimensional correspondente aos parâmetros do sistema, como por exemplo; constantes de tempo e reatâncias das unidades geradoras, impedâncias

e susceptâncias das linhas de transmissão, parâmetros dos modelos de cargas, etc.

- f***: Vetor de funções não-lineares que descreve as equações dinâmicas das máquinas síncronas, dos reguladores automáticos de tensão, dos sistemas de excitação, dos reguladores de velocidade, das cargas, dos compensadores estáticos, etc.
- g***: Vetor de funções não-lineares que descreve as equações algébricas de restrições impostas pela rede e também às equações algébricas das máquinas síncronas, dos reguladores de tensão, dos reguladores de velocidade, dos sistemas de excitação, etc.
- h***: Vetor das funções que expressam a natureza discreta no tempo das variáveis z .
- ϕ** : Vetor das funções não-lineares temporais associadas aos ciclos de carga, das programações de geração e de intercâmbio, etc.
- k***: Tempo ou situação correspondente a um evento discreto.
- t***: tempo em segundos, minutos ou horas.

Métodos para analisar os fenômenos de estabilidade envolvem o conjunto de Equações 2.15 -2.18. Reduções e simplificações podem ser realizadas nestas equações em função do objetivo do estudo bem como dos mecanismos envolvidos. A solução requer um tratamento desacoplado do sistema de EDAs, reduzindo-o a um sistema explícito de EDOs podendo comprometer a característica esparsa do sistema e a simetria da matriz Jacobiana. A formulação implícita das EDAs tem sua justificativa no bom desempenho no tratamento de matrizes não-simétricas, característica própria da estrutura EDAs após a discretização do sistema de EDOs.

Para efeitos da aplicação e compatibilidade das formulações matemáticas dadas pelas Equações 2.15 -2.16, estas podem ser reescritas na seguinte forma implícita:

$$F_{(t,y,y')} = 0 \quad (2.19)$$

A notação correta das variáveis de estado em função da variável independente t é $y(t)$ e $y'(t)$, sendo usadas na forma y e y' por razões de simplicidade.

A estrutura do sistema de EDAs resultante da análise da estabilidade apresenta características não-simétricas por natureza, cuja configuração tem uma disposição tipo blocos diagonais. Os blocos contendo as equações das máquinas síncronas são acoplados com a rede de transmissão do sistema. Entretanto, a matriz de admitância da rede é de grande-porte, complexa e altamente esparsa.

2.4.1. Equações Rígidas¹

Seja o sistema linear de equações diferenciais ordinárias, definido pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} y' &= A.y + p(t), \quad y \in R^s \\ y(t_0) &= y_0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Este sistema é chamado “Rígido” se forem satisfeitas as seguintes condições [Asc98]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\lambda_j) &< 0 \quad j = 1, 2, \dots, s \\ \max_{j=1,2,\dots,s} |\operatorname{Re}(\lambda_j)| &\ll \min_{j=1,2,\dots,s} |\operatorname{Re}(\lambda_j)| \end{aligned} \quad (2.21)$$

Onde λ_j , $j = 1, 2, \dots, s$, são os autovalores de A . O sistema é considerado rígido se a distância entre o menor e o maior autovalor for grande.

O sistema não linear pode ser considerado “Rígido” num intervalo I de t se os autovalores da matriz Jacobiana definida pela Equação 2.22 apresentarem um comportamento similar em I e satisfazerem as relações 2.21 [Cas79].

$$J = \frac{\partial f(t, y(t))}{\partial y} = \begin{bmatrix} J_{11} & \dots & J_{1j} & \dots & J_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{i1} & \dots & J_{ij} & \dots & J_{is} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{s1} & \dots & J_{sj} & \dots & J_{ss} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Assim, cada elemento da matriz Jacobiana é definido por:

¹ Stiff é o termo usado em inglês.

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i(t, y(t))}{\partial y_j} \quad (2.23)$$

A eliminação das dinâmicas numa rede elétrica auxilia, mas não resolve totalmente o problema de rigidez caracterizado neste tipo de problemas. A razão está baseada na existência de grandes diferenças nas respostas dinâmicas em termos de constante de tempo. Com a inclusão de modelos representando as dinâmicas lentas do sistema, a rigidez do sistema de EDA's torna-se significativamente maior do que o encontrado na análise convencional de estabilidade transitória [Jar97].

2.5. MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE EDAs

As dinâmicas não-lineares rígidas dos sistemas tornam a análise complexa. Entretanto, teorias associadas a teoria de Lyapunov ou da Bifurcação, abordada em forma resumida na seção 2.3, oferecem uma perspectiva analítica para aplicações específicas. Em geral, a análise destes sistemas é realizada, preferivelmente, através da simulação no domínio do tempo. A vantagem da simulação está na sua flexibilidade para incluir modelos matemáticos complexos, e a desvantagem está na sua relação restrita à um cenário em particular. Geralmente, não se é possível extrapolar resultados de forma confiável, mesmo para pequenas mudanças nas condições do sistema. Para cada mudança na condição de operação, uma outra simulação será necessária. Para sistemas de grande porte, geralmente o esforço computacional pode ser consideravelmente alto. Portanto, metodologias para avaliação de problemas de estabilidade em sistemas de energia elétrica no domínio do tempo, têm sido constantemente investigadas em função das dificuldades para se desenvolver programas computacionais que agregam modelos matemáticos complexos (EDAs) e métodos numéricos eficientes.

Para compensar o problema da rigidez é necessária a utilização de métodos de integração implícitos com propriedades de A-estabilidade contendo estratégias de mudanças no passo de integração [Bur89]. A Figura 2.1 ilustra a classificação dos métodos numéricos para EDAs.

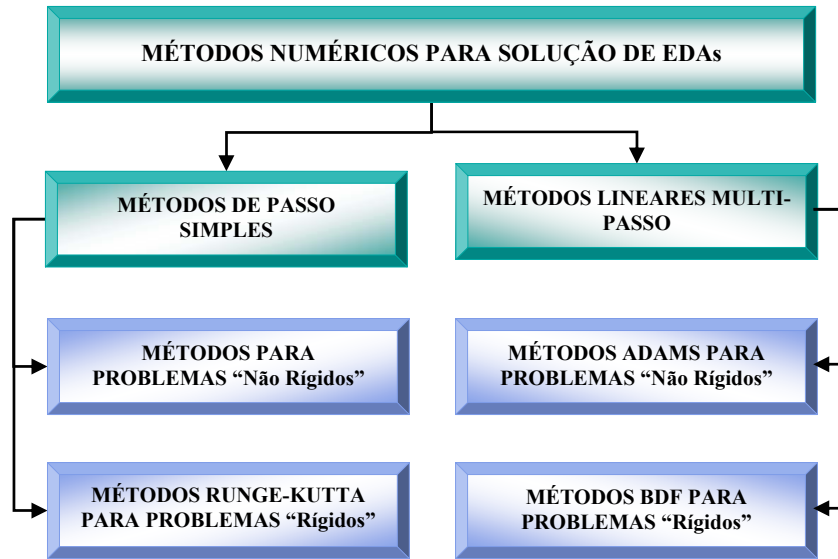


Figura 2.1: Classificação dos métodos numéricos

2.5.1. Métodos de Passo Simples

Método numérico usado para resolver o problema representado pelas Equações 2.2 e 2.3 é chamado de método de passo simples se a aproximação no ponto t_n (expressa por y_n) for determinada por informações obtidas apenas no ponto t_{n-1} . A presente seção aborda um desses métodos, em particular o Runge-Kutta Implícito. As razões para este particular interesse se baseia em dois aspectos. O primeiro deve-se a popularidade deste método, e o segundo, deve-se a sua aplicação nos testes apresentados no Capítulo IV. Em geral, os métodos de integração RUNGE-KUTTA são apresentados pela Equação 2.24.

$$\begin{aligned}
 Y_n &= y_{n-1} + h \cdot \sum_{j=1}^s a_{ij} \cdot f_{(t_{n-1}+c_j \cdot h, Y_j)}, & 1 \leq i \leq s \\
 y_n &= y_{n-1} + h \cdot \sum_{i=1}^s b_j \cdot f_{(t_{n-1}+c_i \cdot h, Y_i)} \\
 c_i &= \sum_{j=1}^s a_{ij}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Os Y_i são aproximações à solução nos instantes $t_{n-1}+c_i \cdot h$, podendo estar relacionados com uma ordem menor de exatidão que a solução y_n no final do intervalo. Y_i corresponde ao passo de t_{n-1} a t_n , e a única aproximação do passo seguinte é y_n . Os

coeficientes do método são calculados a fim de se reduzir o erro para garantir a precisão da aproximação em y_n .

O método RUNGE-KUTTA é considerado explícito se $a_{ij}=0$ para $j \geq i$, uma vez que os Y_i da Equação 2.24 são determinados baseados em valores conhecidos. Nas suas primeiras versões, o método RUNGE-KUTTA era explícito [Bre96].

Os métodos RUNGE-KUTTA implícitos são úteis para a solução de sistemas rígidos. Comparados aos métodos RUNGE-KUTTA explícitos, nos implícitos existem mais parâmetros a serem considerados na Equação 2.24. Estas técnicas de integração apresentam grande aplicação na solução numérica de EDOs.

Uma variante dos métodos RUNGE-KUTTA implícitos baseados nas fórmulas de quadratura Gauss, Lobatto e Chebyshev (fórmulas RADAU) apresentam interessantes características no tratamento e solução das EDAs, estas características são abordadas nos seguintes parágrafos e com maior detalhes serão apresentados no Capítulo 3 uma variante da metodologia RADAU para a solução de sistemas de EDAs rígidas.

Uma classe de problemas onde os métodos RUNGE-KUTTA implícitos apresentam um melhor desempenho em comparação com outros métodos é aquela associada as freqüentes descontinuidades exibidas pelas EDAs. Devido a sua natureza de passo simples, métodos RUNGE-KUTTA implícitos são mais eficientes para essa classe de problemas, uma vez que métodos multipasso devem ser reinicializados, geralmente com uma ordem menor, após de cada descontinuidade. Neste caso, as ordens do RUNGE-KUTTA implícito é maior, mas em geral, métodos de passo simples não apresentam a mesma ordem de precisão para EDAs ou para as EDOs. Uma outra vantagem dos métodos RUNGE-KUTTA implícitos é a possibilidade de construir fórmulas A-estável de ordem elevadas.

Um método RUNGE-KUTTA implícito de M estágios aplicado na solução de EDAs é representado na forma:

$$F\left(t_{n-1}+c_i \cdot h, y_{n-1}+h \cdot \sum_{i=1}^M a_{ij} \cdot Y_j', Y_i'\right) = 0 \quad (2.25)$$

$$y_n = y_{n-1} + h \cdot \sum_{i=1}^M b_i \cdot Y_i'$$

Onde $h=t_n-t_{n-1}$ e $i=1,2,\dots,M$. As quantidades Y_i' são estimadas para $y'(t_{n-1}+c_i h)$ e são conhecidas como estágios derivativos. Estimativas para $y(t_{n-1}+c_i h)$ podem ser obtidas pela definição de Y_i' 's intermediários como:

$$Y_i = y_{n-1} + h \sum_{i=1}^M a_{ij} Y_j' \quad (2.26)$$

2.5.2. Métodos Multi-Passo

Um método numérico é chamado de multi-passo caso sejam usadas informações obtidas em $t_{j-1}, t_{j-2}, \dots, t_{j-k}$ para a obtenção da aproximação y_j em t_j [Asc98, Hai96]. A forma geral desse método é representada pela Equação 2.27, ou na forma compacta dada pela Equação 2.28.

$$\alpha_k \cdot y_{j+k} + \alpha_{k-1} \cdot y_{j+k-1} + \dots + \alpha_0 \cdot y_j = \Delta t \cdot [\beta_k \cdot f_{j+k} + \dots + \beta_0 \cdot f_j] \quad (2.27)$$

$$\frac{\sum_{r=0}^k \alpha_r \cdot y_{j+r}}{\Delta t} = \sum_{r=0}^k \beta_r \cdot f_{j+r} \quad (2.28)$$

Essa última é utilizada para avaliar a “consistência” dos métodos multi-passo. Nesse contexto será considerada a aplicação dos valores exatos $y(t_r)$ a esses algoritmos, ganhando uma forma de avaliar o resíduo ou erro da aproximação utilizada. Assim, com $y(t_r)$ no lugar de y_r , tem-se a relação dada pela Equação 2.29 que não se anula, e sim fornece o erro de discretização, como será visto mais adiante.

Retornando a Equação 2.27, observa-se na sua estrutura uma combinação linear de valores y_r em pontos anteriores ao ponto onde se realiza a aproximação. Estes métodos não oferecem dificuldades, e por isso são muito utilizados.

$$\frac{\sum_{r=0}^k \alpha_r \cdot y_{(t_j+r.\Delta t)}}{\Delta t} - \sum_{r=0}^k \beta_r \cdot f_{(t_j+r.\Delta t, y_{(t_j+r.\Delta t)})} \quad (2.29)$$

- **Fórmulas Explícitas e Implícitas**

A Equação 2.27 ilustra uma fórmula de passo k , onde para se determinar y_{j+k} são utilizados valores aproximados em k pontos anteriores ($t_j, t_{j+1}, \dots, t_{j+k-1}$). Os parâmetros α_k e β_k são os coeficientes do método e são sempre reais, sendo escolhidos de modo a satisfazer as condições iniciais de “estabilidade” e de “ordem de convergência”. Além disso, tem-se sempre $|\alpha_k| + |\beta_k| \neq 0$ e $\alpha_k \neq 0$ para que, efetivamente, a fórmula seja de passo k [But99].

A Equação 2.28 é considerada explícita se o cálculo de y_{n+k} utilizar os valores de $y_{j+k-1}, \dots, y_{j+1}$ e y_j , como mostra a Equação 2.30. Esta fórmula é considerada implícita se o cálculo de y_{j+k} depender da avaliação prévia de $f_{j+k} = f(t_{j+k}, y_{n+k})$, como mostra a Equação 2.31.

$$y_{j+3} = \frac{1}{3}(y_{j+2} + y_{j+1} + y_j) + \frac{\Delta t}{6}(13.f_{j+2} - 4.f_{j+1} + 3.f_j) \quad (2.30)$$

$$y_{j+2} = y_j + \frac{\Delta t}{3}(f_{j+2} + 4.f_{j+1} + f_j) \quad (2.31)$$

Uma outra observação deve ser feita com relação aos métodos multi-passo. Na Equação 2.30 quando $j = 0$, para se obter y_3 (ou y_2 , no caso da Equação 2.31), são necessárias aproximações prévias para y_1 e y_2 , podendo ser obtidas através de um método de passo simples. A escolha de métodos para serem usados na avaliação das aproximações prévias, necessárias às fórmulas multi-passo, deve obedecer a critérios que garantam a ordem final do método multi-passo. Portanto, é aconselhável usar nas avaliações prévias métodos que tenham, pelo menos, a mesma ordem que a do método multi-passo.

- **Erro Local ou de Discretização (Teórico) Para Métodos Multi-passo**

A função $\delta_j = T_{[y]}(t_j)$ determina o erro sendo este definido pela Equação 2.32, correspondendo ao erro local resultante da aplicação da Equação 2.27 para um problema do tipo $y' = f(x, y(t))$. Verifica-se que se os coeficientes C_0 e C_1 , formados com os valores de α e β que definem o método estudado forem diferentes de zero, o erro aumenta a medida que Δt diminui. Isso não resultaria em um processo convergente [Asc98, But99].

$$T_{[y]}(t_j) = \frac{\sum_{r=0}^k \alpha_r \cdot y(t_j + r \cdot \Delta t)}{\Delta t} - \sum_{r=0}^k \beta_r \cdot f(t_j + r \cdot \Delta t, y(t_j + r \cdot \Delta t)) \quad (2.32)$$

$$\delta_j = \Delta t \cdot T_{[y]}(t_j) = \frac{C_0}{\Delta t} \cdot y(t_j) + \Delta t \cdot C_1 \cdot y'(t_j) + \frac{\Delta t \cdot C_2}{2} \cdot y''(t_j) + \dots + \frac{\Delta t^{q-1} \cdot C_q}{q!} \cdot y^{(q)}(\xi_j) + \dots \quad (2.33)$$

$$C_0 = \sum_{r=0}^k \alpha_r$$

$$C_1 = \sum_{r=1}^k \alpha_r \cdot r - \sum_{r=0}^k \beta_r$$

⋮

$$C_q = \frac{1}{q!} \cdot \sum_{r=1}^k \alpha_r \cdot r^q - \frac{1}{(q-1)!} \cdot \sum_{r=1}^k \beta_r \cdot r^{q-1}$$

- **Consistência dos Métodos Multi-passo**

Um método multi-passo é consistente se forem satisfeitas as condições dadas pela Equação 2.34, isto é, o erro de discretização diminuir à medida que Δt tende a zero, significando uma convergência teórica, onde C_0 e C_1 são os mesmos coeficientes que aparecem na Equação 2.33. As condições de consistência (relacionadas ao erro da própria implementação numérica) representam as condições mínimas que um método deve possuir para ser usado [Asc98, But99]. Essas condições simplificam a fórmula para o cálculo do erro local ou de discretização como é mostrado na Equação 2.35. Se $C_2 = C_3 = 0$ e $C_4 \neq 0$, a equação para o cálculo do erro fica simplificada, como mostra a

Equação 2.36, nesse caso o erro é $o(\Delta t^3)$ e diz-se que o algoritmo tem ordem de consistência três.

Formalmente, pode-se definir que um algoritmo linear de passo k tem ordem de consistência p se e somente se os coeficientes C_0, C_1, \dots, C_p são iguais a zero e C_{p+1} diferente de zero [Asc98].

$$C_0 = \sum_{r=0}^k \alpha_r = 0$$

$$C_1 = \sum_{r=1}^k \alpha_r \cdot r - \sum_{r=0}^k \beta_r = 0$$
(2.34)

$$\delta_j = \frac{\Delta t \cdot C_2}{2} \cdot y''(t_j) + \dots + \frac{\Delta t^{q-1} \cdot C_q}{q!} \cdot y^{(q)}(t_j) + \dots$$
(2.35)

$$\delta_j = \frac{\Delta t^3 \cdot C_4}{4!} \cdot y^{(4)}(t_j) + \dots + \frac{\Delta t^{q-1} \cdot C_q}{q!} \cdot y^{(q)}(t_j) + \dots$$
(2.36)

- **Convergência dos Métodos Multi-passo**

Antes de definir a convergência dos métodos lineares multi-passo deve-se considerar inicialmente alguns aspectos importantes. Quando o método numérico de integração aproxima o sistema de EDAs por “equações diferenças”, e é implementado em computador, poderão surgir dois tipos de erro. O primeiro está relacionado à própria aproximação, isto é, ao método numérico escolhido, conhecido como erro teórico ou erro local de discretização. O segundo é chamado de erro prático e está relacionado à utilização do método numérico, dependendo do computador utilizado [Asc98]. Quando o erro teórico não pode ser limitado, caracteriza-se o fenômeno chamado de inconsistência. Quando o erro prático não pode ser limitado, manifestasse uma condição de instabilidade. Se for possível o controle dos erros teórico e prático pode-se, então, garantir a convergência do processo de aproximação (ver Figura 2.2). Vale ressaltar que essa convergência é considerada pontualmente, isto é, em cada ponto $t \in I^*$, à medida que Δt tende a zero, a aproximação deve tender à solução exata $y(t^*)$.

Um método linear de passo k é convergente se e somente for “consistente” e “estável”. Sua ordem de convergência é, no mínimo, igual à da consistência. Deve-se então estudar a estabilidade desses métodos, uma vez que a consistência já foi vista anteriormente.

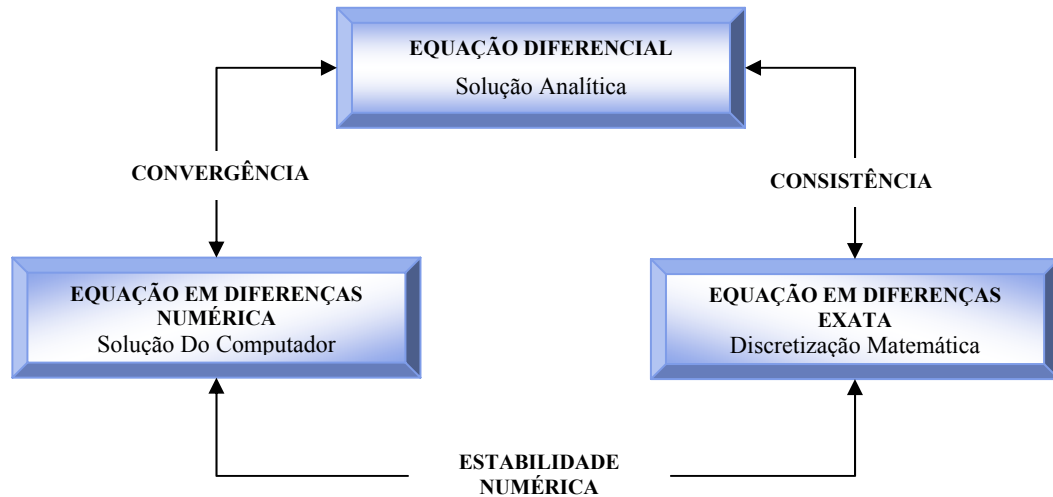


Figura 2.2: Consistência, Estabilidade e Convergência.

- **Estabilidade Numérica**

Até este ponto foi analisada a convergência em função do erro teórico, mas para métodos multi-passo isso não é suficiente. Nesse caso é possível que pequenos erros de arredondamento nos cálculos efetuados pelo computador sejam amplificados pelo método utilizado. Esse efeito, chamado de instabilidade numérica, não depende do erro de discretização. Existem fórmulas multi-passo que são consistentes e instáveis e outras que são estáveis, porém inconsistentes. Em ambos os casos a fórmula não converge.

Para avaliar o grau de estabilidade pode ser mostrado que, considere os polinômios $\rho(\mu)$ e $\theta(\mu)$ associados a Equação 2.27, dados pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \rho(\mu) &= \sum_{i=0}^k \alpha_i \cdot \mu^i = \alpha_k \cdot \mu^k + \alpha_{k-1} \cdot \mu^{k-1} + \dots + \alpha_1 \cdot \mu + \alpha_0 \\ \theta(\mu) &= \sum_{i=0}^k \beta_i \cdot \mu^i = \beta_k \cdot \mu^k + \beta_{k-1} \cdot \mu^{k-1} + \dots + \beta_1 \cdot \mu + \beta_0 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Se for possível garantir que as raízes μ_i de $\rho(\mu) = 0$ e $\theta(\mu) = 0$ satisfaçam as relações abaixo, então o método é estável. As soluções numéricas não são perturbadas por efeitos de amplificação de erro [But99], ou seja, se as condições se verificam, os erros resultantes da utilização prática do método são limitados, garantindo sua estabilidade.

- $|\mu_1| = 1$
- $|\mu_i| \leq 1, \forall i \leq k$
- Toda raiz μ_i de módulo 1, deve ser simples (multiplicidade igual a um).

Pode-se dizer que para um caso inconsistente em cada intervalo a solução numérica se afasta mais da solução exata. Nesse caso, esse efeito é resultante da inconsistência da fórmula. Caso esse problema seja superado, espera-se que as soluções numéricas obtidas aproximem à solução exata do problema. Entretanto, não basta somente ter consistência para que isso ocorra. Na prática, é possível que o erro de arredondamento introduzido pelas aproximações iniciais e pelas sucessivas avaliações da fórmula, seja amplificado, levando a aproximações inexatas.

É importante garantir a consistência e a estabilidade de um determinado método antes de aplicar, o método selecionado. A consistência controla a magnitude do erro de discretização presente em cada intervalo, enquanto a estabilidade controla a maneira pela qual o erro se propaga e se amplifica nos procedimentos de cálculo. Assim, a consistência é uma propriedade “teórica”, enquanto que a estabilidade é uma propriedade “prática”. Da união dessas duas propriedades resulta a convergência do método [But99].

- ***Região de Estabilidade***

O estudo da estabilidade torna-se mais complexo quando se manipula equações diferenciais onde a solução numérica exige maior atenção e métodos especiais. Este é o caso de equações denominadas de “Rígidas” (estas foram abordadas no item 2.4.1). Para auxiliar esse tratamento numérico, usa-se o conceito de região de estabilidade de um método numérico, definido inicialmente, para métodos lineares multi-passos, mas que se aplica a outras famílias de métodos.

O conceito de estabilidade estudado até agora está relacionado com a exigência de que o comprimento de passo Δt tenda a zero, procedimento este normalmente conhecido como “zero-estabilidade”. Entretanto, apenas teoricamente é possível conseguir precisão simplesmente escolhendo-se um Δt suficientemente pequeno. O número de operações envolvidas cresce com Δt tendendo a zero e o acúmulo de erros é inevitável, de truncamento ou de arredondamento, comprometendo a precisão do método. Além disso, o esforço computacional vai ser comprometido, sendo este esforço limitado pela capacidade do computador.

Pelas razões expostas acima, costuma-se usar um comprimento de passo Δt definido em um intervalo $\Delta t_0 < \Delta t < \Delta t_1$, sendo, então, necessário uma análise da estabilidade para $\Delta t > 0$, e fixo. Observe-se que, quando se assume Δt fixo, não se está proibindo sua variação ao longo do processo de integração. Isso ocorre em quase todos os códigos específicos para solução numérica de equações diferenciais. Apenas não se está considerando que Δt deva tender a zero.

Devido a complexidade da análise proposta acima, é conveniente realizá-la mediante o uso de uma Equação diferencial simples, identificada como “Equação de teste de Dahlquist” [Hai96] dada pela Equação 2.38, cuja solução é dada pela Equação 2.39. Esta servirá como teste para que sejam feitas considerações sobre a estabilidade para Δt fixo e variável, dos métodos lineares de passo k . O que for considerado como bom resultado, será generalizado para o estudo de todos os demais problemas.

$$\begin{aligned} y' &= \lambda \cdot y & y(t_0) &= y_0 \\ \bar{h} &= \lambda \cdot \Delta t \end{aligned} \tag{2.38}$$

$$y = e^{\lambda \cdot (t - t_0)} \tag{2.39}$$

A equação teste resulta da aproximação por Séries de Taylor da função f da Equação 2.2, pela expressão $\lambda \cdot y$ [Hai96].

- **Método Previsor-Corretor**

A aplicação de um método de passo k é bastante simples. As fórmulas implícitas por possuírem um parâmetro β_k a mais que as explícitas, e por serem recursivas, podem

ser usadas várias vezes, são mais robustas que as explícitas, isto é, pode-se conseguir ordens mais elevadas [Hai96].

A forma de se usar uma fórmula implícita exige a presença de uma outra, explícita, geralmente da mesma ordem, para avaliação dos valores $y_j^{(0)}$ considerados no cálculo de f_{j+k} (ver item 2.5.1).

A combinação dessas duas fórmulas define o que se chama de método previsor-corretor, ou seja, basicamente existem duas etapas. A primeira (previsor) estabelece um valor inicial para y_{j+k} , geralmente utilizando-se um método explícito. A segunda (corretor) corrige esse valor, geralmente utilizando-se um método implícito, podendo ser aplicado várias vezes, embora sejam recomendadas no máximo duas aplicações [Hai96].

As Equações 2.40 definem os esquemas previsor e corretor para determinado método multi-passo. As Equações 2.41 representam os erros de cada um desses esquemas, já a Equação 2.42 determina o erro para o método previsor-corretor.

$$\begin{aligned} \text{Previsor: } \sum_{r=0}^k \alpha_r^* \cdot y_{j+1-r} &= \Delta t \cdot \sum_{r=1}^k \beta_r^* \cdot f_{j+1-r} \\ \text{Corretor: } \sum_{r=0}^k \alpha_r \cdot y_{j+1-r} &= \Delta t \cdot \sum_{r=1}^k \beta_r \cdot f_{j+1-r} \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\delta^P = y(t_{j+1}) + \sum_{r=1}^k \left[\frac{\alpha_r^*}{\alpha_0} \cdot y(t_{j+1-r}) + \Delta t \cdot \frac{\beta_r^*}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1-r}, y(t_{j+1-r})) \right] \quad (2.41)$$

$$\delta^C = y(t_{j+1}) + \sum_{r=1}^k \left[\frac{\alpha_r}{\alpha_0} \cdot y(t_{j+1-r}) + \Delta t \cdot \frac{\beta_r}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1-r}, y_{j+1-r}) \right] + \Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1-r}, y(t_{j+1-r}))$$

$$\begin{aligned} \delta &= \delta^C + \Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1}, y(t_{j+1}) - \delta^P) - \Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1}, y(t_{j+1})) \\ &= \delta^C + \Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot \left[f(t_{j+1}, y(t_{j+1})) - \delta^P \cdot f(t_{j+1}, y(t_{j+1})) \right] - \Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1}, y(t_{j+1})) \\ &= \delta^C + \Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1}, y(t_{j+1})) \cdot \delta^P \\ &= \delta^C + \delta^P \cdot \left(\Delta t \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \cdot f(t_{j+1}, y(t_{j+1})) \right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

É importante observar que o esquema previsor (usado na determinação dos valores iniciais para o esquema corretor) deve ser pelo menos uma ordem de

convergência menor que o método implícito utilizado no esquema corretor, pois se forem usadas fórmulas menos precisas, a convergência final será do método de mais baixa ordem [Hai96].

3. O MÉTODO DE DIFERENCIAÇÃO REGRESSIVA E O MODIFICADO ESTENDIDO

3.1. INTRODUÇÃO

O capítulo anterior apresentou informação teórica dos conceitos associados aos sistemas de EDAs, identificando-se as dificuldades inerentes na sua estrutura, tratamento e solução. Também, foi feita uma abordagem das definições de estabilidade, consistência e convergência dos métodos numéricos de solução de EDAs. Este fundamento teórico é a base para realizar o estudo dos aspectos relevantes e de análise comparativa das estratégias e métodos de integração envolvidos em cada uma das metodologias BDF e MEBDF. Além disso, aborda-se também uma metodologia conhecida como RADAU. O objetivo é investigar a eficiência dessas técnicas numéricas no tratamento de conjunto EDAs usadas em estudos de estabilidade de sistemas de energia elétrica, em particular a transitória angular e a de tensão de curta- e longa-duração

Observa-se uma certa similaridade na maioria das metodologias pesquisadas na literatura, principalmente nos mecanismos de controle do erro numérico, mudanças de ordem e tamanho do passo de integração. As diferenças principais estão relacionadas com o tipo de métodos numéricos e algumas variantes das estratégias e técnicas heurísticas implementadas em cada metodologia, havendo, portanto, diferença de desempenho computacional (tempo gasto) e numérico (precisão) na solução de problemas específicos.

O presente capítulo descreve cada uma das metodologias de interesse (BDF, MEBDF e RADAU), enfatizando os conceitos associados aos métodos, técnicas, estratégias e diferenças julgadas mais relevantes para atingir os objetivos do presente trabalho. Também serão comentadas as técnicas de esparsidade adicionadas à

metodologia MEBDF, para avaliação do impacto e ganho no desempenho computacional das simulações, desde que, atualmente as técnicas esparsas são consideradas imprescindíveis na maioria das análises dos sistemas de energia elétrica.

3.2. MÉTODO DE DIFERENCIAÇÃO REGRESSIVA (BDF)

Os métodos multipasso mais utilizados para resolver sistemas de EDAs rígidas são os conhecidos Métodos de Diferenciação Regressiva (BDF), usados por Curtis-Hirschfelder em 1952 e por Henrici em 1962. Em 1971, Gear implementou um algoritmo de sistemas de EDAs rígidas conhecido na literatura especializada como DIFSUB, baseado na metodologia BDF com estratégias de mudança de passo e controle de ordem, obtendo resultados interessantes [Hai96].

As fórmulas BDF são construídas mediante um processo de interpolação dos pontos solução y_{j-k+1}, \dots, y_j e y_{j+1} . A interpolação polinomial $P_k(t)$ dada pela Equação 3.1 é uma combinação linear dos polinômios de Lagrange $L_r(t)$ definidos pela Equação 3.2 e representa uma aproximação da trajetória solução no intervalo t_{j+1} . Portanto $P'_k(t)$ avaliada nesse intervalo é igual à derivada $y'(t_{j+1})$ (ver Equação 3.3), onde k representa o número de pontos solução a se considerar no processo de interpolação e t_j é o j -ésimo intervalo.

$$P_k(t) = \sum_{r=0}^k y_{j+1-r} \cdot L_r(t) \quad (3.1)$$

$$L_r(t) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r}}^k \frac{t - t_{j+1-m}}{t_{j+1-r} - t_{j+1-m}} \quad r = 0, \dots, k \quad (3.2)$$

$$P'_k(t_{j+1}) = \sum_{r=0}^k y_{j+1-r} \cdot L'_r(t_{j+1}) = f(t_{j+1}, y_{j+1}) \quad (3.3)$$

Para a determinação da Equação 3.3 é necessário encontrar uma expressão adequada para a derivada dos polinômios de Lagrange. Assim, assumindo um tamanho de passo igual a Δt de tal forma que seja válida a Equação 3.4, é possível reformular a Equação 3.2 e obter na Equação 3.5 uma nova forma de se representar os polinômios de

Lagrange e assim calcular na Equação 3.6 a sua derivada $L'_r(t)$. Finalmente, substituindo a Equação 3.6 na Equação 3.3 obtemos a fórmula geral de diferenciação regressiva BDF, representada pela Equação 3.7 onde o valor dos coeficientes α_r é calculado avaliando a Equação 3.8.

$$t_{j-m+1} = t_j + (l-m).\Delta t \quad (3.4)$$

$$L_r(t) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r}}^k \frac{t - [t_j + (l-m).\Delta t]}{t_j + (l-r).\Delta t - [t_j + (l-m).\Delta t]} = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r}}^k \frac{t - [t_j + (m-l).\Delta t]}{(m-r).\Delta t} \quad (3.5)$$

$$L'_{r(t_{j+1})} = \frac{\partial L_r(t)}{\partial t} \Big|_{t_{j+1}} = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq r}}^k \left[\frac{l}{(l-r).\Delta t} \cdot \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r, l}}^k \frac{m}{(m-r)} \right]_{t_{j+1}} = \frac{\alpha_r}{\Delta t} \quad (3.6)$$

$$\sum_{r=0}^k y_{j+1-r} \cdot \alpha_r = \Delta t \cdot f(t_{j+1}, y_{j+1}) \quad (3.7)$$

$$\alpha_r = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq r}}^k \left[\frac{l}{(l-r)} \cdot \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r, l}}^k \frac{m}{(m-r)} \right]_{t_{j+1}} \quad (3.8)$$

Depois da avaliação das constantes α_r na Equação 3.8 e substituindo-o para cada valor de k (menor o igual a seis) na expressão 3.7, obtém-se as fórmulas BDF listadas na Tabela 3.1, onde q significa a ordem de convergência da fórmula.

Tabela 3.1: Fórmulas BDF com ordem de convergência $q = k$.

k	q	Fórmulas de Diferenciação Regressiva (BDF)
1	1	$y_{j+1} - y_j = \Delta t \cdot f_{j+1}$
2	2	$(\frac{3}{2} \cdot y_{j+1} - 2 \cdot y_j + \frac{1}{2} \cdot y_{j-1}) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
3	3	$(\frac{11}{6} \cdot y_{j+1} - 3 \cdot y_j + \frac{3}{2} \cdot y_{j-1} - \frac{1}{3} \cdot y_{j-2}) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
4	4	$(\frac{25}{12} \cdot y_{j+1} - 4 \cdot y_j + 3 \cdot y_{j-1} - \frac{4}{3} \cdot y_{j-2} + \frac{1}{4} \cdot y_{j-3}) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
5	5	$(\frac{137}{60} \cdot y_{j+1} - 5 \cdot y_j + 5 \cdot y_{j-1} - \frac{10}{3} \cdot y_{j-2} + \frac{5}{4} \cdot y_{j-3} - \frac{1}{5} \cdot y_{j-4}) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
6	6	$(\frac{147}{60} \cdot y_{j+1} - 6 \cdot y_j + \frac{15}{2} \cdot y_{j-1} - \frac{20}{3} \cdot y_{j-2} + \frac{15}{4} \cdot y_{j-3} - \frac{6}{5} \cdot y_{j-4} + \frac{1}{6} \cdot y_{j-5}) = \Delta t \cdot f_{j+1}$

A metodologia foi projetada para resolver problemas de valor inicial da forma implícita [Pet83]:

$$F(t, y, y') = 0 \quad y(t_0) = y_0 \quad y'(t_0) = y'_0 \quad (3.9)$$

Onde F , y e y' são vetores de dimensão n . A derivada na Equação 3.9 é substituída por uma aproximação por diferenças regressivas, processo conhecido como discretização matemática, portanto, o sistema de equações não lineares resultante será solucionado por uma variante do Método de Newton. Por exemplo, substituindo a derivada na Equação 3.9 pela primeira diferença, a seguinte fórmula implícita de Euler é obtida:

$$F\left(t_{j+1}, y_{j+1}, \frac{y_{j+1} - y_j}{\Delta t_{j+1}}\right) = 0 \quad (3.10)$$

Onde a expressão $\Delta t_{j+1} = t_{j+1} - t_j$ representa o tamanho de passo no intervalo t_{j+1} . A Equação 3.10 pode ser resolvida usando-se alguma variante do Método de Newton. Ao invés de sempre usar a fórmula de primeira ordem, Equação 3.10, a técnica aproxima a derivada usando uma fórmula da família BDF, como já indicado na Tabela

3.1, de ordem de convergência $q=k$. Em cada intervalo de integração é escolhida a ordem k e o tamanho de passo Δt_{j+1} , baseado no comportamento da solução.

Resultado do processo de discretização, a Equação 3.11 representa o sistema de equações não lineares que devem ser resolvidas em cada intervalo de tempo, onde α é uma constante que varia quando o tamanho do passo, ou a ordem, mudam, β é um vetor que depende da solução nos intervalos de tempo passados, portanto t , y , α e β são avaliados no instante t_{j+1} . Como um exemplo pode-se visualizar nas Equações 3.11 e 3.12 os valores de α e β para o caso quando a ordem de convergência é igual a seis, calculados a partir das fórmulas BDF mostradas na Tabela 3.1.

$$F_{(t,y,\alpha,y+\beta)} = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\alpha_0}{\Delta t_{j+1}} \quad \beta = y'_{j+1} - \alpha \cdot y_{j+1} \quad (3.11)$$

$$\alpha = \frac{147}{60 \cdot \Delta t_{j+1}}.$$

$$\beta = \frac{-1}{\Delta t_{j+1}} \left[6 \cdot y_j - \frac{15}{2} \cdot y_{j-1} + \frac{20}{3} \cdot y_{j-2} - \frac{15}{4} \cdot y_{j-3} + \frac{6}{5} \cdot y_{j-4} - \frac{1}{6} \cdot y_{j-5} \right] \quad (3.12)$$

3.2.1. Descrição do Esquema Previsor-Corretor do Método BDF

O método BDF apresenta dois estágios, utilizando uma fórmula explícita para o estágio previsor e uma fórmula implícita BDF no corretor, só se formando um sistema de equações não lineares 3.11 no estágio corretor. A Figura 3.1 ilustra a aplicação do método BDF no esquema previsor-corretor.

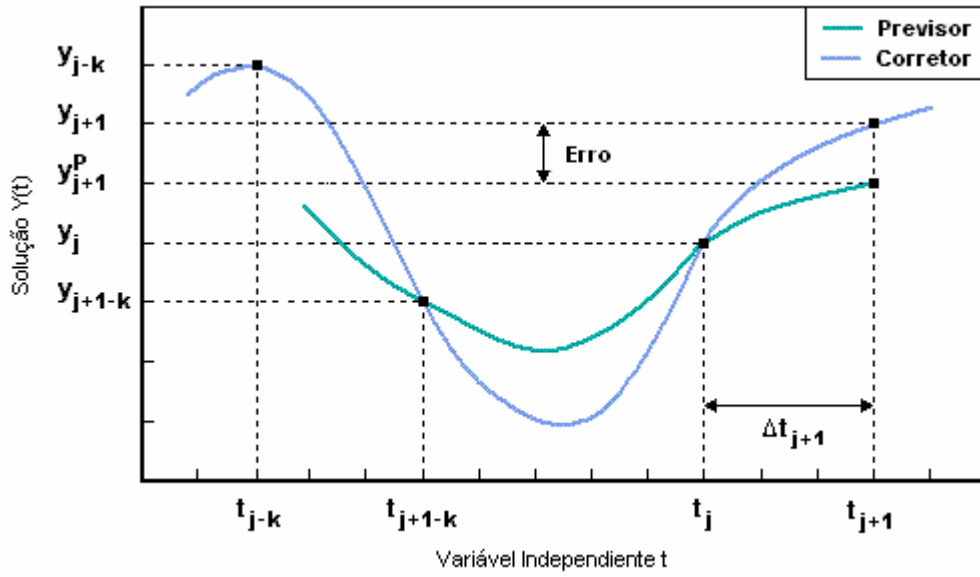


Figura 3.1: Esquema Previsor-Corretor do Método BDF.

Estágio 1 (previsor)

Como já mencionado no parágrafo anterior, no estágio previsor utiliza-se uma fórmula de extrapolação explícita (ou polinômio de diferenças divididas) que interpola os pontos solução y_{j+1-k} nos últimos k intervalos de tempo. O previsor é responsável pela primeira aproximação $y_{j+1}^{(0)}$ através de uma simples avaliação no intervalo de tempo t_{j+1} da Equação 3.13.

$$y_{j+1}^P(t) = y_j + (t-t_j) \cdot [y_j, y_{j-1}] + \dots + (t-t_j)(t-t_{j-1}) \dots (t-t_{j-k+1}) \cdot [y_j, \dots, y_{j-k}] \quad (3.13)$$

Onde as diferenças divididas são definidas na Equação 3.14.

$$\begin{aligned} [y_j] &= y_j \\ [y_j, \dots, y_{j-k}] &= \frac{[y_j, y_{j-1}, \dots, y_{j-k+1}] - [y_{j-1}, y_{j-2}, \dots, y_{j-k}]}{t_j - t_{j-k}} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Esta primeira aproximação será usada no estágio corretor para a determinação da solução final no intervalo t_{j+1} . Da mesma forma, o vetor $y_{j+1}^{(0)}$ é obtido diferenciando-se o polinômio previsor (Equação 3.13) no instante t_{j+1} .

Estágio 2 (corretor)

Na etapa de correção, algumas hipóteses apresentadas por [Byr75, Jac80] permitem o conhecimento implícito do vetor solução y_{j+1} no instante t_{j+1} através da relação com os valores aproximados na etapa de previsão. O polinômio corretor interpolará o polinômio previsor em k pontos igualmente espaçados anteriores a t_{j+1} (onde k é a ordem das fórmulas BDF) obtendo-se o sistema de equações algébricas não lineares representadas por 3.15.

$$\begin{aligned} F(t_{j+1}, y_{j+1}, \alpha \cdot y_{j+1} + \beta) &= 0 \\ \alpha &= -\frac{\alpha_s}{\Delta t_{j+1}} \quad \beta = y_{j+1}^{(0)} + \frac{\alpha_s}{\Delta t_{j+1}} \cdot y_{j+1}^{(0)} \quad \alpha_s = -\sum_{j=1}^k \frac{1}{j} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Nesta metodologia considera-se o estágio corretor o mais relevante dentro do esquema previsor-corretor, com maior interesse na escolha e implementação do método de solução do sistema de equações não-lineares 3.15, onde a constante α está em função do comprimento do passo de integração determinado em t_{j+1} e permanece fixa enquanto não houver variação no comprimento do passo e/ou a ordem do método. Da mesma forma, β permanece constante durante todo o processo iterativo, uma vez que as funções $y_{j+1}^{(0)}$ e $y_{j+1}^{(0)}$ são calculados pelo polinômio previsor na Equação 3.13.

3.2.2. Solução do Sistema Equações Não-Lineares

A metodologia soluciona a Equação 3.15 através de uma versão modificada do Método de Newton, onde o sistema linear da Equação 3.16 é resolvido através de um algoritmo conhecido como LINPACK [Don79]. Nesta equação, c é uma constante escalar selecionada para acelerar a taxa de convergência do estágio corretor, e G é a matriz de iteração calculada a partir da Equação 3.17.

$$y^{(m+1)} = y^{(m)} - c \cdot [G]^{-1} \cdot F_{(t, y^{(m)}, \alpha \cdot y^{(m)} + \beta)} \quad (3.16)$$

$$G = \alpha \cdot \frac{\partial F}{\partial y'} + \frac{\partial F}{\partial y} \quad (3.17)$$

O cálculo da solução do sistema de equações lineares representa a maior porcentagem do tempo total da simulação, porque envolve basicamente três processos conhecidos como avaliação, fatoração da matriz de iteração e o processo “*backward-forward substitution*”. No caso de realizar um tratamento esparsa à matriz de iteração, normalmente serão considerados outros processos adicionais de re-ordenamento ou acondicionamento da matriz de iteração. Todos esses processos serão objeto de estudo e análise no Capítulo 4, onde será apresentado um critério de avaliação do desempenho computacional das metodologias implementadas.

