



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Decomposição de preços marginais locacionais regida por um
modelo completo de compensação distribuída em sistemas de
energia elétrica**

FELIPE OLIVEIRA SILVA SARAIVA

São Luís – MA, Brasil
Fevereiro, 2021

FELIPE OLIVEIRA SILVA SARAIVA

Decomposição de preços marginais locacionais regida por um modelo completo de compensação distribuída em sistemas de energia elétrica

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão (UFMA) como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica na área de concentração de Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Leonardo Paucar Casas

São Luís – MA, Brasil
Fevereiro, 2021

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Saraiva, Felipe Oliveira Silva.

Decomposição de preços marginais locacionais regida por um modelo completo de compensação distribuída em sistemas de energia elétrica / Felipe Oliveira Silva Saraiva. - 2021.

194 p.

Orientador(a): Vicente Leonardo Paucar Casas.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica/ccet, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - MA, 2021.

1. Congestionamento. 2. Decomposição de LMPs. 3. Fluxo de potência ótimo. 4. Geração eólica. 5. Mercados elétricos. I. Paucar Casas, Vicente Leonardo. II. Título.

**Decomposição de preços marginais locacionais regida por um
modelo completo de compensação distribuída em sistemas de
energia elétrica**

FELIPE OLIVEIRA SILVA SARAIVA

Tese de doutorado aprovada em 26 de fevereiro de 2021

Prof. Dr. Vicente Leonardo Paucar Casas, UFMA
(Orientador)

Prof. Dr. Ubiratan Holanda Bezerra, UFPA
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. Tadeu da Mata Medeiros Branco, UFPA
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. Mauro Sérgio Silva Pinto, UEMA
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. Denisson Queiroz Oliveira, UFMA
(Membro da banca examinadora)

Dedico este trabalho aos meus pais, Norberto Germano Saraiva da Silva e Alcina Oliveira Silva, bem como aos demais familiares e amigos, pelo estímulo, suporte incondicional e amparo irrestrito nos momentos mais imprescindíveis da elaboração deste trabalho e da minha vida.

Agradecimentos

A Deus, em virtude de todo o amor, do alicerce espiritual e das bênçãos concedidas ao longo de toda a minha trajetória acadêmica.

Aos meus pais, pelo amor incondicional, provisão material e suporte afetivo, bem como pelas inestimáveis oportunidades que me proporcionaram, sendo fundamentais para a minha formação moral e educacional.

Aos meus familiares e amigos, pela integral disposição em prestar auxílio e apoio.

Aos meus colegas de pós-graduação, pela cooperação, solidariedade e companheirismo prestados ao longo de todo o trajeto enveredado durante a elaboração deste trabalho.

Ao professor Dr. Vicente Leonardo Paucar, pelas diretrizes e caminhos fornecidos durante a orientação, bem como pelo considerável suporte e dedicação indispensáveis à construção deste trabalho.

A todos os professores do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFMA, que, no exercício do magistério, forneceram apoio, promoveram, mesmo diante de inúmeros estorvos, a valorização da educação de maneira indubitável e transmitiram sabedoria, conhecimentos e ensinamentos essenciais para a minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

“Um dia eu encontrarei as palavras certas, e elas serão simples.”

(Jack Kerouac)

Resumo

Os preços marginais locacionais (LMPs – *Locational Marginal Prices*) são sinais econômicos imperativos para as deliberações articuladas no cerne dos vanguardistas projetos de mercados de eletricidade. A implementação de mecanismos de salvaguarda financeira diante da inerente volatilidade dos LMPs requer o desmembramento de tais sinais em parcelas específicas. As simplificações tradicionalmente adotadas conduzem à decomposição dos LMPs em três componentes: um adendo de energia ativa, um adendo de perdas de potência ativa e um adendo de congestionamento. Este trabalho evidencia a existência e a relevância de outra componente dos LMPs: a componente de perdas de potência reativa. Subjacentemente à referida decomposição, um modelo de barra de compensação distribuída de potência ativa e reativa é incorporado à formulação do fluxo de potência ótimo (FPO). Demonstra-se que a valoração das componentes dos LMPs de potência ativa provindas da metodologia de decomposição proposta depende não somente da seleção da referência de energia ativa, mas também da especificação da referência de energia reativa. Dessa forma, a dupla seleção de referência energética concebe uma nova e proba fonte de disputa entre entes mercadológicos para a formulação dos mecanismos de salvaguarda financeira. Perante o panorama vigente e o horizonte potencialmente vindouro dos sistemas de energia elétrica, a investigação mercadológica conduzida no escopo do modelo de compensação proposto, considera, ainda, os desdobramentos associados à inserção de plantas de geração eólica nas redes elétricas de potência. Os reflexos financeiros e a pertinência do arcabouço físico-matemático da metodologia de decomposição de LMPs proposta são apurados em estudos de caso executados no sistema-teste IEEE 30-barras modificado.