O critério de convergência da Equação 3.16 usa informações das tolerâncias absoluta e relativa fornecidas pelo usuário a fim de estabelecer o critério de parada, em função da taxa de convergência ρ , e as diferenças entre as iterações prévias ao vetor solução procurado ($y_{j+1} - y_j$). O erro da iteração multiplicado pela relação funcional da taxa de convergência deve atender o seguinte critério:

$$\frac{\rho}{1-\rho} \cdot \|y^{(m+1)} - y^{(m)}\| < 0,33 \quad (3.18)$$

Assegurando que a diferença $\|y^* - y^{(m+1)}\|$ é suficientemente pequena, onde y^* corresponde a solução verdadeira. Esta decisão é relevante em termos de confiabilidade e eficiência do processo.

Se o processo iterativo falhar (quatro iterações), a matriz-iteração G é re-avaliada e o processo é reinicializado. Se ocorrer nova falha na convergência para a nova matriz G , o comprimento do passo é reduzido de um fator de $1/4$. Após dez tentativas, ou se o comprimento de passo é tal que $t + \Delta t_{j+1} \approx t$, será emitido uma mensagem final de erro do processo de convergência.

3.2.3. Estratégias de Seleção de Ordem e Passo de Integração

A metodologia BDF utiliza uma estratégia conhecida como coeficiente fixo direcionado (CFD) para decidir qual será o tamanho de passo e a ordem para avançar a solução de um determinado intervalo para o próximo. O CFD é uma estratégia híbrida, porque inclui as melhores características das estratégias de coeficiente fixo e de coeficiente variável, com a finalidade de melhorar a eficiência do processo de variação

da ordem do método e do tamanho de passo de integração, permitindo adaptar métodos BDF de passo fixo para métodos de passo variável [Bre96].

O processo de seleção de ordem e passo de integração é feito através de estratégias baseadas no cálculo dos erros, fixando-se o comprimento dos passos de integração dos últimos intervalos..., t_{j-1}, t_j e ordens ..., k_{j-1}, k_j .

Após atender a condição de convergência, inicia-se outro processo de avaliação correspondente à aceitação do comprimento de passo $\Delta t_{j+1} = t_{j+1} - t_j$ através de uma estratégia de cálculos de erro. Esta etapa corresponde a um dos aspectos mais relevantes da metodologia, ou seja, a confiabilidade em resolver de forma eficiente o sistema de EDAs.

Os dois tipos de erros envolvidos no processo de aceitação ou rejeição do passo, já mencionados anteriormente, estão relacionados ao erro de truncamento local do método e ao processo de interpolação polinomial, sendo este último composto de duas partes [Bre96]. Se considerados estes erros, é elaborada a seguinte condição de decisão:

$$\max \left[\alpha_{k+1} \cdot (j+1), \left| \alpha_{k+1} \cdot (j+1) + \alpha_s - \alpha^0 \cdot (j+1) \right| \right] \cdot \left\| y_{j+1} - y_{j+1}^{(0)} \right\| \leq 1 \quad (3.19)$$

O comprimento de passo é rejeitado se a condição acima não for satisfeita e o cálculo da ordem do método independe da aceitação do passo de integração.

Após teste de verificação do comprimento do passo e do cálculo da ordem do método, é realizada uma nova tentativa se falhar para encontrar um comprimento de passo que satisfaça as condições estabelecidas, ou seguirá em frente calculando novos passos [Sha75]. O erro na nova ordem k é estimado como se os últimos $j+1$ intervalos fossem calculados com o novo passo. É escolhido o novo passo de integração de forma conservativa Equação 3.20 para que o erro seja a metade do valor da tolerância do erro de integração desejado.

$$\begin{aligned} \Delta t_{novo} &= r \cdot \Delta t_{velho} \\ r &= (2 \cdot Est)^{\frac{-1}{k+1}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Est representa o erro estimado para o método de ordem k selecionado para o intervalo seguinte.

Quando se tem uma condição na qual o comprimento de passo foi aceito, o seu comprimento aumenta apenas se for possível dobrá-lo. Se for necessária uma redução, o comprimento do passo é reduzido de pelo menos um fator $r = 0,9$, e no máximo de $r = 0,5$.

Por outro lado, quando se encontra numa condição na qual o comprimento de passo foi rejeitado, sendo a primeira tentativa desde a última aceitação, o fator r é dado pela equação 3.20 e multiplicado por $0,9$. O comprimento do passo de integração é reduzido no mínimo pelo fator $r = 0,9$ e no máximo pelo fator $r = 0,25$. Após a segunda tentativa sem êxito, o passo de integração é reduzido por um fator $1/4$. Depois de três tentativas sem sucesso, a ordem é reduzida a 1 e o comprimento do passo é reduzido por um fator de $1/4$ sempre que o teste falhar. Atingindo-se um comprimento de passo tal que $t + \Delta t \approx t$, o simulador envia uma mensagem de erro. Este comprimento do passo Δt_{min} , representa o comprimento da condição de $t + \Delta t_{j+1} \approx t$ e é calculado através seguinte equação:

$$\Delta t_{min} = 4 \cdot \bar{\varepsilon} \cdot \max(|t_j|, |Tout|) \quad (3.21)$$

Onde $\bar{\varepsilon}$ representa o erro da unidade de arredondamento e $Tout$ é o ponto final solicitado pelo usuário.

3.2.4. Estratégias de Avaliação da Matriz Jacobiana

A matriz-iteração G , dada pela Equação 3.17, estima as sensibilidades da função F em relação às n variáveis do vetor solução y (matriz Jacobiana de estado), e da sua derivada y' . As atualizações (avaliações) quando necessárias, são feitas em t_{j+1} com os valores do vetor solução y_{j+1} e da sua derivada y'_{j+1} , sendo que $j+1$ representa a iteração atual do processo.

As matrizes de sensibilidade $\partial F / \partial y'$ e $\partial F / \partial y$ variam pouco ao longo de vários intervalos de integração. Por outro lado, α varia quando o tamanho do passo de integração, ou a ordem do método usado varia. Se a matriz de derivadas e a constante α

não tiverem variado de forma significativa desde a última computação, é desejável usar a última matriz computada ao invés de fazer uma reavaliação da matriz em cada intervalo no tempo. Portanto, se \hat{G} é a matriz de iteração armazenada a partir dos intervalos de tempo anteriores, tem-se:

$$\hat{G} = \hat{\alpha} \cdot \frac{\partial F}{\partial y'} + \frac{\partial F}{\partial y} \quad (3.22)$$

Onde $\hat{\alpha}$ depende do tamanho do passo e da ordem do método em alguns intervalos de tempo anteriores quando a matriz \hat{G} foi calculada pela última vez, a iteração usada passa a ser:

$$y^{(m+1)} = y^{(m)} - c \cdot [\hat{G}]^{-1} \cdot F_{(t, y^{(m)}, \alpha, y^{(m)} + \beta)} \quad (3.23)$$

3.3. MÉTODO BDF MODIFICADO E ESTENDIDO (MEBDF)

Atualmente os métodos BDF são considerados os mais adequados para a solução numérica de problemas de valor inicial de sistemas de EDAs rígidas, mas existem na literatura novas metodologias que podem oferecer vantagens sobre os métodos BDF convencionais. Uma dessas metodologias é o método BDF modificado e estendido, apresentando características particularmente eficientes durante o processo de solução de sistemas de EDAs com índice menor igual a três [Cas00].

Uma das características mais relevantes da metodologia MEBDF está relacionada com a sua formulação modificada e estendida, relativa à metodologia BDF convencional. Permitindo-se superar a segunda barreira de Dahlquist [Hai96], resume-se na impossibilidade de obter um método multipasso de ordem maior que dois com característica A-estável.

A formulação da metodologia MEBDF é proposta para alcançar ordens de convergência menores ou iguais a quatro, mantendo sua característica A-estável. Portanto a metodologia é considerada $A_{(\alpha)}$ -estável para ordens menores ou iguais a nove e *Stiff*-estável para ordens maiores a nove. Estas propriedades de estabilidade são consideravelmente melhores que as atingidas pelos métodos baseados nas fórmulas BDF convencionais [Cas83, Cas92, Cas00].

O método MEBDF é um método previsor-corretor, apresentando duas etapas no estágio previsor e uma no estágio corretor. Na primeira etapa é calculado o ponto \bar{y}_{j+k} utilizando-se uma fórmula BDF de ordem k baseada na interpolação dos pontos solução $y_j, y_{j+1}, \dots, y_{j+k-1}$.

No segundo estágio é usada outra fórmula BDF de ordem k para calcular o ponto determinado como “super-futuro” \bar{y}_{j+k+1} e sua derivada \bar{y}'_{j+k+1} . Com os pontos solução $y_j, y_{j+1}, \dots, y_{j+k-1}, \bar{y}_{j+k}, \bar{y}_{j+k+1}, \bar{y}'_{j+k+1}$ obtidos no estágio previsor é calculado numa terceira etapa correspondente ao estágio corretor, a solução aproximada y_{j+k} para o ponto t_{j+k} , utilizando uma nova fórmula BDF modificada e estendida de ordem de convergência $k+1$. As fórmulas BDF utilizadas nas três etapas são representadas na sua forma geral pela Equação 3.24 e uma representação gráfica de todo o processo iterativo previsor-corretor é mostrado na Figura 3.2

A estabilidade e precisão deste método são muito dependentes das fórmulas usadas no estágio previsor, especificamente na fase um. As fórmulas no esquema previsor devem ser pelo menos de ordem k se todo o processo preditor-corretor for de ordem de convergência $k+1$.

$$y_{n+k} + \sum_{j=0}^{k-1} \hat{\alpha}_j \cdot y_{n+j} = \Delta t \cdot [\hat{\beta}_{k+1} \cdot f_{n+k+1} + \hat{\beta}_k \cdot f_{n+k}] \quad (3.24)$$

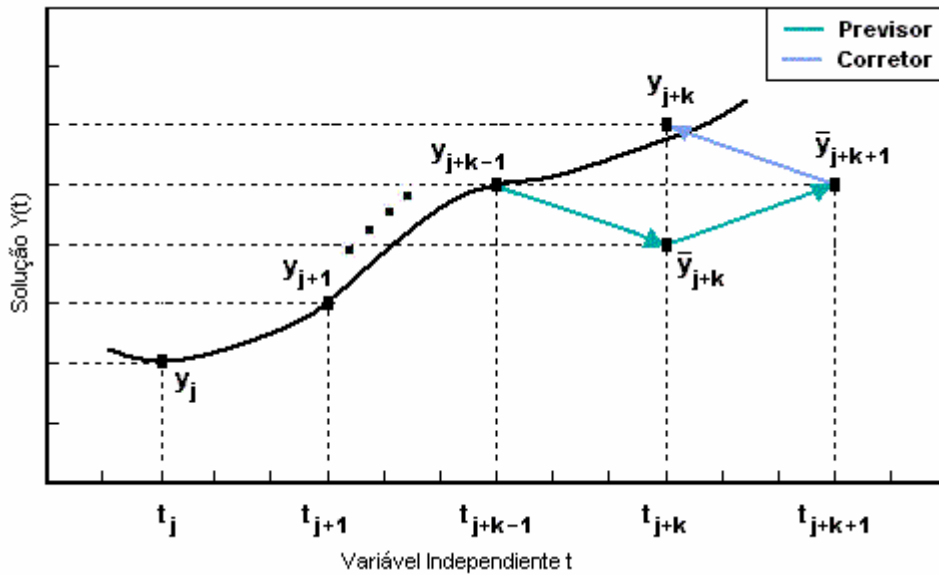


Figura 3.2: Processo Iterativo Preditor-Corretor.

3.3.1. Descrição do Esquema Predisor-Corretor do Método MEBDF

Etapa 1 (previsor)

Nesta etapa utiliza-se uma fórmula de diferenciação regressiva convencional BDF implícita dada pela Equação 3.25, para a interpolação dos pontos solução $y_j, y_{j+1}, \dots, y_{j+k-1}$ (k pontos) e calcula os valores iniciais do vetor solução \bar{y}_{j+k} no intervalo de tempo t_{j+k} , sendo esta uma solução prévia que será usada nas etapas seguintes. Esta etapa é muito importante porque constitui uma excelente aproximação para se conseguir a solução na etapa três. A matriz de iteração G^P do esquema de Newton Modificado tem a forma apresentada na Equação 3.26, onde I é a matriz identidade e J representa a matriz Jacobiana. Um fluxograma detalhado desta etapa é mostrado na Figuras 3.3 - 3.4.

$$\bar{y}_{j+k} + \sum_{r=0}^{k-1} \bar{\alpha}_r \cdot y_{j+r} = \Delta t \cdot \bar{\beta}_k \cdot f(t_{j+k}, \bar{y}_{j+k}) \quad (3.25)$$

$$G^P = [I - \Delta t \cdot \bar{\beta}_k \cdot J] \quad (3.26)$$

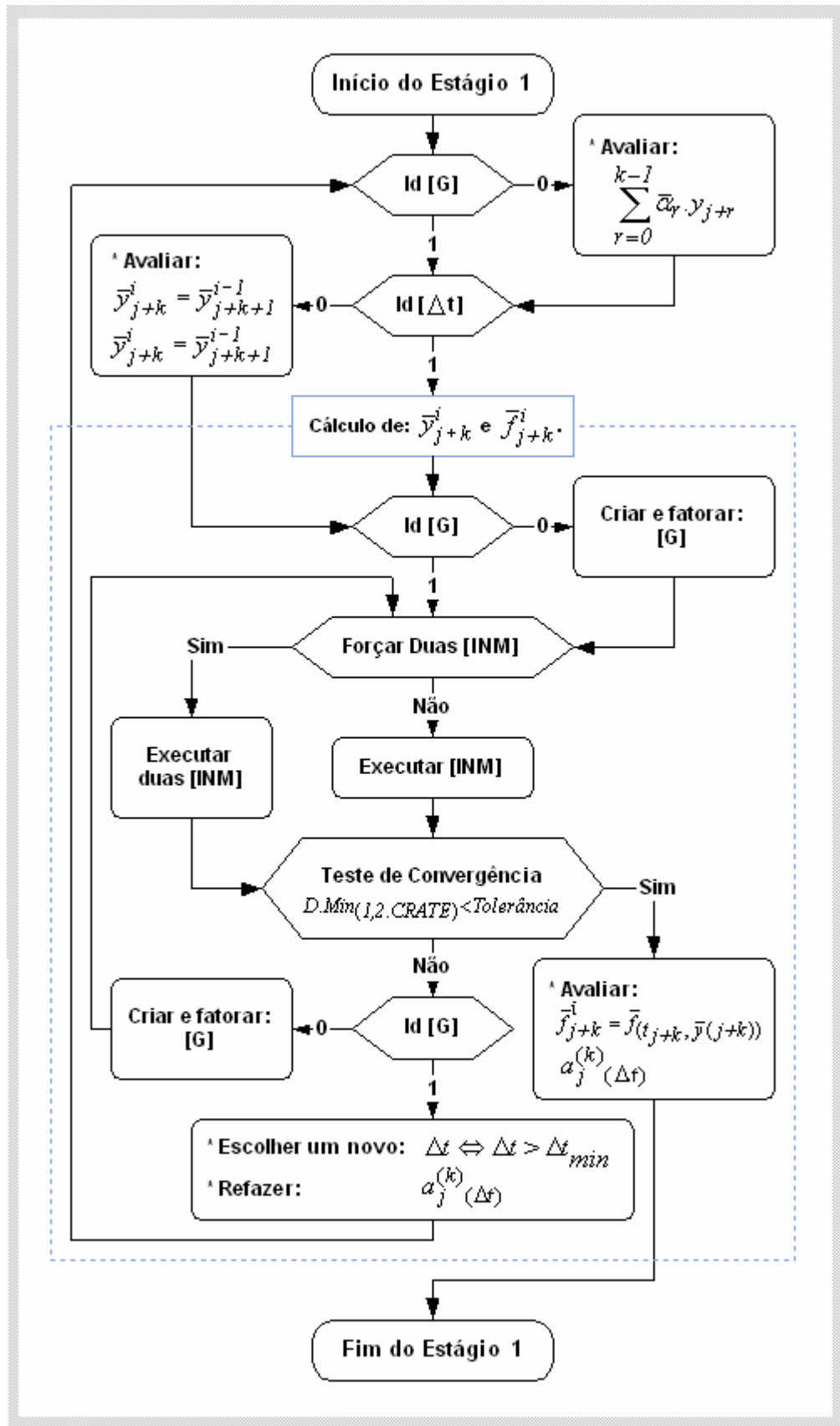


Figura 3.3: Fluxograma da Etapa 1 (Esquema Predictor).

Simbologia Apresentada no Fluxograma

[G]	:	Matriz de iteração
[INM]	:	Iteração Newton Modificado
$a_j^{(k)}(\Delta t)$:	Array histórico de diferenças regressivas
$\text{Id}[G]$	=	$\begin{cases} 1 \Leftrightarrow \text{Matriz de iteração atualizada} \\ 0 \Leftrightarrow \text{Matriz de iteração desatualizada} \end{cases}$
$\text{Id}[\Delta t]$	=	$\begin{cases} 1 \Leftrightarrow \text{Depois de uma mudança do comprimento do passo} \\ 0 \Leftrightarrow \text{Comprimento do passo sem modificação nenhuma} \end{cases}$

Etapa 2 (previsor)

Nesta etapa se usa uma fórmula BDF convencional dada pela Equação 3.27 para a interpolação dos pontos solução $y_{j+1}, y_{j+2}, \dots, y_{j+k-1}, \bar{y}_{j+k}$ (k pontos), e calcula um ponto super-futuro \bar{y}_{j+k+1} e sua derivada \bar{y}'_{j+k+1} . Esta solução servirá como uma aproximação ótima para a solução no estágio um, do próximo intervalo t_{j+k+1} . A matriz de iteração G^P do esquema Newton Modificado será a mesma que no estágio um. Maiores detalhes estão ilustrados no fluxograma da Figura 3.4.

Em ambos os estágios (ou etapas), pertencentes ao esquema previsor, a matriz Jacobiana J é calculada e formada com a frequência necessária para obter uma convergência ótima, embora, a matriz Jacobiana seja mantida fixa sendo normalmente usada nos intervalos de tempo sucessivos.

$$\bar{y}_{j+k+1} + \bar{\alpha}_{k-1} \cdot \bar{y}_{j+k} + \sum_{r=0}^{k-2} \bar{\alpha}_r \cdot y_{j+r+1} = \Delta t \cdot \bar{\beta}_k \cdot f(t_{j+k+1}, \bar{y}_{j+k+1}) \quad (3.27)$$

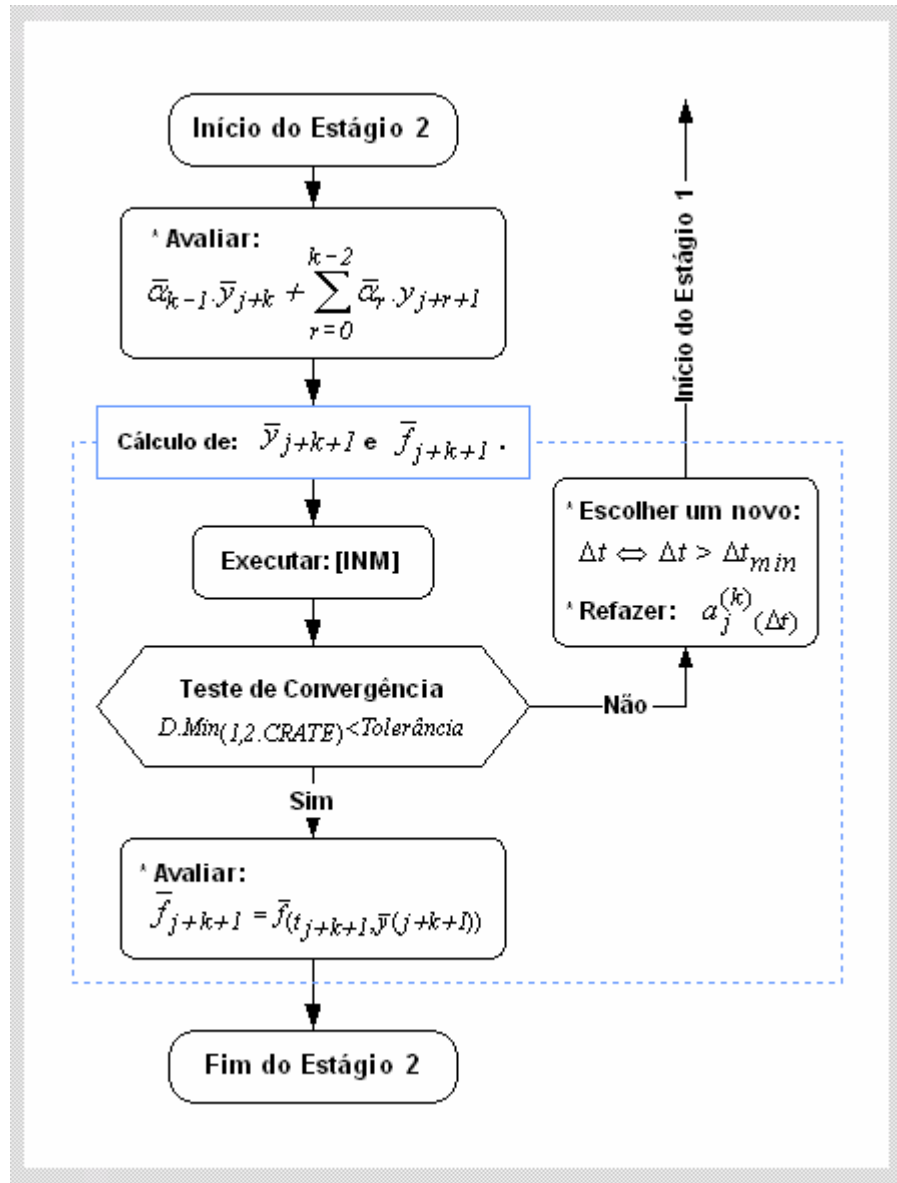


Figura 3.4: Fluxograma do Estágio 2 (Esquema Predictor).

Etapa 3 (corretor)

Esta etapa foi proposta inicialmente por J.R. Cash [Cas00] como o esquema corretor do método EBDF, que já apresentava os estágios um e dois do esquema predictor descrito nos itens acima. Posteriormente, J.R. Cash divulgou as mudanças feitas especificamente na formulação do método numérico e apresentou as características relevantes de um método EBDF evoluído, conhecido na literatura especializada como o método MEBDF [Cas83, Cas92, Cas00].

O método EBDF no esquema corretor permite o conhecimento implícito do vetor solução y_{j+k} no instante t_{j+k} através do uso da Equação 3.28 utilizando os pontos solução $y_j, y_{j+1}, \dots, y_{j+k-1}$ aproximados durante o esquema predictor e a derivada $\bar{y}'_{j+k+1} = \bar{f}_{j+k+1}$, calculada no segundo estágio. Durante a etapa três, a matriz de iteração G^C do esquema Newton Modificado terá a forma apresentada pela Equação 3.29. O fato de ter valores diferentes para as constantes $\bar{\beta}_k$ e $\hat{\beta}_k$, é uma desvantagem do método EBDF, uma vez que se tem a necessidade de se calcular e fatorar as duas matrizes de iteração G^P e G^C nos esquemas predictor e corretor respectivamente, ocasionando um aumento no esforço computacional e como consequência um aumento no tempo computacional total.

Para amenizar essa desvantagem, a Equação 3.28 do algoritmo EBDF foi modificada e substituída pela Equação 3.30. Esta mudança na formulação do método EBDF permite ter a mesma matriz de iteração $[G] = G^C = G^P$ para os esquemas predictor e corretor. Esta modificação surtiu um bom efeito melhorando a estabilidade, a eficiência e o desempenho computacional do método[Cas00]. Por essa razão, o método desenvolvido é conhecido como MEBDF sendo A-estável para uma ordem menor ou igual a quatro e $A_{(w)}$ -estável para uma ordem menor ou igual a nove. Uma comparação das regiões de estabilidade no plano complexo entre os métodos BDF e MEBDF é apresentada nas Figuras 3.5 - 3.7; e na Tabela 3.2 são indicados os ângulos de estabilidade para as metodologias BDF, EBDF e MEBDF, confirmando-se a superioridade e as grandezas da metodologia MEBDF em comparação aos demais métodos. Detalhes deste estágio são apresentados no fluxograma da Figura 3.8.

$$y_{j+k} + \sum_{r=0}^{k-1} \hat{\alpha}_r \cdot y_{j+r} = \Delta t \cdot [\hat{\beta}_{k+1} \cdot \bar{f}_{j+k+1} + \hat{\beta}_k \cdot f_{j+k}] \quad (3.28)$$

$$G^C = [I - \Delta t \cdot \hat{\beta}_k \cdot J] \quad (3.29)$$

$$y_{j+k} + \sum_{r=0}^{k-1} \hat{\alpha}_r \cdot y_{j+r} = \Delta t \cdot [\hat{\beta}_{k+1} \cdot \bar{f}_{j+k+1} + \bar{\beta}_k \cdot f_{j+k} + (\hat{\beta}_k - \bar{\beta}_k) \cdot \bar{f}_{j+k}] \quad (3.30)$$

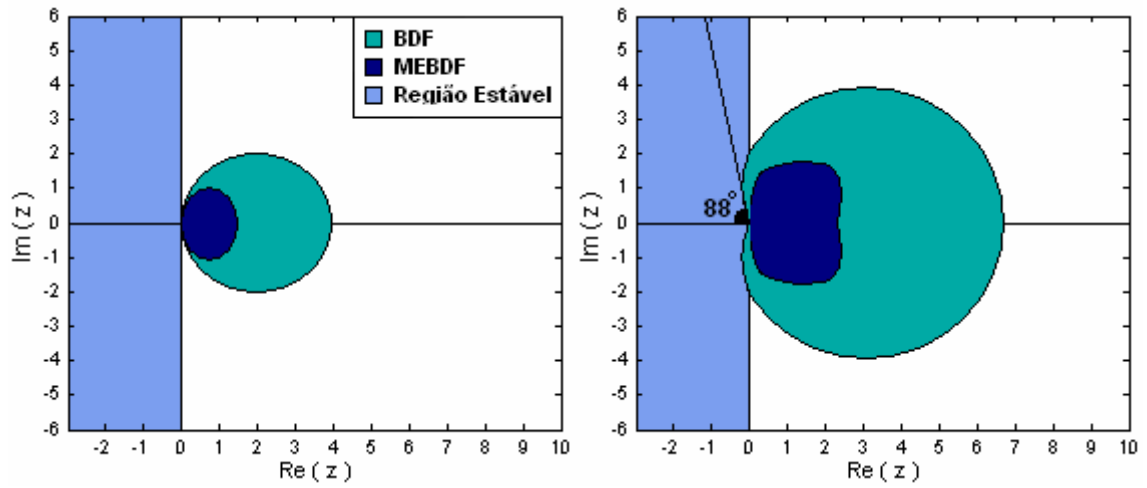


Figura 3.5: Regiões de Estabilidade Ordem 2 (esquerda) e 3 (direita).

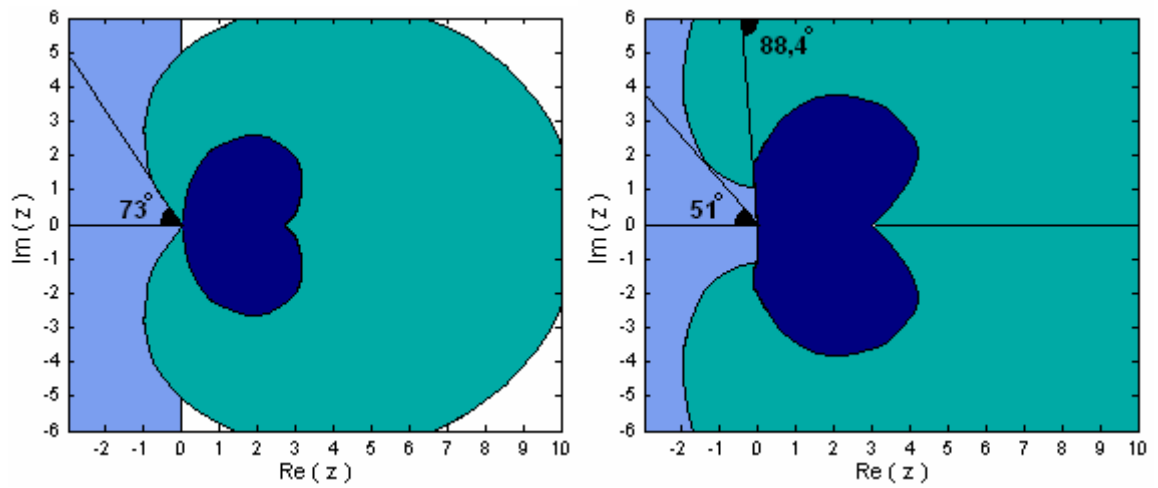


Figura 3.6: Regiões de Estabilidade Ordem 4 (esquerda) e 5 (direita).

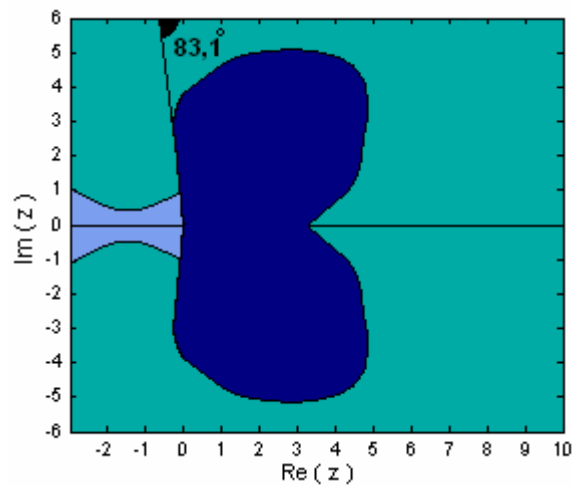


Figura 3.7: Região de Estabilidade Ordem 6.

Tabela 3.2: Ângulos de estabilidade das metodologias BDF, EBDf e MEBDF.

K	1	2	3	4	5	6	7	8
Q (MEBDF, EBDf)	2	3	4	5	6	7	8	9
α (MEBDF)	90	90	90	88,4	83,1	74,5	62	43
α (EBDF)	90	90	90	87,6	80,2	67,2	49	20
Q (BDF)	1	2	3	4	5	6	7	8
α (BDF)	90	90	88	73	51	18	-	-

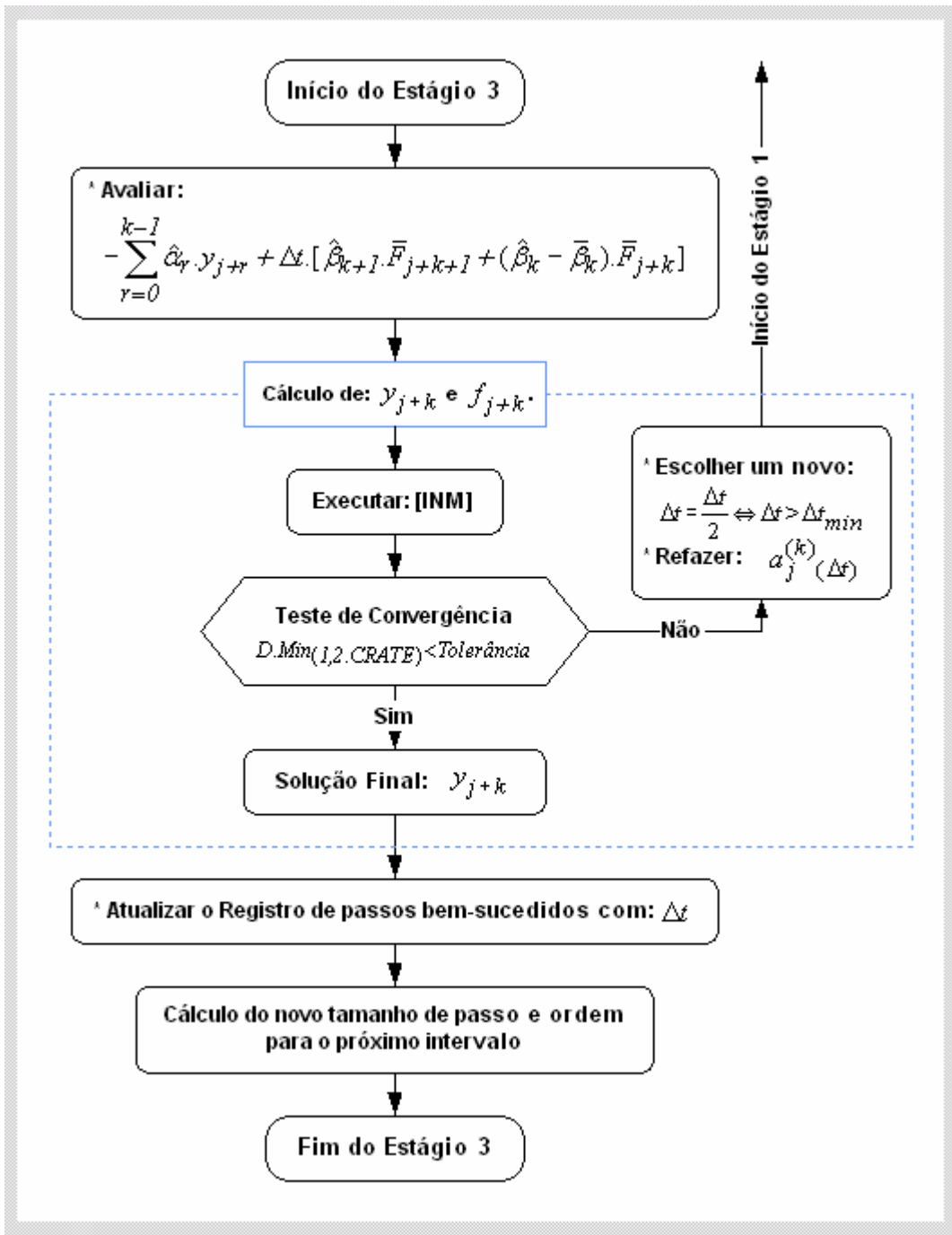


Figura 3.8: Fluxograma da Etapa 3 (Esquema Corretor).

3.3.2. Estratégia de Convergência do Esquema Newton Modificado

Geralmente, os métodos convencionais de Newton são limitados por dois fatores. O primeiro está relacionado ao alto custo computacional devido ao processo iterativo inerente a fatoração da matriz de iteração. O segundo corresponde ao aspecto

confiabilidade, já que a convergência da solução desejada não é garantida a não ser que a estimativa inicial esteja suficientemente próxima do ponto procurado [Bur89]. Devido a esses inconvenientes, entre as variantes desenvolvidas, o Método Newton Modificado (MNM) é a ferramenta analítica usada para encontrar a solução da formulação da iteração-corretor, no final de cada intervalo de integração; mitigando o custo computacional, mantendo a configuração completa da matriz durante várias iterações e/ou passos de integração.

Nos últimos anos foram realizados importantes avanços na investigação do problema do cálculo de bons índices de convergência do esquema Newton Modificado usado para resolver fórmulas implícitas durante o processo de integração de um PVI [Sha80]. Existem muitas dificuldades quando é preciso decidir o que fazer quando o processo Newton Modificado converge numa só iteração e o valor estimado para os índices de convergência é muito pobre devido a proximidade dos valores usados para calculá-lo com os erros de precisão da máquina. Para decidir se a atual iteração convergiu ou não, tipicamente se utiliza um índice de convergência, estimada em passos de integração anteriores. Em geral, a forma de realizar este teste é a seguinte:

$$D.Min_{(1,2.CRATE)} < Tolerância \quad (3.31)$$

Onde D é alguma norma residual (normalmente equilibrada por um peso) e $CRATE$ é o valor estimado do índice de convergência do Método Newton Modificado. Se a eficiência computacional tiver um papel importante durante a execução do algoritmo, então é necessário obter bons índices de convergência. Uma alternativa para alcançar este objetivo é obrigá-lo a realizar pelo menos duas iterações Newton Modificado em um número selecionado dos primeiros passos BDF (primeiro estágio do esquema previsor), embora nem sempre fique claro em que momento deverá ser efetuado esta iteração Newton Modificado adicional [Cas92].

Se mais de uma iteração for necessária para a convergência no primeiro passo BDF (primeiro estágio do esquema previsor), então não é preciso modificar este procedimento. Também, pode ocorrer uma tentativa de mudança no tamanho do passo e possivelmente da ordem do método nos dois últimos passos, então não seria recomendável forçar uma iteração extra do Newton Modificado, visto que uma mudança no tamanho de passo exigiria a formação de uma nova matriz de iteração e o índice de

convergência estimado poderia não ser válido para essa matriz. Um bom índice de convergência pode melhorar significativamente o desempenho computacional da metodologia, portanto, acredita-se que essa é uma área que merece maior atenção [Cas92].

3.3.3. Registro dos Tamanhos dos Passos de Integração Prévios

O algoritmo mantém um registro dos tamanhos dos passos prévios que foram aceitos e que foram bem sucedidos no processo de integração. Esta informação é usada para decidir o quê fazer quando um tamanho de passo de integração é recusado. Pode acontecer que, ao tentar incrementar o tamanho de passo, este processo tenha falhado duas vezes consecutivas e não consiga passar pelo teste de erro. Então, a estratégia a ser seguida para superar este problema seria calcular um novo tamanho de passo ótimo e continuar tentando passar no teste de erro [Cas92].

Para evitar a repetição de uma nova rejeição do tamanho de passo, a metodologia adota uma estratégia diferente que consiste em escolher um novo tamanho de passo calculado da seguinte forma:

$$\Delta t = \text{Min}(\Delta t_{\text{ótimo}}, \Delta t_{\text{êxito}}) \quad (3.32)$$

Δt : Novo comprimento de passo

$\Delta t_{\text{ótimo}}$: Passo ótimo estimado

$\Delta t_{\text{êxito}}$: Último passo bem-sucedido

É possível ampliar mais um pouco esta idéia para apontar problemas de estabilidade de acordo com o comprimento dos passos adotados nos intervalos anteriores. [Kro86].

3.3.4. Estratégia de Avaliação da Matriz Jacobiana

Seguindo as idéias de outros pesquisadores [Cur78, Cha78, Sha79], J.F. Cash, adotou uma estratégia para reduzir o número de avaliações da matriz Jacobiana. Esta estratégia consiste em usar uma *cópia* da matriz Jacobiana antiga enquanto esta não produzir efeitos negativos, não sendo necessário atualizá-la. Certamente, o maior problema aqui é decidir quando é conveniente atualizar a matriz Jacobiana e quando um

antigo valor deveria ser usado. Em alguns casos a decisão é clara. Por exemplo, quando a iteração Newton Modificado não atinge a convergência no primeiro passo BDF, a matriz Jacobiana é reavaliada, então a matriz de iteração $[G]$ é fatorada mais uma vez e o processo é re-iniciado. Isto significa que de fato se está usando uma matriz de iteração que foi formada com uma cópia prévia da matriz Jacobiana, estando portanto desatualizada.

Quando é formada uma nova matriz de iteração $[G]$ como resultado da mudança de passo ou da ordem, não está claro se deveria ser usada uma matriz Jacobiana antiga ou avaliar uma nova. O que se propõe é fundamentar esta decisão nos índices de convergência das iterações Newton Modificado dos passos anteriores. O algoritmo usado é apresentado no Fluxograma da Figura 3.11.

Esta estratégia de avaliar a matriz Jacobiana, quando necessário, tem a finalidade de manter o número necessário de avaliações em um valor consideravelmente menor que os necessários por outros algoritmos [Cas92]. Nos resultados apresentados no Capítulo 4, observa-se que o número de avaliações da matriz Jacobiana é consideravelmente menor quando é usada a metodologia baseada nos BDFs convencionais.

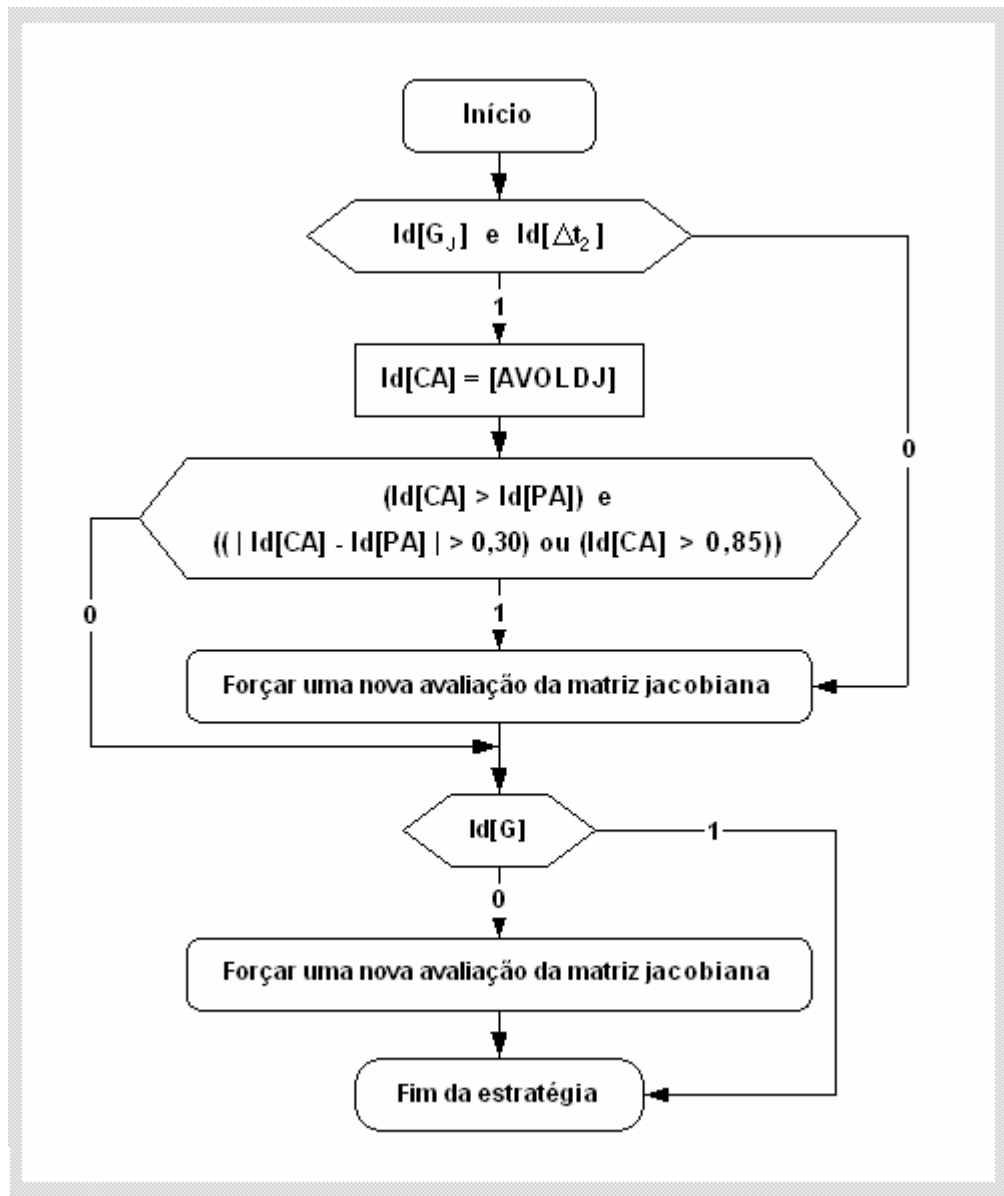


Figura 3.9: Estratégia de avaliações da matriz Jacobiana.

Simbologia Apresentada no Fluxograma

$$\text{Id}[G_J] = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow [G] \text{ foi formada usando uma matriz jacobiana antiga} \\ 0 \Leftrightarrow [G] \text{ foi formada usando uma nova matriz jacobiana} \end{cases}$$

$$\text{Id}[\Delta_2] = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \text{Os últimos dois passos foram bem sucedidos} \\ 0 \Leftrightarrow \text{Um dos últimos dois passos foi rejeitado} \end{cases}$$

$$[\text{CFALL}] = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \text{Os últimos dois passos foram bem sucedidos} \\ 0 \Leftrightarrow \text{Um dos últimos dois passos foi rejeitado} \end{cases}$$

[AVOLDJ] : Armazena o valor promédio dos índices [CRATE] quando Id[G_J]

[AVNEWJ] : Armazena o valor promédio dos índices [CRATE] quando Id[G_J]

Id[CA] : Promédio atual dos índices [CRATE]

Id[PA] : Promédio prévio dos índices [CRATE]

3.3.5. Tratamento Esperso da Matriz Jacobiana

O algoritmo MEBDFSD foi apresentado por T.J. Abdulla, J.R. Cash e M.T. Diamantakis em 2000 [Abd00], como uma eficiente e adequada ferramenta para a solução numérica de PVI envolvendo grandes sistemas esparsos de EDOs e EDAs (índice menor igual a três) rígidos. O solver MEBDFI elaborado por T.J. Abdulla, J.R. Cash em 2003 e o MEBDFSD [Maz03] são baseados na metodologia MEBDF apresentada anteriormente, e ambos correspondem a uma extensão do primeiro algoritmo MEBDFDAE elaborado integralmente por J.R. Cash em 1983 [Cas83].

O algoritmo MEBDFSD permite realizar um armazenamento e tratamento esperso dos elementos da matriz Jacobiana, sendo executado através da utilização do algoritmo numérico MA28 [Duf79], usado na solução das equações lineares não simétricas com características esparsas, dentro do processo iterativo Newton Modificado em cada um dos estágios. Enquanto a metodologia MEBDFI não permite aplicar técnicas esparsas no armazenamento dos elementos da matriz Jacobiana e utiliza o conjunto de algoritmos Blas e Lapack [And90, Don88, Don90] desenvolvidos especificamente para o tratamento de sistemas lineares densos (não esparsos).

3.4. MÉTODO BASEADO NA FÓRMULA DE QUADRATURA RADAU

No Capítulo 2 foram apresentados os conceitos associados aos métodos de passo simples RUNGE-KUTTA implícitos, suas vantagens e eficiência no tratamento e

solução de sistemas rígidos de EDAs. Neste item será aprofundada a teoria relacionada especificamente a uma variante destes métodos baseada nas fórmulas de quadratura RADAU.

Rodolphe Radau [Rad80] publicou um extenso documento, apresentando as conhecidas fórmulas de quadratura, dando maior ênfase naturalmente aos métodos Gauss, Lobatto e Chebyshev, conhecidos atualmente como “fórmulas RADAU”. Ao longo do tempo, as fórmulas de quadratura foram estendidas para serem usadas na implementação de métodos para solução de sistemas de EDAs.

Como resultado do desenvolvimento de duas pesquisas, a primeira relacionada com o estudo das principais equações diferenciais e algébricas rígidas [Cra47, Cur52, Fox49, Lou49, Dah63] e a segunda com o desenvolvimento de novas metodologias de integração numérica baseadas na teoria dos métodos de passo simples RUNGE-KUTTA totalmente implícitos [But64, Ehl69, Axe69], foi publicado um artigo sobre os métodos implícitos RUNGE-KUTTA baseado nas fórmulas de quadratura de Radau [But64].

Estas fórmulas de quadratura tornaram possível a evolução dos métodos RUNGE-KUTTA que não eram totalmente implícitos (só permitiam que apenas o primeiro ou o último estágio fosse implícito). Foi dada origem a uma nova família de métodos nomeada “processos II”, posteriormente [Ehl69] e [Axe69] os responsáveis pelas extensões que tornaram os métodos RUNGE-KUTTA implícitos baseados nas fórmulas de quadratura RADAU, em métodos com propriedades A-estável, atualmente conhecidos na literatura como métodos RADAU IIA. [Hai98]

3.4.1. Análise e Descrição da Metodologia RADAU IIA

A formulação dos métodos RUNGE-KUTTA implícitos de S estágios aplicado na solução de EDAs obedece as seguintes equações:

$$F\left(t_{n-1}+c_i \cdot h, y_{n-1}+h \cdot \sum_{j=1}^S a_{ij} \cdot Y_j', Y_i'\right) = 0 \quad (3.32)$$

$$y_n = y_{n-1} + h \cdot \sum_{i=1}^S b_i \cdot Y_i'$$

Cada uma das constantes e variáveis da equação foi descrita no Capítulo 2. Para que um método deste tipo se torne um método RADAU IIA é necessário satisfazer as seguintes condições [Hai96]:

$$\begin{aligned}
 B_{(p)} : \quad & \sum_{i=1}^M b_i \cdot c_i^{q-1} = \frac{1}{q} & q = 1, \dots, p \\
 C_{(\eta)} : \quad & \sum_{j=1}^M a_{ij} \cdot c_j^{q-1} = \frac{c_i^q}{q} & i = 1, \dots, M \quad q = 1, \dots, \eta \\
 D_{(\zeta)} : \quad & \sum_{i=1}^M b_i \cdot c_i^{q-1} \cdot a_{ij} = \frac{b_j \cdot (1 - c_j^q)}{q} & j = 1, \dots, M \quad q = 1, \dots, \zeta
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Onde as condições $B(p)$, $C(\eta)$, $D(\zeta)$ são as fórmulas de quadratura RADAU de ordens p, η e ζ respectivamente. A importância destas condições está relacionada com a determinação da ordem e coeficientes b_i , c_i , e a_{ij} do método. Assim, o método será de ordem p se e somente se, os coeficientes mencionados satisfazem as condições das Equações 3.33 e as relações: $p \leq \eta + \zeta + 1$ e $p \leq 2 \cdot \eta + 2$. A [But64] propõe uma representação dos coeficientes conhecida como diagrama de Butcher apresentado na Equação 3.34, onde A representa a matriz de coeficientes a_{ij} , b o vetor de coeficientes b_i , e c o vetor de coeficientes c_i .

$$\begin{array}{c|ccc}
 & c_1 & c_2 & \dots & c_S \\
 \hline
 c & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1S} \\
 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2S} \\
 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 & a_{S1} & a_{S2} & \dots & a_{SS} \\
 \hline
 b^T & b_1 & b_2 & \dots & b_S
 \end{array} \tag{3.34}$$

A análise de estabilidade usando a equação de teste de Dahlquist é aplicável para os métodos multipasso mas também para os métodos RUNGE-KUTTA implícitos para calcular as regiões de estabilidade no plano complexo. O lugar geométrico das regiões de estabilidade para os métodos RUNGE-KUTTA implícitos é representada usando as fórmulas de aproximação de Padé [Pad92, Hai96] mostradas na Equação 3.35.

$$R_{kj} = \frac{P_{kj}}{Q_{kj}} \tag{3.35}$$

$$\begin{aligned}
P_{kj}(z) &= 1 + \frac{k}{j+k}z + \frac{k(k-1)}{(j+k)(j+k-1)} \cdot \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{k(k-1)\dots 2.1}{(j+k)\dots(j+1)} \cdot \frac{z^k}{k!} \\
Q_{kj}(z) &= 1 - \frac{j}{j+k}z + \frac{j(j-1)}{(j+k)(j+k-1)} \cdot \frac{z^2}{2!} + \dots + (-1)^j \cdot \frac{j(j-1)\dots 2.1}{(j+k)\dots(k+1)} \cdot \frac{z^j}{j!}
\end{aligned}
\tag{3.36}$$

As regiões de estabilidade para os métodos RADAU IIA são obtidas a partir de: $R_{kj} = R_{S-1,S}$, ($M = 1, 3, 5, 7$ e $p = 1, 5, 9, 13$), e são apresentadas na Figura 3.10.

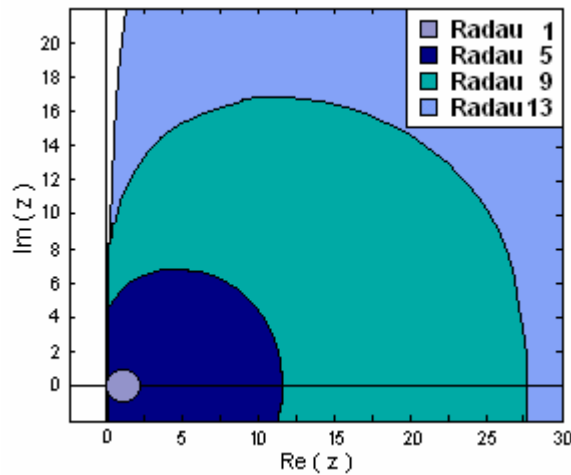


Figura 3.10: Regiões de estabilidade para o método Radau.

Podem-se observar as propriedades A -estável dos métodos RADAU IIA, onde o domínio de estabilidade abrange todo o semi-plano complexo negativo. O método RADAU IIA com ordem (5, 9, 13) e controle de passo variável foi implementado para a solução de sistemas de EDAs (EDOs) rígidos de primeira ordem e índice menor ou igual a três na forma representada pela Equação 3.37.

$$M \cdot y' = f(t, y) \tag{3.37}$$

Onde M é uma matriz constante (possivelmente singular) e torna o sistema explícito quando é diferente da matriz identidade. Se a Equação 3.37 for substituída pela equação $y' = M^{-1} \cdot f(t, y)$, sendo submetida ao método RADAU IIA, então depois de multiplicar as fórmulas pela matriz M , obtém-se o sistema não-linear:

$$M \cdot (Y_i - y_0) = h \cdot \sum_{j=1}^S a_{ij} \cdot f(t_0 + c_j \cdot h, Y_j) \tag{3.38}$$

3.4.2. Solução do Sistema Não-Linear RUNGE-KUTTA

O sistema de equações não-lineares da Equação 3.38 é solucionado usando um método Newton Simplificado (matriz de iteração simplificada). Esse método precisa solucionar um sistema linear por cada iteração, a Equação 3.39 define a matriz de iteração G usada neste processo, considerando-se $Z_i := Y_i - y_0$.

$$G = \begin{bmatrix} M - h.a_{11} \frac{\partial f}{\partial y}(t_0 + c_1.h, y_0 + z_1) & \cdots & -h.a_{1s} \frac{\partial f}{\partial y}(t_0 + c_s.h, y_0 + z_s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -h.a_{s1} \frac{\partial f}{\partial y}(t_0 + c_j.h, y_0 + z_1) & \cdots & M - h.a_{ss} \frac{\partial f}{\partial y}(t_0 + c_s.h, y_0 + z_s) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Com a finalidade de simplificar a matriz G , as matrizes Jacobianas são substituídas por expressões mais simplificadas como é mostrado na Equação 3.40.

$$J = \frac{\partial f}{\partial y}(t_0 + c_i.h, Y_i) \cong \frac{\partial f}{\partial y}(t_0, y_0) \quad (3.40)$$

Portanto, a matriz G pode ser expressa da seguinte forma:

$$G = I \otimes M - h.A \otimes J \quad (3.41)$$

Onde I é a matriz de identidade, M a matriz constante quadrada, h é o tamanho de passo, A representa a matriz de coeficientes a_{ij} e J a matriz Jacobiana de estado. Finalmente o sistema de equações lineares a solucionar em cada iteração de Newton é:

$$\begin{aligned} G.\Delta Z^k &= -Z^k + h.(A \otimes I).F(Z^k) \\ Z^{k+1} &= Z^k + \Delta Z^k \end{aligned} \quad (3.42)$$

O valor de k significa o número da iteração, o vetor $Z^k = (z_1^k, \dots, z_s^k)^T$ representa a k -ésima aproximação para a solução, $\Delta Z^k = (\Delta Z_1^k, \dots, \Delta Z_s^k)^T$ são os incrementos e $F(Z^k)$ sendo dado pela Equação:

$$F(Z^k) = \left(f_{(t_0 + c_1.h, y_0 + z_1^k)}, \dots, f_{(t_0 + c_s.h, y_0 + z_s^k)} \right)^T \quad (3.43)$$

Cada iteração requer S avaliações das funções f e a solução de um sistema linear $N.s$ -dimensional (N é o número de equações diferenciais e algébricas), onde a matriz de iteração G é a mesma para cada iteração, mas o processo de fatoração resultante (decomposição LU) poderia ser muito árduo computacionalmente, devido à hiperdimensão do sistema.

3.4.3. Estratégias de Seleção de Ordem e Controle de Passo de Integração

A metodologia RADAU IIA apresenta duas estratégias de mudança de passo de integração baseadas na teoria de extrapolação de *Richardson* que facilita a implementação do algoritmo [Hai96].

Primeiro é calculado uma aproximação \hat{y}_n de ordem S usando a Equação 3.44, a partir dos últimos resultados (Y_1, Y_2, \dots, Y_S) obtidos após a convergência do esquema Newton Simplificado.

$$\hat{y}_n = y_{n-1} + h \cdot (\hat{b}_0 \cdot f(t_0, y_0) + \sum_{i=1}^S \hat{b}_i \cdot f(t_0 + c_i \cdot h, Y_i)) \quad (3.44)$$

$$b_0 = \gamma_0 = \gamma^{-1}$$

A expressão para o valor do erro err_{n+1} no n -ésimo passo é desenvolvida a partir da Equação 3.45, onde o valor de $\hat{\gamma}$ é escolhido igual ao autovalor real da matriz A^{-1} para que a fatoração da matriz $M - h \cdot \gamma_0 \cdot J$ esteja disponível do esquema Newton Simplificado previamente convergido e possa ser utilizada no processo de seleção do tamanho de passo.

$$err_{n+1} = \left\| (M - h \cdot \gamma_0 \cdot J)^{-1} \cdot (\hat{y}_1 - y_1) \right\| \quad (3.45)$$

A primeira estratégia para o cálculo do tamanho de passo necessita do erro e do tamanho de passo no intervalo já convergido (n -ésimo passo) sendo calculado pela Equação 3.46. O valor do fator fac vai depender do número máximo de iterações Newton Simplificado (k_{max}) e do número de iterações do último Newton Simplificado convergido (New).

$$h_{new}^a = fac \cdot h_n \cdot \left(\frac{1}{err_{n+1}} \right)^{\frac{1}{S+1}}$$

$$fac = 0,9 \cdot \left(\frac{2 \cdot k_{max} + 1}{2 \cdot k_{max} + New} \right)$$
(3.46)

A segunda estratégia calcula o tamanho de passo utilizando informação dos últimos dois passos convergidos. Esta estratégia é chamada de “*controle de passo com memória*”, o passo é calculado de acordo com a equação:

$$h_{new}^b = fac \cdot h_n \cdot \left(\frac{1}{err_{n+1}} \right)^{\frac{1}{S+1}} \cdot \frac{h_n}{h_{n-1}} \cdot \left(\frac{err_n}{err_{n+1}} \right)^{\frac{1}{S+1}}$$
(3.47)

A metodologia RADAU IIA integrada ao algoritmo avalia as duas estratégias, calcula os dois possíveis tamanhos de passo e escolhe o menor, mas quando o tamanho dos passos prévios apresentam uma tendência a aumentar, o novo passo é calculado usando a Equação 3.46, e quando a tendência é a diminuir, o passo é calculado usando a Equação 3.47.

Quando uma metodologia disponibiliza a possibilidade de mudança de ordem é necessário implementar uma estratégia para realizar eficientemente esta função. Basicamente, consiste em selecionar a ordem de tal forma que o erro por unidade de tamanho de passo seja mínimo. O cálculo do erro de truncamento é uma tarefa muito complicada e de difícil implementação. Um comportamento ineficiente da estratégia poderia afetar o cálculo do novo tamanho de passo (ver Equação 3.46) uma vez que o número de iterações do esquema Newton Simplificado é dependente da ordem escolhida.

A solução de sistemas de EDAs de índice 1, para os métodos RUNGE-KUTTA implícitos, não apresenta nenhum tipo de dificuldade, mas para sistemas de EDAs de índices superiores são necessários métodos com propriedades de mudança de ordem em cada estágio para facilitar a convergência, como é o caso dos métodos RADAU IIA [Hai89].

3.5. ASPECTOS RELEVANTES DAS METODOLOGIAS

Existem diferenças relevantes entre cada uma das metodologias apresentadas nos itens anteriores. Estas diferenças estão relacionadas principalmente com as características dos métodos numéricos e com estratégias e técnicas heurísticas implementadas, havendo, portanto, diferença de desempenho na solução de problemas específicos.

A metodologia RADAU possui um método RUNGE-KUTTA implícito com características interessantes no tratamento e solução de sistemas rígidos de EDAs. Esta metodologia é baseada nas fórmulas de quadratura RADAU IIA, portanto, apresenta propriedades A-estável para todas suas ordens implementadas ($S = 5, 9, 13$). Estas características permitem aumentar a ordem do método mesmo quando durante descontinuidades, sem grandes riscos de instabilidade numérica. A principal desvantagem desta metodologia é a hiper-dimensão da matriz Jacobiana, exigindo maior esforço computacional tornando a metodologia ineficiente no aspecto tempo de processamento. Esta situação pode se agravar se técnicas de esparsidade não estiverem disponíveis para o tratamento da matriz Jacobiana.

As metodologias MEBDF e MEBDFSD apresentam características A-estável para ordens menores ou iguais que 4, sendo esta uma vantagem interessante em comparação à metodologia BDF (DASSL), pois neste caso é possível melhorar a precisão da solução sem comprometer a estabilidade numérica durante o processo de integração. As estratégias para a convergência do esquema Newton modificado, para a avaliação da matriz Jacobiana e para o controle do passo são conservadoras, a fim de assegurar a convergência e precisão da solução. Estas estratégias combinadas com técnicas de esparsidade (MEBDFSD) tornam estas metodologias muito robustas, eficientes e atraentes para aplicação em estudos no domínio do tempo de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia.

4. APLICAÇÃO EM PROBLEMAS PRÁTICOS: ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO DE CENÁRIOS DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS

4.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como finalidade avaliar a eficiência de cada uma das metodologias MEBDFSD, MEBDF, DASSL e RADAU nos estudos de estabilidade de sistemas de energia elétrica. Esses algoritmos estão disponíveis sob a forma de códigos numéricos computacionais (solvers) sendo o uso de domínio público [Maz03]. Para atingir tal objetivo, interfaces de entrada e de saída foram desenvolvidas na mesma linguagem computacional dos solvers (Fortran 90), para a formação e solução das EDAs inerentes aos modelos de sistemas de energia simulados e seus respectivos componentes. Esses métodos e suas principais características foram apresentados nos Capítulos 2 e 3.

Considera-se aqui, para efeitos de avaliação, simulações computacionais envolvendo estabilidade transitória angular e de tensão de longo-termo. Os sistemas-teste usados para este fim foram: IEEE 118 barras de 54 geradores [Pow00], IEEE 150 barras e 50 geradores [Pow00] e uma configuração do sistema brasileiro de 320 barras com 44 geradores [Cpc05].

4.2. O PROGRAMA SIMFES – VERSÃO 1.2

Neste trabalho é desenvolvida uma segunda versão de um programa computacional escrito na linguagem FORTRAN, identificado como SIMFES – **SIM**ulador de **Fen**ômenos de **Est**abilidade – Versão 1.2. Na versão 1.0 foi testado o simulador-numérico DASSL na solução das EDAs [Paz04]. As versões foram

desenvolvidas para sistemas multi-máquinas simulando desde simples configurações, até sistemas mais complexos incluindo diversos dispositivos de controle e reais.

A versão desenvolvida neste trabalho permite que o usuário selecione a técnica numérica a ser usada antes do início do processo de simulação computacional, a saber: MEBDFSD, MEBDF, BDF e RADAU.

Para implementar no programa esses solvers, foi necessário desenvolver e implementar uma forma de comunicação do tipo ida-e-volta a fim de enviar e receber informações relevantes para o código selecionado sobre o problema a ser resolvido. Para este fim, foi desenvolvido um sistema-gerenciador para entrada/saída de informações para o solver, onde se destacam as seguintes características:

- O sistema de equações diferenciais e algébricas é formado a partir dos dados fornecidos pelo sistema gerenciador, bem como o número de equações a serem solucionadas.
- Informações com relação às descontinuidades podem ser fornecidas pelo usuário ao sistema gerenciador.
- Tolerâncias relativas e absolutas também são fornecidas pelo usuário para indicar a precisão desejada para a solução (diferencial e algébrica). Podem ser tanto escalares como vetores e devem ser definidas como variáveis porque podem ser trocadas pelo simulador. As tolerâncias são usadas pelo simulador para teste local de erro em cada intervalo de integração.
- O programa disponibiliza a opção para o usuário de fornecer a matriz de derivadas parciais do sistema de equações diferenciais através de uma sub-rotina externa.
- Se a matriz não for fornecida, o simulador aproxima a solução através de uma diferença numérica, que, algumas vezes, é menos trabalhoso do que avaliar as derivadas na matriz correspondente, e algumas vezes não é. Isto depende do problema sendo resolvido.
- A fim de capturar nas simulações computacionais os efeitos relevantes aos fenômenos de interesse, esta versão dispõe dos seguintes modelos:

- Máquina Síncrona – Modelos Clássico e IV. Este último representa os efeitos transitórios, subtransitórios, de campo, amortecimento e saturação.
- Regulador Automático de Tensão.
- Estabilizador de Sistemas de Potência.
- Limitador de Sobreexcitação.
- Transformador de Tape Variável (contínuo).
- Carga Estática tipo polinomial (parcela de potência, corrente e impedância constante).
- Carga Dinâmica tipo potência constante.
- Acréscimo linear de potência de carga ativa, reativa e aparente.
- Acréscimo gradual de potência de carga ativa, reativa e aparente.

Alguns desses modelos foram retirados da literatura [Ana99], outros desenvolvidos [Paz04], estando seus diagramas de blocos e as respectivas equações disponíveis no Apêndice B.

4.3. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA SIMFES - VERSÃO 1.2

Caso I: Estabilidade Transitória Angular

A Figura 4.1 apresenta o sistema-teste (IEEE 118 barras e 54 geradores) utilizado nesta seção para validar a eficiência do programa e conseqüentemente dos solvers em termos de precisão. Para isso, utiliza-se o programa computacional ANATEM [Ana99] para fins de comparação de resultados.

O modelo IV de máquina síncrona, que inclui efeitos transitórios e subtransitórios, amortecimento e saturação, é usado para representar cada um dos 54 geradores síncronos, considerando-se quatro modelos diferentes de curvas de saturação. São considerados também dispositivos de controle como regulador automático de tensão e o estabilizador de potência. No Apêndice A, encontram-se especificados os parâmetros dos dispositivos considerados em todas as simulações deste trabalho, além dos dados da rede e das condições iniciais de operação. A Tabela 4.1 resume os dados desta simulação.

Os resultados das simulações estão ilustrados nas Figuras 4.2(a)-(i) oferecendo uma comparação entre os resultados obtidos por cada programa. As grandezas

selecionadas para comparação são aquelas de maior interesse e que ajudam na validação da eficiência numérica das metodologias. Todas as curvas apresentam uma excelente concordância sendo que a metodologia MEBDFSD (com técnicas esparsas) é mais eficiente no aspecto esforço computacional (Tabela 4.2 – tempo de CPU menor). A Figura 4.3 mostra um diagrama de barras para o tempo de CPU de cada metodologia e comprova a eficiência do MEBDFSD em comparação aos demais.

Em todas as simulações os mesmos modelos foram implementados em ambos os programas a fim de amenizar perda de precisão dos resultados devido à incompatibilidade na representação dos equipamentos e seus dispositivos de controle.

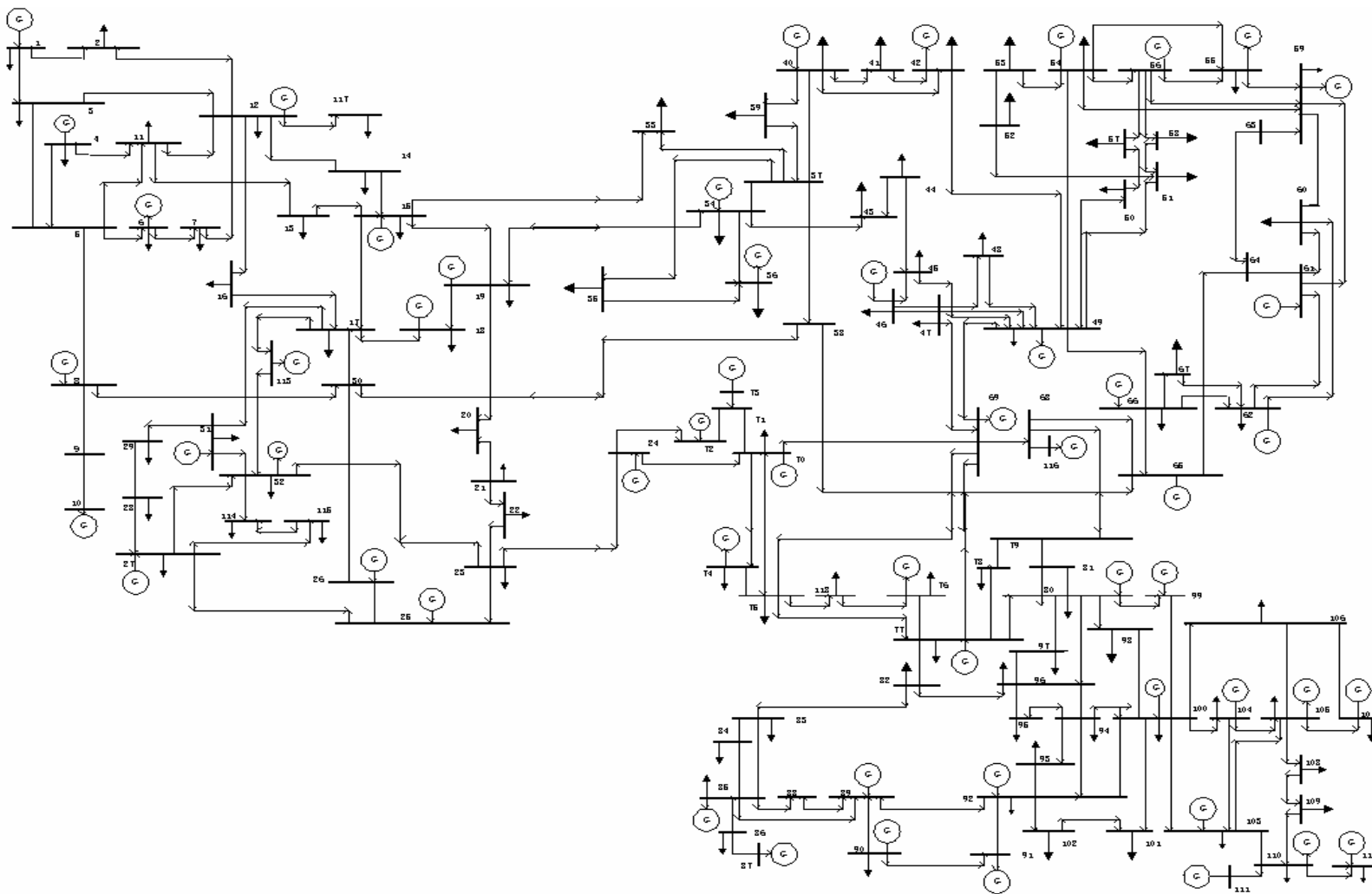


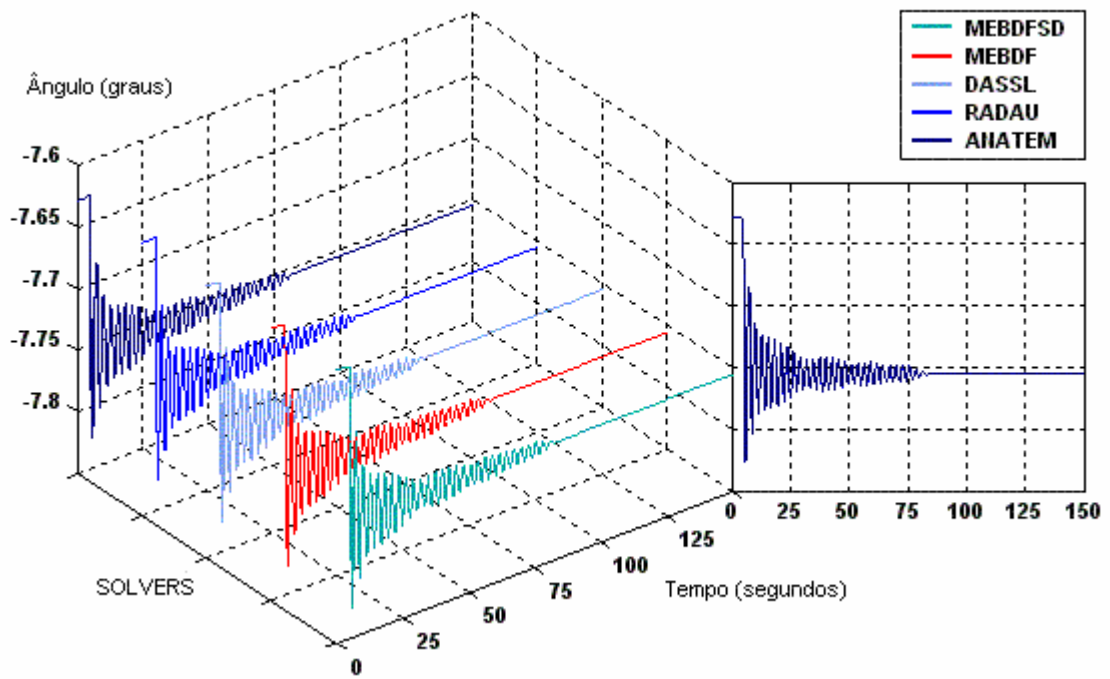
Figura 4.1: Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 118.

Tabela 4.1: Informações sobre a simulação do Caso I

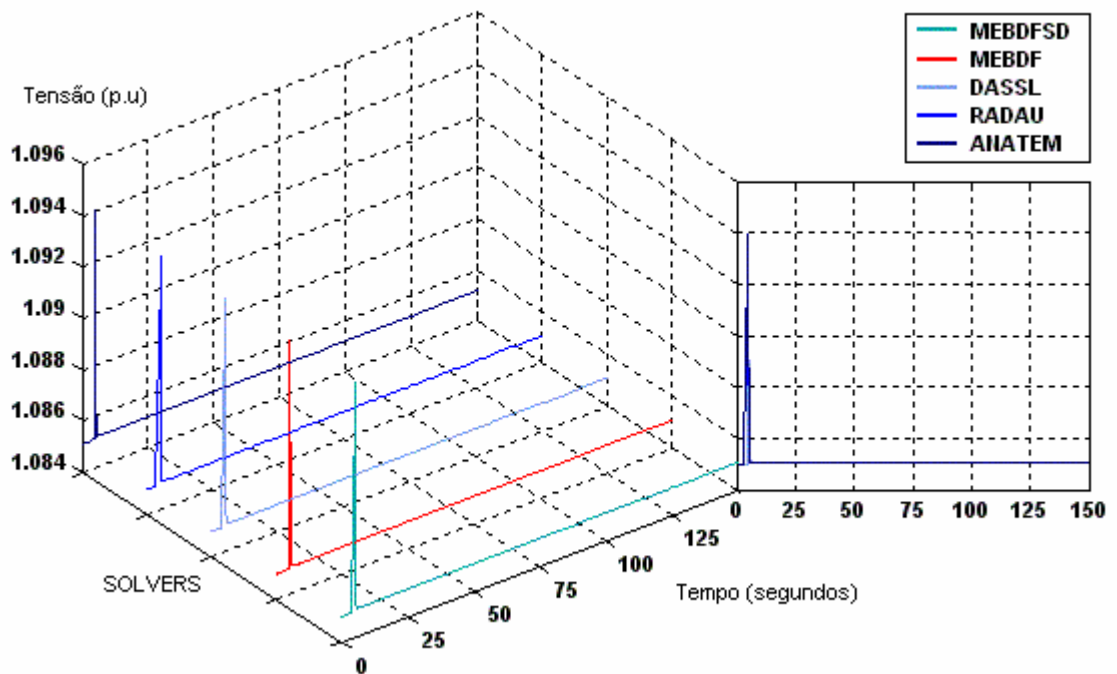
TIPO DE PERTURBAÇÃO	
Inserção - Capacitor de 100 Mvar.	
Número de Barra	13
Inserção do Capacitor em (s)	5.0
Tempo de duração da Simulação (s)	150.0

Tabela 4.2: Desempenho computacional das metodologias – Caso I

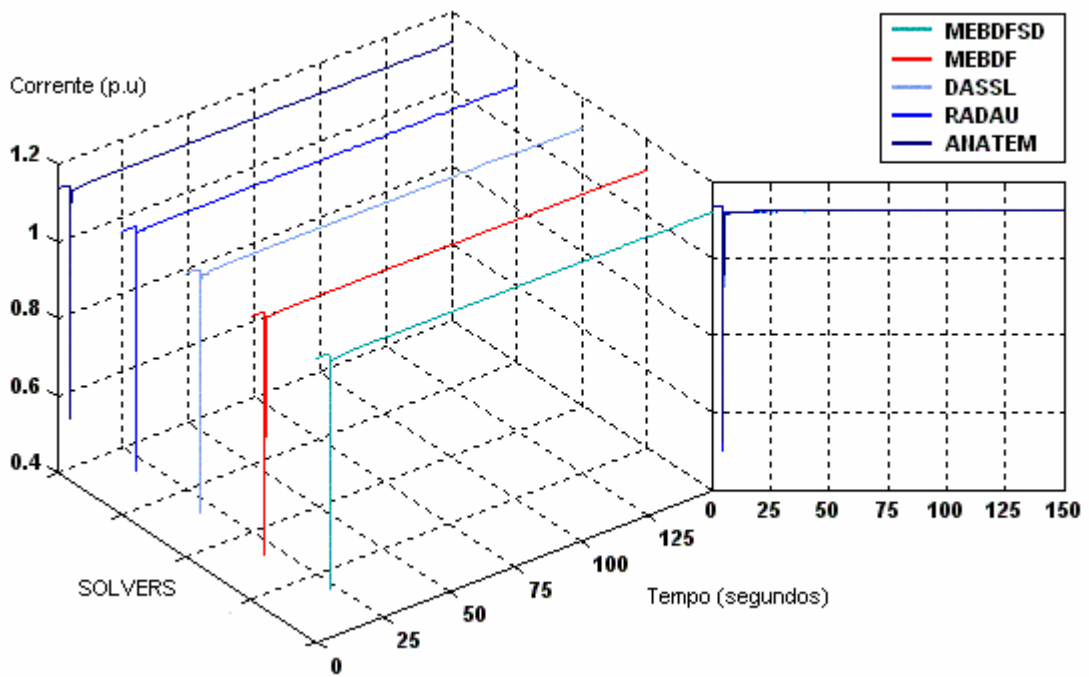
GRANDEZAS	MEBDFSD	MEBDFI	DASSL	RADAU	ANATEM
Tolerância Absoluta	10 ⁻⁶				
Tolerância Relativa	10 ⁻⁶				
Número de EA	340				
Número de ED	689				
Espaço de Memória (Mb)	4,6	20,1	11,8	35,6	12,8
Passo Inicial	10 ⁻⁴				0,005
Número de Passos	539	461	965	198	30000
Avaliações de F	940	1526	1219	3202	
Avaliações de J	127	52	51	78	
Tempo de CPU (s)	2,95	59,14	34,26	216,26	198,6



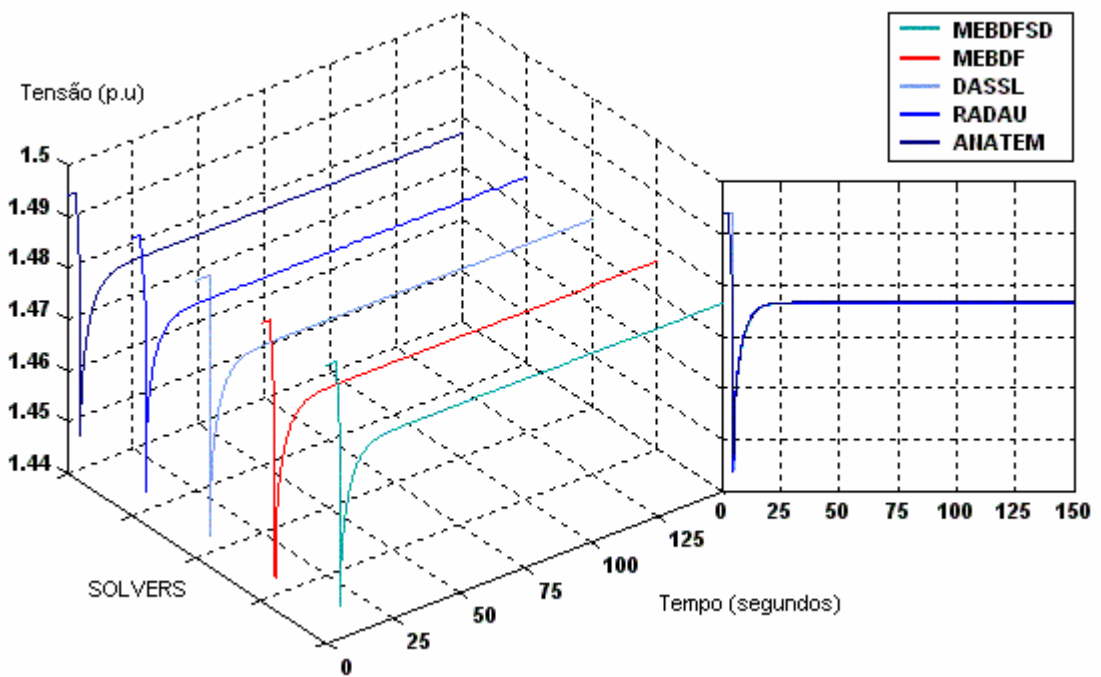
(a) Ângulo do rotor no gerador G6.



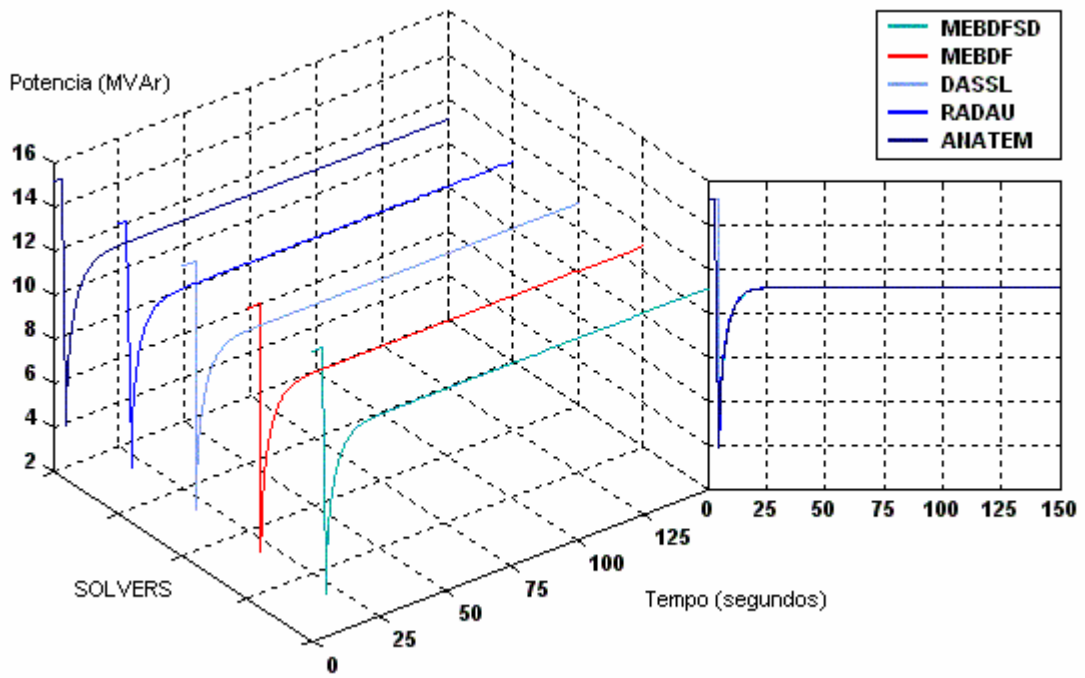
(b) Tensão terminal do gerador G6.



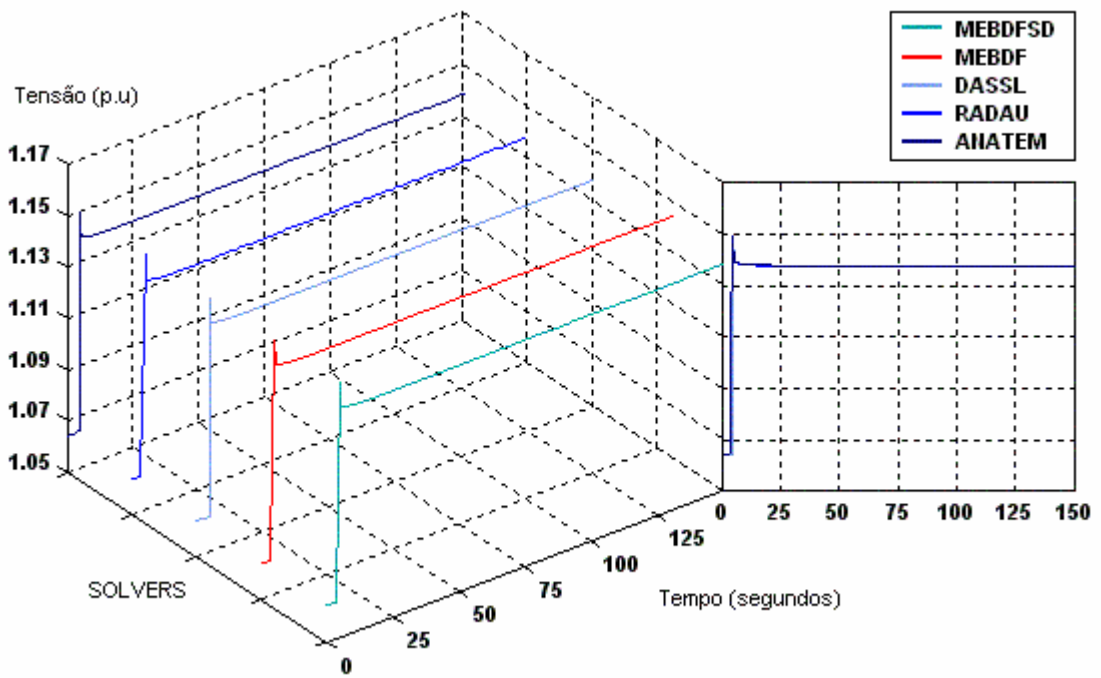
(c) Corrente de campo no gerador G6.



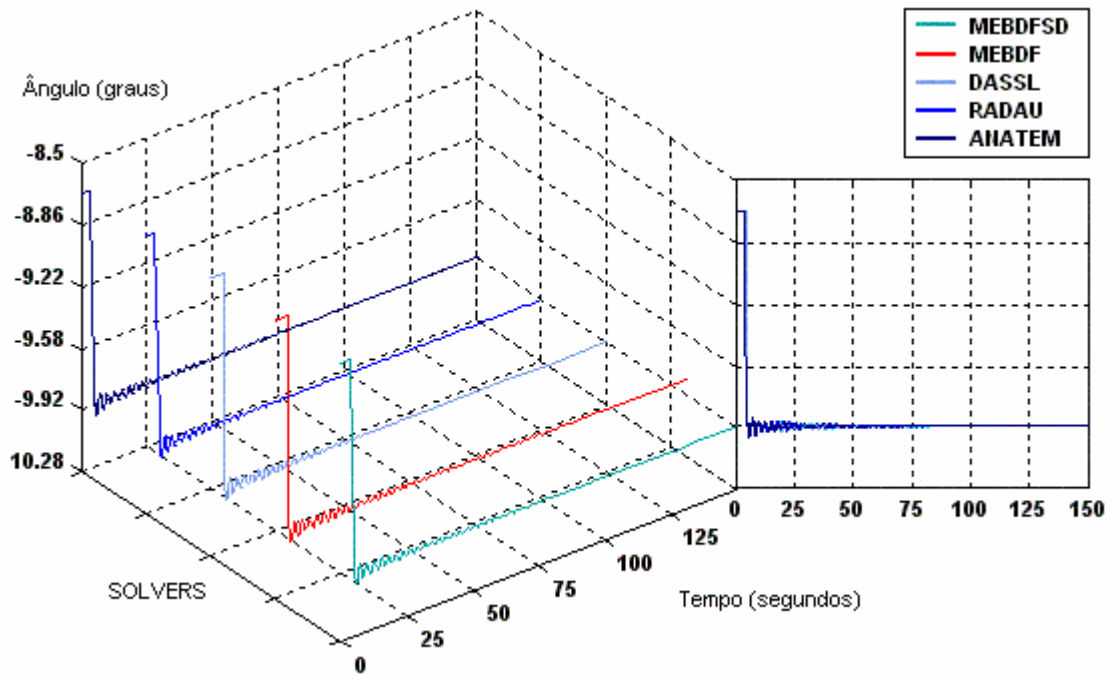
(d) Tensão de campo no gerador G6.