Palavras-chave: Congestionamento, decomposição de LMPs, fluxo de potência ótimo, geração eólica, mercados elétricos, preço marginal locacional, sistemas elétricos de potência.

Abstract

Locational marginal prices (LMPs) denote energy monetization benchmarks that are imperative to the deliberations conducted at the core of avant-garde electricity market projects. The implementation of financial hedging instruments to countervail the inherent volatility of LMPs requires the dismemberment of such prices in specific components. Traditional simplified approaches decompose LMPs into three parts: an active energy reference addend, an active power loss addend and a congestion addend. This paper corroborates the existence and the pecuniary relevance of another component of active power LMPs: the reactive power loss component. In the mathematical stratum prior to decomposition, a distributed compensation bus model for spatial allocation of active and reactive power mismatch is incorporated into the optimal power flow (OPF) formulation. The magnitude of the active power LMP components computed through the proposed decomposition approach depends not only on the selection of the active energy reference, but also on the specification of the reactive energy reference. Therefore, the dual nature of the energy reference conceives a legitimate and novel source of litigation among market participants within the scope of financial hedging policies. In the face of the current scenario and future prospects of electric power systems, the market analysis based on the proposed compensation model also considers the effects of the insertion of wind power plants in the power grids. The financial impacts and pertinence of the physical-mathematical framework that governs the proposed LMP decomposition methodology are examined through case studies carried out on the modified IEEE 30-bus test system.

Keywords: Congestion, electric power systems, electricity market, LMP decomposition, locational marginal price, optimal power flow, wind power.

Lista de Figuras

Figura 2.1: Principais modelos monopolistas de mercados de eletricidade. No modelo inicial, a concessionária é verticalmente integrada em sua totalidade. Já no modelo alternativo, as atividades de distribuição são conduzidas por uma ou mais companhias dissociadas.....	19
Figura 2.2: Modelo de mercado de eletricidade baseado na agência de compra com verificação de integração.....	20
Figura 2.3: Modelo de mercado de eletricidade baseado na agência de compra sem observação de integração.....	21
Figura 2.4: Modelo de mercado de eletricidade respaldado na competição atacadista.....	22
Figura 2.5: Modelo de mercado de eletricidade respaldado na competição varejista.....	23
Figura 6.1: Histograma de distribuição de frequência da potência ativa de saída de um aerogerador integrante do parque eólico em análise no cenário definido na subseção 6.3.1.....	136
Figura 6.2: Curvas dos custos de oportunidade e total referentes à operação de um aerogerador integrante do parque eólico em análise no cenário definido na subseção 6.3.1.....	137
Figura 6.3: Curva do custo total de geração associada ao parque eólico em análise no cenário definido na subseção 6.3.1.....	138
Figura 6.4: Curvas dos custos totais de produção de eletricidade das usinas convencionais (UCs) e do parque eólico (PE) integrantes do sistema-teste IEEE 30 no cenário definido na subseção 6.3.1. A título de comparação, são incluídas curvas de custo de produção associadas a três parques eólicos de capacidades distintas.....	139

Lista de Tabelas

Tabela 6.1:	Valores das injeções de potência ativa e reativa provindas do portfólio de geração e os correspondentes valores dos multiplicadores de Lagrange integrantes dos vetores η_p^{max} , η_p^{min} , η_q^{max} e η_q^{min} associados à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.....	107
Tabela 6.2:	Valores das variáveis de estado e dos correspondentes multiplicadores de Lagrange integrantes dos vetores φ^{max} e φ^{min} associados à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.....	108
Tabela 6.3:	Valores dos fluxos de potência aparente e dos correspondentes multiplicadores de Lagrange integrantes do vetor μ associados à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.....	108
Tabela 6.4:	Valores dos LMPs de potência ativa e das suas respectivas componentes concernentes à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.....	108
Tabela 6.5:	Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.1 considerando os limites de tensão originalmente definidos.....	114
Tabela 6.6:	Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.5.....	115
Tabela 6.7:	Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.1 considerando os novos limites de tensão.....	116
Tabela 6.8:	Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.7.....	117
Tabela 6.9:	Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.3 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.1.....	118
Tabela 6.10:	Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela	