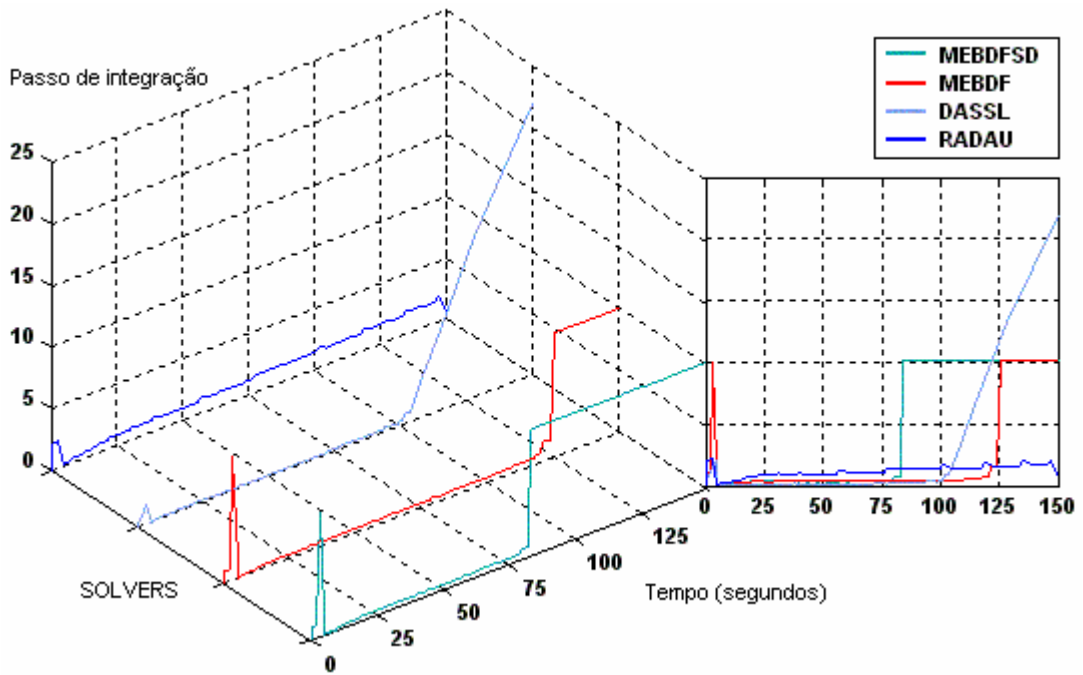
(e) Potência Reativa de saída do gerador G6.



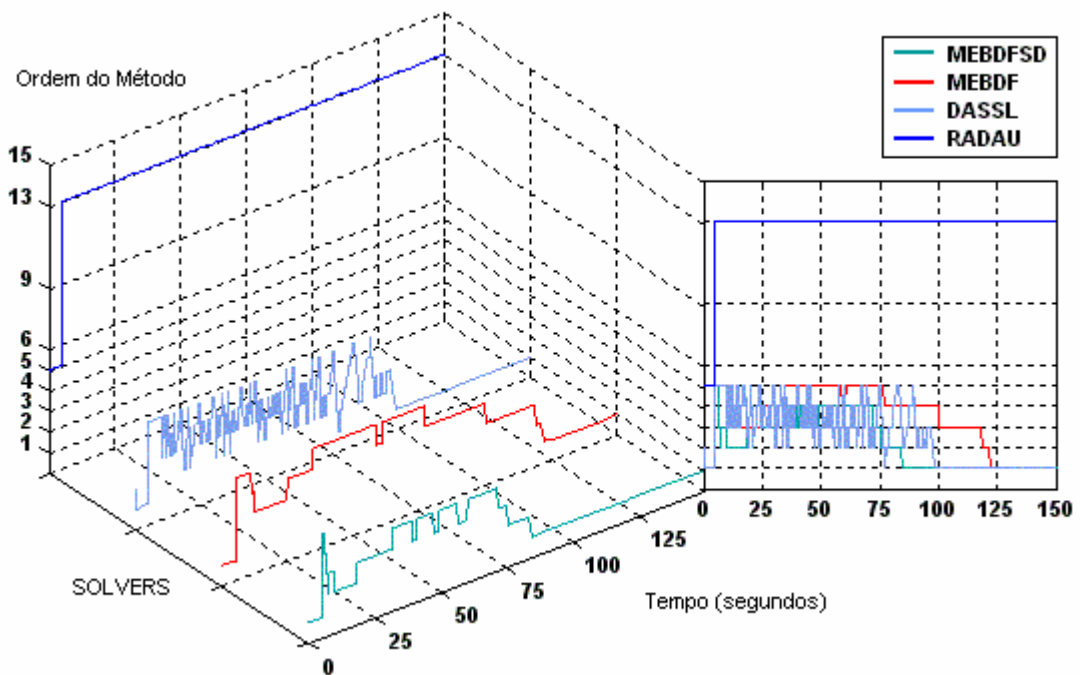
(f) Tensão na barra 13 (em contingência).



(g) Ângulo na barra 13 (contingência).



(h) Comportamento do passo de integração durante a simulação.



(i) Comportamento da ordem das metodologias de integração.

Figura 4.2: Estudo comparativo para o Caso I.

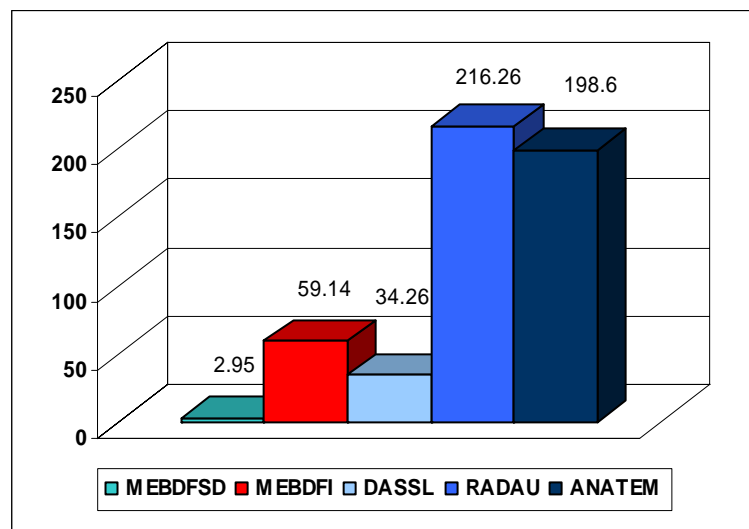


Figura 4.3: Comparação do Tempo CPU.(segundos).

Após a inserção do capacitor de 100 Mvar, na barra 13, a resposta do sistema apresenta um comportamento oscilatório, embora de pequena amplitude, durante os primeiros 85 segundos, como mostra a Figura 4.2(a), a resposta do sistema é a esperada com a inserção deste capacitor na barra 13. A tensão nesta barra aumenta, (Figura 4.2 f),

melhorando o perfil de tensão nas barras vizinhas. Nas Figuras 4.2(c)-(e), nota-se a atuação do regulador de tensão no gerador G6 reduzindo a tensão de campo e conseqüentemente a geração de potência reativa.

Os resultados obtidos para o comportamento do passo de integração e a ordem dos métodos estão ilustrados nas Figura 4.2(i)-(h), respectivamente. Durante os primeiros 85 segundos de simulação, os tamanhos do passo de integração, de todas as metodologias, apresentam um comportamento moderado. A ordem varia com maior freqüência para alguns métodos a fim de se obter precisão e, assim, representar o comportamento oscilatório do sistema de forma adequada e realista.

Após esses 85 segundos, quando o sistema atinge um ponto de operação de equilíbrio, as metodologias iniciam o processo de aumento do comprimento do passo de integração, de acordo com cada estratégia de controle de mudança de passo de integração. O RADAU apresenta um comportamento mais conservador e ineficiente, mantendo quase constante o comprimento do passo durante o restante da simulação. Já o DASSL, baseado no BDF, aproveita ao máximo sua estratégia de coeficiente fixo direcionado resultando num melhor desempenho, aumentando quase que numa taxa constante o comprimento do passo de integração. O MEBDF e o MEBDFSD devido a estratégia baseada no registro dos comprimentos dos passos de integração prévios, é ainda mais conservadora, fixando o tamanho de passo calculado no último passo bem sucedido sem arriscar a convergência do processo de solução, garantindo dessa forma a fidelidade e precisão da solução.

Caso II: Estabilidade de Tensão de Longo – Termo

A Figura 4.4 mostra a configuração do sistema IEEE 50 geradores, 150 barras e 458 ramos, adaptada para estudos de estabilidade de tensão de longo-termo. Nesta nova configuração, além dos cinco transformadores de tape variável, o sistema de controle da excitação da máquina síncrona (regulador automático de tensão) passa a ser monitorado por limitadores de sobreexcitação nos 50 geradores. Com isso, pretende-se capturar os efeitos relevantes ao fenômeno da estabilidade de tensão de longo-termo e aumentar a complexidade do processo de simulação. A Tabela 4.3 resume os dados desta simulação.

Os resultados obtidos nesta simulação estão ilustrados nas Figuras 4.5(a)-(i). Neste cenário estão incluídos fenômenos rápidos, associados à estabilidade transitória angular, bem como fenômenos lentos, associados, por exemplo, as ações dos transformadores de tape variável (ULTC) e dos limitadores de corrente de campo dos geradores (OXL).

O sistema é submetido a uma primeira contingência, caracterizada pela inserção de um reator de 20 Mvar na barra 146 no instante $t = 5$ segundos, resultando numa redução no perfil de tensão nesta barra, provocando a ação do transformador de tape variável (ULTC) a partir dos 35 segundos após o dispositivo de controle do ULTC detectar níveis de tensão fora da faixa desejada. A Figura 4.5(f) ilustra a dinâmica do tape restaurando a tensão e a carga para níveis pré-distúrbio.

Após esse primeiro evento, através da Figura 4.5(e) pode-se observar o comportamento oscilatório durante os primeiros 115 segundos, também de pequena amplitude. Nas Figuras 4.5(a) e (f) estão registradas as dinâmicas lentas associadas a ação dos limitadores de corrente de campo e aos transformadores de tape variável.

No instante $t = 200$ segundos, o sistema é submetido a um aumento progressivo de potência reativa nas barras 146, 147, 148, 149 e 150 (as taxas de incremento estão apresentadas na Tabela 4.3), sendo este acréscimo atendido inicialmente pelas reservas de potência reativa dos geradores e dos compensadores próximos a essas áreas.

À medida que a demanda de potência reativa aumenta, os geradores vão atingindo seus limites de capacidade de geração de potência reativa, limite este imposto pelo limitador de sobreexcitação. Quando o gerador da barra 82 atingir seu limite de corrente de campo, em $t = 1562$ segundos, sua tensão terminal não é mais mantida constante, como mostram as Figuras 4.5 (a) e (c).

O segundo gerador a atingir seu limite de capacidade de geração de potência reativa é o da barra 109 em $t = 2867$ segundos (Figuras 4.5 a e c). A medida que os demais geradores vão atingindo seus limites, o sistema passa a enfrentar problemas de instabilidade de tensão, onde, por conseqüência, a ocorrência do colapso de tensão é iminente.

A Tabela 4.4 apresenta informações para uma análise do desempenho computacional das metodologias, destacando-se as informações inerentes ao número de avaliações da matriz Jacobiana e o tempo de CPU. A Figura 4.6 possibilita uma comparação entre os tempos de CPU gastos por cada metodologia. Observa-se a ineficiente computacional do RADAU para este caso em particular. Já as técnicas BDF e MEBDF apresentam um bom desempenho, destacando-se o MEBDFSD entre todas as testadas.

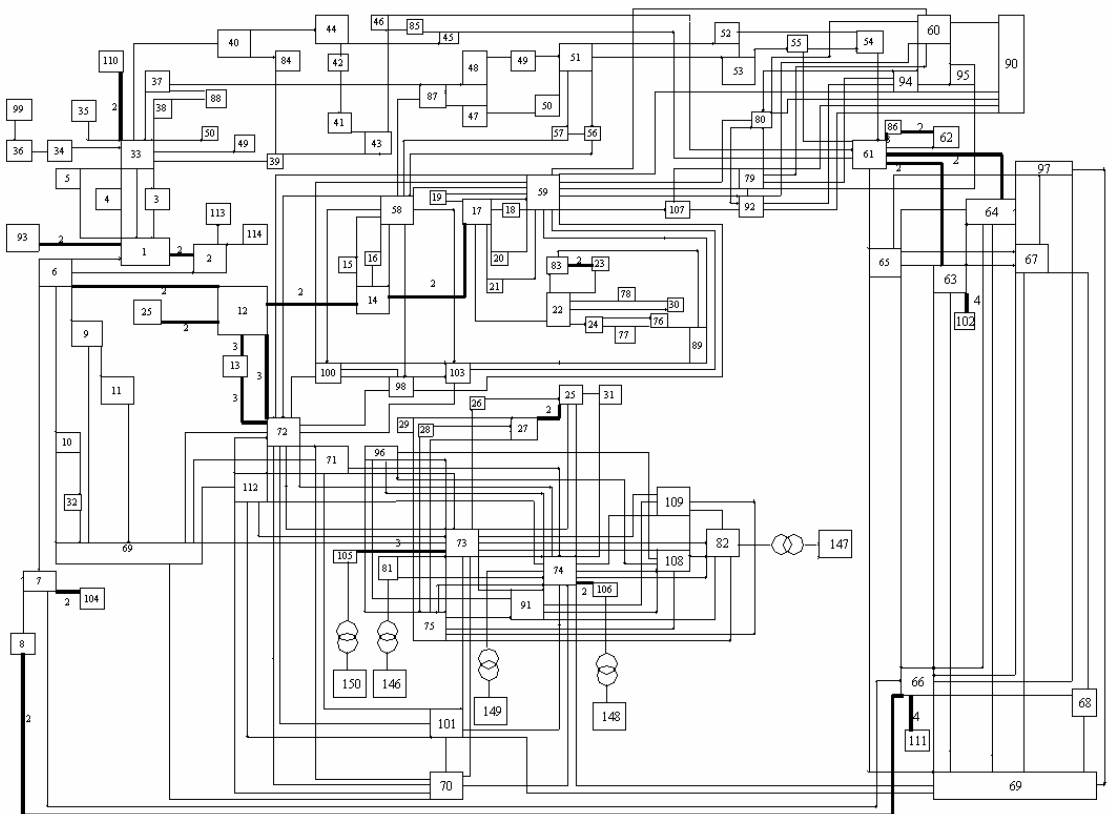


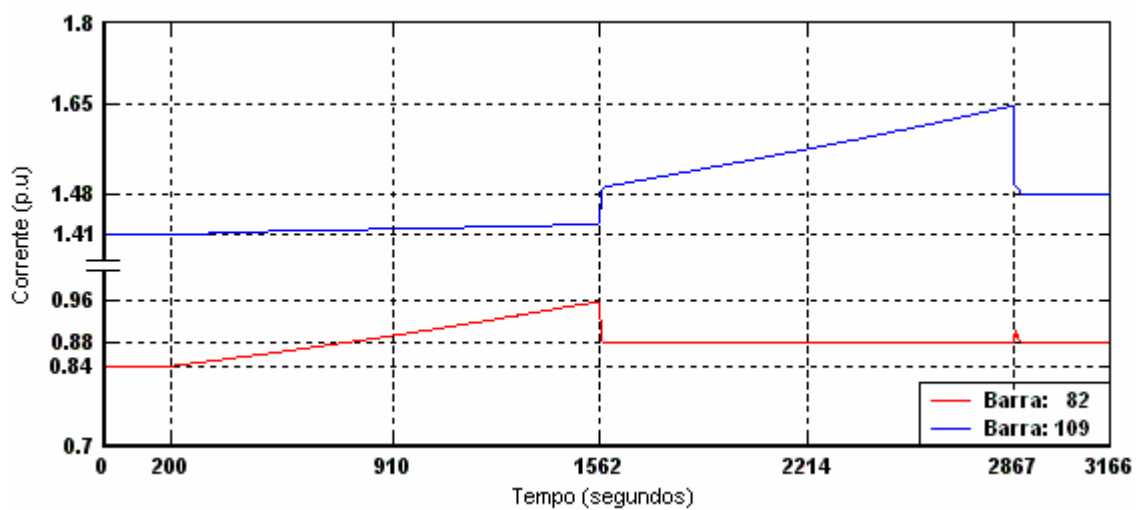
Figura 4.4: Diagrama Unifilar do Sistema IEEE 150 barras.

Tabela 4.3: Informações sobre a simulação do Caso II

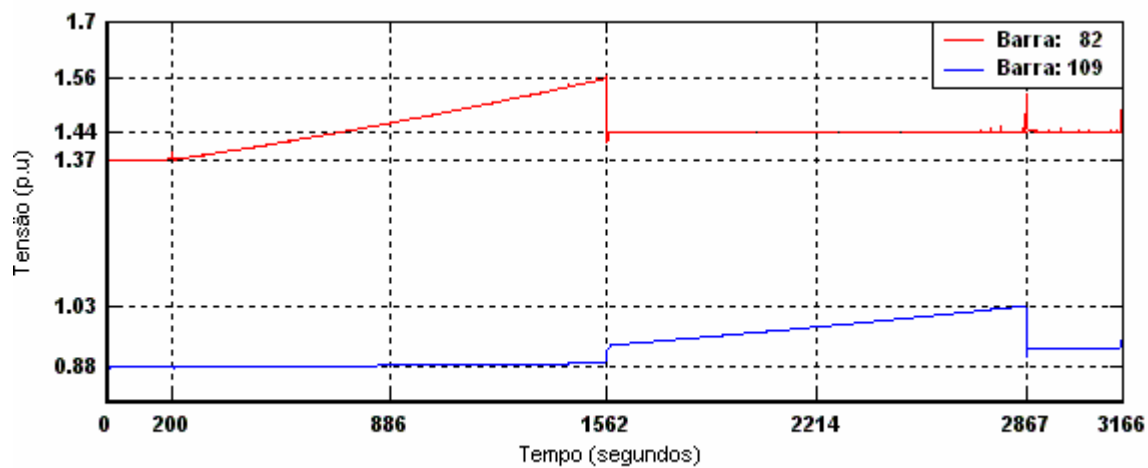
SEQÜÊNCIA DE EVENTOS	
1) Inserção de Reator de 20 Mvar.	
Número de Barra	146
Inserção de Reator em (s)	5,0
2) Acréscimo Linear de Potência Reativa da Carga	
Barras	Taxa de Incremento (p.u.s⁻¹)
146	0,003
147	0,001
148	0,007
149	0,009
150	0,005
Tempo de Início do Evento (s)	200,0
Tempo Final da Simulação (s)	3166,0

Tabela 4.4: Desempenho computacional das metodologias – Caso II

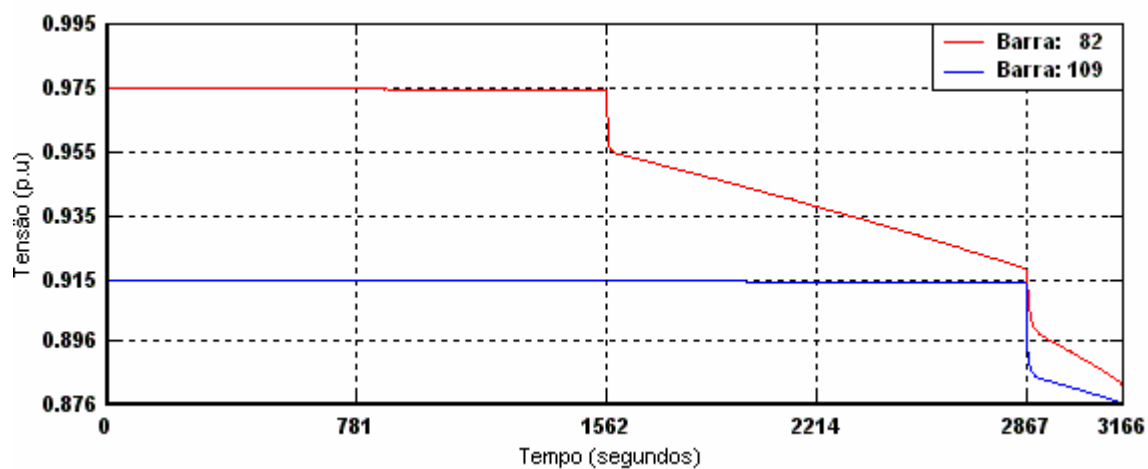
GRANDEZAS	MEBDFSD	MEBDFI	DASSL	RADAU	ANATEM
Tolerância Absoluta	10 ⁻⁶				
Tolerância Relativa	10 ⁻⁶				
Número de EA	396				
Número de ED	642				
Espaço de Memória (Mb)	4,6	16,1	11,5	40,1	12,5
Passo Inicial	10 ⁻⁴				0,005
Número de Passos	10504	10458	7159	2926	
Avaliações de F	30236	30527	10115	36768	
Avaliações de J	3981	3800	1174	2880	
Tempo de CPU (s)	116,2	480,2	424,2	8990,5	1045,2



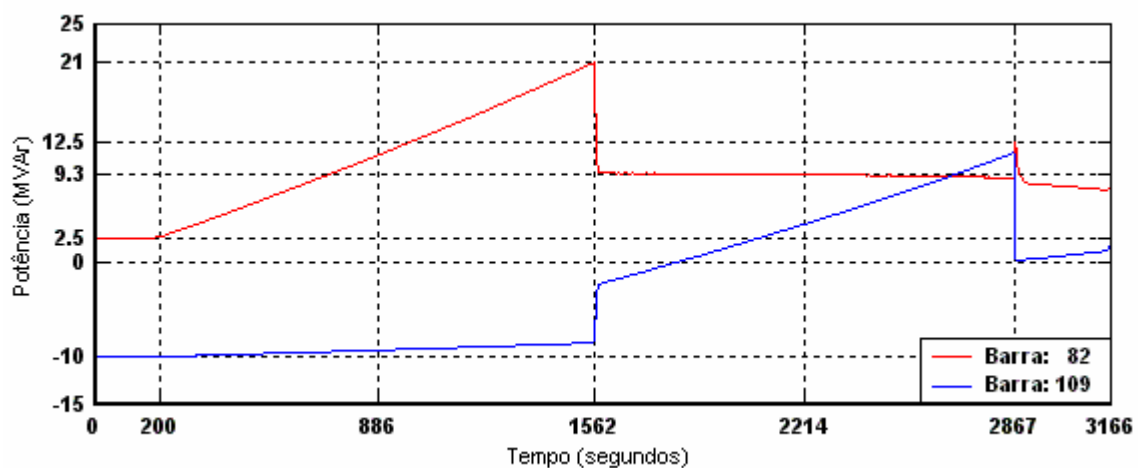
(a) Corrente de campo limitada pelos OXL.



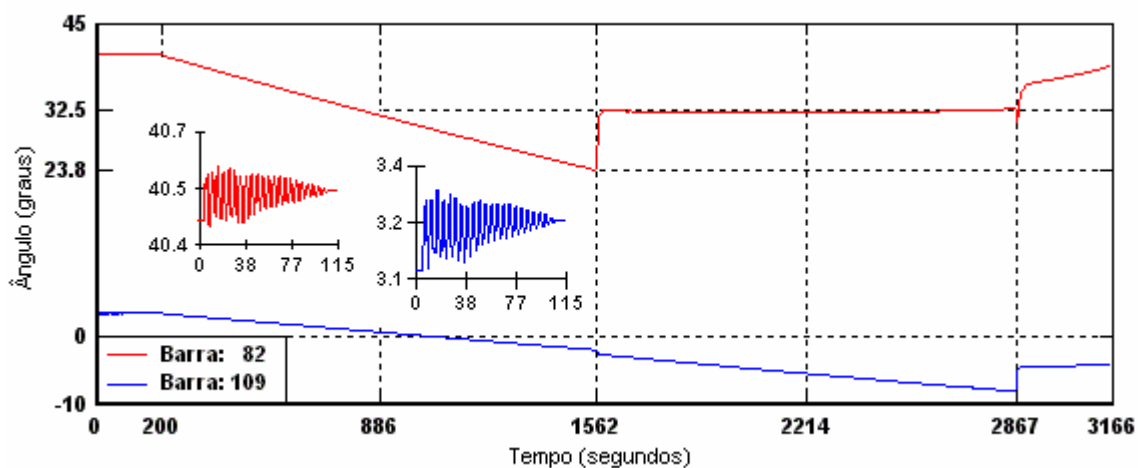
(b) Tensão de campo dos geradores.



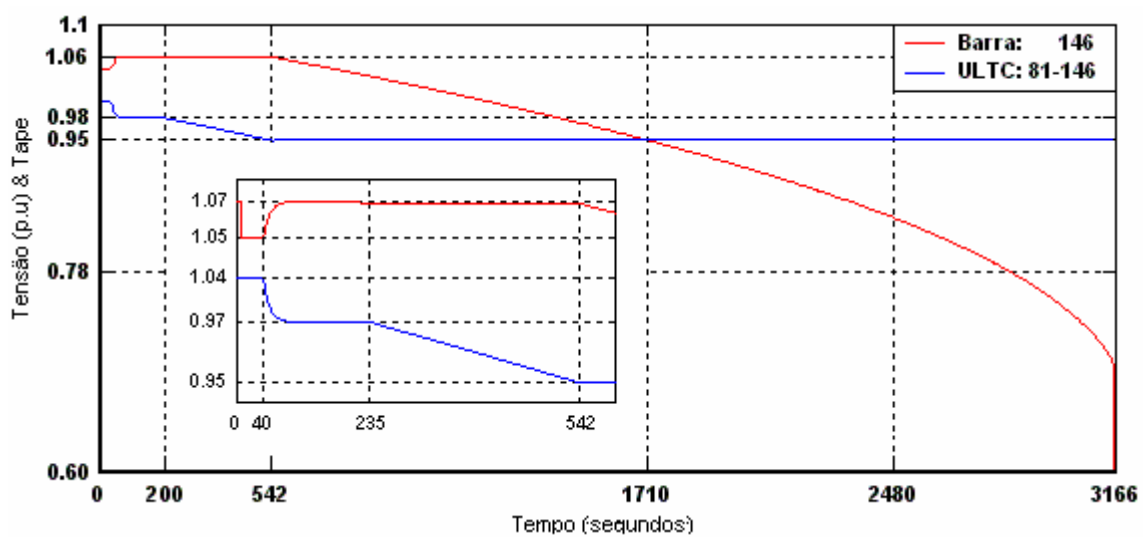
(c) Tensão Terminal dos geradores.



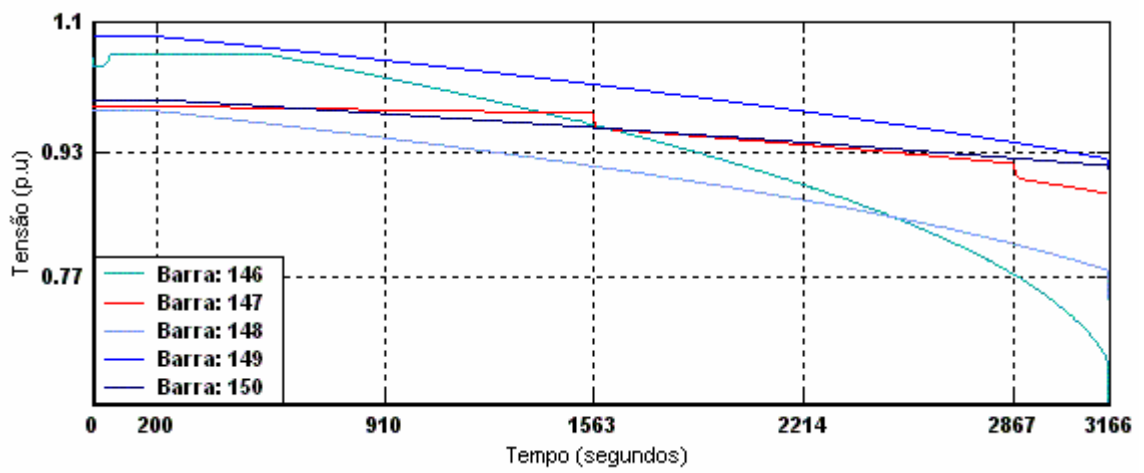
(d) Potência Reativa Gerada.



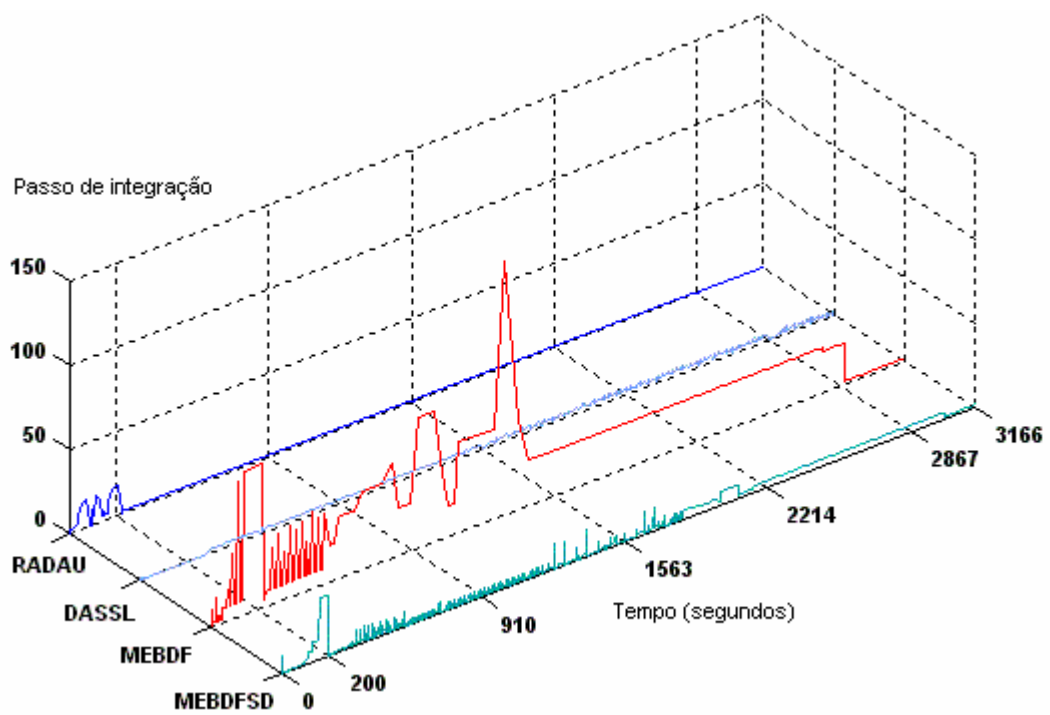
(e) Ângulo dos rotores.



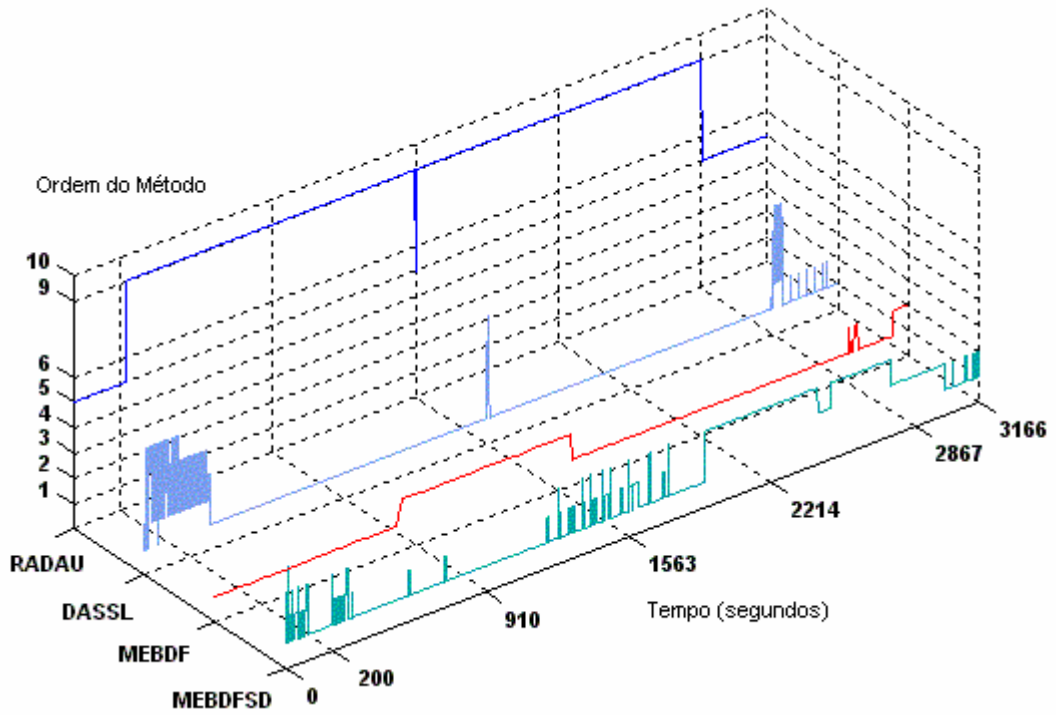
(f) Colapso de tensão e dinâmica do tape na barra controlada por ULTC.



(g) Colapso de tensão nas barras seleccionadas



(h) Passo de integração



(i) Variação da ordem das metodologias

Figura 4.5: Simulação de Fenômenos de Tensão de Longo Termo.

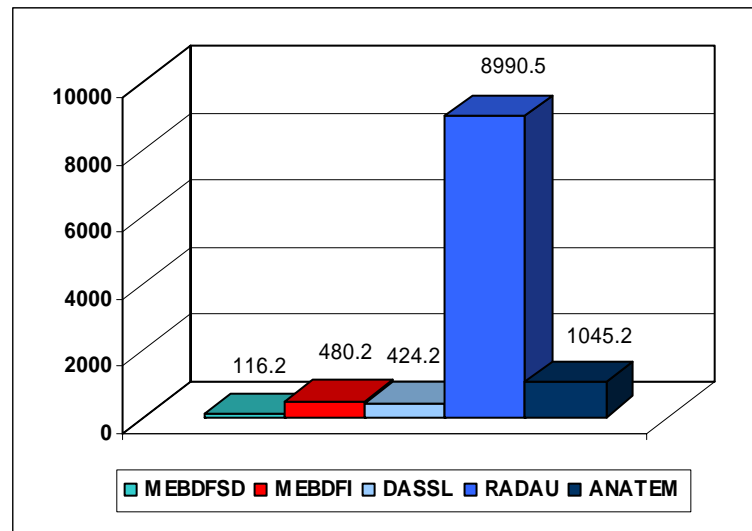


Figura 4.6: Comparação do Tempo CPU.(segundos).

Caso III: Seqüência de Eventos num Sistema real

O objetivo aqui é avaliar o desempenho numérico e computacional das metodologias para um sistema elétrico com características reais. Neste caso, é usado um equivalente do Sistema Elétrico Brasileiro Sul – Sudeste, possuindo 320 barras e 470 ramos, onde se simula uma seqüência de eventos, conforme descrito na Tabela 4.5. Os tempos de remoção e abertura de circuitos foram selecionados de forma aleatória, sendo que este procedimento não compromete o objetivo desta simulação.

Os resultados obtidos estão ilustrados nas Figuras 4.7 (a)–(d). A Figura 4.7(a) ilustra o comportamento dinâmico da tensão de barras selecionadas. Diferentemente dos casos anteriores, o comportamento oscilatório neste cenário é bem severo, como pode ser visto na Figura 4.7 (b) através do comportamento angular de alguns geradores. Os impactos resultantes da seqüência de eventos são sentidos pelos geradores.

Na Figura 4.7(c) estão ilustrados o comportamento do passo de integração para cada metodologias, e a Figura 4.7(d) ilustra o comportamento da ordem de cada método. O comportamento da ordem do RADAU atinge a maior ordem (13) durante quase toda a simulação, mas com o comprimento do passo restrito a valores muito pequenos. Embora o RADAU seja o que oferece melhor precisão devido a sua elevada ordem, o processo de resolução se torna bem complexo, uma vez que a matriz Jacobiana para este caso será 13 vezes maior do quê das demais técnicas.

Uma outra informação relevante, principalmente quando o interesse está em sistemas elétricos de grande porte, é o espaço de memória utilizado por cada uma das técnicas. O MEBDFSD disponibiliza um tratamento esparsa da matriz Jacobiana, resultando num espaço total de memória bem pequeno em comparação ao requisitado pelas demais técnicas.

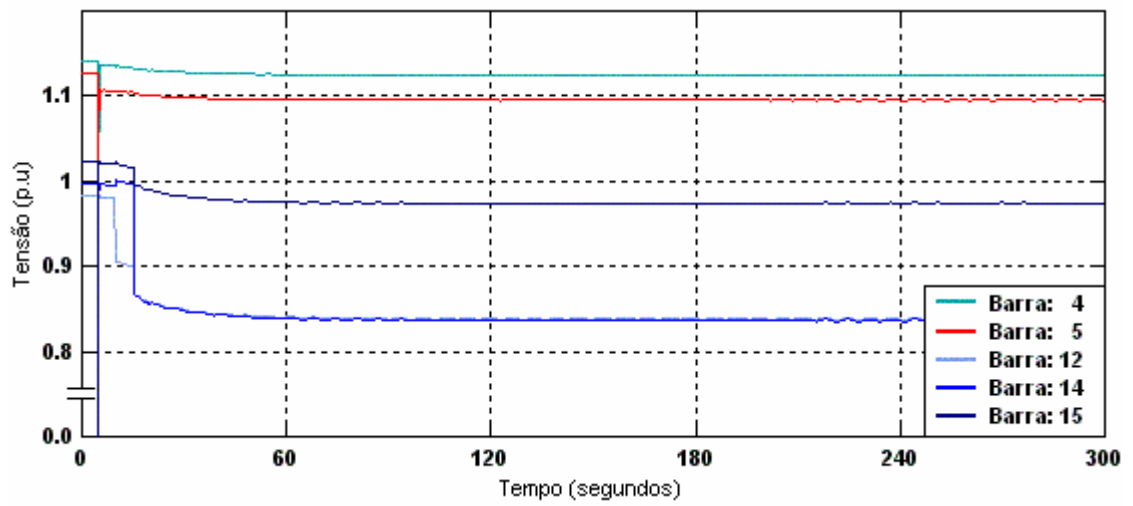
Na Figura 4.8 é apresentado um diagrama de barras mostrando os tempos de CPU para cada uma das técnicas testadas. Pode-se observar que o RADAU, devido à hiper-dimensão da sua matriz Jacobiana, características inerente desta técnica. Analisando esta figura, está clara a maior eficiência computacional do MEBDFSD.

Tabela 4.5: Informações Preliminares da Simulação

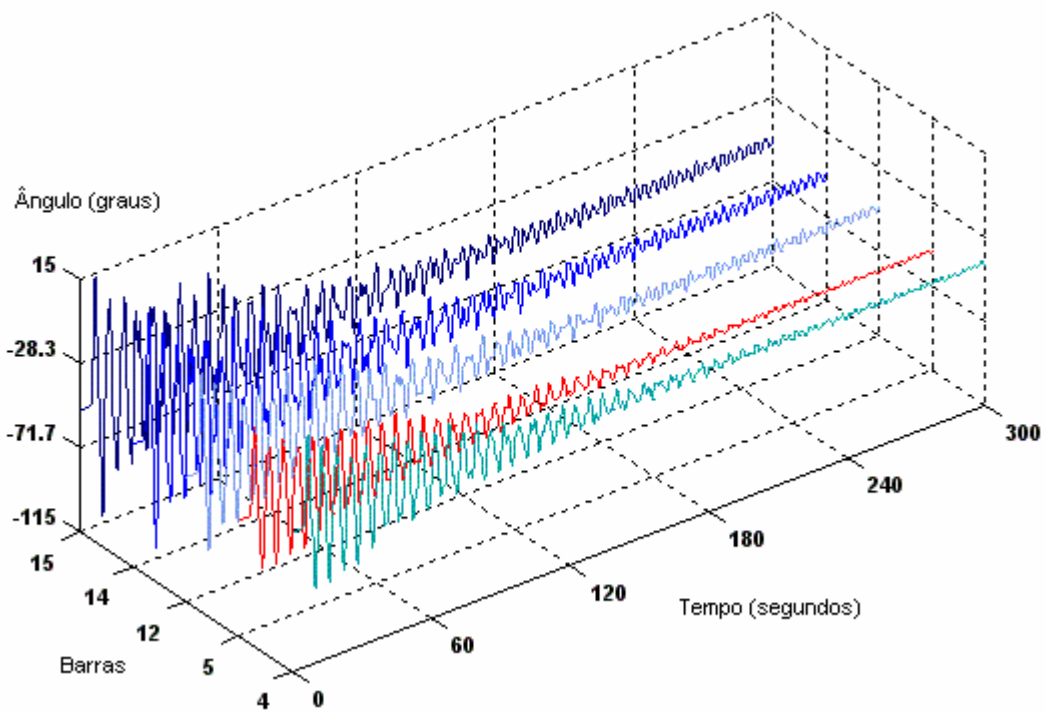
SEQÜÊNCIA DE EVENTOS				
N	Descrição do evento	Barras		Tempo (s)
1	Aplicação de curto-circuito trifásico	200		5,0
2	Remoção de curto-circuito trifásico	200		5,7
3	Abertura total de circuito	200	206	5,7
4	Abertura total de circuito	303	308	10,0
5	Abertura total de circuito	308	210	15,0
Tempo de Início da Simulação (s)				0,0
Tempo Final da Simulação (s)				300,0

Tabela 4.6: Informações Decorrentes da Simulação

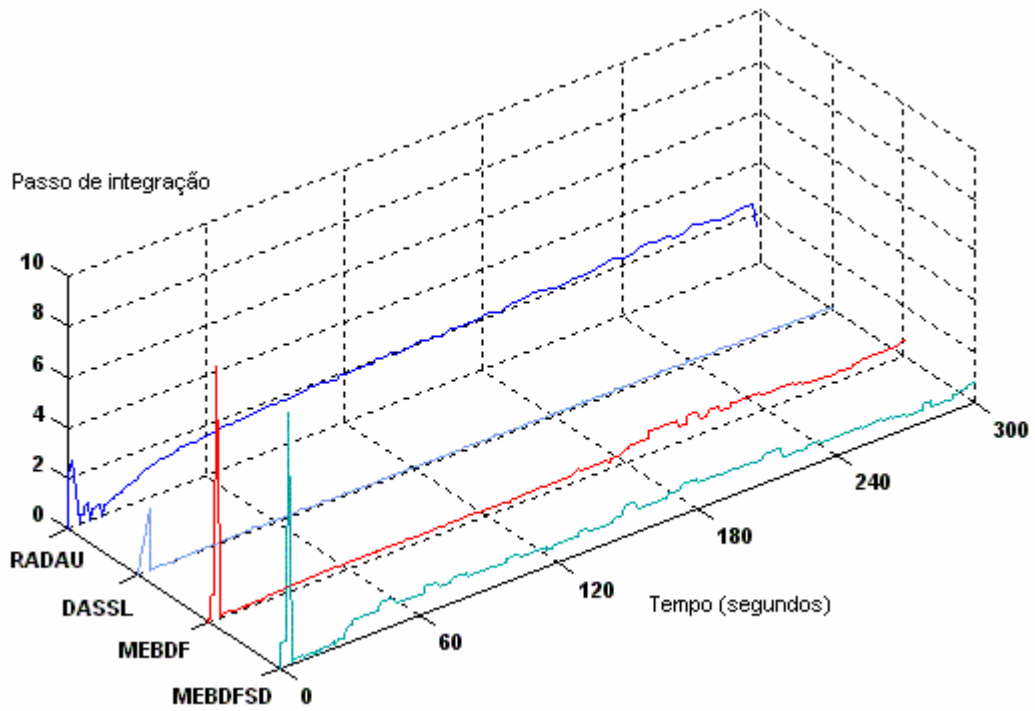
GRANDEZAS	MEBDFSD	MEBDFI	DASSL	RADAU	ANATEM
Tolerância Absoluta	10 ⁻⁶				
Tolerância Relativa	10 ⁻⁶				
Número de EA	724				
Número de ED	516				
Espaço de Memória (Mb)	4,7	28,0	15,7	100,4	12,2
Passo Inicial	10 ⁻⁴				0,005
Número de Passos	675	632	601	208	
Avaliações de f	1266	4457	4967	4608	
Avaliações de J	116	122	98	193	
Tempo de CPU (s)	5,4	47,9	42,3	145,4	150,1



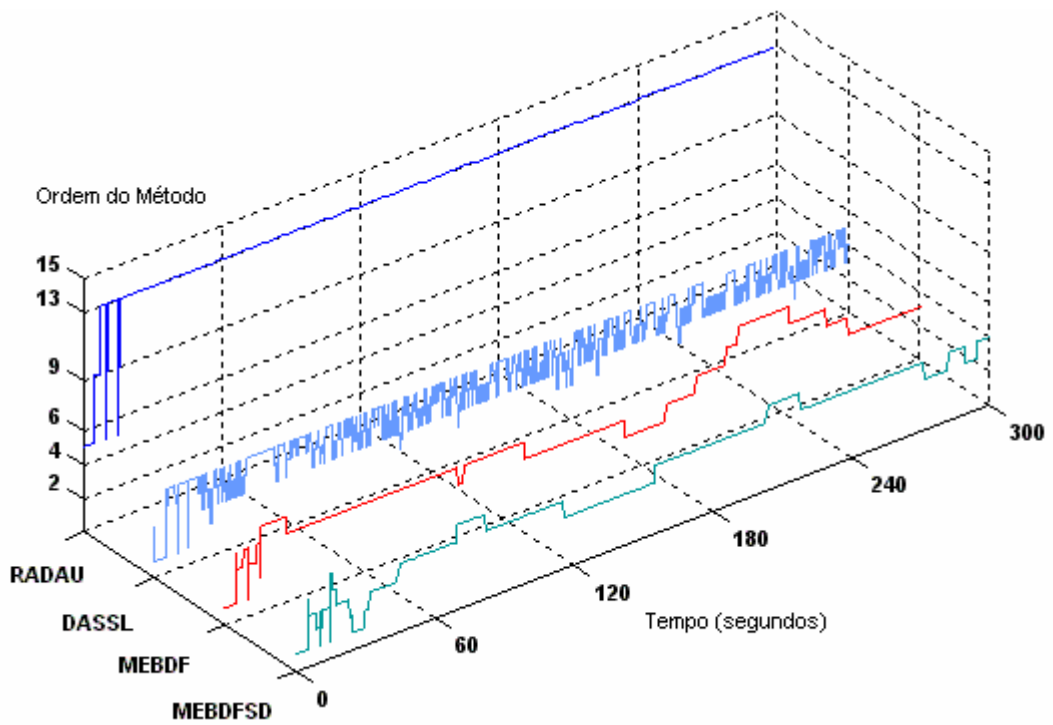
(a) Tensões nas barras dos geradores.



(b) Ângulo dos rotores.



(c) Passo de integração dos solvers.



(d) Variação da ordem das metodologias.

Figura 4.7: Estudo Comparativo no Sistema Sul-Sudeste.

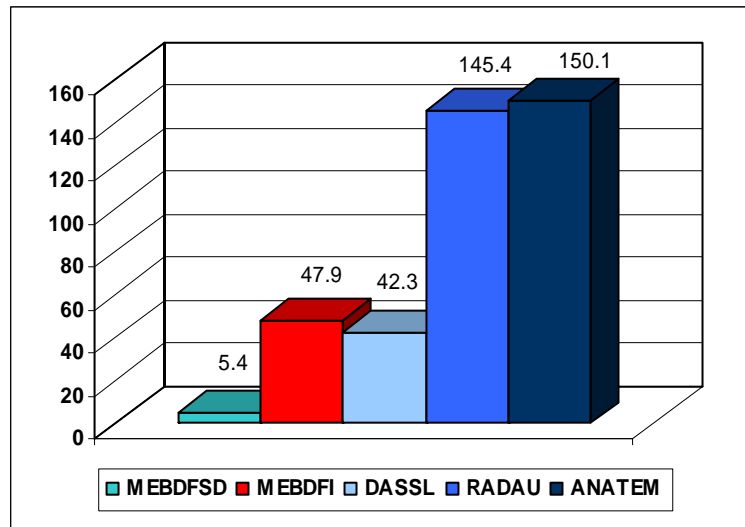


Figura 4.8: Comparação do Tempo CPU.(segundos).

4.4. ANÁLISE DO DESEMPENHO COMPUTACIONAL DOS ALGORITMOS

A análise comparativa de desempenho está baseada em três indicadores relativos as seguintes habilidades: avaliação das funções F, avaliação da matriz Jacobiana, fatoração da matriz Jacobiana e um último processo conhecido na literatura como *backward-forward substitution*. Esta última corresponde a solução do sistema de equações lineares da forma $A.x=b$. Associados a estas habilidades, têm-se: tempo gasto por execução do processo, o número de chamadas do processo, e a porcentagem do tempo gasto do processo na simulação global.

O Tempo Gasto por Processo - TGP indica o tempo computacional médio gasto por uma metodologia para avaliar um determinado processo. Este indicador é calculado através da Equação (3.46).

$$TGP = \frac{STP}{NI} = \frac{1}{NI} \cdot \sum_{j=1}^{NI} \left[\frac{1}{NA_j} \cdot \sum_{i=1}^{NA_j} T_i \right] \quad (3.41)$$

Onde T_i representa o tempo parcial gasto por um determinado processo a cada avaliação. Assume-se por cada j -ésimo intervalo de tempo os tempos parciais das “ i ” avaliações aceitas ou rejeitadas, NA_j representa o número de avaliações do processo por intervalo de tempo e NI é o número de intervalos de tempo avaliados. O número de

chamadas indicará quantas vezes uma metodologia precisou realizar determinado processo durante toda a simulação. A porcentagem sobre o tempo total gasto é um índice de eficiência de cada algoritmo

a) Caso I

A Tabela 4.8 apresenta os indicadores quantitativos resultantes da simulação computacional do Caso I referentes a cada algoritmo. Sabe-se que o intervalo de tempo para estudos de estabilidade transitória angular está na faixa dos segundos. A justificativa para se usar um tempo elevado está baseada na observação de estratégias inerentes aos algoritmos, principalmente as relacionadas com a variação do passo de integração e com a ordem do método.

Tabela 4.7: Desempenho numérico das metodologias – Sistema IEEE118

SISTEMA IEEE 118 Barras				
MÉTODO	$\frac{\text{TEMPO GASTO POR PROCESSO (s)} \mid \text{NÚMERO DE CHAMADAS AO PROCESSO}}{\text{PORCENTAGEM DO TEMPO GASTO DO PROCESSO NA SIMULAÇÃO (\%)}}$			
	AVALIAÇÃO DE F	AVALIAÇÃO DE J	FATORAÇÃO DE J	BACKWARD-FORWARD SUBSTITUTION
RADAU	$\frac{0,000057 \mid 3202}{1,38\%}$	$\frac{0,02525 \mid 8}{0,1\%}$	$\frac{1,24952 \mid 78}{47,27\%}$	$\frac{0,0977 \mid 456}{51,24\%}$
BDF	$\frac{0,0007391 \mid 1219}{3,32\%}$	$\frac{0,02266 \mid 51}{4,15\%}$	$\frac{0,09197 \mid 51}{16,99\%}$	$\frac{0,01542 \mid 1219}{75,53\%}$
MEBDF	$\frac{0,000223 \mid 1526}{2,11\%}$	$\frac{0,02640 \mid 52}{2,59\%}$	$\frac{0,1857 \mid 52}{18,20\%}$	$\frac{0,008296 \mid 1525}{77,11\%}$
MEBDFSD	$\frac{0,0004966 \mid 940}{44,12\%}$	$\frac{0,001228 \mid 127}{9,84\%}$	$\frac{0,002249 \mid 125}{19,13\%}$	$\frac{0,0000918 \mid 1796}{26,89\%}$

O processo de fatoração em todas as metodologias é o mais demorado exigindo maior esforço computacional em comparação aos demais processos. O processo *backward-forward substitution* é o que apresenta normalmente o maior número de avaliações, consumindo a maior parcela do tempo computacional. Portanto, estes dois processos são de maior interesse para a avaliação dos algoritmos.

Uma comparação entre o BDF e o MEBDF mostra uma pequena superioridade deste último sobre o primeiro baseado no tempo gasto no processo de fatoração da matriz Jacobiana. Isto indica que a estratégia BDF apresenta um mecanismo de avaliação da matriz Jacobiana mais eficiente do que a disponível no MEBDF.

O algoritmo RADAU consome a maior porcentagem do seu tempo total de simulação nos processos de fatoração e *backward-forward substitution*. Este comportamento já era esperado uma vez que neste algoritmo a metodologia numérica implementada soluciona um sistema linear $N.S$ -dimensional (sistema hiper-dimensionado) a cada iteração. N é o número de equações diferenciais e algébricas e S é a ordem do método.

O MEBDFSD aproveita ao máximo suas propriedades esparsas e apresenta tempos gasto por processo, como no caso do *backward-forward substitution*, muito pequenos. Enquanto que os demais algoritmos gastam grande parcela do tempo total neste processo, o MEBDFSD gasta mais tempo na avaliação das funções F .

b) Caso II

A Tabela 4.9 apresenta os indicadores quantitativos referentes a cada algoritmo resultantes da simulação computacional do Caso II, agora para o fenômeno da estabilidade de tensão de longo-termo. Neste caso, simulou-se um colapso de tensão incluindo a ação de dinâmicas rápidas e lentas. Como se pode observar, em todos os casos, o processo de fatoração exigiu maior esforço computacional em comparação aos demais. Para as metodologias BDF e MEBDF, o processo *backward-forward substitution* representa no resultado global o processo que consome maior porcentual do tempo total da simulação devido ao grande número de avaliações. Na metodologia RADAU o processo mais exigente é a fatoração da matriz Jacobiana, sendo ineficiente para simular sistemas de energia elétrica considerados de meio porte ou grande porte, devido à hiper-dimensão da matriz Jacobiana (5, 9 ou 13 vezes maior em comparação aos demais).

Tabela 4.8: Desempenho numérico das metodologias – Sistema IEEE150

SISTEMA IEEE 150 Barras				
MÉTODO	$\frac{\text{TEMPO GASTO POR PROCESSO (s)} \mid \text{NÚMERO DE CHAMADAS AO PROCESSO}}{\text{PORCENTAGEM DO TEMPO GASTO DO PROCESSO NA SIMULAÇÃO (\%)}}$			
	AVALIAÇÃO DE F	AVALIAÇÃO DE J	FATORAÇÃO DE J	BACKWARD-FORWARD SUBSTITUTION
RADAU	$\frac{0,00013 \mid 36768}{1,06\%}$	$\frac{0,022062 \mid 2880}{1,12\%}$	$\frac{1,5331 \mid 2957}{81,11\%}$	$\frac{0,04894 \mid 7414}{16,69\%}$
BDF	$\frac{0,001108 \mid 10115}{4,46\%}$	$\frac{0,01356 \mid 1174}{6,84\%}$	$\frac{0,09625 \mid 1174}{48,90\%}$	$\frac{0,00999 \mid 10115}{39,80\%}$
MEBDF	$\frac{0,00108 \mid 30527}{2,95\%}$	$\frac{0,0250 \mid 3800}{3,58\%}$	$\frac{0,1730 \mid 1570}{32,40\%}$	$\frac{0,009925 \mid 15020}{61,07\%}$
MEBDFSD	$\frac{0,000613 \mid 30236}{49,35\%}$	$\frac{0,002305 \mid 3981}{10,84\%}$	$\frac{0,004343 \mid 3980}{19,78\%}$	$\frac{0,0000957 \mid 49669}{20,02\%}$

Observa-se que desta vez o número de avaliações nos processos é maior para o MEBDF em relação ao BDF, sendo esta última, portanto mais eficiente. Entretanto, entre todos os algoritmos, o MEBDFSD continua sendo a melhor alternativa em termos de eficiência, apresentando tempos gasto muito pequenos por processo.

c) *Caso III*

A Tabela 4.10 apresenta os indicadores quantitativos referentes a cada algoritmo resultantes da simulação computacional do Caso III, onde foi usado um sistema de energia elétrica real. Neste caso verifica-se a eficiência e capacidade dos algoritmos em simular a uma seqüência de eventos, gerando várias descontinuidades durante a simulação.

Como já mencionado, o processo de fatoração é o mais demorado exigindo maior esforço computacional. O MEBDFSD mostrou-se mais uma vez ser mais eficiente no processo de fatoração da matriz Jacobiana e no processo *backward-forward substitution*. Este último representa no resultado global para as metodologias BDF e MEBDF, o processo que consome a maior porcentagem do tempo total da simulação.

Tabela 4.9: Desempenho numérico das metodologias – Sistema Brasileiro

SISTEMA SUL-SUDESTE				
MÉTODO	$\frac{\text{TEMPO GASTO POR PROCESSO (s)} \mid \text{NÚMERO DE CHAMADAS AO PROCESSO}}{\text{PORCENTAGEM DO TEMPO GASTO DO PROCESSO NA SIMULAÇÃO (\%)}$			
	AVALIAÇÃO DE F	AVALIAÇÃO DE J	FATORAÇÃO DE J	BACKWARD-FORWARD SUBSTITUTION
RADAU	$\frac{0,0000996 \mid 4608}{0,67\%}$	$\frac{0,04126 \mid 193}{0,68\%}$	$\frac{3,3456 \mid 274}{78,75\%}$	$\frac{0,1294 \mid 687}{19,90\%}$
BDF	$\frac{0,001486 \mid 4967}{5,31\%}$	$\frac{0,031645 \mid 98}{2,17\%}$	$\frac{0,18322 \mid 98}{12,53\%}$	$\frac{0,022509 \mid 4967}{80,02\%}$
MEBDF	$\frac{0,0005 \mid 4457}{3,04\%}$	$\frac{0,03506 \mid 122}{1,98\%}$	$\frac{0,39915 \mid 122}{22,23\%}$	$\frac{0,012111 \mid 4456}{72,75\%}$
MEBDFSD	$\frac{0,001105 \mid 1266}{60,80\%}$	$\frac{0,001650 \mid 116}{7,05\%}$	$\frac{0,003054 \mid 115}{9,39\%}$	$\frac{0,0001 \mid 2518}{22,74\%}$

O MEBDF possui um tempo gasto por fatoração da matriz Jacobiana 2,1 vezes maior que a metodologia BDF, realizando também 24 avaliações a mais que a metodologia BDF. Estes resultados mostram a importância de se considerar estratégias eficientes de avaliação da matriz Jacobiana e de solução de equações lineares, preferencialmente incluindo técnicas de esparsidade.

O RADAU apresenta o maior índice de tempo gasto por fatoração da matriz Jacobiana consumindo o maior percentual do tempo total da simulação no processo de fatoração. Como nos casos anteriores, este comportamento já era esperado uma vez que um sistema linear hiper-dimensionado deve ser solucionado a cada iteração.

Embora os resultados apresentados indiquem a superioridade do MEBDFSD em sobre os demais algoritmos considerados, é importante mencionar que o desempenho deste melhoraria significativamente se fosse incluída uma estratégia de avaliação da matriz Jacobiana mais eficiente.

5. CONCLUSÕES

5.1. CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho de dissertação investigou o desempenho de técnicas numéricas aplicadas na solução de sistemas de equações diferenciais e algébricas, enfocando o desempenho computacional de cada uma delas em simulações computacionais de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica (transitória angular e de tensão de longo-termo). Como suporte, foi desenvolvida uma segunda versão do programa computacional SIMFES para ser usada como forma das técnicas de interesse, a saber: RADAU, BDF, MEBDF e MEBDFSD.

A seleção das técnicas baseou-se nos seguintes critérios:

- Existência na literatura especializada de referências que justifiquem sua aplicação na solução de sistemas rígidos e de grande porte de EDAs, com índice menor ou igual a três.
- Cada metodologia deveria possuir, obrigatoriamente, estratégias de ordem variável e controle do tamanho de passo de integração.
- As metodologias deveriam ser, preferencialmente, do tipo multipasso; especialmente aquelas baseadas nas fórmulas BDF e suas variantes, em virtude da sua popularidade, boas referências, disponibilidade e acessibilidade de material bibliográfico. No entanto, também foi selecionada a metodologia do tipo passo simples com propriedades A-estável, onde, segundo a bibliografia consultada, é a mais eficiente no tratamento sistemas rígidos de EDAs.

As técnicas disponibilizadas na literatura consultada foram então selecionadas de acordo com as características acima.

As principais conclusões da presente dissertação de mestrado podem ser resumidas como segue:

1. Uma avaliação da eficiência computacional e precisão das metodologias aplicadas em simulações de fenômenos transitórios e de longo-termo foi realizada num mesmo programa computacional para sistemas-teste de médio porte, incluindo uma configuração de um equivalente do sistema sul-sudeste brasileiro. Normalmente as metodologias podem fornecer soluções muito precisas, mas o esforço computacional para isso muitas vezes é proibitivo, mesmo para simular fenômenos rápidos (transitórios). Esta é uma característica típica dos programas convencionais de estudo de estabilidade transitória angular, que usam passos fixos e muito pequenos. As metodologias BDF, MEBDF e MEBDFSD apresentaram um excelente desempenho em função da suas habilidades de aumentar, ou reduzir, o comprimento do passo de integração sempre que necessário sem comprometer a precisão da solução. Particularmente, a metodologia MEBDFSD destacou-se entre as demais consideradas, demonstrando uma capacidade considerável em reduzir o tempo de CPU.
2. A metodologia RADAU possui um método de passo simples RUNGE-KUTTA baseado nas fórmulas de quadratura RADAU IIA, apresentando propriedades A-estável para todas suas ordens implementadas ($S = 5, 9, 13$). Os resultados das simulações do Capítulo 4 constata sua habilidade para incrementar a ordem do método mesmo quando ocorrem descontinuidades, sem grandes riscos de instabilidade numérica. A principal desvantagem desta metodologia é sua matriz Jacobiana hiper-dimensionada, desvantagem esta caracterizada pelos resultados apresentados nas Tabelas 4.8-4.10. Esta técnica apresentou o maior tempo gasto durante o processo de fatoração da matriz Jacobiana aumentando o esforço computacional e tornando a metodologia ineficiente em termos de tempo de processamento computacional, piorando o cenário caso não disponibilize técnicas de esparsidade no tratamento da matriz Jacobiana. Conclui-se então que esta técnica não é adequada para estudos de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica onde o tempo de processamento é uma das principais preocupações.

3. As estratégias implementadas na metodologia BDF resultaram num melhor desempenho em comparação à metodologia MEBDF, realizando um número menor de processos *backward-forward substitution*, de avaliação e fatoração da matriz Jacobiana. Conclui-se então que esta técnica é adequada para estudos de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica onde o tempo de processamento é uma das principais preocupações.
4. As metodologias MEBDF e MEBDFSD utilizam de forma ótima suas características de estabilidade em comparação à metodologia BDF. A ordem das técnicas MEBDF e MEBDFSD alcançaram valores maiores em relação à BDF, refletindo de forma positiva na precisão da solução, sem comprometer a estabilidade numérica durante o processo de integração.
5. As estratégias e técnicas heurísticas implementadas personalizam cada uma das técnicas e influenciam no desempenho do processo de solução dos sistemas de EDAs, podendo torná-las ainda mais eficientes, principalmente na redução do tempo de processamento computacional. Entre as estratégias, destacam-se aquelas relacionadas com o tratamento dos índices de convergência do esquema de solução das equações não lineares, a mudança de ordem, controle do comprimento do passo de integração e as estratégias de avaliação da matriz Jacobiana.
6. As estratégias do MEBDF são mais conservadoras em relação aos métodos BDF uma vez que priorizam a convergência e precisão da solução. Estas estratégias combinadas com técnicas de esparsidade (MEBDFSD) as tornam muito robustas, eficientes e atraentes para serem usadas em estudos de estabilidade. O MEBDFSD demonstrou uma rapidez e uma exatidão aceitáveis em todos as simulações computacionais.
7. Embora seja uma comparação injusta, os resultados das simulações com o BDF, MEBDF e o MEBDFSD apresentaram uma maior eficiência computacional (tempo CPU) em comparação ao programa convencional usado para validação dos resultados. Este programa usa o trapezoidal implícito com passo e ordem de integração fixa.

8. A entrada de dados do programa SIMFES – VERSÃO 1.2, tanto para regime-permanente quanto para regime-dinâmico seguem os formatos dos programas ANAREDE e ANATEM, respectivamente. Dessa forma, versões mais avançadas poderão ser usadas pelo setor elétrico nacional.
9. Das técnicas numéricas investigadas aqui, conclui-se que o MEBDFSD, MEBDF e o BDF são os mais indicados para solucionar sistemas rígidos e de grande-porte de EDAs, destacando-se o MEBDFSD, principalmente se o tempo de processamento for de interesse. Esta metodologia foi muito rápida em comparação as demais.

5.2. TRABALHOS FUTUROS

Ficam como sugestões para futuros trabalhos, baseado nas conclusões deste, os seguintes itens:

- Melhoria da eficiência numérica e computacional do MEBDFSD utilizando técnicas de processamento paralelo.
- Avaliação da estabilidade transitória e de tensão em sistemas elétricos reais utilizando metodologias híbridas BDF-MEBDF com estratégias inteligentes.
- Verificar a possibilidade de, desenvolver, implementar e testar estratégias numéricas no MEBDFSD para reduzir o número de avaliações da função f .

APÊNDICES

A. Dados dos sistemas teste

A.1 Nomenclatura

Dados das barras

#	Número de barra.
Nom	Nome da barra.
Tp	Tipo de barra.
Ten	Módulo da tensão da barra, em pu.
Ang	Ângulo da tensão, em graus.
PAG	Potência ativa gerada, em MW.
PRG	Potência reativa gerada, em MVAr.
CPA	Potência ativa de carga, em MW.
CPR	Potência reativa de carga, em MVAr.
GSH	Shunt de barra, em MW.
BSH	Shunt de barra, em MVAr.

Dados dos ramos

#L	Número de ramo.
BI	Barra Inicial.
BF	Barra Final.
Nc	Número de circuito.
R	Resistência, em pu.
X	Reatância, em pu.
B	Suscetância da linha, em pu.
Tnom	Tap nominal do transformador de potência.

Dados dos geradores modelo clássico

No	Número de identificação do modelo de gerador.
L'd	Indutância transitória de eixo direto, em %.
Ra	Resistência do enrolamento de armadura, em %.
H	Constante de inércia, em segundos.
D	Constante de amortecimento, em pu/pu.
MVA	Potência aparente nominal da máquina, em MVA.
Fr	Frequência síncrona da máquina, em Hz.

Dados dos geradores modelo detalhado.

No	Número de identificação do modelo de gerador.
Ldo	Indutância síncrona de eixo direto, em %.
Lqo	Indutância síncrona de eixo em quadratura, em %.
L'd	Indutância transitória de eixo direto, em %.
L''d	Indutância subtransitória de eixo direto, em %.
Leo	Indutância de dispersão da armadura, em %.
T'd	Constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto, em segundos.
T''d	Constante de tempo subtransitória de eixo direto em circuito aberto, em segundos.
T''q	Constante de tempo subtransitória de eixo em quadratura em circuito aberto, em segundos.
Ra	Resistência do enrolamento de armadura, em %.
H	Constante de inércia, em segundos.
D	Constante de amortecimento, em pu/pu.
MVA	Potência aparente nominal da máquina, em MVA.
Fr	Frequência síncrona da máquina, em Hz.

Dados dinâmicos dos sistemas de excitação (modelo de 5^o ordem)

No	Número de identificação do modelo de regulador de tensão
Tm	Constante de tempo do transdutor de tensão, em segundos
Ka	Ganho do regulador de tensão, em pu/pu
T1,T3	Constante de tempo de avanço do compensador de fase do regulador de tensão, em segundos.
T2,T4	Constante de tempo de atraso do compensador de fase do regulador de tensão, em segundos.
Lmn	Limite inferior da tensão de saída do regulador de tensão, em pu.
Lmx	Limite superior da tensão de saída do regulador de tensão, em pu.

Dados dinâmicos dos estabilizadores de potência (modelo de 3^o ordem)

No	Número de identificação do modelo de regulador de tensão.
T	Constante de tempo do transdutor de sinal, em segundos.
Kp	Ganho do estabilizador de potência, em pu/pu.
T1,T3	Constante de tempo de avanço do compensador de fase do estabilizador de potência, em segundos.
T2,T4	Constante de tempo de atraso do compensador de fase do estabilizador de potência, em segundos.
Ven	Limite inferior do sinal estabilizante, em pu.
Vex	Limite superior do sinal estabilizante, em pu.

Dados dinâmicos do limitador de sobreexcitação (modelo de 1º ordem)

No	Modelo do limitador de sobreexcitação.
If1	Corrente de campo máximo porcentual a suportar, em pu.
I1,I2,I3	Limite inferior 1,2,3.
S1,S2,S3	Limite superior 1,2,3.
K	Constante.
B	Ganho.

Dados dinâmicos do transformador de troca de tape variável (modelo de 1º ordem).

No	Modelo do ULTC
Tmn	Tape mínimo
Tmx	Tape máximo
kbs	Barra a controlar.
Nst	# tapes do ULTC.
Tmo	Tempo fixo de retardo na decisão da mudança do tape.
Tcp	Tempo variável de retardo na decisão da mudança do tape.
Tc1	Tempo fixo, usado na troca mecânica do tape.

Dados dinâmicos da carga controlada por termostato (modelo de 1º ordem).

Tc	Constante de Tempo.
Lgn	Limite mínimo da condutância, % nominal.
Lgx	Limite máximo da condutância, % nominal.
Lbn	Limite mínimo da susceptância, % nominal.
Lbx	Limite máximo da susceptância, % nominal.

Dados dinâmicos acréscimo de carga gradual.

Bc	Barra de carga onde será incrementada a sua carga.
Incl	Inclinação de acréscimo, pu/seg.
P	Indicador de acréscimo na potência ativa, 1, do contrario, 0.
Q	Indicador de acréscimo na potência reativa 1, do contrario 0.
S	Indicador de acréscimo na potência Aparente 1, do contrario 0.

A.2 Sistema IEEE 118 barras e 54 geradores

Dados das barras

#	Nom	Tp	Ten	Ang	PAG	PRG	CPA	CPR
1	2	1.051	-10.00	0.0	-5.3	51.0	27.0	0.0
2	0	1.064	-9.60	0.0	0.0	20.0	9.0	0.0
3	0	1.064	-9.40	0.0	0.0	39.0	10.0	0.0
4	2	1.100	-6.20	100.0	21.5	39.0	12.0	0.0
5	0	1.100	-6.20	0.0	0.0	0.0	0.0	-40.0
6	2	1.085	-8.20	5.0	15.0	52.0	22.0	0.0
7	0	1.083	-8.50	0.0	0.0	19.0	2.0	0.0
8	2	1.055	-3.50	100.0	-12.8	28.0	0.0	0.0
9	0	1.097	-2.10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	2	1.100	-0.60	100.0	-71.2	0.0	0.0	0.0
11	0	1.080	-8.20	0.0	0.0	70.0	23.0	0.0
12	2	1.080	-8.70	30.0	63.6	47.0	10.0	0.0
13	0	1.064	-8.70	0.0	0.0	34.0	16.0	0.0
14	0	1.075	-8.50	0.0	0.0	14.0	1.0	0.0
15	2	1.063	-6.40	5.0	-7.0	90.0	30.0	0.0
16	0	1.076	-7.70	0.0	0.0	25.0	10.0	0.0
17	0	1.091	-3.60	0.0	0.0	11.0	3.0	0.0
18	2	1.068	-5.50	5.0	16.7	60.0	34.0	0.0
19	2	1.060	-6.20	5.0	14.0	45.0	25.0	0.0
20	0	1.051	-4.30	0.0	0.0	18.0	3.0	0.0
21	0	1.050	-2.10	0.0	0.0	14.0	8.0	0.0
22	0	1.058	1.05	0.0	0.0	10.0	5.0	0.0
23	0	1.085	6.82	0.0	0.0	7.0	3.0	0.0
24	2	1.080	8.85	100.0	102.2	13.0	0.0	0.0
25	2	1.100	9.75	100.0	29.8	0.0	0.0	0.0
26	2	0.976	10.70	300.0	-118.0	0.0	0.0	0.0
27	2	1.095	3.81	100.0	13.1	71.0	13.0	0.0
28	0	1.092	2.37	0.0	0.0	17.0	7.0	0.0
29	0	1.096	1.50	0.0	0.0	24.0	4.0	0.0
30	0	1.008	-1.90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	2	1.100	1.55	100.0	40.3	43.0	27.0	0.0
32	2	1.089	2.51	5.0	9.1	59.0	23.0	0.0
33	0	1.050	-7.70	0.0	0.0	23.0	9.0	0.0
34	2	1.049	-8.10	5.0	23.1	59.0	26.0	14.0
35	0	1.041	-8.40	0.0	0.0	33.0	9.0	0.0
36	2	1.041	-8.40	5.0	-10.7	31.0	17.0	0.0
37	0	1.051	-7.70	0.0	0.0	0.0	0.0	-25.0
38	0	0.993	-5.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0	0.990	-7.60	0.0	0.0	27.0	11.0	0.0
40	2	0.965	-6.60	101.7	-108.0	66.0	23.0	0.0
41	0	0.968	-7.60	0.0	0.0	37.0	10.0	0.0
42	2	1.004	-7.40	106.6	9.7	96.0	23.0	0.0
43	0	1.046	-10.00	0.0	0.0	18.0	7.0	0.0
44	0	1.057	-11.00	0.0	0.0	16.0	8.0	10.0
45	0	1.058	-10.00	0.0	0.0	53.0	22.0	10.0
46	2	1.077	-7.10	101.1	1.9	28.0	10.0	10.0
47	0	1.058	-7.70	0.0	0.0	34.0	0.0	0.0
48	0	1.078	-8.50	0.0	0.0	20.0	11.0	15.0
49	2	1.077	-8.40	100.0	139.3	87.0	30.0	0.0
50	0	1.076	-10.00	0.0	0.0	17.0	4.0	0.0
51	0	1.071	-12.00	0.0	0.0	17.0	8.0	0.0
52	0	1.070	-13.00	0.0	0.0	18.0	5.0	0.0
53	0	1.079	-14.00	0.0	0.0	23.0	11.0	0.0
54	2	1.100	-13.00	109.4	155.7	113.0	32.0	0.0
55	2	1.091	-13.00	15.0	2.2	63.0	22.0	0.0
56	2	1.093	-13.00	7.2	-3.2	84.0	18.0	0.0
57	0	1.083	-12.00	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
58	0	1.079	-13.00	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
59	2	1.090	-10.00	120.1	71.8	277.0	113.0	0.0
60	0	1.004	-6.60	0.0	0.0	78.0	3.0	0.0
61	2	0.998	-5.70	205.0	-44.5	0.0	0.0	0.0
62	2	1.006	-6.70	10.0	-0.6	77.0	14.0	0.0
63	0	1.029	-7.30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	0	1.061	-5.70	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	2	1.068	-3.20	100.0	121.9	0.0	0.0	0.0
66	2	1.064	-5.30	100.0	-29.2	39.0	18.0	0.0
67	0	1.032	-6.70	0.0	0.0	28.0	7.0	0.0
68	0	1.056	-1.40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	3	0.950	0.00	115.7	-103.0	0.0	0.0	0.0
70	2	0.915	2.72	10.0	1.7	66.0	20.0	0.0
71	0	0.907	6.73	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
72	2	0.900	14.70	100.0	-105.0	12.0	0.0	0.0
73	2	0.900	9.90	100.0	-28.8	6.0	0.0	0.0
74	2	0.900	-2.20	5.0	4.8	68.0	27.0	12.0
75	0	0.910	-2.00	0.0	0.0	47.0	11.0	0.0

76	2	0.900	-4.00	0.0	11.8	68.0	36.0	0.0
77	2	0.978	0.68	30.7	36.7	61.0	28.0	0.0
78	0	0.976	0.20	0.0	0.0	71.0	26.0	0.0
79	0	0.984	0.22	0.0	0.0	39.0	32.0	20.0
80	2	1.020	1.75	100.0	-48.1	130.0	26.0	0.0
81	0	1.006	-0.06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	0	0.983	7.08	0.0	0.0	54.0	27.0	20.0
83	0	0.982	10.60	0.0	0.0	20.0	10.0	10.0
84	0	0.995	16.70	0.0	0.0	11.0	7.0	0.0
85	2	1.012	19.90	10.0	-15.5	24.0	15.0	0.0
86	0	1.035	26.60	0.0	0.0	21.0	10.0	0.0
87	2	1.100	39.30	124.2	28.3	0.0	0.0	0.0
88	0	1.031	22.20	0.0	0.0	48.0	10.0	0.0
89	2	1.059	25.60	400.0	-5.1	0.0	0.0	0.0
90	2	1.074	25.70	150.7	60.8	163.0	42.0	0.0
91	2	1.074	26.70	125.6	-11.9	10.0	0.0	0.0
92	2	1.049	20.60	10.0	-18.6	65.0	10.0	0.0
93	0	1.034	16.10	0.0	0.0	12.0	7.0	0.0
94	0	1.032	12.60	0.0	0.0	30.0	16.0	0.0
95	0	1.006	9.96	0.0	0.0	42.0	31.0	0.0
96	0	0.998	7.60	0.0	0.0	38.0	15.0	0.0
97	0	1.003	4.37	0.0	0.0	15.0	9.0	0.0
98	0	1.037	5.42	0.0	0.0	34.0	8.0	0.0
99	2	1.071	13.30	124.9	-23.4	42.0	0.0	0.0
100	2	1.100	14.10	100.0	287.7	37.0	18.0	0.0
101	0	1.065	16.00	0.0	0.0	22.0	15.0	0.0
102	0	1.053	19.00	0.0	0.0	5.0	3.0	0.0
103	2	1.091	15.80	18.7	8.1	23.0	16.0	0.0
104	2	1.079	16.00	20.0	5.6	38.0	25.0	0.0
105	2	1.079	16.70	20.0	-15.0	31.0	26.0	20.0
106	0	1.079	16.10	0.0	0.0	43.0	16.0	0.0
107	2	1.100	19.40	120.1	5.8	50.0	12.0	6.0
108	0	1.079	18.30	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0
109	0	1.079	19.00	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
110	2	1.083	21.10	0.0	-13.6	39.0	30.0	6.0
111	2	1.100	24.70	100.0	-2.4	0.0	0.0	0.0
112	2	1.100	22.50	118.1	19.7	68.0	13.0	0.0
113	2	1.100	-1.70	100.0	10.5	6.0	0.0	0.0
114	0	1.087	2.62	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
115	0	1.087	2.67	0.0	0.0	22.0	7.0	0.0
116	2	1.062	-1.40	250.0	103.3	184.0	0.0	0.0
117	0	1.066	-10.00	0.0	0.0	20.0	8.0	0.0
118	0	0.898	-3.40	0.0	0.0	33.0	15.0	0.0

Dados dos ramos

#L	BI	BF	R	X	B	Tnom
1	1	2	0.03030	0.09990	0.02540	0.0000
2	1	3	0.01290	0.04240	0.01080	0.0000
3	2	12	0.01870	0.06160	0.01566	0.0000
4	3	5	0.02410	0.10800	0.02840	0.0000
5	3	12	0.04840	0.16000	0.04060	0.0000
6	4	5	0.00180	0.00800	0.00200	0.0000
7	4	11	0.02090	0.06880	0.01740	0.0000
8	5	6	0.01190	0.05400	0.01420	0.0000
9	5	11	0.02030	0.06820	0.01740	0.0000
10	6	7	0.00450	0.02080	0.00540	0.0000
11	7	12	0.00860	0.03400	0.00860	0.0000
12	8	5	0.00000	0.02670	0.00000	0.9370
13	8	9	0.00240	0.03050	1.16200	0.0000
14	8	30	0.00430	0.05040	0.51400	0.0000
15	9	10	0.00260	0.03220	1.23000	0.0000
16	11	12	0.00590	0.01960	0.00500	0.0000
17	11	13	0.02220	0.07310	0.01880	0.0000
18	12	14	0.02150	0.07070	0.01820	0.0000
19	12	16	0.02120	0.08340	0.02140	0.0000
20	12	117	0.03290	0.14000	0.03588	0.0000
21	13	15	0.07440	0.24440	0.06260	0.0000
22	14	15	0.05950	0.19500	0.05020	0.0000
23	15	17	0.01320	0.04370	0.04440	0.0000
24	15	19	0.01200	0.03940	0.01000	0.0000
25	15	33	0.03800	0.12440	0.03200	0.0000
26	16	17	0.04540	0.18010	0.04660	0.0000
27	17	18	0.01230	0.05050	0.01280	0.0000
28	17	31	0.04740	0.15630	0.04000	0.0000
29	17	113	0.00910	0.03010	0.00760	0.0000
30	18	19	0.01110	0.04930	0.01140	0.0000
31	19	20	0.02520	0.11700	0.02980	0.0000
32	19	34	0.07520	0.24700	0.06320	0.0000
33	20	21	0.01830	0.08490	0.02160	0.0000
34	21	22	0.02090	0.09700	0.02460	0.0000

35	22	23	0.03420	0.15900	0.04040	0.0000
36	23	24	0.01350	0.04920	0.04980	0.0000
37	23	25	0.01560	0.08000	0.08640	0.0000
38	23	32	0.03170	0.11530	0.11720	0.0000
39	24	70	0.10220	0.41150	0.10200	0.0000
40	24	72	0.04880	0.19600	0.04880	0.0000
41	25	27	0.03180	0.16300	0.17640	0.0000
42	26	25	0.00000	0.03820	0.00000	0.9000
43	26	30	0.00790	0.08600	0.90800	0.0000
44	27	28	0.01910	0.08550	0.02160	0.0000
45	27	32	0.02290	0.07550	0.01920	0.0000
46	27	115	0.01640	0.07410	0.01980	0.0000
47	28	29	0.02370	0.09430	0.02380	0.0000
48	29	31	0.01080	0.03310	0.00820	0.0000
49	30	17	0.00000	0.03880	0.00000	0.9000
50	30	38	0.00460	0.05400	0.42200	0.0000
51	31	32	0.02980	0.09850	0.02500	0.0000
52	32	113	0.06150	0.20300	0.05180	0.0000
53	32	114	0.01350	0.06120	0.01620	0.0000
54	33	37	0.04150	0.14200	0.03660	0.0000
55	34	36	0.00870	0.02680	0.00560	0.0000
56	34	37	0.00260	0.00940	0.00980	0.0000
57	34	43	0.04130	0.16810	0.04220	0.0000
58	35	36	0.00220	0.01020	0.00260	0.0000
59	35	37	0.01100	0.04970	0.01320	0.0000
60	37	39	0.03210	0.10600	0.02700	0.0000
61	37	40	0.05930	0.16800	0.04200	0.0000
62	38	37	0.00000	0.03750	0.00000	0.9000
63	38	65	0.00900	0.09860	1.04600	0.0000
64	39	40	0.01840	0.06050	0.01540	0.0000
65	40	41	0.01450	0.04870	0.01220	0.0000
66	40	42	0.05550	0.18300	0.04660	0.0000
67	41	42	0.04100	0.13500	0.03440	0.0000
68	42	49	0.03580	0.16100	0.17200	0.0000
69	43	44	0.06080	0.24540	0.06060	0.0000
70	44	45	0.02240	0.09010	0.02240	0.0000
71	45	46	0.04000	0.13560	0.03320	0.0000
72	45	49	0.06840	0.18600	0.04440	0.0000
73	46	47	0.03800	0.12700	0.03160	0.0000
74	46	48	0.06010	0.18900	0.04720	0.0000
75	47	49	0.01910	0.06250	0.01600	0.0000
76	47	69	0.08440	0.27780	0.07100	0.0000
77	48	49	0.01790	0.05050	0.01260	0.0000
78	49	50	0.02670	0.07520	0.01860	0.0000
79	49	51	0.04860	0.13700	0.03420	0.0000
80	49	54	0.03980	0.14500	0.14680	0.0000
81	49	66	0.00900	0.04590	0.04960	0.0000
82	49	69	0.09850	0.32400	0.08280	0.0000
83	50	57	0.04740	0.13400	0.03320	0.0000
84	51	52	0.02030	0.05880	0.01400	0.0000
85	51	58	0.02550	0.07190	0.01780	0.0000
86	52	53	0.04050	0.16350	0.04040	0.0000
87	53	54	0.02630	0.12200	0.03100	0.0000
88	54	55	0.01690	0.07070	0.02020	0.0000
89	54	56	0.00270	0.00950	0.00720	0.0000
90	54	59	0.05030	0.22930	0.05980	0.0000
91	55	56	0.00480	0.01510	0.00380	0.0000
92	55	59	0.04730	0.21580	0.05640	0.0000
93	56	57	0.03430	0.09660	0.02420	0.0000
94	56	58	0.03430	0.09660	0.02420	0.0000
95	56	59	0.04070	0.12000	0.11040	0.0000
96	59	60	0.03170	0.14500	0.03760	0.0000
97	59	61	0.03280	0.15000	0.03880	0.0000
98	60	61	0.00260	0.01350	0.01460	0.0000
99	60	62	0.01230	0.05610	0.01460	0.0000
100	61	62	0.00820	0.03760	0.00980	0.0000
101	62	66	0.04820	0.21800	0.05780	0.0000
102	62	67	0.02580	0.11700	0.03100	0.0000
103	63	59	0.00000	0.03860	0.00000	0.9000
104	63	64	0.00170	0.02000	0.21600	0.0000
105	64	61	0.00000	0.02680	0.00000	1.1000
106	64	65	0.00270	0.03020	0.38000	0.0000
107	65	66	0.00000	0.03700	0.00000	0.9900
108	65	68	0.00140	0.01600	0.63800	0.0000
109	66	67	0.02240	0.10150	0.02680	0.0000
110	68	69	0.00000	0.03700	0.00000	1.1000
111	68	81	0.00170	0.02020	0.80800	0.0000
112	68	116	0.00300	0.00400	0.16400	0.0000
113	69	70	0.03000	0.12700	0.12200	0.0000
114	69	75	0.04050	0.12200	0.12400	0.0000
115	69	77	0.03090	0.10100	0.10380	0.0000
116	70	71	0.00880	0.03550	0.00860	0.0000
117	70	74	0.04010	0.13230	0.03360	0.0000
118	70	75	0.04280	0.14100	0.03600	0.0000
119	71	72	0.04460	0.18000	0.04440	0.0000
120	71	73	0.00870	0.04540	0.01180	0.0000

121	74	75	0.01230	0.04060	0.01020	0.0000
122	75	77	0.06010	0.19990	0.04980	0.0000
123	75	118	0.01450	0.04810	0.01180	0.0000
124	76	77	0.04440	0.14800	0.03680	0.0000
125	76	118	0.01640	0.05440	0.01360	0.0000
126	77	78	0.00370	0.01240	0.01260	0.0000
127	77	80	0.01080	0.03310	0.07000	0.0000
128	77	82	0.02980	0.08530	0.08180	0.0000
129	78	79	0.00540	0.02440	0.00640	0.0000
130	79	80	0.01560	0.07040	0.01860	0.0000
131	80	96	0.03560	0.18200	0.04940	0.0000
132	80	97	0.01830	0.09340	0.02540	0.0000
133	80	98	0.02380	0.10800	0.02860	0.0000
134	80	99	0.04540	0.20600	0.05460	0.0000
135	81	80	0.00000	0.03700	0.00000	0.9000
136	82	83	0.01120	0.03660	0.03800	0.0000
137	82	96	0.01620	0.05300	0.05440	0.0000
138	83	84	0.06250	0.13200	0.02580	0.0000
139	83	85	0.04300	0.14800	0.03480	0.0000
140	84	85	0.03020	0.06410	0.01220	0.0000
141	85	86	0.03500	0.12300	0.02760	0.0000
142	85	88	0.02000	0.10200	0.02760	0.0000
143	85	89	0.02390	0.17300	0.04700	0.0000
144	86	87	0.02820	0.20740	0.04440	0.0000
145	88	89	0.01390	0.07120	0.01920	0.0000
146	89	90	0.01630	0.06520	0.15880	0.0000
147	89	92	0.00790	0.03800	0.09620	0.0000
148	90	91	0.02540	0.08360	0.02140	0.0000
149	91	92	0.03870	0.12720	0.03260	0.0000
150	92	93	0.02580	0.08480	0.02180	0.0000
151	92	94	0.04810	0.15800	0.04060	0.0000
152	92	100	0.06480	0.29500	0.07720	0.0000
153	92	102	0.01230	0.05590	0.01460	0.0000
154	93	94	0.02230	0.07320	0.01880	0.0000
155	94	95	0.01320	0.04340	0.01100	0.0000
156	94	96	0.02690	0.08690	0.02300	0.0000
157	94	100	0.01780	0.05800	0.06040	0.0000
158	95	96	0.01710	0.05470	0.01480	0.0000
159	96	97	0.01730	0.08850	0.02400	0.0000
160	98	100	0.03970	0.17900	0.04760	0.0000
161	99	100	0.01800	0.08130	0.02160	0.0000
162	100	101	0.02770	0.12620	0.03280	0.0000
163	100	103	0.01600	0.05250	0.05360	0.0000
164	100	104	0.04510	0.20400	0.05400	0.0000
165	100	106	0.06050	0.22900	0.06200	0.0000
166	101	102	0.02460	0.11200	0.02940	0.0000
167	103	104	0.04660	0.15840	0.04060	0.0000
168	103	105	0.05350	0.16250	0.04080	0.0000
169	103	110	0.03910	0.18130	0.04600	0.0000
170	104	105	0.00990	0.03780	0.00980	0.0000
171	105	106	0.01400	0.05470	0.01440	0.0000
172	105	107	0.05300	0.18300	0.04720	0.0000
173	105	108	0.02610	0.07030	0.01840	0.0000
174	106	107	0.05300	0.18300	0.04720	0.0000
175	108	109	0.01050	0.02880	0.00760	0.0000
176	109	110	0.02780	0.07620	0.02020	0.0000
177	110	111	0.02200	0.07550	0.02000	0.0000
178	110	112	0.02470	0.06400	0.06200	0.0000
179	114	115	0.00230	0.01040	0.00280	0.0000

A.3 Dados dos geradores, modelo detalhado.

No	Ldo	Lqo	L'd	Fr	L''d	Leo	T'd	T''d	T''q
No	H	D	MVA	Fr					
2	180	172	28.5		22	16	3.7	0.032	0.06
2	1.3	2	483	60					
3	91	57	26		20	15	6.2	0.043	0.074
3	4.4	0	250	60					
4	93.4	61.1	28.9		27.2	22	5.3	0.091	0.205
4	5.5	0	472.6	60					
5	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
5	4.3	0	365	60					
6	180	172	28.5		22	16	3.7	0.032	0.06
6	1.3	2	483	60					
7	186.7	177.3	22.6		16.7	13	9.22	0.041	0.15
7	4.9	0	216	60					
8	214	200	21		16	14	9.79	0.021	0.032
8	1.7	0	208	60					
9	217	205	22.3		16.9	15	9.48	0.023	0.035
9	6.4	0	300	60					
10	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
10	4.3	0	365	60					

11	170	100	37		25	17.5	9	0.06	0.2
11	1.6	0	300	60					
12	172	167.9	48.8		33.7	26.6	5.62	0.048	0.066
12	2.7	0	760	60					
13	92.8	68.9	31.9		25.59	13.99	5	0.065	0.085
13	4.7	0	313.6	60					
14	94.8	64.5	24.9		18.96	14.01	7	0.066	0.14
14	6.2	0	283	60					
15	91	57	26		20	15	6.2	0.043	0.074
15	4.4	0	250	60					
16	158.9	149.4	24.1		18.55	15.4	6.66	0.018	0.03
16	3.2	0	350	60					
17	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
17	4.3	0	365	60					
18	214	200	21		16	14	9.79	0.021	0.032
18	1.7	0	208	60					
19	217	205	22.3		16.9	15	9.48	0.023	0.035
19	6.4	0	300	60					
20	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
20	4.3	0	365	60					
21	186.7	177.3	22.6		16.7	13	9.22	0.041	0.15
21	4.9	0	216	60					
22	158.9	149.4	24.1		18.55	15.4	6.66	0.018	0.03
22	3.2	0	350	60					
23	217	205	22.3		16.9	15	9.48	0.023	0.035
23	6.4	0	300	60					
24	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
24	4.3	0	365	60					
25	170	100	37		25	17.5	9	0.06	0.2
25	1.6	0	300	60					
26	172	167.9	48.8		33.7	26.6	5.62	0.048	0.066
26	2.7	0	760	60					
27	94.8	64.5	24.9		18.96	14.01	7	0.066	0.14
27	6.2	0	283	60					
28	91	57	26		20	15	6.2	0.043	0.074
28	4.4	0	250	60					
29	158.9	149.4	24.1		18.55	15.4	6.66	0.018	0.03
29	3.2	0	350	60					
30	172	167.9	48.8		33.7	26.6	5.62	0.048	0.066
30	2.7	0	760	60					
31	170	100	37		25	17.5	9	0.06	0.2
31	1.6	0	300	60					
32	92.8	68.9	31.9		25.59	13.99	5	0.065	0.085
32	4.7	0	313.6	60					
33	94.8	64.5	24.9		18.96	14.01	7	0.066	0.14
33	6.2	0	283	60					
34	91	57	26		20	15	6.2	0.043	0.074
34	4.4	0	250	60					
35	158.9	149.4	24.1		18.55	15.4	6.66	0.018	0.03
35	3.2	0	350	60					
36	186.7	177.3	22.6		16.7	13	9.22	0.041	0.15
36	4.9	0	216	60					
37	91	57	26		20	15	6.2	0.043	0.074
37	4.4	0	250	60					
38	158.9	149.4	24.1		18.55	15.4	6.66	0.018	0.03
38	3.2	0	350	60					
39	91	57	26		20	15	6.2	0.043	0.074
39	4.4	0	250	60					
40	172	167.9	48.8		33.7	26.6	5.62	0.048	0.066
40	2.7	0	760	60					
41	158.9	149.4	24.1		18.55	15.4	6.66	0.018	0.03
41	3.2	0	350	60					
42	217	205	22.3		16.9	15	9.48	0.023	0.035
42	6.4	0	300	60					
43	217	205	22.3		16.9	15	9.48	0.023	0.035
43	6.4	0	300	60					
44	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
44	4.3	0	365	60					
45	186.7	177.3	22.6		16.7	13	9.22	0.041	0.15
45	4.9	0	216	60					
46	214	200	21		16	14	9.79	0.021	0.032
46	1.7	0	208	60					
47	217	205	22.3		16.9	15	9.48	0.023	0.035
47	6.4	0	300	60					
48	73	52	26		20	19	8.3	0.06	0.03
48	4.3	0	365	60					
49	170	100	37		25	17.5	9	0.06	0.2
49	1.6	0	300	60					
50	92.8	68.9	31.9		25.59	13.99	5	0.065	0.085
50	4.7	0	313.6	60					
51	94.8	64.5	24.9		18.96	14.01	7	0.066	0.14
51	6.2	0	283	60					
52	172	167.9	48.8		33.7	26.6	5.62	0.048	0.066
52	2.7	0	760	60					
53	186.3	183.3	34.3		28.7	20.9	5.36	0.042	0.253
53	3	0	256	60					
54	172	167.9	48.8		33.7	26.6	5.62	0.048	0.066
54	2.7	0	760	60					

A.4 Dados dos dispositivos de controle.

MODELOS DOS REGULADORES DE TENSÃO								
No	Tm	Ka	T1	T2	T3	T4	Lmn	Lmx
1-54	0.02	190.80	3.00	12.00	0.07	0.01	-3.87	3.87

MODELOS DE ESTABILIZADORES (PSS)								
No	Kp	T	T1	T2	T3	T4	Vem	Vex
1-54	22.78	1.00	1.50	0.02	0.29	12.00	-0.05	0.05

LIMITADORES DE SOBREEXCITAÇÃO OXL									
No	If	I1	I2	I3	S1	S2	S3	K	B
1-54	3.0	-1.0	-1.0	0.0	0.8	1.0	1.5	0.5	0.1

A.5 Sistema IEEE 150 barras e 50 geradores

Dados das barras

#	Nom	Tp	Ten	Ang	PAG	PRG	CPA	CPR	GSH	BSH
1	bus-1	0	1082	-5.4	0	0	0	0	0	0
2	bus-2	0	1082	-5.5	0	0	0	0	0	0
3	bus-3	0	1102	-5.1	0	0	0	0	0	-126
4	bus-4	0	1102	-5.1	0	0	0	0	0	-126
5	bus-5	0	1103	-5.1	0	0	0	0	0	-126
6	bus-6	0	1048	-9	0	0	0	0	0	0
7	bus-7	0	1096	1.8	0	0	0	0	0	0
8	bus-8	0	1119	-0.1	0	0	0	0	0	0
9	bus-9	0	1044	-9.2	0	0	0	0	0	0
10	bus-10	0	1044	-9.2	0	0	0	0	0	0
11	bus-11	0	1097	-11.8	0	0	0	0	0	0
12	bus-12	0	1043	-9.9	0	0	0	0	0	0
13	bus-13	0	1102	-12.5	0	0	0	0	0	0
14	bus-14	0	1042	-10.3	0	0	0	0	0	0
15	bus-15	0	1072	-10.9	0	0	0	0	0	-126
16	bus-16	0	1072	-11	0	0	0	0	0	-126
17	bus-17	0	1004	-10.6	0	0	0	0	0	-250
18	bus-18	0	1077	-12	0	0	0	0	0	-126
19	bus-19	0	1073	-12.1	0	0	0	0	0	-58
20	bus-20	0	1115	-12.1	0	0	0	0	0	0
21	bus-21	0	1111	-12.4	0	0	0	0	0	0
22	bus-22	0	1032	-5	0	0	0	0	0	0
23	bus-23	0	1099	-6.6	0	0	0	0	0	0
24	bus-24	0	1028	1.2	0	0	0	0	0	0
25	bus-25	0	1042	-11	0	0	0	0	0	0
26	bus-26	0	1091	-12.5	0	0	0	0	0	0
27	bus-27	0	1042	-14.2	0	0	0	0	0	0
28	bus-28	0	1079	-16.3	0	0	0	0	0	-126
29	bus-29	0	1077	-16.5	0	0	0	0	0	-126
30	bus-30	0	1075	-6.5	0	0	0	0	0	0
31	bus-31	0	1092	-12.9	0	0	0	0	0	0
32	bus-32	0	1097	-11.8	0	0	0	0	0	0
33	bus-33	0	1140	-5.2	0	0	0	0	0	0
34	bus-34	0	1140	-5.1	0	0	45.05	46.56	0	0
35	bus-35	0	1140	-5.2	0	0	49.19	27.53	0	0
36	bus-36	0	1139	-4.9	0	0	0	0	0	0
37	bus-37	0	1125	-7.3	0	0	0	0	0	0
38	bus-38	0	1132	-6.4	0	0	0	0	0	0
39	bus-39	0	1129	-9	0	0	0	0	0	0
40	bus-40	0	1129	-9	0	0	0	0	0	0
41	bus-41	0	1121	-11.5	0	0	0	0	54	-10
42	bus-42	0	1121	-11.5	0	0	0	0	54.8	-10
43	bus-43	0	1121	-11.5	0	0	0	0	0	0
44	bus-44	0	1121	-11.5	0	0	0	0	0	0
45	bus-45	0	1120	-12.5	0	0	0	0	0	0
46	bus-46	0	1120	-12.5	0	0	0	0	0	0
47	bus-47	0	1129	-7.8	0	0	0	0	15.2	5.37
48	bus-48	0	1130	-7.8	0	0	0	0	13.8	5.2
49	bus-49	0	1130	-7.8	0	0	0	0	0	0
50	bus-50	0	1129	-7.8	0	0	0	0	0	0
51	bus-51	0	1115	-11.2	0	0	58.45	28.44	0	0
52	bus-52	0	1115	-12.2	0	0	0	0	23	-9.7
53	bus-53	0	1115	-12.2	0	0	0	0	23.2	-9.7
54	bus-54	0	1116	-12.8	0	0	0	0	18.8	-9.3
55	bus-55	0	1116	-12.8	0	0	0	0	18.7	-9.2
56	bus-56	0	1111	-11	0	0	0	0	18.6	-7.5
57	bus-57	0	1111	-11	0	0	0	0	18.8	-7
58	bus-58	0	1110	-10.9	0	0	76.3	-10.8	121	140
59	bus-59	0	1119	-12	0	0	0	0	508	8.63
60	bus-60	1	1137	-7.1	51	33	0	0	201	165
61	bus-61	0	1118	-12.9	0	0	0	0	0	149
62	bus-62	0	1060	-15.5	0	0	0	0	0	0
63	bus-63	0	1113	-14.8	0	0	0	0	823	525
64	bus-64	0	1102	-10.4	0	0	0	0	123	-26
65	bus-65	0	1102	-10.4	0	0	0	0	124	-26
66	bus-66	0	1120	0.1	0	0	102.2	26.7	216	1897
67	bus-67	1	1090	-6.6	1486	258	0	0	1821	1280
68	bus-68	0	1213	-32.1	0	0	0	-7.41	56.3	-25
69	bus-69	0	1101	-11.5	0	0	0	0	971	-144
70	bus-70	0	1003	-15.3	0	0	0	56.63	103	-86
71	bus-71	0	1030	-15.4	0	0	0	-21.2	106	-122
72	bus-72	0	1104	-12.3	0	0	0	0	1019	24.6
73	bus-73	0	1099	-12.2	0	0	0	0	1222	841
74	bus-74	0	1099	-12.6	0	0	0	0	857	574
75	bus-75	0	1121	-16.2	0	0	0	0	387	199

76	bus-76	0	1021	4.4	0	0	0	0	-667	-185
77	bus-77	0	988	5.6	0	0	0	0	0	-125
78	bus-78	0	1075	-6.3	0	0	89	26.8	0	0
79	bus-79	1	1052	-10.5	250	-17	9.1	3	238	27.1
80	bus-80	1	1069	-9.2	47	-15	17.1	5	-0.08	29.9
81	bus-81	0	1132	-27	0	0	0	0	70	-47
82	bus-82	1	975	-19.7	70	17	0	0	111	-28
83	bus-83	0	1100	-6.5	0	0	0	0	105	-0.42
84	bus-84	0	1117	-10.5	0	0	24.3	8.2	0	0
85	bus-85	0	1119	-14.1	0	0	27.4	0.3	0	0
86	bus-86	0	1060	-15	0	0	0	0	292	-22
87	bus-87	0	1067	-8.3	0	0	0	0	37.7	-47
88	bus-88	0	1111	-9.5	0	0	69	20.9	0	0
89	bus-89	1	1066	2.6	673	132	0.6	0.2	678	71.1
90	bus-90	1	950	-8.2	22	-4	4.6	1.5	29.5	-19
91	bus-91	1	1000	-10.3	64	-3	0	0	19.3	-27
92	bus-92	0	956	-13.8	0	0	0	31.02	43.4	-43
93	bus-93	1	1000	-3	700	348	100.4	73.2	0	0
94	bus-94	1	1020	-1.5	300	19	15.4	7.6	140	-141
95	bus-95	1	920	18.4	131	10	6.7	2.2	27.2	-58
96	bus-96	1	1000	-10.1	60	21	0	0	47.8	-45
97	bus-97	1	967	-5.3	140	45	0	0	129	-177
98	bus-98	1	970	4	426	-37	0	0	82.1	-121
99	bus-99	1	1000	0	200	-11	10.46	5.23	0	0
100	bus-100	1	1014	-0.4	170	57	0	0	59.1	-101
101	bus-101	1	1039	-7.2	311	140	17.8	4.5	64.7	-238
102	bus-102	1	1019	-5.4	2040	481	37.6	9.2	458	-619
103	bus-103	1	1000	0.4	135	4	0	0	62.4	-45
104	bus-104	1	1045	11.7	2000	747	30.2	7.6	0	0
105	bus-105	1	1007	-3.9	1620	367	0	0	24.2	-999
106	bus-106	1	1005	-3.9	1080	194	0	0	36.9	-719
107	bus-107	0	1022	-14.6	0	0	-17.5	-12.8	28.8	-22
108	bus-108	1	1014	-14.9	800	73	0	0	520	-244
109	bus-109	1	915	-19.4	52	-16	0	0	84.5	-47
110	bus-110	1	1000	-2.4	700	505	100.4	73.2	0	0
111	bus-111	1	1000	6.7	2000	453	60.4	1166	23.3	-999
112	bus-112	1	1037	-7.4	300	132	18.6	4.6	64.3	-236
113	bus-113	0	979	-5.5	0	0	0	0	0	0
114	bus-114	0	979	-5.5	0	0	0	0	0	0
115	bus-115	1	1049	-15.9	2493	145	683.5	184.7	2856	9.41
116	bus-116	1	1043	-17.3	2713	632	792.6	315.5	1930	-195
117	bus-117	1	1030	-15.9	2627	252	485.3	71.4	2410	-54
118	bus-118	1	1010	-18.3	4220	657	651.9	328.4	4788	-979
119	bus-119	1	1013	-59.9	8954	4746	2094	3774	9999	-999
120	bus-120	0	1033	-52.2	0	0	-408	175.1	2026	855
121	bus-121	1	1046	-21	2997	-171	237.7	-17.3	306	1055
122	bus-122	1	1000	-3.6	1009	172	29.2	7	397	-61
123	bus-123	0	1017	-33.8	0	0	-84	-19	118	1.4
124	bus-124	1	1000	-2.8	3005	561	94.1	780.3	766	-999
125	bus-125	0	1008	-33.4	0	0	-712	-319	2831	-71
126	bus-126	0	1052	-74.4	0	0	-333	-160	1604	347
127	bus-127	0	1007	-37	0	0	-546	-72	305	-51
128	bus-128	1	1025	-40.3	12963	2607	4075	703.5	5252	-472
129	bus-129	0	980	-73.7	0	0	-482	-122	3855	387
130	bus-130	1	1057	-52.3	5937	1839	4328	944.3	3830	-91
131	bus-131	1	1042	-24.7	28300	7485	21840	4320	5145	-780
132	bus-132	1	1042	-7.7	3095	632	491.9	110.2	1239	-226
133	bus-133	0	1092	-12.3	0	0	-83	-36.3	103	-5.9
134	bus-134	1	1044	-11	20626	7407	22309	7402	-141	-78
135	bus-135	1	1107	28.8	5982	1565	4298	1264	-999	835
136	bus-136	1	1083	4.2	51950	14455	52951	13552	-999	375
137	bus-137	1	1064	-72.8	12068	3451	12946	2608	499	-219
138	bus-138	0	1113	11.7	0	0	-363	-188	433	-81
139	bus-139	1	1040	-10.6	56834	15853	57718	13936	1609	-999
140	bus-140	1	1050	-26.2	23123	6711	24775	6676	-289	-77
141	bus-141	1	1053	-9.4	37911	11678	32799	11361	5212	-999
142	bus-142	1	1155	-11.1	24449	5499	17737	3934	4323	2210
143	bus-143	1	1031	-14.1	5254	2157	4672	1709	586	-999
144	bus-144	1	997	-8.9	11397	2688	9602	2203	-436	-999
145	bus-145	2	1052	5	14169	3006	9173	1555	-999	457
146	bus-146	0	1058	-26.9	0	0	82.2	-93.1	0	-50
147	bus-147	0	990	-19.6	0	0	2.1	1.1	0	40
148	bus-148	0	984	-3.88	0	0	64	16	0	20
149	bus-149	0	1081	-12.5	0	0	81.9	43.7	0	0
150	bus-150	0	999	-3.93	0	0	96	167.4	0	150

Dados dos ramos

#L	BI	BF	Nc	R	X	B	Tnom
1	1	3	1	-0.90000	-17.18000	0.00000	0.9350
2	1	4	1	-0.90000	-17.18000	0.00000	0.9350
3	1	5	1	-0.89000	-16.97000	0.00000	0.9350
4	1	33	1	0.01000	0.60000	0.00000	0.9350
5	1	93	1	0.02000	1.38000	0.00000	1.1036
6	1	93	2	0.02000	1.38000	0.00000	1.1036
7	2	1	1	0.00300	0.08000	6.32000	0.0000
8	2	1	2	0.00300	0.08000	6.32000	0.0000
9	2	113	1	0.00000	1.48000	0.00000	1.1052
10	2	114	1	0.01800	1.45000	0.00000	1.1052
11	6	1	1	0.19400	2.09000	237.92000	0.0000
12	6	2	1	0.19400	2.09000	237.92000	0.0000
13	7	6	1	0.12900	1.39000	146.52000	0.0000
14	7	8	1	-1.12000	-15.16000	0.00000	0.9716
15	7	66	1	0.01500	0.97000	0.00000	0.9716
16	7	104	1	0.03600	1.90000	0.00000	1.1052
17	7	104	2	0.04100	1.74000	0.00000	1.1052
18	9	6	1	0.01600	0.17000	17.52000	0.0000
19	9	11	1	-2.17000	-30.62000	0.00000	0.9166
20	9	69	1	0.04000	1.88000	0.00000	0.9166
21	10	6	1	0.01600	0.17000	17.52000	0.0000
22	10	32	1	-2.70000	-30.41000	0.00000	0.9166
23	10	69	1	0.04000	1.87000	0.00000	0.9166
24	12	6	1	0.02000	0.21000	87.76000	0.0000
25	12	6	2	0.02000	0.21000	87.76000	0.0000
26	12	13	1	-2.23000	-30.99000	0.00000	0.9166
27	12	13	2	-2.37000	-31.60000	0.00000	0.9166
28	12	13	3	-2.37000	-31.60000	0.00000	0.9166
29	12	72	1	0.03000	1.89000	0.00000	0.9166
30	12	72	2	0.03000	1.90000	0.00000	0.9166
31	12	72	3	0.03000	1.90000	0.00000	0.9166
32	14	12	1	0.09600	0.91000	85.56000	0.0000
33	14	12	2	0.09600	0.91000	85.56000	0.0000
34	14	15	1	-4.15000	-39.96000	0.00000	0.9164
35	14	16	1	-1.00000	-16.69000	0.00000	0.9164
36	14	58	1	0.02000	0.97000	0.00000	0.9164
37	17	14	1	0.33900	3.67000	345.82000	0.0000
38	17	14	2	0.35200	3.67000	345.16000	0.0000
39	17	18	1	-31.81000	-131.50000	0.00000	0.8708
40	17	19	1	0.00000	-84.70000	0.00000	0.8634
41	17	20	1	0.00000	-86.76000	0.00000	0.8634
42	17	21	1	-0.95000	-16.15000	0.00000	0.8708
43	17	59	1	0.01000	0.71000	0.00000	0.8708
44	22	17	1	0.22800	2.76000	262.04000	0.0000
45	22	23	1	0.00000	-37.87000	0.00000	0.9322
46	22	30	1	0.00000	-30.66000	0.00000	0.9532
47	22	78	1	0.00000	2.68000	0.00000	0.9532
48	22	83	1	0.00000	3.49000	0.00000	0.9322
49	24	22	1	0.17300	2.08000	196.48000	0.0000
50	24	76	1	0.02000	0.88000	0.00000	0.9898
51	24	77	1	-0.23000	-6.03000	0.00000	0.9898
52	25	12	1	0.05100	0.55000	62.50000	0.0000
53	25	12	2	0.05100	0.55000	62.50000	0.0000
54	25	26	1	-0.60000	-13.75000	0.00000	0.9166
55	25	31	1	-0.82000	-16.48000	0.00000	0.9166
56	25	73	1	0.03000	1.72000	0.00000	0.9166
57	25	74	1	0.04000	1.79000	0.00000	0.9166
58	27	25	1	0.23000	2.66000	305.08000	0.0000
59	27	25	2	0.23000	2.66000	305.08000	0.0000
60	27	28	1	-11.53000	-74.53000	0.00000	0.9074
61	27	29	1	-1.63000	-26.18000	0.00000	0.9074
62	27	75	1	0.01600	1.00000	0.00000	0.9074
63	33	3	1	0.02000	2.21000	0.00000	0.0000
64	33	4	1	0.02000	2.21000	0.00000	0.0000
65	33	5	1	0.02000	2.19000	0.00000	0.0000
66	33	110	1	0.02400	1.57000	0.00000	1.1800
67	33	110	2	0.02300	1.56000	0.00000	1.1800
68	34	33	1	0.00600	0.09000	0.06000	0.0000
69	35	33	1	0.00600	0.09000	0.06000	0.0000
70	36	34	1	0.02500	0.22000	0.06000	0.0000
71	36	99	1	0.08000	4.55000	0.00000	1.1291
72	37	33	1	0.99600	7.07000	11.16000	0.0000
73	37	87	1	0.09300	4.42000	0.00000	1.0500
74	38	33	1	0.99500	6.93000	11.10000	0.0000
75	39	33	1	0.85000	6.99000	10.06000	0.0000
76	40	33	1	0.84900	6.98000	10.04000	0.0000
77	42	41	1	0.05000	15.14000	0.00000	0.0000
78	43	39	1	0.60200	4.95000	7.12000	0.0000
79	43	41	1	0.00100	0.09000	0.06000	0.0000
80	44	40	1	0.60300	4.96000	7.14000	0.0000
81	44	42	1	0.00100	0.09000	0.06000	0.0000
82	45	44	1	0.61800	5.08000	7.32000	0.0000
83	46	43	1	0.61800	5.08000	7.32000	0.0000
84	48	47	1	-1.00000	23.06000	0.00000	0.0000
85	49	33	1	0.56000	4.93000	7.78000	0.0000
86	49	48	1	0.00100	0.09000	0.06000	0.0000
87	50	33	1	0.56000	4.93000	7.78000	0.0000
88	50	47	1	0.00100	0.09000	0.06000	0.0000
89	51	49	1	0.89800	7.90000	12.48000	0.0000

90	51	50	1	0.89800	7.90000	12.48000	0.0000
91	52	51	1	0.29000	2.79000	4.66000	0.0000
92	53	51	1	0.29000	2.79000	4.66000	0.0000
93	53	52	1	-0.67000	39.11000	0.00000	0.0000
94	54	52	1	0.47000	2.93000	4.62000	0.0000
95	55	53	1	0.47000	2.93000	4.62000	0.0000
96	55	54	1	-5.53000	92.89000	0.00000	0.0000
97	56	51	1	0.75900	4.83000	7.12000	0.0000
98	57	51	1	0.75900	4.83000	7.12000	0.0000
99	57	56	1	-0.90000	38.95000	0.00000	0.0000
100	58	15	1	0.02000	2.55000	0.00000	0.0000
101	58	16	1	0.02000	2.20000	0.00000	0.0000
102	58	56	1	0.19000	1.20000	1.78000	0.0000
103	58	57	1	0.19000	1.20000	1.78000	0.0000
104	59	18	1	0.02000	2.98000	0.00000	0.0000
105	59	19	1	0.00000	6.29000	0.00000	0.0000
106	59	20	1	0.00000	6.38000	0.00000	0.0000
107	59	21	1	0.02000	3.29000	0.00000	0.0000
108	59	58	1	66.74000	221.75000	0.00000	0.0000
109	60	59	1	-18.03000	596.59000	0.00000	0.0000
110	61	45	1	0.44500	3.66000	5.26000	0.0000
111	61	46	1	0.44500	3.66000	5.26000	0.0000
112	61	54	1	0.14100	0.87000	1.38000	0.0000
113	61	55	1	0.14100	0.87000	1.38000	0.0000
114	61	62	1	-3.62000	-26.08000	0.00000	1.0500
115	61	62	2	-4.72000	-54.38000	0.00000	1.0500
116	61	86	1	0.13200	3.20000	0.00000	1.0500
117	61	86	2	0.11000	3.70000	0.00000	1.0500
118	61	86	3	0.11000	3.70000	0.00000	1.0500
119	63	61	1	0.81200	7.82000	13.18000	0.0000
120	63	61	2	0.81200	7.82000	13.18000	0.0000
121	64	61	1	0.24200	3.18000	5.68000	0.0000
122	64	63	1	1.47000	28.25000	0.00000	0.0000
123	65	61	1	0.24200	3.18000	5.68000	0.0000
124	65	63	1	1.47000	28.13000	0.00000	0.0000
125	65	64	1	0.13000	16.74000	0.00000	0.0000
126	66	8	1	0.02000	2.99000	0.00000	0.0000
127	66	8	2	0.02000	2.21000	0.00000	0.0000
128	66	63	1	0.56000	9.00000	0.00000	0.0000
129	66	64	1	0.39000	6.84000	0.00000	0.0000
130	66	65	1	0.39000	6.82000	0.00000	0.0000
131	67	63	1	3.21000	27.85000	0.00000	0.0000
132	67	64	1	2.33000	21.20000	0.00000	0.0000
133	67	65	1	2.33000	21.11000	0.00000	0.0000
134	67	66	1	0.81000	6.75000	0.00000	0.0000
135	68	66	1	-247.30000	247.20000	0.00000	0.0000
136	68	67	1	-344.30000	371.72000	0.00000	0.0000
137	69	11	1	0.02000	2.62000	0.00000	0.0000
138	69	32	1	0.02000	2.65000	0.00000	0.0000
139	69	63	1	1.07000	15.71000	0.00000	0.0000
140	69	64	1	0.75000	11.96000	0.00000	0.0000
141	69	65	1	0.75000	11.91000	0.00000	0.0000
142	69	66	1	0.28000	3.81000	0.00000	0.0000
143	69	67	1	0.61000	5.50000	0.00000	0.0000
144	69	68	1	-69.20000	69.84000	0.00000	0.0000
145	70	69	1	0.85000	33.33000	0.00000	0.0000
146	71	69	1	0.75000	31.20000	0.00000	0.0000
147	71	70	1	-48.91000	266.13000	0.00000	0.0000
148	72	13	1	0.02000	2.60000	0.00000	0.0000
149	72	13	2	0.03000	2.62000	0.00000	0.0000
150	72	13	3	0.02000	2.60000	0.00000	0.0000
151	72	58	1	3.02000	23.64000	0.00000	0.0000
152	72	59	1	86.13000	304.85000	0.00000	0.0000
153	72	69	1	0.13000	1.00000	0.00000	0.0000
154	72	70	1	-0.62000	12.16000	0.00000	0.0000
155	72	71	1	-0.60000	11.38000	0.00000	0.0000
156	73	26	1	0.03000	2.67000	0.00000	0.0000
157	73	69	1	0.98000	7.47000	0.00000	0.0000
158	73	70	1	-4.24000	91.25000	0.00000	0.0000
159	73	71	1	-4.09000	85.41000	0.00000	0.0000
160	73	72	1	0.15000	2.75000	0.00000	0.0000
161	74	31	1	0.03000	2.79000	0.00000	0.0000
162	74	69	1	1.35000	7.41000	0.00000	0.0000
163	74	70	1	0.32000	91.38000	0.00000	0.0000
164	74	71	1	0.18000	85.53000	0.00000	0.0000
165	74	72	1	0.28000	2.74000	0.00000	0.0000
166	74	73	1	-0.07000	3.93000	0.00000	0.0000
167	75	28	1	0.02000	2.90000	0.00000	0.0000
168	75	29	1	0.02000	2.69000	0.00000	0.0000
169	75	73	1	1.47000	25.81000	0.00000	0.0000
170	75	74	1	2.15000	32.77000	0.00000	0.0000
171	77	76	1	0.02000	1.60000	0.00000	0.0000
172	78	30	1	0.00000	3.35000	0.00000	0.0000
173	79	59	1	0.99000	26.44000	0.00000	0.0000
174	79	60	1	-3.75000	110.68000	0.00000	0.0000
175	80	59	1	28.76000	238.98000	0.00000	0.0000
176	80	60	1	6.55000	264.41000	0.00000	0.0000
177	80	79	1	4.40000	9.91000	0.00000	0.0000
178	81	73	1	-1.22000	30.68000	0.00000	0.0000
179	81	74	1	-3.33000	46.31000	0.00000	0.0000
180	82	73	1	0.36000	201.69000	0.00000	0.0000
181	82	74	1	-0.98000	198.59000	0.00000	0.0000
182	82	75	1	7.77000	112.50000	0.00000	0.0000
183	83	23	1	0.04000	5.95000	0.00000	0.0000
184	83	23	2	0.03000	5.97000	0.00000	0.0000

185	84	39	1	0.72200	27.86000	0.00000	0.0000
186	84	40	1	0.72900	27.56000	0.00000	0.0000
187	85	45	1	0.00000	26.00000	0.00000	0.0000
188	85	46	1	0.00000	25.92000	0.00000	0.0000
189	86	62	1	0.36000	5.01000	0.00000	0.0000
190	86	62	2	0.13000	8.38000	0.00000	0.0000
191	87	47	1	8.31000	40.10000	0.00000	0.0000
192	87	48	1	9.98000	43.60000	0.00000	0.0000
193	87	58	1	8.63000	39.06000	0.00000	0.0000
194	88	37	1	0.31000	16.51000	0.00000	0.0000
195	88	38	1	0.31000	16.38000	0.00000	0.0000
196	89	59	1	34.21000	905.71000	0.00000	0.0000
197	89	76	1	0.11000	2.21000	0.00000	0.0000
198	89	83	1	5.82000	38.55000	0.00000	0.0000
199	90	60	1	-2.01000	151.35000	0.00000	0.0000
200	90	79	1	5.06000	247.10000	0.00000	0.0000
201	90	80	1	46.58000	587.56000	0.00000	0.0000
202	91	73	1	2.71000	57.32000	0.00000	0.0000
203	91	74	1	4.13000	75.11000	0.00000	0.0000
204	91	75	1	-22.55000	314.42000	0.00000	0.0000
205	91	82	1	-23.49000	241.88000	0.00000	0.0000
206	92	59	1	-0.70000	56.78000	0.00000	0.0000
207	92	60	1	-26.40000	371.39000	0.00000	0.0000
208	92	79	1	0.17000	30.32000	0.00000	0.0000
209	92	80	1	11.92000	150.53000	0.00000	0.0000
210	92	90	1	-13.80000	829.59000	0.00000	0.0000
211	94	59	1	70.41000	598.85000	0.00000	0.0000
212	94	60	1	0.12000	7.75000	0.00000	0.0000
213	94	79	1	12.75000	111.95000	0.00000	0.0000
214	94	80	1	46.00000	264.75000	0.00000	0.0000
215	94	90	1	6.89000	107.17000	0.00000	0.0000
216	94	92	1	28.83000	377.17000	0.00000	0.0000
217	95	60	1	-8.55000	99.26000	0.00000	0.0000
218	95	79	1	30.50000	641.54000	0.00000	0.0000
219	95	94	1	5.34000	99.60000	0.00000	0.0000
220	95	135	1	-34.48000	348.45000	0.00000	0.0000
221	96	73	1	2.45000	48.05000	0.00000	0.0000
222	96	74	1	43.50000	769.01000	0.00000	0.0000
223	96	75	1	-45.16000	463.10000	0.00000	0.0000
224	96	91	1	-12.24000	424.63000	0.00000	0.0000
225	97	64	1	-43.36000	829.23000	0.00000	0.0000
226	97	65	1	-42.92000	825.82000	0.00000	0.0000
227	97	66	1	-11.19000	264.32000	0.00000	0.0000
228	97	67	1	0.63000	11.66000	0.00000	0.0000
229	97	69	1	-6.74000	158.49000	0.00000	0.0000
230	98	58	1	1.31000	17.65000	0.00000	0.0000
231	98	59	1	10.60000	58.45000	0.00000	0.0000
232	98	72	1	1.38000	24.17000	0.00000	0.0000
233	100	58	1	11.93000	126.90000	0.00000	0.0000
234	100	59	1	1.83000	20.16000	0.00000	0.0000
235	100	72	1	13.37000	173.84000	0.00000	0.0000
236	100	98	1	-0.63000	32.69000	0.00000	0.0000
237	101	69	1	1.74000	21.88000	0.00000	0.0000
238	101	70	1	-12.48000	104.09000	0.00000	0.0000
239	101	71	1	-15.92000	123.03000	0.00000	0.0000
240	101	72	1	0.02000	8.02000	0.00000	0.0000
241	101	73	1	0.44000	60.14000	0.00000	0.0000
242	101	74	1	3.44000	60.05000	0.00000	0.0000
243	102	63	1	1.06000	15.83000	0.00000	0.0000
244	102	63	2	1.06000	15.76000	0.00000	0.0000
245	102	63	3	1.07000	16.04000	0.00000	0.0000
246	102	63	4	1.04000	15.42000	0.00000	0.0000
247	103	58	1	84.16000	553.83000	0.00000	0.0000
248	103	59	1	3.68000	33.41000	0.00000	0.0000
249	103	72	1	102.24000	759.45000	0.00000	0.0000
250	103	89	1	-107.30000	414.33000	0.00000	0.0000
251	103	98	1	5.44000	143.58000	0.00000	0.0000
252	103	100	1	-2.49000	48.91000	0.00000	0.0000
253	105	73	1	0.07000	3.25000	0.00000	0.0000
254	105	73	2	0.07000	3.25000	0.00000	0.0000
255	105	73	3	0.06000	2.95000	0.00000	0.0000
256	106	74	1	0.30000	3.35000	0.00000	0.0000
257	106	74	2	0.05000	3.28000	0.00000	0.0000
258	107	59	1	3.72000	88.34000	0.00000	0.0000
259	107	79	1	7.86000	141.40000	0.00000	0.0000
260	107	92	1	1.76000	302.27000	0.00000	0.0000
261	108	73	1	-1.82000	58.32000	0.00000	0.0000
262	108	74	1	-1.87000	45.44000	0.00000	0.0000
263	108	75	1	0.42000	10.49000	0.00000	0.0000
264	108	82	1	-7.42000	72.78000	0.00000	0.0000
265	108	91	1	-10.78000	69.94000	0.00000	0.0000
266	108	96	1	-82.15000	611.43000	0.00000	0.0000
267	109	73	1	5.24000	300.59000	0.00000	0.0000
268	109	74	1	10.04000	346.97000	0.00000	0.0000
269	109	75	1	10.46000	144.65000	0.00000	0.0000
270	109	82	1	-0.71000	26.34000	0.00000	0.0000
271	109	91	1	-26.99000	426.34000	0.00000	0.0000
272	109	108	1	-8.25000	127.13000	0.00000	0.0000
273	111	66	1	0.00000	2.64000	0.00000	0.0000
274	111	66	2	0.05700	2.66000	0.00000	0.0000
275	111	66	3	0.00000	2.73000	0.00000	0.0000
276	111	66	4	0.05700	2.64000	0.00000	0.0000
277	112	69	1	1.75000	22.01000	0.00000	0.0000
278	112	70	1	-12.57000	104.71000	0.00000	0.0000
279	112	71	1	-16.03000	123.77000	0.00000	0.0000

280	112	72	1	0.02000	8.06000	0.00000	0.0000
281	112	73	1	0.43000	60.50000	0.00000	0.0000
282	112	74	1	3.45000	60.42000	0.00000	0.0000
283	112	101	1	-1.38000	36.10000	0.00000	0.0000
284	115	136	1	-1.20000	8.55000	0.00000	0.0000
285	115	141	1	-0.07000	1.31000	0.00000	0.0000
286	115	142	1	-1.66000	15.63000	0.00000	0.0000
287	116	63	1	-38.97000	685.88000	0.00000	0.0000
288	116	115	1	0.08000	2.91000	0.00000	0.0000
289	116	136	1	-120.00000	426.55000	0.00000	0.0000
290	116	141	1	-15.68000	74.48000	0.00000	0.0000
291	116	142	1	-69.16000	263.02000	0.00000	0.0000
292	117	63	1	0.30000	5.60000	0.00000	0.0000
293	117	102	1	-0.03000	1.90000	0.00000	0.0000
294	117	115	1	-0.92000	22.22000	0.00000	0.0000
295	117	116	1	0.19100	2.88000	0.00000	0.0000
296	117	136	1	-296.90000	908.75000	0.00000	0.0000
297	117	141	1	-37.02000	138.20000	0.00000	0.0000
298	117	142	1	-55.96000	222.84000	0.00000	0.0000
299	118	63	1	-1.25000	24.25000	0.00000	0.0000
300	118	102	1	-2.67000	32.22000	0.00000	0.0000
301	118	115	1	-0.44000	6.77000	0.00000	0.0000
302	118	116	1	-0.10000	4.40000	0.00000	0.0000
303	118	117	1	0.08000	0.81000	0.00000	0.0000
304	118	136	1	-57.49000	162.06000	0.00000	0.0000
305	118	141	1	-4.14000	14.39000	0.00000	0.0000
306	118	142	1	-1.85000	10.37000	0.00000	0.0000
307	119	67	1	-22.13000	939.18000	0.00000	0.0000
308	119	142	1	-27.42000	186.11000	0.00000	0.0000
309	120	67	1	-0.34000	178.47000	0.00000	0.0000
310	120	119	1	0.10000	2.36000	0.00000	0.0000
311	120	142	1	-60.43000	735.30000	0.00000	0.0000
312	121	67	1	0.82000	117.00000	0.00000	0.0000
313	121	73	1	-2.68000	176.53000	0.00000	0.0000
314	121	74	1	-3.48000	137.57000	0.00000	0.0000
315	121	75	1	1.78000	31.72000	0.00000	0.0000
316	121	82	1	-18.92000	220.54000	0.00000	0.0000
317	121	91	1	-29.24000	212.10000	0.00000	0.0000
318	121	108	1	-0.09000	4.31000	0.00000	0.0000
319	121	109	1	-18.81000	384.99000	0.00000	0.0000
320	121	119	1	-1.10000	29.01000	0.00000	0.0000
321	121	120	1	0.09000	7.79000	0.00000	0.0000
322	122	67	1	-0.47000	44.73000	0.00000	0.0000
323	122	119	1	-60.13000	589.41000	0.00000	0.0000
324	122	120	1	-6.10000	93.05000	0.00000	0.0000
325	122	121	1	-1.08000	48.30000	0.00000	0.0000
326	122	142	1	-25.89000	217.32000	0.00000	0.0000
327	123	120	1	-4.66000	50.11000	0.00000	0.0000
328	123	121	1	-17.12000	194.82000	0.00000	0.0000
329	123	122	1	-58.40000	486.09000	0.00000	0.0000
330	124	63	1	-12.65000	202.20000	0.00000	0.0000
331	124	64	1	-10.41000	153.75000	0.00000	0.0000
332	124	65	1	-10.32000	153.12000	0.00000	0.0000
333	124	66	1	-2.83000	49.02000	0.00000	0.0000
334	124	67	1	0.03000	0.65000	0.00000	0.0000
335	124	69	1	-2.67000	39.86000	0.00000	0.0000
336	124	97	1	-37.93000	195.57000	0.00000	0.0000
337	124	119	1	-26.18000	339.40000	0.00000	0.0000
338	124	120	1	-2.59000	47.22000	0.00000	0.0000
339	124	121	1	-0.60000	34.94000	0.00000	0.0000
340	124	122	1	-0.09000	5.52000	0.00000	0.0000
341	124	123	1	-22.30000	196.70000	0.00000	0.0000
342	124	142	1	-17.36000	213.47000	0.00000	0.0000
343	125	67	1	0.62000	25.19000	0.00000	0.0000
344	125	119	1	-0.82000	25.95000	0.00000	0.0000
345	125	120	1	-0.02000	5.55000	0.00000	0.0000
346	125	121	1	0.00000	1.24000	0.00000	0.0000
347	125	122	1	-0.69000	15.83000	0.00000	0.0000
348	125	123	1	-8.21000	60.62000	0.00000	0.0000
349	125	124	1	-0.17000	9.49000	0.00000	0.0000
350	125	142	1	-109.00000	861.60000	0.00000	0.0000
351	126	119	1	0.15300	1.79000	0.00000	0.0000
352	127	119	1	-11.72000	139.32000	0.00000	0.0000
353	127	120	1	0.20000	18.18000	0.00000	0.0000
354	127	121	1	-2.04000	83.38000	0.00000	0.0000
355	127	125	1	-7.91000	98.51000	0.00000	0.0000
356	128	119	1	-0.54000	5.16000	0.00000	0.0000
357	128	120	1	-0.29000	7.43000	0.00000	0.0000
358	128	121	1	-2.78000	30.95000	0.00000	0.0000
359	128	124	1	-115.30000	825.13000	0.00000	0.0000
360	128	125	1	-6.20000	59.91000	0.00000	0.0000
361	128	127	1	-0.26000	12.40000	0.00000	0.0000
362	129	119	1	0.34000	6.42000	0.00000	0.0000
363	129	120	1	-2.29000	49.11000	0.00000	0.0000
364	129	121	1	-45.45000	425.40000	0.00000	0.0000
365	129	125	1	-42.17000	397.02000	0.00000	0.0000
366	129	127	1	-3.92000	110.82000	0.00000	0.0000
367	129	128	1	-0.10000	2.07000	0.00000	0.0000
368	130	119	1	-0.22000	1.63000	0.00000	0.0000
369	130	120	1	-16.74000	106.75000	0.00000	0.0000
370	130	125	1	-197.40000	848.54000	0.00000	0.0000
371	130	128	1	-110.00000	299.24000	0.00000	0.0000
372	130	142	1	-36.08000	186.18000	0.00000	0.0000
373	131	118	1	-89.25000	623.85000	0.00000	0.0000
374	131	119	1	-0.44000	2.42000	0.00000	0.0000

375	131	120	1	-6.87000	45.16000	0.00000	0.0000
376	131	121	1	-21.83000	150.66000	0.00000	0.0000
377	131	122	1	-24.33000	193.50000	0.00000	0.0000
378	131	123	1	-17.83000	125.35000	0.00000	0.0000
379	131	124	1	-10.62000	81.85000	0.00000	0.0000
380	131	125	1	-12.51000	69.39000	0.00000	0.0000
381	131	128	1	-155.90000	408.69000	0.00000	0.0000
382	131	130	1	-0.27000	1.54000	0.00000	0.0000
383	131	134	1	-40.42000	91.44000	0.00000	0.0000
384	131	141	1	-23.31000	81.29000	0.00000	0.0000
385	131	142	1	-0.13000	1.57000	0.00000	0.0000
386	132	67	1	-31.94000	435.66000	0.00000	0.0000
387	132	118	1	-69.67000	814.30000	0.00000	0.0000
388	132	119	1	-41.37000	240.27000	0.00000	0.0000
389	132	120	1	-2.55000	45.66000	0.00000	0.0000
390	132	121	1	-13.08000	138.15000	0.00000	0.0000
391	132	122	1	-1.87000	25.72000	0.00000	0.0000
392	132	123	1	-13.55000	120.41000	0.00000	0.0000
393	132	124	1	-0.94000	16.12000	0.00000	0.0000
394	132	125	1	-5.36000	50.86000	0.00000	0.0000
395	132	130	1	-65.09000	303.10000	0.00000	0.0000
396	132	131	1	-0.32000	4.11000	0.00000	0.0000
397	132	141	1	-162.80000	709.36000	0.00000	0.0000
398	132	142	1	-0.55000	8.10000	0.00000	0.0000
399	133	122	1	-9.80000	98.21000	0.00000	0.0000
400	133	124	1	-3.42000	117.98000	0.00000	0.0000
401	133	131	1	-107.70000	552.85000	0.00000	0.0000
402	133	132	1	-9.16000	82.29000	0.00000	0.0000
403	133	142	1	-163.60000	917.25000	0.00000	0.0000
404	135	60	1	-183.10000	979.64000	0.00000	0.0000
405	136	134	1	-6.98000	64.28000	0.00000	0.0000
406	136	135	1	-0.31000	1.78000	0.00000	0.0000
407	138	60	1	-36.39000	179.36000	0.00000	0.0000
408	138	94	1	-11.25000	183.85000	0.00000	0.0000
409	138	95	1	-7.32000	63.89000	0.00000	0.0000
410	138	135	1	-0.84000	17.29000	0.00000	0.0000
411	138	136	1	-15.81000	54.85000	0.00000	0.0000
412	139	134	1	-3.53000	16.60000	0.00000	0.0000
413	139	136	1	-0.59000	2.93000	0.00000	0.0000
414	139	137	1	-1.83000	9.36000	0.00000	0.0000
415	140	136	1	-240.30000	937.80000	0.00000	0.0000
416	140	137	1	-222.90000	802.28000	0.00000	0.0000
417	140	139	1	-0.54000	2.39000	0.00000	0.0000
418	141	134	1	-2.30000	11.79000	0.00000	0.0000
419	141	135	1	-12.90000	69.93000	0.00000	0.0000
420	141	136	1	-0.26000	1.75000	0.00000	0.0000
421	141	139	1	-0.83000	4.60000	0.00000	0.0000
422	142	134	1	-2.63000	11.67000	0.00000	0.0000
423	142	136	1	-4.67000	17.09000	0.00000	0.0000
424	142	139	1	-31.02000	126.70000	0.00000	0.0000
425	142	141	1	-0.18000	1.05000	0.00000	0.0000
426	143	115	1	-10.17000	49.24000	0.00000	0.0000
427	143	116	1	-21.87000	128.96000	0.00000	0.0000
428	143	117	1	-8.34000	68.54000	0.00000	0.0000
429	143	118	1	-0.11000	2.31000	0.00000	0.0000
430	143	122	1	-3.12000	48.88000	0.00000	0.0000
431	143	124	1	-0.78000	76.07000	0.00000	0.0000
432	143	131	1	-5.88000	40.55000	0.00000	0.0000
433	143	132	1	-0.49000	9.65000	0.00000	0.0000
434	143	133	1	-36.00000	263.09000	0.00000	0.0000
435	143	136	1	-176.20000	345.49000	0.00000	0.0000
436	143	141	1	-7.02000	17.78000	0.00000	0.0000
437	143	142	1	-0.38000	1.87000	0.00000	0.0000
438	144	119	1	-85.11000	383.58000	0.00000	0.0000
439	144	130	1	-75.32000	306.64000	0.00000	0.0000
440	144	131	1	-0.22000	1.51000	0.00000	0.0000
441	144	132	1	-11.08000	98.27000	0.00000	0.0000
442	144	134	1	-1.45000	4.35000	0.00000	0.0000
443	144	141	1	-7.56000	24.41000	0.00000	0.0000
444	144	142	1	-0.20000	2.29000	0.00000	0.0000
445	144	143	1	-48.63000	232.82000	0.00000	0.0000
446	145	134	1	-0.34000	2.16000	0.00000	0.0000
447	145	136	1	-0.49000	5.39000	0.00000	0.0000
448	145	137	1	-8.52000	40.71000	0.00000	0.0000
449	145	139	1	-0.09000	0.80000	0.00000	0.0000
450	145	140	1	-10.88000	48.00000	0.00000	0.0000
451	145	141	1	-0.38000	3.58000	0.00000	0.0000
452	145	142	1	-7.38000	43.80000	0.00000	0.0000
453	145	144	1	-38.35000	120.52000	0.00000	0.0000

A.6 Dados dos geradores, modelo detalhado.

No	Ldo	Lqo	L1d		L2d	Leo	T1d	T2d	T2q
No	H	D	MVA	Fr					
2	6.99	6.1	2.13		1.73	0.44	9.2	0.021	0.032
2	52	0	100	60					
3	42.38	36.9	12.92		10.47	2.67	9.2	0.021	0.032
3	7	0	100	60					
4	218.1	189.7	66.48		53.85	13.74	4	0.051	0.033
4	1	0	100	60					
5	173.5	151	52.91		42.86	10.93	4	0.051	0.033
5	2	0	100	60					
6	19.19	16.7	5.85		4.74	1.21	9.2	0.021	0.032
6	21	0	100	60					
7	5.25	4.6	1.6		1.3	0.33	4	0.051	0.033
7	1	0	100	60					
8	122	106.1	37.18		30.12	7.68	4	0.051	0.033
8	2	0	100	60					
9	7.87	6.8	2.4		1.94	0.5	9.2	0.021	0.032
9	115	0	100	60					
10	27.52	23.9	8.39		6.8	1.73	9.2	0.021	0.032
10	17	0	100	60					
11	53.1	46.2	16.19		13.11	3.35	8.68	0.04	0.08
11	5	0	100	60					
12	158.2	137.6	48.24		39.07	9.97	4	0.051	0.033
12	2	0	100	60					
13	69.7	60.6	21.25		17.21	4.39	8.68	0.04	0.08
13	5	0	100	60					
14	26.08	22.7	7.95		6.44	1.64	9.2	0.021	0.032
14	14	0	100	60					
15	37.59	32.7	11.46		9.28	2.37	9.2	0.021	0.032
15	17	0	100	60					
16	45.46	39.5	13.86		11.23	2.86	9.2	0.021	0.032
16	8	0	100	60					
17	30.31	26.4	9.24		7.48	1.91	9.2	0.021	0.032
17	12	0	100	60					
18	4.43	3.9	1.35		1.09	0.28	9.2	0.021	0.032
18	78	0	100	60					
19	34.87	30.3	10.63		8.61	2.2	9.2	0.021	0.032
19	8	0	100	60					
20	4	3.5	1.22		0.99	0.25	9.2	0.021	0.032
20	74	0	100	60					
21	6.82	5.9	2.08		1.68	0.43	9.2	0.021	0.032
21	84	0	100	60					
22	10.23	8.9	3.12		2.53	0.64	9.2	0.021	0.032
22	56	0	100	60					
23	38.13	7.1	2.48		2.01	0.51	9.2	0.021	0.032
23	30	0	100	60					
24	66.55	57.9	20.29		16.43	4.19	4	0.051	0.033
24	3	0	100	60					
25	7.87	6.8	2.4		1.94	0.5	9.2	0.021	0.032
25	115	0	100	60					
26	4	3.5	1.22		0.99	0.25	9.2	0.021	0.032
26	74	0	100	60					
27	30.31	26.4	9.24		7.48	1.91	9.2	0.021	0.032
27	12	0	100	60					
28	0.79	0.7	0.24		0.19	0.05	9.2	0.021	0.032
28	97	0	100	60					
29	0.72	0.6	0.22		0.18	0.05	9.2	0.021	0.032
29	106	0	100	60					
30	0.56	0.5	0.17		0.14	0.04	9.2	0.021	0.032
30	102	0	100	60					
31	0.46	0.4	0.14		0.11	0.03	9.2	0.021	0.032
31	163	0	100	60					
32	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032
32	348	0	100	60					
33	0.56	0.5	0.17		0.14	0.04	9.2	0.021	0.032
33	117	0	100	60					
34	2.92	2.5	0.89		0.72	0.18	9.2	0.021	0.032
34	39	0	100	60					
35	0.56	0.5	0.17		0.14	0.04	9.2	0.021	0.032
35	117	0	100	60					
36	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032
36	504	0	100	60					
37	0.33	0.3	0.1		0.08	0.02	9.2	0.021	0.032
37	231	0	100	60					
38	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032
38	1102	0	100	60					
39	0.52	0.5	0.16		0.13	0.03	9.2	0.021	0.032
39	120	0	100	60					
40	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032
40	802	0	100	60					
41	0.26	0.2	0.08		0.06	0.02	9.2	0.021	0.032
41	233	0	100	60					
42	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032

42	2018	0	100	60						
43	0.13	0.1	0.04		0.03	0.01	9.2	0.021	0.032	
43	469	0	100	60						
44	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032	
44	2210	0	100	60						
45	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032	
45	899	0	100	60						
46	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032	
46	1474	0	100	60						
47	0.1	0.1	0.03		0.02	0.01	9.2	0.021	0.032	
47	951	0	100	60						
48	0.75	0.7	0.23		0.19	0.05	9.2	0.021	0.032	
48	204	0	100	60						
49	0.13	0.1	0.04		0.03	0.01	9.2	0.021	0.032	
49	443	0	100	60						
50	156.4	136.1	47.69		38.63	9.86	4	0.051	0.033	
50	1	0	100	60						

A.7 Dados dos dispositivos de controle.

MODELOS DOS REGULADORES DE TENSÃO

No	Tm	Ka	T1	T2	T3	T4	Lmn	Lmx
1-50	0.02	190.80	3.00	12.00	0.07	0.013	-3.00	3.00

MODELOS DE ESTABILIZADORES (PSS)

No	Kp	T	T1	T2	T3	T4	Vem	Vex
1-50	22.78	1.00	1.50	0.02	0.293	12.00	-0.05	0.05

LIMITADORES DE SOBREENCITAÇÃO OXL

No	If	I1	I2	I3	S1	S2	S3	K	B
1-50	1.05	-1.0	-1.0	0.0	0.8	1.0	0.6	0.75	0.1

MODELOS DOS ULTCs

No	Tmn	Tmx	Nst	Kbs	TC1	Tcp	Tmo
146	0.95	1.1	32	146	35	8.4	1.0
147	0.90	1.1	32	147	35	1.4	1.0
148	0.90	1.1	32	148	35	1.4	1.0
149	0.90	1.1	32	149	35	1.4	1.0
150	0.90	1.1	32	150	35	8.4	1.0

A.8 Sistema brasileiro 44 geradores 320 barras

Dados das barras

#	Tp	Nom	Ten	Ang	PAG	PRG	CPA	CPR
1	1	VGRDINT	1050	-16	376.9	-19.4		
2	1	JAGRINT	1038	-21	400.8	-114		
3	1	TMARINT	1035	-38	363.1	101.9		
4	1	SGRDINT	1035	-48	97.58	0.226		
5	1	IPATINT	1040	-55	0	9.116		
6	1	ITUMINT	1050	-1.1	1637	65.61		
7	1	MARIINT	1050	-14	1421	-491		
8	1	ESTRINT	1048	-22	1032	-162		
9	1	FURNINT	1042	-28	1197	-221		
10	1	FUNLINT	1050	-58	207.4	31.2		
11	1	FONTINT	1042	-61	128.7	-10.1		
12	1	MASCINT	1020	-61	108.8	-89		
13	1	NEVSINT	1045	-52	0	67.03		
14	1	NPECINT	1050	-59	341.1	14.48		
15	1	PPASINT	1050	-59	86.73	1.517		
16	2	SSIMERM	1050	0	1811	-96.7		
17	1	AVERERM	1034	-14	1153	-475		
18	1	ISOLERM	1045	-20	2000	-1313		
19	1	JUPIERM	1036	-20	1010	-616		
20	1	CAPIERM	1050	-25	534.1	-208		
21	1	PROMERM	1040	-25	220.1	-12.7		
22	1	XAVAERM	1035	-32	345.8	-182		
23	1	TSULERM	999	-49	0	-506		
24	1	SANGERM	988	-48	0	-546		
25	1	IPOMERM	1050	-60	147.4	-81.3		
26	1	HBORERM	968	-45	705.6	-536		
27	1	PIRAERM	949	-47	169.6	-240		
28	1	GOVPERM	996	-49	151.7	-47.1		
29	1	FAREERM	1024	-39	770.3	-675		
30	1	JLA1ERM	1027	-63	64.86	-0.123		
31	1	PFUNERM	1046	-53	132.5	-19.3		
32	1	SOSOERM	1011	-28	948.4	-74.6		
33	1	SSANERM	1023	-37	590.7	-602		
34	1	PREAERM	1015	-58	109.8	-71.4		
35	1	PMEDERM	1009	-72	49.57	-115		
36	1	ITAUERM	1007	-60	141.7	-165		
37	1	JLA2ERM	1019	-59	239.6	-5.54		
38	1	GUARERM	969	-51	0	-215		
39	1	GRAJERM	972	-65	0	-875		
40	1	PEX1ERM	1050	-24	178.7	-56.7		
41	1	PEX2ERM	1050	-22	267.4	-59		
42	0	JUP138	1051	-27			-3.8	46.1
43	0	A.VE138	1055	-26			49.6	21.5
44	0	SJRP138	1065	-31			89.7	41.2
45	0	PROM138	1046	-29			47.1	24.7
46	0	PRUD138	1067	-36			50	15.6
47	0	CAP138	1101	-34			2.8	1
48	0	LNG-8	1086	-38			-37.4	18.7
49	0	XAVA88	1086	-39			16.1	7.3
50	0	BOTU88	1131	-46			55.2	13.9
51	0	BOTU138	1134	-41			28.6	8.5
52	0	C.BO138	1139	-47			123.6	8.4
53	0	JURU138	1119	-41			0.2	0.1
54	0	B.BO138	1146	-38			-89.7	5.7
55	0	BAUR138	1157	-37			129.2	49
56	0	BAR138	1142	-35			-105	0.7
57	0	IBIT138	1116	-32			-97.2	4.3
58	0	ARAR138	1216	-39			85.7	32.5
59	1	PCOL138	1045	-16	149.7	-78.2		
60	0	R.CL138	1180	-45			123.4	45.2
61	0	CARI138	1208	-47			88.7	35.7
62	0	CAMP138	1197	-47			129.5	48.8
63	0	CABR138	1223	-49			11.8	5
64	0	MARI138	1216	-50			62.3	23.2
65	0	LIME138	1193	-46			84.6	32.6
66	0	ASAL138	1173	-40			8.1	23.6
67	0	E.CU138	1174	-39			-28.3	1.8
68	0	GRAM138	1180	-38			-52.4	-11.2
69	0	R.PR138	1173	-37			201.2	75.1
70	0	PEIX138	1086	-29				
71	0	BARR138	1100	-33			62.5	24.7
72	0	P.CO138	1082	-28			-150	29.7
73	0	EMBU138	1177	-50			47.6	17
74	0	POCO138	1160	-44			269.4	92
75	0	S.AN138	1233	-51			93.2	15.7

76	0	ASSI-88	1093	-39	33.4	13.1
77	0	mar/88	1273	-50	-2.8	7.8
78	0	SOUZO	1229	-48	327.9	40.4
79	0	S.BA138	1212	-46	131.4	52.3
80	0	BROT138	1171	-42	12.9	5.2
81	0	OCOSA13	1004	-70	38.5	14.2
82	0	APUC 1	1096	-44	28.2	9.2
83	0	MARIGA1	1089	-44	85.2	27.6
84	0	CIANRT1	1057	-46	34.9	11.5
85	0	UMUA 1	1038	-44	44.9	14.8
86	0	CASCV 1	1026	-40	86.7	28.5
87	0	FIGUCU1	1013	-45	22.6	7.4
88	0	NEVE138	1027	-52	222.9	90.4
89	0	CDOU138	1020	-9.7	69	42.9
90	0	JAGU138	1008	-29	209.9	66.9
91	0	XANXRE1	1027	-55	69.4	17
92	0	JOACBA1	1020	-62	24.6	8.6
93	0	VIDERA1	1015	-64	24.4	5.8
94	0	CANDNH1	1023	-73	11.5	3.8
95	0	MAFR 1	1023	-72	10.5	3.5
96	0	S.BATO1	1021	-72	15.2	5
97	0	JOIVNL1	1018	-70	192.2	63.8
98	0	ILHOA 1	1009	-72	104.6	34.5
99	0	GARCA 1	1013	-71	51.4	19.6
100	0	BLUMN 1	1015	-71	66.7	18.9
101	0	FLORAN1	1000	-73	91.9	35.3
102	0	LACEDA1	1029	-66	28	8.7
103	0	S.JOQ 1	1026	-67	5	1.7
104	0	LAGE 1	1017	-68	31.3	11.1
105	0	P.REL 1	1056	-61		
106	0	JACU 1	1055	-61	-83.1	0
107	0	RNEGO13	1022	-72	5.8	1.9
108	0	SVICN13	1048	-66	40.4	11.6
109	0	SMARA13	1047	-64	39.6	13
110	0	ASSI230	1125	-38		
111	0	SALT230	1103	-38		
112	0	XAVA230	1089	-37		
113	0	JURUIRI	1115	-39	-82	-5.8
114	0	BOTUATU	1139	-42		
115	0	LNG-	1103	-38		
116	0	C.BOITO	1144	-45		
117	0	CERQ230	1177	-47		
118	0	CABRUVA	1187	-49		
119	0	ED.SUZA	1203	-50	232.9	0
120	0	GUARLHO	1225	-51		
121	0	ANHAGO2	1211	-51		
122	0	INTE230	1090	-52		
123	0	PIRAINI	1086	-52	201.2	0
124	0	BAIX230	1070	-51		
125	0	PIRUUBA	1211	-52	568	0
126	0	CENTO1	1210	-51	235.8	0
127	0	TAUB230	1196	-51		
128	0	SJOS230	1240	-53	298.6	0
129	0	APAR230	1198	-51	38.5	0
130	0	MOGI230	1258	-51		
131	0	MOGI230	1257	-51	127.9	0
132	0	ITAP230	1257	-51		
133	0	TNORE	1225	-51	529.2	0
134	0	LIMA	1215	-51		
135	0	CACH23	1106	-65		
136	0	FICT 23	1088	-49		
137	0	UMUA 2	1041	-42		
138	0	CASCV 2	1031	-39		
139	0	LOND 2	1108	-42	143.2	39
140	0	APUC 2	1104	-43		
141	0	MARIGA2	1097	-43		
142	0	CMOU 2	1088	-41	13.8	4.6
143	0	SOSIOI2	1029	-35		
144	0	F.ARIAS	1089	-44	65.5	20.8
145	0	CURI 2	1070	-56	118.5	56.5
146	0	C.COPR2	1044	-58	210.1	86.4
147	0	UBERBA2	1060	-56	149.3	44.5
148	0	GOVPOU2	1031	-54	27.8	9.1
149	0	PGROSA2	1082	-50	70.9	23.3
150	0	FIGU 2	1097	-43	32	10.5
151	0	PBRAC23	1023	-45	32.6	10.7
152	0	SMARA23	1065	-64		
153	0	SVICN23	1059	-65	20	6.6
154	0	JOINIL2	1021	-65		
155	0	BLUMN 2	1014	-67		
156	0	LACEDA2	1024	-63		
157	0	SIDOO2	1030	-65	83.6	31.4
158	0	XANXRE2	1034	-52		
159	0	P.FUDO	1056	-56	84.1	14.5
160	0	FARRUP	1095	-65	108.3	35.9
161	0	SMARA23	1059	-59	42.2	18.5

162	0	ITAJUA	1060	-62		
163	0	P.REL 2	1060	-61		
164	0	V.AIES2	1084	-66	81.2	17
165	0	C.INUS2	1100	-66	289.2	98.6
166	0	CHAR 2	1097	-66	37.9	7.4
167	0	SCHAL 2	1098	-66		
168	0	SIDUG2	1098	-66	47.7	29.6
169	0	SEPA6 2	1100	-66	198.7	67.7
170	0	SEPA8 2	1103	-65	64.1	21.2
171	0	SEPA9 2	1099	-67	118.3	35.5
172	0	CAMA 2	1092	-70	31.7	10.5
173	0	PMEDCE2	1046	-73	163.4	15.9
174	0	HE BGEN	1049	-51	385.7	0
175	0	CSBM230	1020	-54	65	21.4
176	0	AIMOES	1097	-63	4.6	1.5
177	0	CDOU230	1033	-9.6	252	83
178	0	ITUMIAR	1046	-9.8	394	129
179	0	P.COOMB	1069	-19		
180	0	MARIBON	1075	-19		
181	0	V.GRNDE	1075	-21		
182	0	JAGURA	1088	-27		
183	0	ESTRITO	1081	-27		
184	0	PIX 345	1078	-28		
185	0	FURNS	1085	-34		
186	0	PIMETA	1074	-38		
187	0	BARRIRO	1033	-49		
188	0	TAQURIL	1034	-50		
189	0	ITUTNGA	1141	-48		
190	0	POCO	1122	-41		
191	0	CAMPNAS	1152	-45		
192	0	GUARLHO	1117	-49		
193	0	MOGI	1145	-50		
194	0	AD45	1178	-59		
195	0	JAC-45	1162	-61		
196	0	ITAPT34	1151	-50		
197	0	T.NODES	1124	-50	318.6	0
198	0	SANG345	1153	-49		
199	0	BAIX345	1120	-53	254.6	0
200	0	T.SU-C	1140	-51		
201	0	/NTELAG	1140	-52		
202	0	XAVATES	1144	-52		
203	0	J.FOA	1024	-53		
204	0	NEVE	1035	-47		
205	0	T.MAIAS	1064	-43	231.6	76.1
206	0	T-SU L	1127	-54	710.6	0
207	0	TLES345	1172	-53	624.6	0
208	0	S.CAT	1176	-54	471.6	0
209	0	BANDI	1145	-52	791.3	0
210	0	LAFAETE	1023	-52		
211	0	BARBCE	1030	-52		
212	0	DIVNLIS	1051	-44		
213	0	JUPI	1092	-25		
214	0	I.SOTEI	1092	-24		
215	0	A.VEMEL	1079	-20		
216	0	BAUR	1206	-37		
217	0	ARARQUA	1201	-37		
218	0	ASSI	1146	-35		
219	0	CAPIARA	1098	-31		
220	0	CABRUVA	1235	-47		
221	0	T.SU-C	1201	-49		
222	0	S.ANELO	1209	-48		
223	0	SBAR440	1171	-43		
224	0	RPREO44	1138	-34		
225	0	TOES440	1219	-46	241	0
226	0	S<SIAO	1065	-7.2		
227	0	ITUMIAR	1061	-5.8		
228	0	A.VEMEL	1082	-15		
229	0	MARIBON	1103	-20		
230	0	JAGURA	1072	-26		
231	0	NEVE	1081	-45		
232	0	ARARQUA	1182	-32		
233	0	POCO	1235	-41		
234	0	CAMPNAS	1235	-42		
235	0	C.PALIS	1282	-51		
236	0	ANGR	1260	-54		
237	0	ADRINOP	1215	-57		
238	0	GRAJU	1176	-59		
239	0	IPATNGA	1054	-52		
240	0	IVAI500	1232	-44		
241	0	SANTAG5	1128	-42		
242	0	F.ARIAS	1124	-45		
243	0	CURII 5	1059	-52		
244	0	BARRCA5	1158	-51		
245	0	CACHEI5	1131	-61		
246	0	EMBO500	1072	-14		
247	0	TAUB440	1218	-48	173.9	0

248	0	SOUZ440	1178	-46				
249	0	ITAB500	1396	-47				
250	0	TPRE500	1383	-49				
251	0	FRIBRGO	1138	-68			23.8	11.8
252	0	ADRI38	1178	-62			349.1	0
253	0	R.LEO	1175	-67			46.9	23
254	0	TEREOPO	1122	-68			22.1	9.6
255	0	R.CDELF	1109	-67				
256	0	ILHAELF	1095	-64				
257	0	MASC30	1103	-64				
258	0	MACAU	1160	-67			9.1	3.4
259	0	CAMP45	1240	-66				
260	0	CARA45	1228	-70				
261	0	MASC38	1099	-66			2.3	0.5
262	0	GOVE230	1075	-60			120.9	39.7
263	0	ALVOADA	1122	-65			5.8	3.7
264	0	CAMP38	1224	-68			60.3	39.7
265	0	CARA138	1207	-73			350.7	71.2
266	0	FUNI	1041	-63			80.6	12
267	0	CATA	1094	-65			40.3	-3.7
268	0	R.CI	1109	-67			31.6	-2.9
269	0	RET.AUD	1039	-64			89.8	13.7
270	0	ILHAIO	1094	-64			5.4	-2.3
271	0	NPECNHA	1051	-65			497	113.1
272	0	P.PA	1053	-65			20.6	0.4
273	0	CASCDU	1085	-66			877.6	64.7
274	0	GRAJ38	1090	-65			509.8	-14.3
275	0	JAC18	1094	-65			172.1	25.4
276	0	S.CRZ	1075	-65			96.2	13.6
277	1	SCRZPEQ	1030	-57	74.74	8.323		
278	1	SCRZGRD	1030	-59	204.5	-22.9		
279	0	FREICAN	1090	-66			491.6	-1.4
280	0	FONTOVA	1051	-65				
281	0	ZISC	1071	-66			246.2	49.8
282	0	ZISC	1078	-65			33.7	6.8
283	0	CARAI1	1214	-72				
284	0	CDOUGER	1042	-6.8			-412	-118
285	0	GUARICT	1150	-51				
286	0	PRUD88	1051	-39			72.8	29.5
287	0	MOGITER	1258	-51				
288	0	TAQURIL	1011	-51			77.2	25.4
289	0	ST.LZIA	1016	-52				
290	0	ITABRA	1027	-54			124.9	41
291	0	IPATNGA	1062	-55			459.3	151
292	0	SALTGRD	1060	-54				
293	0	MOGI-1	1195	-48			111.3	44.7
294	0	BRAG138	1214	-49			53.6	21.3
295	0	CERQ138	1152	-48			27.3	10.4
296	0	R.BA138	1034	-32			65.3	22.7
297	0	HORTLA	1203	-48			189.7	83.7
298	0	PION	1125	-34			28	11
299	0	FRAN13	1106	-32			43.4	17.4
300	0	GAFAHOT	1030	-47			68.1	22.8
301	0	PIME138	1004	-49			57.1	20.7
302	0	BARRI13	1013	-53			489.9	163.1
303	0	SARAENH	983	-59			189	62.1
304	0	S.LUZA	1012	-54			163.1	48.2
305	0	TAQU138	1011	-54			152.3	47.6
306	0	JFOR138	1015	-54			139.8	46.3
307	0	BARB138	1017	-54			90.2	29.6
308	0	LAF138	998	-56			266.6	88.5
309	0	PIED138	998	-57			29.3	11.9
310	0		1178	-62				
311	0	CACHEIR	1219	-72			53.2	10.8
312	0	GUARPAR	1214	-72			29.6	6
313	0	ALTOAGE	1206	-72			35.9	7.3
314	0	SUISA	1207	-71			-32.3	0
315	0	NEIV	1156	-70			36.9	7.5
316	0	LINHRES	1148	-70			11.8	2.4
317	0	NVENCIA	1133	-69			10.9	2.2
318	0	SGABIEL	1123	-68			6	1.2
319	0	COFAI	1206	-72			17.9	3.6
320	0	PRAI	1205	-73			54.6	11.1

Dados dos ramos

#L	BI	BF	Nc	R	X	B	Tnom
1	13	88	1	0.000	2.780	0.000	0.000
2	16	226	1	0.000	0.770	0.000	0.000
3	17	215	1	0.000	0.880	0.000	0.000
4	18	214	1	0.000	0.360	0.000	0.000
5	19	213	1	0.000	0.890	0.000	0.000
6	20	219	1	0.000	2.150	0.000	0.000
7	21	45	1	0.000	3.330	0.000	0.000
8	22	112	1	0.000	2.830	0.000	0.000
9	23	221	1	0.000	4.000	0.000	0.000
10	24	222	1	0.000	4.000	0.000	0.000
11	25	270	1	0.000	5.370	0.000	0.000
12	26	174	1	0.000	1.370	0.000	0.000
13	27	123	1	0.000	5.260	0.000	0.000
14	28	148	1	0.000	6.470	0.000	0.000
15	29	242	1	0.000	1.440	0.000	0.000
16	30	102	1	0.000	8.860	0.000	0.000
17	31	159	1	0.000	4.620	0.000	0.000
18	32	143	1	0.000	1.380	0.000	0.000
19	33	241	1	0.000	1.710	0.000	0.000
20	34	163	1	0.000	6.120	0.000	0.000
21	35	173	1	0.000	3.280	0.000	0.000
22	36	162	1	0.000	3.200	0.000	0.000
23	37	156	1	0.000	3.270	0.000	0.000
24	38	285	1	0.000	8.150	0.000	0.000
25	39	274	1	0.000	1.310	0.000	0.000
26	40	70	1	0.000	5.850	0.000	0.000
27	41	184	1	0.000	4.110	0.000	0.000
28	42	43	1	0.000	32.070	0.000	0.000
29	42	44	1	0.000	158.240	0.000	0.000
30	42	46	1	0.000	45.220	0.000	0.000
31	42	213	1	0.000	8.530	0.000	1.000
32	42	296	1	0.000	29.440	0.000	0.000
33	43	44	1	0.000	18.140	0.000	0.000
34	43	215	1	0.000	9.670	0.000	1.000
35	44	45	1	0.000	8.230	9.610	0.000
36	44	57	1	0.000	14.350	0.000	0.000
37	44	71	1	0.000	10.830	0.000	0.000
38	45	55	1	0.000	27.880	0.000	0.000
39	45	296	1	0.000	11.030	0.000	0.000
40	46	47	1	0.000	6.460	0.000	0.000
41	46	286	1	0.000	8.650	0.000	1.000
42	46	296	1	0.000	37.530	0.000	0.000
43	47	219	1	0.000	8.360	0.000	1.050
44	48	49	1	0.000	15.350	0.000	0.000
45	48	76	1	0.000	16.380	0.000	0.000
46	48	111	1	0.000	11.800	0.000	1.000
47	49	50	1	0.000	62.270	0.000	0.000
48	50	51	1	0.000	27.250	0.000	1.052
49	50	52	1	0.000	162.680	0.000	0.000
50	50	295	1	0.000	186.530	0.000	0.000
51	51	54	1	0.000	6.250	6.640	0.000
52	52	53	1	0.000	16.560	0.000	0.000
53	52	73	1	0.000	34.930	0.000	0.000
54	52	116	1	0.000	6.500	0.000	1.000
55	52	295	1	0.000	15.540	0.000	0.000
56	54	56	1	0.000	6.270	0.000	0.000
57	54	60	1	0.000	28.910	7.680	0.000
58	54	80	1	0.000	12.840	3.410	0.000
60	55	216	1	0.000	4.260	0.000	1.000
61	56	57	1	0.000	6.970	7.410	0.000
62	58	60	1	0.000	18.090	0.000	0.000
63	58	66	1	0.000	86.820	0.000	0.000
64	58	69	1	0.000	5.400	0.000	0.000
65	58	71	1	0.000	45.560	0.000	0.000
66	58	80	1	0.000	30.930	0.000	0.000
67	58	217	1	0.000	4.830	0.000	1.100
68	60	65	1	0.000	2.490	0.000	0.000
69	60	66	1	0.000	18.280	0.000	0.000
70	60	80	1	0.000	9.570	0.000	0.000
71	61	62	1	0.000	5.320	0.000	0.000
72	61	74	1	0.000	16.380	18.000	0.000
73	61	78	1	0.000	19.050	0.000	0.000
74	61	79	1	0.000	0.560	0.000	0.000
75	61	297	1	0.000	3.240	0.000	0.000
76	62	78	1	0.000	5.300	0.000	0.000
77	62	out/00	1	0.000	2.460	0.000	0.000
78	63	64	1	0.000	7.370	0.000	0.000
79	63	220	1	0.000	8.530	0.000	1.000
80	64	75	1	0.000	7.990	0.000	0.000
81	64	77	1	0.000	11.000	0.000	0.950
82	64	294	1	0.000	5.330	0.000	0.000
83	65	79	1	0.000	2.510	2.920	0.000
84	65	293	1	0.000	7.140	0.000	0.000
85	66	67	1	0.000	0.870	0.850	0.000
86	66	80	1	0.000	113.510	0.000	0.000
87	67	68	1	0.000	4.550	4.880	0.000
88	67	69	1	0.000	15.440	0.000	0.000
89	67	293	1	0.000	42.700	0.000	0.000
90	69	71	1	0.000	17.050	0.000	0.000

91	69	224	1	0.000	4.660	0.000	1.100
92	69	298	1	0.000	9.470	11.200	0.000
93	69	299	1	0.000	10.500	11.000	0.000
94	70	184	1	0.000	6.530	0.000	0.000
95	70	299	1	0.000	2.500	10.800	0.000
96	71	72	1	0.000	6.230	6.200	0.000
97	71	298	1	0.000	11.150	0.000	0.000
98	73	221	1	0.000	9.670	0.000	1.000
99	74	190	1	0.000	2.160	0.000	1.050
100	74	307	1	0.000	223.220	0.000	0.000
101	74	308	1	0.000	299.350	0.000	0.000
102	74	309	1	0.000	129.230	0.000	0.000
103	75	222	1	0.000	9.670	0.000	1.050
104	76	286	1	0.000	39.230	0.000	0.000
105	78	294	1	0.000	4.440	4.720	0.000
106	78	297	1	0.000	5.310	0.000	0.000
107	79	223	1	0.000	1.550	0.000	1.075
108	79	293	1	0.000	7.560	8.300	0.000
109	79	297	1	0.000	3.150	0.000	0.000
110	81	104	1	0.000	9.730	2.720	0.000
111	82	83	1	0.000	13.540	3.140	0.000
112	82	140	1	0.000	6.000	0.000	1.000
113	83	84	1	0.000	20.960	4.880	0.000
114	83	141	1	0.000	2.560	0.000	1.000
115	84	85	1	0.000	20.430	4.760	0.000
116	85	86	1	0.000	35.920	8.920	0.000
117	85	137	1	0.000	10.240	0.000	1.000
118	86	87	1	0.000	35.600	8.880	0.000
119	86	138	1	0.000	2.220	0.000	1.000
120	88	300	1	0.000	59.130	0.000	0.000
121	88	302	1	0.000	1.580	0.000	0.000
122	88	304	1	0.000	2.780	0.000	0.000
123	88	305	1	0.000	51.080	0.000	0.000
124	89	90	1	0.000	43.120	0.000	0.000
125	89	284	1	0.000	3.600	0.000	0.000
126	90	182	1	0.000	3.500	0.000	0.950
127	91	92	1	0.000	13.200	14.300	0.000
128	91	158	1	0.000	3.090	0.000	1.000
129	92	93	1	0.000	10.430	2.790	0.000
130	92	104	1	0.000	18.510	20.020	0.000
131	94	95	1	0.000	8.030	8.520	0.000
132	95	107	1	0.000	3.330	3.200	0.000
133	96	97	1	0.000	7.460	8.060	0.000
134	96	107	1	0.000	2.220	2.400	0.000
135	97	98	1	0.000	9.320	10.200	0.000
136	97	154	1	0.000	3.090	0.000	1.020
137	98	100	1	0.000	2.920	6.850	0.000
138	98	101	1	0.000	10.850	10.800	0.000
139	99	100	1	0.000	1.220	1.320	0.000
140	100	155	1	0.000	3.090	0.000	1.020
141	101	102	1	0.000	14.800	15.620	0.000
142	102	103	1	0.000	12.050	12.080	0.000
143	102	156	1	0.000	5.920	0.000	1.020
144	103	104	1	0.000	8.880	8.120	0.000
145	105	106	1	0.000	0.930	1.000	0.000
146	105	163	1	0.000	4.350	0.000	1.000
147	106	109	1	0.000	8.630	2.400	0.000
148	108	109	1	0.000	19.400	5.400	0.000
149	108	153	1	0.000	12.360	0.000	0.000
150	110	76	1	0.000	11.850	0.000	1.000
151	110	115	1	0.000	3.630	11.730	0.000
152	110	139	1	0.000	5.200	35.600	0.000
153	111	115	1	0.000	0.710	2.300	0.000
154	112	49	1	0.000	23.700	0.000	1.000
155	112	113	1	0.000	4.050	12.250	0.000
156	112	114	1	0.000	10.530	32.500	0.000
157	112	115	1	0.000	2.500	8.040	0.000
158	112	150	1	0.000	10.130	17.720	0.000
159	113	53	1	0.000	6.500	0.000	1.000
160	113	114	1	0.000	6.350	19.600	0.000
161	114	51	1	0.000	6.500	0.000	1.000
162	114	116	1	0.000	8.700	26.400	0.000
163	114	117	1	0.000	9.600	29.210	0.000
164	117	118	1	0.000	2.220	6.740	0.000
165	118	119	1	0.000	0.510	41.230	0.000
166	119	121	1	0.000	0.560	6.770	0.000
167	119	126	1	0.000	0.850	143.000	0.000
168	120	133	1	0.000	0.210	2.560	0.000
169	120	134	1	0.000	0.720	5.000	0.000
170	120	285	1	0.000	0.280	0.000	1.065
171	121	125	1	0.000	0.220	2.840	0.000
172	121	134	1	0.000	0.320	2.200	0.000
173	122	123	1	0.000	0.110	10.000	0.000
174	122	201	1	0.000	1.360	0.000	1.000
175	123	174	1	0.000	3.250	5.340	0.000
176	124	174	1	0.000	0.430	1.300	0.000
177	127	128	1	0.000	5.650	9.280	0.000
178	127	129	1	0.000	3.570	6.100	0.000
179	128	130	1	0.000	2.840	18.880	0.000
180	130	131	1	0.000	0.070	0.140	0.000
181	130	287	1	0.000	15.640	0.000	0.000
182	131	132	1	0.000	0.070	0.110	0.000
183	135	160	1	0.000	8.010	14.360	0.000
184	135	165	1	0.000	0.560	3.180	0.000
185	135	169	1	0.000	1.250	8.920	0.000

186	135	170	1	0.000	1.200	2.130	0.000
187	135	245	1	0.000	1.250	0.000	1.000
188	136	144	1	0.000	10.950	19.350	0.000
189	136	145	1	0.000	12.560	21.600	0.000
190	137	138	1	0.000	13.440	24.140	0.000
191	138	143	1	0.000	3.690	26.540	0.000
192	139	140	1	0.000	3.230	10.360	0.000
193	139	141	1	0.000	8.840	14.340	0.000
194	140	141	1	0.000	5.650	9.740	0.000
195	140	142	1	0.000	11.740	20.270	0.000
196	140	150	1	0.000	11.350	19.050	0.000
197	141	142	1	0.000	9.090	16.050	0.000
198	142	143	1	0.000	8.800	60.800	0.000
199	143	144	1	0.000	5.820	54.040	0.000
200	143	151	1	0.000	8.610	13.440	0.000
201	143	158	1	0.000	16.210	27.840	0.000
202	144	149	1	0.000	16.960	29.680	0.000
203	144	242	1	0.000	3.500	0.000	1.000
204	145	146	1	0.000	2.740	4.740	0.000
205	145	147	1	0.000	1.960	3.450	0.000
206	145	154	1	0.000	4.680	31.900	0.000
207	145	243	1	0.000	1.250	0.000	1.050
208	146	148	1	0.000	7.320	12.800	0.000
209	147	148	1	0.000	6.900	14.570	0.000
210	147	149	1	0.000	11.650	20.230	0.000
211	149	150	1	0.000	13.460	22.610	0.000
212	151	158	1	0.000	8.350	14.400	0.000
213	152	153	1	0.000	7.690	15.380	0.000
214	152	162	1	0.000	7.020	14.040	0.000
215	154	155	1	0.000	3.880	27.000	0.000
216	155	156	1	0.000	8.400	57.300	0.000
217	156	157	1	0.000	2.410	16.460	0.000
218	157	160	1	0.000	19.850	34.000	0.000
219	158	159	1	0.000	4.420	34.680	0.000
220	159	160	1	0.000	11.800	81.680	0.000
221	159	161	1	0.000	8.200	16.390	0.000
222	160	165	1	0.000	8.800	16.200	0.000
223	160	167	1	0.000	6.270	11.460	0.000
224	161	163	1	0.000	12.400	28.300	0.000
225	162	163	1	0.000	3.300	6.110	0.000
226	162	165	1	0.000	6.790	113.530	0.000
227	162	166	1	0.000	15.020	27.820	0.000
228	163	164	1	0.000	12.000	23.670	0.000
229	163	165	1	0.000	21.110	40.200	0.000
230	164	165	1	0.000	9.460	17.180	0.000
231	165	166	1	0.000	4.480	8.140	0.000
232	165	168	1	0.000	1.310	2.370	0.000
233	165	169	1	0.000	3.130	6.550	0.000
234	165	171	1	0.000	1.340	2.700	0.000
235	165	172	1	0.000	12.520	22.640	0.000
236	166	167	1	0.000	6.320	11.550	0.000
237	167	168	1	0.000	0.690	1.230	0.000
238	169	170	1	0.000	3.430	6.890	0.000
239	171	173	1	0.000	15.450	111.750	0.000
240	172	173	1	0.000	18.710	33.980	0.000
241	175	288	1	0.000	8.800	15.140	0.000
242	175	290	1	0.000	3.030	5.210	0.000
243	176	257	1	0.000	2.450	4.200	0.000
244	176	262	1	0.000	5.630	38.690	0.000
245	177	178	1	0.000	2.900	0.000	0.000
246	177	284	1	0.000	2.000	0.000	0.000
247	178	179	1	0.000	6.260	106.720	0.000
248	179	59	1	0.000	3.030	0.000	1.000
249	179	180	1	0.000	2.440	4.140	0.000
250	179	181	1	0.000	1.380	23.360	0.000
251	181	1	1	0.000	2.590	0.000	1.015
252	181	182	1	0.000	2.640	44.440	0.000
253	181	183	1	0.000	3.460	56.400	0.000
254	182	2	1	0.000	2.630	0.000	1.015
255	182	183	1	0.000	0.760	12.290	0.000
256	182	186	1	0.000	2.850	187.000	0.000
257	183	8	1	0.000	0.890	0.000	1.015
258	183	184	1	0.000	1.040	17.430	0.000
259	183	185	1	0.000	4.140	69.860	0.000
260	183	190	1	0.000	3.080	209.310	0.000
261	184	185	1	0.000	3.430	52.420	0.000
262	185	9	1	0.000	1.000	0.000	1.015
263	185	186	1	0.000	1.990	29.190	0.000
264	185	189	1	0.000	3.160	205.230	0.000
265	185	190	1	0.000	2.160	132.360	0.000
266	186	187	1	0.000	6.720	100.270	0.000
267	186	211	1	0.000	8.060	134.300	0.000
268	186	212	1	0.000	3.160	51.100	0.000
269	187	188	1	0.000	0.570	8.810	0.000
270	187	204	1	0.000	1.090	17.080	0.000
271	188	204	1	0.000	1.580	25.640	0.000
272	188	210	1	0.000	2.360	39.140	0.000
273	188	212	1	0.000	3.670	59.300	0.000
274	188	288	1	0.000	0.830	0.000	1.025
275	189	194	1	0.000	2.750	189.500	0.000
276	190	191	1	0.000	3.950	66.670	0.000
277	190	192	1	0.000	3.000	185.310	0.000
278	190	193	1	0.000	6.350	108.340	0.000
279	191	62	1	0.000	3.240	0.000	0.980
280	191	192	1	0.000	2.770	46.510	0.000

281	192	120	1	0.000	1.200	0.000	0.898
282	192	197	1	0.000	0.380	5.860	0.000
283	192	285	1	0.000	0.920	0.000	0.957
284	193	130	1	0.000	1.190	0.000	0.898
285	193	196	1	0.000	0.200	3.000	0.000
286	193	197	1	0.000	1.250	19.100	0.000
287	194	195	1	0.000	0.600	38.130	0.000
288	194	259	1	0.000	4.170	287.500	0.000
289	196	132	1	0.000	1.590	0.000	0.925
290	196	198	1	0.000	0.420	7.210	0.000
291	196	207	1	0.000	1.300	22.490	0.000
292	198	207	1	0.000	1.830	28.300	0.000
293	199	124	1	0.000	1.660	0.000	0.970
294	199	200	1	0.000	1.520	23.000	0.000
295	199	206	1	0.000	0.860	16.000	0.000
296	199	207	1	0.000	1.780	27.030	0.000
297	200	201	1	0.000	0.380	28.000	0.000
298	200	206	1	0.000	1.930	29.500	0.000
299	201	202	1	0.000	0.110	10.160	0.000
300	202	209	1	0.000	0.050	321.300	0.000
301	203	211	1	0.000	2.200	36.530	0.000
302	204	205	1	0.000	6.810	106.510	0.000
303	204	231	1	0.000	1.110	0.000	0.950
304	205	3	1	0.000	2.600	0.000	1.050
305	207	208	1	0.000	0.170	461.800	0.000
306	210	211	1	0.000	1.890	31.310	0.000
307	213	214	1	0.000	1.010	54.730	0.000
308	213	216	1	0.000	2.490	635.580	0.000
309	214	215	1	0.000	2.410	130.090	0.000
310	214	216	1	0.000	2.630	670.220	0.000
311	214	217	1	0.000	3.000	766.580	0.000
312	215	217	1	0.000	5.380	290.350	0.000
313	215	224	1	0.000	5.060	292.620	0.000
314	216	217	1	0.000	1.810	97.850	0.000
315	216	218	1	0.000	2.330	133.900	0.000
316	216	220	1	0.000	1.890	481.780	0.000
317	216	221	1	0.000	4.910	313.720	0.000
318	216	225	1	0.000	3.220	205.760	0.000
319	217	222	1	0.000	2.460	627.440	0.000
320	217	223	1	0.000	2.430	131.040	0.000
321	218	110	1	0.000	4.330	0.000	0.980
322	218	219	1	0.000	1.800	103.540	0.000
323	220	118	1	0.000	0.380	0.000	1.050
324	220	221	1	0.000	1.210	72.220	0.000
325	220	222	1	0.000	1.850	110.310	0.000
326	221	200	1	0.000	0.240	0.000	1.050
327	221	222	1	0.000	1.240	74.200	0.000
328	221	225	1	0.000	1.720	110.010	0.000
329	222	198	1	0.000	0.240	0.000	1.050
330	222	247	1	0.000	1.590	91.690	0.000
331	223	224	1	0.000	3.930	220.570	0.000
332	223	248	1	0.000	1.240	75.230	0.000
333	226	227	1	0.000	2.350	196.000	0.000
334	226	228	1	0.000	1.360	112.800	0.000
335	226	230	1	0.000	4.840	419.500	0.000
336	227	6	1	0.000	0.550	0.000	1.010
337	227	178	1	0.000	1.200	0.000	1.000
338	227	246	1	0.000	1.930	157.580	0.000
339	228	215	1	0.000	1.370	0.000	1.000
340	228	229	1	0.000	1.960	164.700	0.000
341	229	7	1	0.000	0.790	0.000	1.010
342	229	180	1	0.000	2.400	0.000	1.020
343	229	232	1	0.000	1.350	458.080	0.000
344	230	182	1	0.000	1.110	0.000	0.950
345	230	231	1	0.000	2.700	831.080	0.000
346	230	246	1	0.000	2.650	215.940	0.000
347	231	88	1	0.000	2.640	0.000	1.000
348	231	239	1	0.000	2.510	204.270	0.000
349	232	233	1	0.000	2.640	197.420	0.000
350	232	234	1	0.000	2.580	192.920	0.000
351	233	190	1	0.000	2.400	0.000	1.075
352	233	235	1	0.000	2.680	226.460	0.000
353	234	191	1	0.000	2.400	0.000	1.050
354	234	235	1	0.000	3.060	259.900	0.000
355	235	236	1	0.000	1.500	111.200	0.000
356	235	237	1	0.000	1.270	379.100	0.000
357	235	250	1	0.000	2.420	200.630	0.000
358	236	237	1	0.000	1.610	135.200	0.000
359	237	194	1	0.000	1.200	0.000	1.025
360	237	238	1	0.000	0.370	161.980	0.000
361	238	274	1	0.000	0.820	0.000	0.000
362	240	241	1	0.000	2.250	222.000	0.000
363	240	242	1	0.000	2.450	206.090	0.000
364	240	249	1	0.000	3.650	318.380	0.000
365	241	242	1	0.000	1.530	152.230	0.000
366	242	243	1	0.000	3.020	298.120	0.000
367	242	244	1	0.000	2.150	217.390	0.000
368	244	245	1	0.000	3.420	337.440	0.000
369	247	127	1	0.000	4.270	0.000	1.050
370	247	248	1	0.000	2.390	145.760	0.000
371	248	78	1	0.000	2.330	0.000	0.925
372	249	250	1	0.000	4.290	374.630	0.000
373	251	254	1	0.000	13.550	3.400	0.000
374	251	258	1	0.000	12.540	3.100	0.000
375	252	194	1	0.000	1.370	0.000	1.000

376	252	253	1	0.000	18.870	21.520	0.000
377	252	310	1	0.000	3.170	0.000	1.000
378	253	258	1	0.000	3.580	3.600	0.000
379	253	264	1	0.000	12.780	14.400	0.000
380	254	255	1	0.000	5.550	1.400	0.000
381	254	258	1	0.000	26.050	6.500	0.000
382	255	268	1	0.000	0.100	0.000	0.000
383	256	258	1	0.000	17.090	4.500	0.000
384	256	263	1	0.000	7.150	2.000	0.000
385	256	270	1	0.000	0.100	0.000	0.000
386	258	263	1	0.000	9.940	4.500	0.000
387	258	264	1	0.000	12.500	13.200	0.000
388	259	260	1	0.000	3.340	228.080	0.000
389	261	12	1	0.000	8.660	0.000	1.000
390	261	257	1	0.000	3.750	0.000	0.990
391	261	313	1	0.000	30.350	8.150	0.000
392	261	315	1	0.000	8.310	8.720	0.000
393	261	318	1	0.000	19.540	4.500	0.000
394	262	291	1	0.000	4.400	30.280	0.000
395	264	259	1	0.000	3.750	0.000	1.020
396	264	311	1	0.000	12.870	14.600	0.000
397	265	283	1	0.000	0.450	0.500	0.000
398	265	313	1	0.000	5.450	1.370	0.000
399	265	315	1	0.000	6.920	7.260	0.000
400	265	320	1	0.000	3.190	0.800	0.000
401	266	10	1	0.000	4.200	0.000	1.000
402	266	269	1	0.000	2.850	0.000	0.000
403	266	271	1	0.000	19.520	0.000	0.000
404	267	270	1	0.000	2.650	0.000	0.000
405	267	273	1	0.000	34.320	0.000	0.000
406	268	270	1	0.000	22.870	0.000	0.000
407	268	273	1	0.000	12.630	0.000	0.000
408	269	271	1	0.000	13.920	0.000	0.000
409	271	14	1	0.000	3.490	0.000	1.000
410	271	272	1	0.000	1.150	0.000	0.000
411	271	273	1	0.000	2.360	0.000	0.000
412	271	274	1	0.000	97.310	0.000	0.000
413	271	275	1	0.000	217.680	0.000	0.000
414	271	280	1	0.000	0.100	0.000	0.000
415	272	15	1	0.000	12.270	0.000	1.000
416	272	273	1	0.000	13.890	0.000	0.000
417	273	274	1	0.000	0.450	0.000	0.000
418	273	275	1	0.000	1.010	0.000	0.000
419	273	279	1	0.000	16.250	0.000	0.000
420	274	275	1	0.000	1.490	0.000	0.000
421	274	279	1	0.000	0.390	0.000	0.000
422	275	195	1	0.000	1.330	0.000	0.970
423	275	276	1	0.000	2.390	10.800	0.000
424	275	279	1	0.000	53.240	0.000	0.000
425	275	282	1	0.000	5.960	1.690	0.000
426	276	277	1	0.000	20.100	0.000	1.050
427	276	278	1	0.000	5.790	0.000	1.025
428	276	281	1	0.000	0.880	2.250	0.000
429	276	282	1	0.000	1.010	0.260	0.000
430	280	11	1	0.000	6.360	0.000	1.000
431	283	260	1	0.000	2.310	0.000	1.020
432	283	319	1	0.000	5.040	1.500	0.000
433	288	289	1	0.000	2.030	3.480	0.000
434	288	290	1	0.000	7.830	13.470	0.000
435	289	290	1	0.000	6.750	11.610	0.000
436	290	291	1	0.000	4.830	34.010	0.000
437	291	5	1	0.000	4.980	0.000	1.025
438	291	239	1	0.000	1.130	0.000	1.025
439	291	292	1	0.000	3.300	12.800	0.000
440	292	4	1	0.000	10.680	0.000	1.020
441	293	294	1	0.000	9.470	0.000	0.000
442	295	117	1	0.000	13.000	0.000	1.000
443	298	299	1	0.000	6.840	6.800	0.000
444	300	212	1	0.000	4.780	0.000	1.000
445	300	301	1	0.000	23.750	0.000	0.000
446	300	302	1	0.000	31.330	0.000	0.000
447	301	186	1	0.000	47.900	0.000	1.000
448	302	187	1	0.000	1.910	0.000	1.000
449	302	305	1	0.000	1.390	0.000	0.000
450	302	308	1	0.000	54.600	0.000	0.000
451	303	305	1	0.000	9.800	8.800	0.000
452	303	308	1	0.000	4.510	8.400	0.000
453	304	305	1	0.000	2.810	0.000	0.000
454	305	188	1	0.000	3.660	0.000	1.000
455	305	308	1	0.000	35.850	0.000	0.000
456	306	203	1	0.000	2.390	0.000	1.000
457	306	307	1	0.000	3.310	0.000	0.000
458	307	211	1	0.000	2.390	0.000	1.000
459	307	308	1	0.000	11.390	0.000	0.000
460	307	309	1	0.000	90.320	0.000	0.000
461	308	210	1	0.000	2.390	0.000	1.000
462	308	309	1	0.000	119.710	0.000	0.000
463	311	312	1	0.000	5.080	13.290	0.000
464	312	313	1	0.000	5.360	4.900	0.000
465	313	314	1	0.000	9.500	2.400	0.000
466	313	319	1	0.000	0.560	0.160	0.000
467	313	320	1	0.000	7.300	1.800	0.000
468	315	316	1	0.000	13.840	3.600	0.000
469	316	317	1	0.000	18.270	4.750	0.000
470	317	318	1	0.000	9.770	2.250	0.000

A.9 Dados dos geradores, modelo detalhado.

No	Ldo	Lqo	L'd		L"d	Leo	T'd	T"d	T"q
No	H	D	MVA	Fr					
2	20.34	17.7	6.2		5.02	1.28	9.2	0.021	0.032
2	19	0	100	60					
3	20.89	18.2	6.37		5.16	1.32	9.2	0.021	0.032
3	23.9	0	100	60					
4	58.58	51	17.86		14.47	3.69	9.2	0.021	0.032
4	6.9	0	100	60					
5	131.2	114.1	40		32.4	8.27	4	0.051	0.033
5	2	0	100	60					
6	4.66	4.1	1.42		1.15	0.29	9.2	0.021	0.032
6	78.7	0	100	60					
7	7.12	6.2	2.17		1.76	0.45	9.2	0.021	0.032
7	76.7	0	100	60					
8	10.4	9	3.17		2.57	0.66	9.2	0.021	0.032
8	54	0	100	60					
9	7.41	6.4	2.26		1.83	0.47	9.2	0.021	0.032
9	65.4	0	100	60					
10	47.13	41	14.37		11.64	2.97	9.2	0.021	0.032
10	7.7	0	100	60					
11	93.71	81.5	28.57		23.14	5.9	8.68	0.04	0.08
11	4.5	0	100	60					
12	99.9	86.9	30.47		24.68	6.3	4	0.051	0.033
12	2.6	0	100	60					
13	113.2	98.4	34.5		27.95	7.13	4	0.051	0.033
13	2.4	0	100	60					
14	27.65	24.1	8.43		6.83	1.74	9.2	0.021	0.032
14	14.4	0	100	60					
15	107.4	93.4	32.73		26.51	6.76	8.68	0.04	0.08
15	4.3	0	100	60					
16	26.24	22.8	8		6.48	1.65	9.2	0.021	0.032
16	16.9	0	100	60					
17	4.82	4.2	1.47		1.19	0.3	9.2	0.021	0.032
17	105.7	0	100	60					
18	2.98	2.6	0.91		0.74	0.19	9.2	0.021	0.032
18	130.8	0	100	60					
19	5.64	4.9	1.72		1.39	0.36	9.2	0.021	0.032
19	70.6	0	100	60					
20	13.81	12	4.21		3.41	0.87	9.2	0.021	0.032
20	40	0	100	60					
21	54.68	47.6	16.67		13.5	3.45	9.2	0.021	0.032
21	15.9	0	100	60					
22	18.86	16.4	5.75		4.66	1.19	9.2	0.021	0.032
22	21.6	0	100	60					
23	4.66	4.1	1.42		1.15	0.29	9.2	0.021	0.032
23	78.7	0	100	60					
24	4.66	4.1	1.42		1.15	0.29	9.2	0.021	0.032
24	78.7	0	100	60					
25	4.66	4.1	1.42		1.15	0.29	9.2	0.021	0.032
25	78.7	0	100	60					
26	12.56	10.9	3.83		3.1	0.79	9.2	0.021	0.032
26	33.3	0	100	60					
27	39.36	34.2	12		9.72	2.48	9.2	0.021	0.032
27	9.8	0	100	60					
28	29.88	26	9.11		7.38	1.88	9.2	0.021	0.032
28	6.4	0	100	60					
29	11.84	10.3	3.61		2.92	0.75	9.2	0.021	0.032
29	37.2	0	100	60					
30	44.31	38.5	13.51		10.94	2.79	6.55	0.039	0.071
30	3.5	0	100	60					
31	32.28	28.1	9.84		7.97	2.03	9.2	0.021	0.032
31	11.3	0	100	60					
32	9.97	8.7	3.04		2.46	0.63	9.2	0.021	0.032
32	39.5	0	100	60					
33	14.04	12.2	4.28		3.47	0.88	9.2	0.021	0.032
33	28.6	0	100	60					
34	68.29	59.4	20.82		16.86	4.3	8.68	0.04	0.08
34	4.5	0	100	60					
35	20.89	18.2	6.37		5.16	1.32	9.2	0.021	0.032
35	10.6	0	100	60					
36	18.04	15.7	5.5		4.46	1.14	9.2	0.021	0.032
36	20.4	0	100	60					
37	33	28.7	10.06		8.15	2.08	9.2	0.021	0.032
37	9.7	0	100	60					
38	4.66	4.1	1.42		1.15	0.29	9.2	0.021	0.032
38	78.7	0	100	60					
39	4.66	4.1	1.42		1.15	0.29	9.2	0.021	0.032
39	78.7	0	100	60					
40	57.4	49.9	17.5		14.18	3.62	8.68	0.04	0.08
40	5	0	100	60					
41	43.1	37.5	13.14		10.64	2.72	9.2	0.021	0.032
41	9.4	0	100	60					
42	58.58	51	17.86		14.47	3.69	8.68	0.04	0.08

42	5.1	0	100	60					
43	63.86	55.6	19.47	60	15.77	4.02	8.68	0.04	0.08
43	4.1	0	100	60					
44	43.92	38.2	13.39	60	10.85	2.77	9.2	0.021	0.032
44	7.7	0	100	60					

A.10 Dados dos dispositivos de controle.

MODELOS DOS REGULADORES DE TENSÃO									
No	Tm	Ka	T1	T2	T3	T4	Lmn	Lmx	
1-44	0.02	190.80	3.00	12.00	0.07	0.013	-2.00	2.00	

MODELOS DE ESTABILIZADORES (PSS)									
No	Kp	T	T1	T2	T3	T4	Vem	Vex	
1-44	22.78	1.00	1.50	0.02	0.293	12.00	-0.05	0.05	

LIMITADORES DE SOBREEXCITAÇÃO OXL									
No	If	I1	I2	I3	S1	S2	S3	K	B
1-44	3.0	-1.0	-1.0	0.0	0.8	1.0	1.5	0.5	0.1

**B. Diagrama de Blocos de Modelos
Implementados no Programa Computacional
SIMFES VERSÃO 1.2**

B.1 Diagrama Para Equações de Oscilação e de Eixo em Quadratura

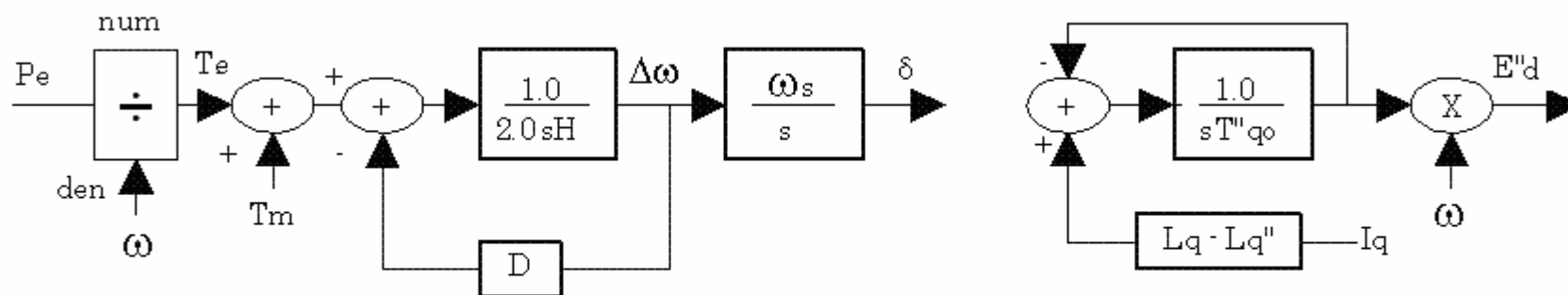


Diagrama da Equação de Oscilação Eletromecânica

Diagrama da Equação do Eixo de Quadratura

Parâmetros de estado

$\Delta\omega$	Varição da velocidade angular
δ	Posição angular do rotor da máquina
E''_d	Tensão subtransitória do eixo de quadratura

B.2 Diagrama Para Equações de Eixo Direto

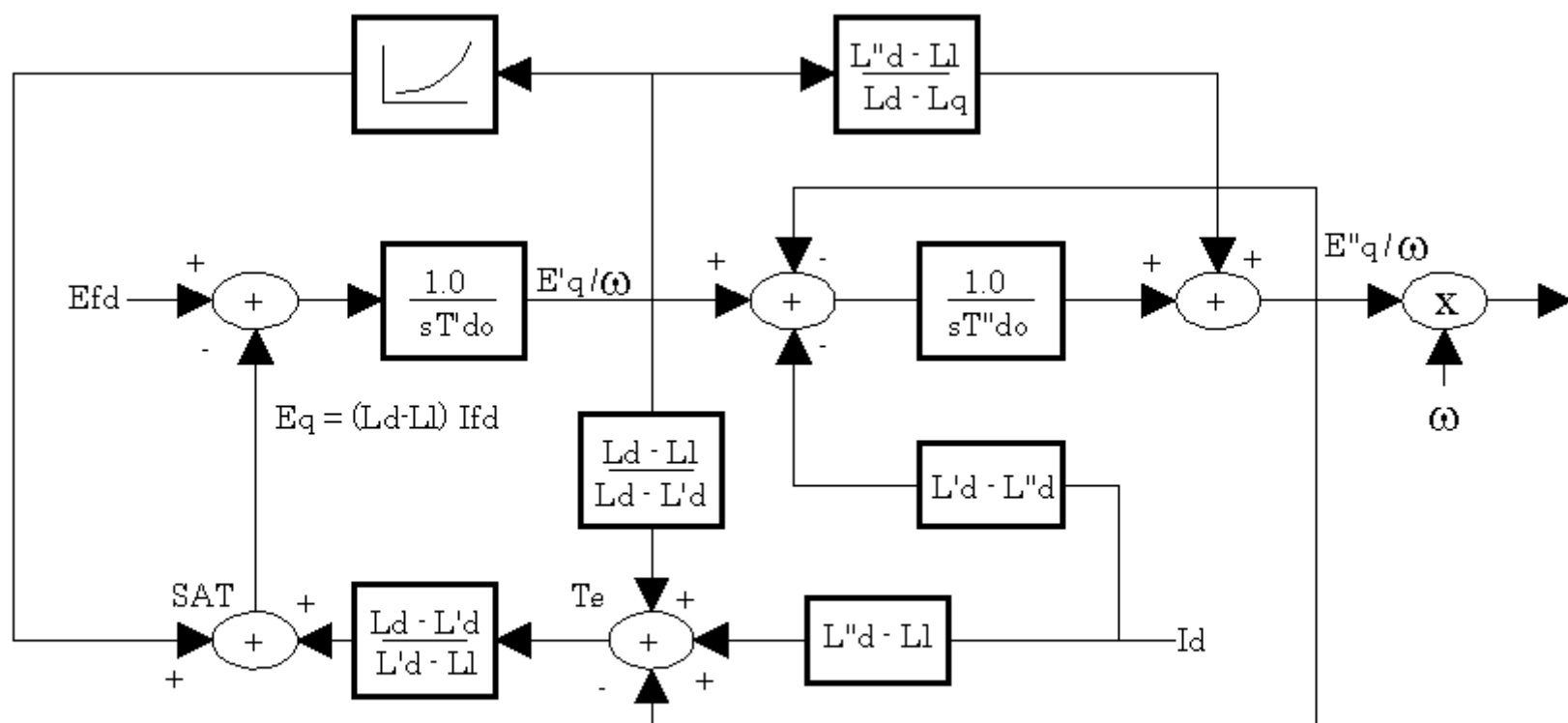
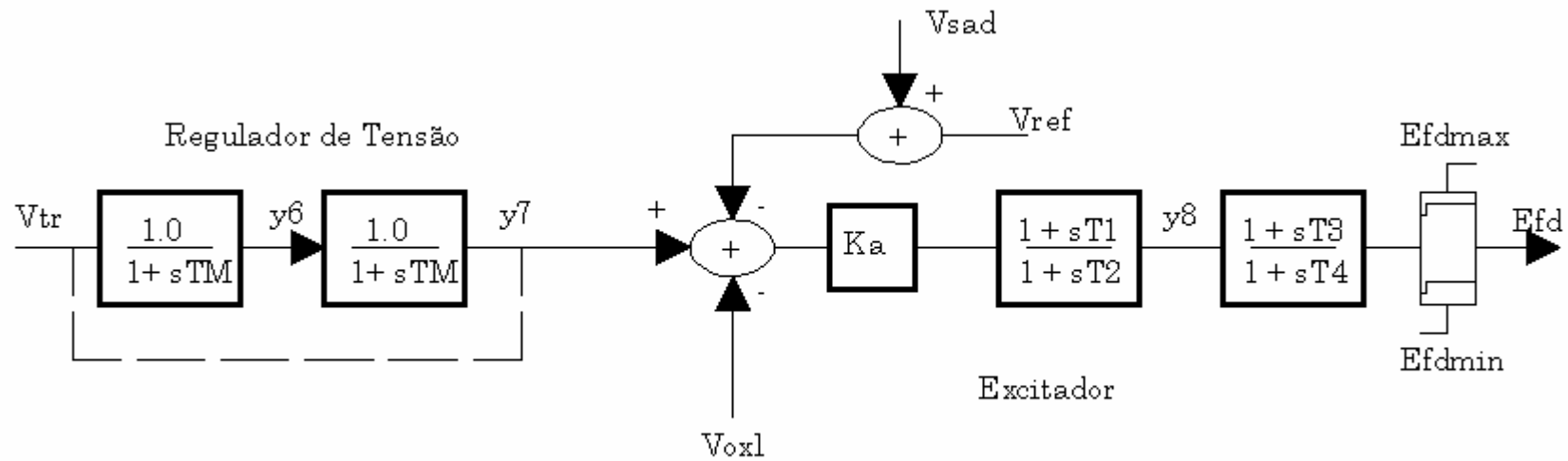


Diagrama da Equação de Eixo Direto

E''_q	Tensão sub-transitória do eixo de quadratura
E'_q	Tensão transitória do eixo de quadratura

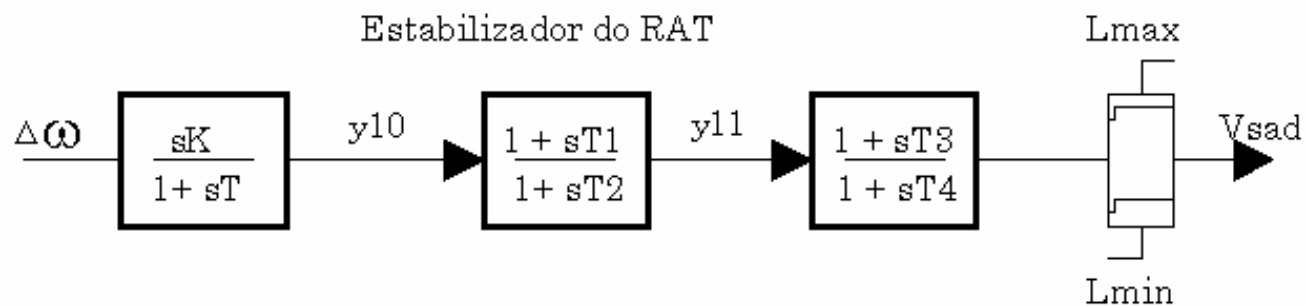
B.3 Regulador Automático de Tensão (AVR)



Parâmetros de estado

y6	Vetor de estado 1 do diagrama atual
y7	Vetor de estado 2 do diagrama atual
y8	Vetor de estado 3 do diagrama atual
Efd	Tensão de campo dá máquina

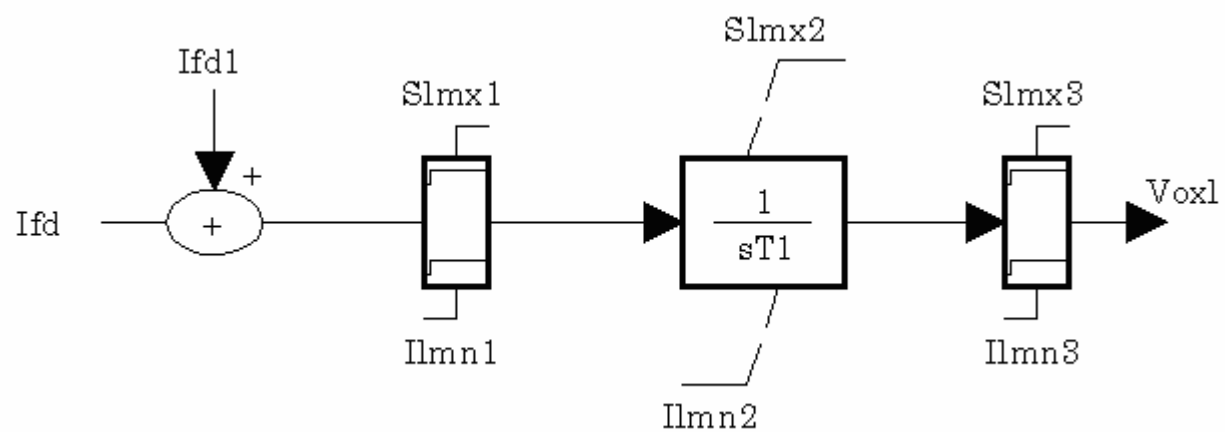
B.4 Modelo de Estabilizador de Potência (PSS)



Parâmetros de estado

Y10	Vetor de estado 1 do diagrama atual
Y11	Vetor de estado 2 do diagrama atual
Vsad	Sinal de saída do estabilizador

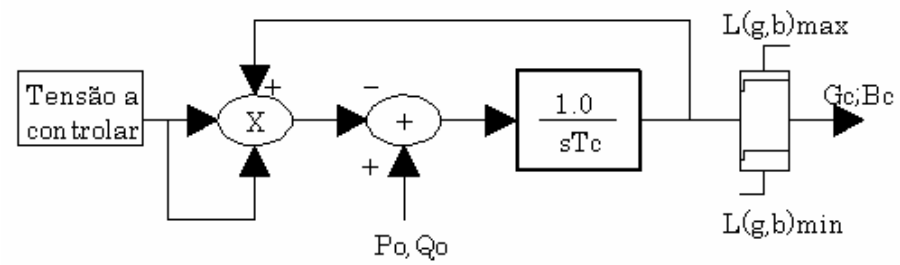
B.5 Modelo de Limitador de Sobreexcitação



Parâmetros de estado

V_{oxl}	Sinal de saída do OXL
-----------	-----------------------

B.6 Modelo Dinâmico de Carga



PARÂMETROS DE ESTADO

G_c	CONDUTÂNCIA DA CARGA
B_c	SUSCEPTÂNCIA DA CARGA

B.7 Modelo do Transformador de Troca de Tape Variável

O ULTC é modelo de acordo as seguintes equações (a é o valor do tape):

$$T'_d = T'_{dl} + T'_{d0} \frac{DB' / 2}{\left| |V_k| - V_{ref} \right|}$$

$$T'_d = T'_{dl} + T'_{d0} \frac{DB'/2}{\left| |V_k| - V_{ref} \right|}$$

$$T'_{C3} \frac{da}{dt} = -\left| |V_k| - V_{ref} \right|, \quad a_{min} \leq a \leq a_{max}$$

$$T'_{C3} = \frac{T'_{d0} \frac{DB'}{2} + (T'_m + T'_{dl}) \left| |V_k| - V_{ref} \right|}{\Delta n'}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Abd00] T.J. Abdulla, J.R. Cash, M. T. Diamantakis, An MEBDF Package for the Numerical Solution of Large Sparse Systems of Stiff Initial Value Problems, PERGAMON Computers and Mathematics with Applications 42 (2001) 121-129.
- [Ana99] Manual de Treinamento do Programa de Análise de Transitórios Eletromecânicos ANATEM/CEPEL. Versão V07-08/99. Manual do Usuário, Maio 2000.
- [And90] E. Anderson, Z. Bai, C. Bischof, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. Mckenney, and D. Sorensen (1990). LAPACK Working Note #20: LAPACK: A Portable Linear Algebra Library for High-Performance Computers, CS-90-105, University of Tennessee.
- [Asc98] U.M. Ascher, and L.R. Petzold, Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations. Philadelphia, PA: SIAM Press, 1998.
- [Ast94] Astic, J.Y., Bihain, A. & Jerosolimski, The Mixed Adams-BDF Variable Step Size Algorithm to Simulate Transient and Long-Term Phenomena in Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.9, No. 2, May 1994.
- [Axe69] O. Axelsson, A class of A-stable methods, BIT 9 (1969) 185-199.
- [Aya04] S. Ayasun, Ch.O. Nwankpa, and H.G. Kwatny, Computation of Singular and Singularity Induced Bifurcation Points of Differential-Algebraic Power System Model, IEEE Transactions On Circuits And Systems—I: Regular Papers, Vol. 51, No. 8, August 2004.

- [Bre96] K.E. Brenan, S.L. Campbell, and L.R. Petzold, The Numerical Solution of Initial Value Problems in Differential-Algebraic Equations, 1996, SIAM Classics Series.
- [Bur89] R.L. Burden, J.D. Faires, Numerical Analysis, PWS-KENT Publishing Company, Boston 1989.
- [But64] J.C. Butcher, Integration Processes Based on Radau Quadrature Formulas, Math. Comput. 18 (1964) 233-244.
- [But99] J.C. Butcher, Numerical Methods for Ordinary Differential Equations in the 20th Century, Journal of Computational and Applied Mathematics 125 (2000) 1-29.
- [Byr75] G.D. Byrne and A.C. Hindmarch, A Polyalgorithm for the Numerical Solution of Ordinary Differential Equations, ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 1, n° 1, pp. 71-96, March 1975.
- [Cam90] Stephen L. Campbell, Descriptor Systems in the 90's, Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control Honolulu, Hawaii December 1990, IEEE.
- [Cañ02] C.A. Cañizares, A.A.P. Lerm and A.S. e Silva, Multi-parameter Bifurcation Analysis of the South-Brazilian Power System, Accepted for publication IEEE Trans. Power Systems, Oct. 2002.
- [Car97] P.P. Carvalho Mendes, Aplicação de Redes Neurais Artificiais na Análise em Tempo Real da Estabilidade de Tensão de Regime-Permanente de Sistemas Elétricos de Potência, Proposta de Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Dezembro 1997.
- [Cas79] J.R. Cash, Stable Recursions with Applications to the Numerical Solution of Stiff Systems, Academic Press, New York, (1979).
- [Cas83] J.R. Cash, The Integration of Stiff Initial Value Problems in EDOs Using Modified Extended Backward Differentiation Formulae, Comp. Math. Appl. 9 (1983) 645 - 660.

- [Cas92] J.R. Cash, S. Considine, An MEBDF Code for Stiff Initial Value Problems, *ACM Trans. Math. Software* 18 (1992) 142 - 160.
- [Cas00] J.R. Cash, Modified Extended Backward Differentiation Formulae for the Numerical Solution of Stiff Initial Value Problems in EDOs and DAEs, *Comput. Math.* 125. (2000) 117 - 130.
- [Cha78] T. Chambers, The Use of Numerical Software in the Digital Simulation Language PMSP. In *Numerical Software-Needs and Availability*, D. Jacobs, Ed., Academic Press, New York. 1978, 237-253.
- [Cot74] R.W. Cottle, Manifestations of the Schur Complement. *Linear Algebra and Its Applications*, 8:189-211, 1974.
- [Cpc05] Comunicação Privada com o CEPEL.
- [Cra47] J. Crank, P. Nicolson, A Practical Method for Numerical Evaluation of Solutions of Partial Differential Equations of the Heat-Conduction Type, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 43 (1947) 50-67.
- [Cur52] C.F. Curtiss, J.O. Hirschfelder, Integration of Stiff Equations. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 38, pp.235-243. [IV.1]
- [Cur78] A.R. Curtis, Solution of Large, Stiff Initial Value Problems the State of the Art. In *Numerical Software-Needs and Availability*, D. Jacobs, Ed., Academic Press, New York, 1978, 253-267.
- [Cut93] Cutsen, T.V., Analysis of Emergency Voltage Situations, *Proc. 11th Power Systems Computation Conference, Avignon, France, Vol.1*, pp. 323-330,1993.
- [Cut94] Cutsen, T.V., Jacquemart, Y., Marquet, J.N., and Pruvot, P., A Comprehensive Analysis of Mid-term Voltage Stability, *IEEE Trans. on Power Systems*, SM 511-6, summer meeting, 1994.
- [Cut98] T. Van Cutsem and Costa Vournas, *Voltage Stability of Electric Power Systems*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1998.

- [Dah63] G. Dahlquist, A Special Stability Problem for Linear Multistep Methods. BIT, vol. 3, pp. 27-43, (1963).
- [Deu93] Deuse, J.; Stubbe, M, Dynamic simulation of voltage collapses, IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 8, Issue: 3, Aug. 1993 Pages: 894 – 904
- [Don88] 6. J.J. Dongarra, J. Du Croz, S. Hammarling, and R.J. Hanson (1988). An Extended Set of FORTRAN Basic Linear Algebra Subprograms, ACM Transactions on Mathematical Software, 14.1, 1–17.
- [Don90] J.J. Dongarra, J. Du Croz, S. Hammarling, And I. Duff (1990). A Set of Level 3 Basic Linear Algebra Subprograms, ACM Transactions on Mathematical Software, 16.1, 1–17.
- [Duf79] I.S. Duff and J.K. Reid, Some Design Features of a Sparse, ACM Transaction on Mathematical Software, Vol. 5, No 1, March 1979, Pages 18-35.
- [Ehl69] B.L. Ehle, On Padé Approximations To The Exponential Function and A-stable Methods For The Numerical Solution Of Initial Value Problems, Report CSRR 2010, Dept. AACS, Univ. of Waterloo, Ontario, Canada. See also: BIT 8 (1969) 276 – 278; SIAM J. Math. Anal. 4 (1969) 671 – 680.
- [Fáb00] G. Fábíán, D.A. Van Beek, J.E. Rooda, Substitute Equations for Index Reduction and Discontinuity Handling, In Proc. of the Third International Symposium on Mathematical Modelling, Vienna, 2000, pp.
- [Fox49] L. Fox, E.T. Goodwin, Some New Methods For The Numerical Integration Of Ordinary Differential Equations, Proc. Cambridge Philos. Soc. 45 (1949) 373-388.

- [Gea84] C.W. Gear, L.R. Petzold, ODE Methods for the Solutions of Differential/Algebraic Systems. SIAM J. Numer. Anal. 21, 716-728.
- [Gea90] C.W. Gear, Differential-Algebraic Equation, Indices, and Integral Algebraic Equations. SIAM J. Numer. Anal. Vol 27, [VI.5].
- [Gup85] G.K. Gupta, R. Sacks-Davis, P.E. Tescher, A Review of Recent Development in Solving EDOs, ACM Computing Surveys (CSUR), Volume 17 , Issue 1 (1985) 5 - 47.
- [Hai89] E. Hairer, C. Lubich, M. Roche, The Numerical Solution of Differential-Algebraic Systems by Runge-Kutta Methods, Lecture Notes in Maths, Vol. 1409, Springer, Berlin, 1989.
- [Hai96] E.Hairer, G. Wanner, Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems, 2nd revised Edition, Springer Series in Comput. Math., Vol. 14, Springer, Berlin, 1996, 614pp.
- [Hai98] E.Hairer, G. Wanner, Stiff differential equations solved by Radau methods, Journal of Computational and Applied Mathematics 111 (1999) 93-111 ELSEVIER.
- [Hil89] D.J. Hill, I.A. Hiskens and I.M. Y. Mareels, Stability Theory of Differential/Algebraic Models of Power Systems, in Proc. 11th World Congress of IFAC, Tallin, Estonia. Also, University of Newcastle Tech. Rep. EE8941, July 1989.
- [Hil90] David J. Hill, Iven M. Y. Mareels, Stability Theory for Differential Algebraic Systems with Application to Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 37, No. 11, November 1990 Pages: 1416 - 1423.
- [His89] I. A. Hiskens and D. J. Hill, Energy Function, Transient Stability and Voltage Behavior in Power Systems with Nonlinear Loads, IEEE Trans. Power Syst., vol. 4, pp. 1525–1533, Oct. 1989.

- [His91] I.A. Hiskens, D.J. Hill, Failure Modes of a Collapsing Power Systems, Proc. Of Bulk Power System Voltage Phenomena II – Voltage Stability and Security, Deep Creek Lake, Maryland, 04-07 August 1991, pp. 53-63.
- [His95] Hiskens, I., Analysis Tools for Power systems Contending with Nonlinearities, IEEE Proceedings, vol. 83, November 1995, no.11, pp. 1573-1587.
- [Jac80] An Alternative Implementation of Variable Step Size Multistep Formulas for Stiff ODEs, ACM Trans, Math. Software, 6 (1980), 295-318.
- [Jar97] J. L. Jardim, Utilização de Ferramentas de Simulação Dinâmica de Longa Duração na Análise de Fenômenos de Colapso de Tensão e no Treinamento de Operadores, XIV SNPTEE, Belém, Pará, outubro 1997.
- [Jar99] J.L.Jardim, M.A. Fernandes, C.A. Da Silva Neto, “Uma Ferramenta para Simulação de Fenômenos Dinâmicos de Longa Duração”, XV SNPTEE, Foz do Iguaçu-PA,Brasil, Outubro 1999.
- [Kat91] T.Kato, K. Ikeuchi, Variable Order and Variable Step-Size Integration Methods for Transient Analysis Programs, IEEE Transactions on Power System, Vol N° 1, 206-213, February 1991.
- [Kro86] F.T. Krogh, What I would put into an ODE solver. In Proceedings ODE Conference (Albuquerque, New Mex., July, 1986).
- [Kun94] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, 1994.
- [Kur92] A. Kurita, H. Okubo, K. Oki, S. Agematsu, D.B. Klapper, N.W. Miller, W.W. Price, J.J. Sanchez-Gasca, K.A. Wiragau and T.D. Younkins, “Multiple Time-Scale Power System Dynamic Simulation”, paper 92 WM 128-9 PWRs, 1992 IEEE/PES Winter Meeting, New York, January 1992.

- [Lof95] P.A. Löf, On Static Analysis of Long-Term Voltage Stability in Electric Power Systems, Ph.D. Thesis, Kungl Tekniska Högskolan - Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1995.
- [Lou49] W.S. Loud, On The Long-Run Error In The Numerical Solution Of Certain Differential Equations, J. Math. Phys. 28 (1) (1949) 45-49.
- [Maz03] F. Mazzia and F. Iavernaro, Test Set for Initial Value Problem Solvers, Department of Mathematics University of Bari ITALY, Report 40/2003.
- [Pad92] Sur La Représentation Approchée D'une Fonction Par Des Fractions Rationnelles. Première Thèse (A Monsieur Hermite), Ann. Ec. Norm. Sup. (3), vol. 9, pp. 3-93. Oeuvres pp. 72-165 [IV.3].
- [Pai95] M.A. Pai, P.W. Sauer, B.C. Lesieutre, Static and Dynamic Nonlinear Loads and Structural Stability in Power Systems, Proceedings Of The IEEE, Vol 83, No. 11, November 1995.
- [Paz04] A.R.A. Paz, Implementação de um Simulador Numérico Num Programa Computacional de Estabilidade, Dissertação de Mestrado, CPGEE, UFMA, Fevereiro, 2004.
- [Pes97] J.E.O. Pessanha, Análise do Fenômeno da Estabilidade de Tensão no Domínio do Tempo: Simulação dos Períodos Transitórios e de Longo-Termo, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, Dezembro, 1997.
- [Pes04] J.E.O. Pessanha, A.R.A. Paz, Time Domain Power System Stability Simulation Using A Differential-Algebraic Equation Solver, Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações, DINCON 2004, Ilha Solteira – S.P.
- [Pet83] L.R. Petzold, A Descriptions of DASSL: A differential/ algebraic system solver, in Scientific Computing, R. S. Stepleman et al., eds., North-Holland, Amsterdam, 1983, 65-68.

- [Pet00] L.R. Petzold, S. LI, Software and Algorithms for Sensitivity Analysis of Large-Scale Differential Algebraic Systems, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 125 (2000), 131-145, Elsevier.
- [Pow00] Power System Test case archive, the archive is available at <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>.
- [Pra94] K.L. Praprost and K.A. Loparo, An Energy Function Method for Determining Voltage Collapse During a Power-System Transient, *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 41, pp. 635–651, Oct. 1994.
- [Qui94] V.H. Quintana, and L. Vargas, Voltage Stability as Affected by Discrete Changes in the Topology of Power Networks, *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 141, July 1994, no. 4, pp. 346-352.
- [Rad80] R. Radau, Étude Sur les Formulas D’approximation qui Servent à Calculer la Valeur Numérique D’une Intégrale Définie, *J. Math, Pures Appl. Sér. 3*, 6 (1880) 283-336.
- [Sch04] W.E. Schiesser, *Ordinary Diferential Equations*, Research Drive Lehigh University Bethlehem.
- [Sec02] M. Secanell, F. Córcoles, DAEs implementation of dynamic power systems, *IEEE* (2002), 663-669.
- [Sha75] L.F. Shampine and M.K. Gordon, *Computer Solution of Ordinary Diferential Equations*, W.H. Freeman and Co., San Francisco, CA, 1975.
- [Sha79] L.F. Shampine, Evaluation of Implicit Formulas for the Solution of ODEs. *BIT* 19, 4 (1979), 495-502.
- [Sha80] L.F. Shampine, Implementation of Implicit Formulas for the Solution of EDOs, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 1, 1 (1980), 103-118.

- [Sin01] C. Singh and I. A. Hiskens, Direct Assessment of Transient Singularity in Differential-Algebraic Systems, in Proc. 2001 IEEE Int. Symp. Circuits and Systems (ISCAS'01), Sydney, Australia, May 06–09, 2001, pp. III/201–III/204.
- [Tar02] D.C. Tarraf and H.H. Asada, On the Nature and Stability of Differential-Algebraic Systems, Proceedings of the American Control Conference Anchorage, AK May 8-10, 2002.
- [Tso85] N. Tsoias, A. Arapostathis and P. Varaiya, A Structure Preserving Energy Function for Power System Transient Stability Analysis, IEEE Trans. Circuits. Syst. Vol. CAS-32, pp 1041-1049, Oct. 1985.
- [Ven93] V. Venkatasubramanian, H. Schättler and J. Zaborszky, Analysis of Local Bifurcation Mechanisms in Large Differential-Algebraic Systems Such as the Power System, Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas December 1993.
- [Zho02] Y. Zhou V. Ajjarapu, Local Parameterization Approach for Unified Time Domain Simulation of Power System Dynamics, pp 244-249, 2002 IEEE.

Poma, Carlos Enrique Portugal.

Solução de Sistemas de Equações Diferenciais e Algébricas:
Aplicação em Sistemas de Energia Elétrica / Carlos Enrique
Portugal Poma – São Luís, 2005.

156f: il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Eletricidade) –
Universidade Federal do Maranhão, 2005.

1. Sistemas de Energia Elétrica. 2. Equações Diferenciais.

I. Título.

CDU 621.31:51