6.9.....	119
Tabela 6.11: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.3 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.2.....	121
Tabela 6.12: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.2.....	122
Tabela 6.13: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.11.....	123
Tabela 6.14: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.12.....	123
Tabela 6.15: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 1 do cenário proposto na subseção 6.2.3.....	129
Tabela 6.16: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 2 do cenário proposto na subseção 6.2.3.....	130
Tabela 6.17: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 3 do cenário proposto na subseção 6.2.3.....	131
Tabela 6.18: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados nas Tabelas 6.15, 6.16 e 6.17.....	132
Tabela 6.19: Panorama de informações acerca dos MDIs provindos da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito de todos os casos constituintes do cenário proposto na subseção 6.2.3.....	132
Tabela 6.20: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.3 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.3.1.....	140
Tabela 6.21: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no	

âmbito do cenário proposto na subseção 6.3.1.....	141
Tabela 6.22: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.20.....	142
Tabela 6.23: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.21.....	142
Tabela 6.24: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 1 do cenário proposto na subseção 6.3.2.....	146
Tabela 6.25: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 2 do cenário proposto na subseção 6.3.2.....	147
Tabela 6.26: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 3 do cenário proposto na subseção 6.3.2.....	148
Tabela 6.27: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.24, 6.25 e 6.26.....	149
Tabela 6.28: Panorama de informações acerca dos MDIs provindos da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito de todos os casos constituintes do cenário proposto na subseção 6.3.2.....	150
Tabela B.1: Dados das demandas nodais do sistema IEEE 30 considerados em todos os cenários propostos nos estudos de caso das subseções 6.2 e 6.3.....	165
Tabela B.2: Dados dos ramos do sistema IEEE 30 empregados em todos os cenários propostos nos estudos de caso das subseções 6.2 e 6.3.....	166
Tabela B.3: Limites de fluxo de potência aparente dos ramos do sistema IEEE 30 especificados e discriminados por cenário considerado. Valores de limites distintos dos originais são realçados em negrito.....	167

Lista de Abreviaturas

ANEEL	: Agência Nacional de Energia Elétrica
CLMP	: <i>Continuous Locational Marginal Pricing</i>
CMO	: Custo Marginal de Operação
DCC	: Diferença entre Componentes de Congestionamento
DLMCs	: <i>Distribution Locational Marginal Costs</i>
DLMPs	: <i>Distribution Locational Marginal Prices</i>
DOE	: <i>Department of Energy</i>
FERC	: <i>Federal Energy Regulatory Commission</i>
FPO	: Fluxo de Potência Ótimo
FPOCA	: Fluxo de Potência Ótimo CA
FPOCC	: Fluxo de Potência Ótimo CC
FPOP	: Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico
FTRs	: <i>Financial Transmission Rights</i>
KKT	: Karush-Kuhn-Tucker
L-BFGS-B	: <i>Limited-Memory BFGS with Box Constraints</i>
LMPs	: <i>Locational Marginal Prices</i>
MAPE	: <i>Mean Absolute Percentage Error</i>
MATLAB	: <i>Matrix Laboratory</i>
MDI	: Máximo Desalinhamento Intercasos
MVA	: Megavolt-ampère
MVar	: Megavolt-ampère reativo
MW	: Megawatt
NP-hard	: <i>Non-deterministic polynomial-time hard</i>
O&M	: Operação E Manutenção
OPF	: Optimal Power Flow
p.u.	: Por Unidade
PE	: Parque Eólico
PLD	: Preço de Liquidação das Diferenças
rad	: Radiano
SEB	: Setor Elétrico Brasileiro
SEP	: Sistema Elétrico de Potência

SIN : Sistema Interligado Nacional
TVD : *Truncated Versatile Distribution*
UCs : Usinas Convencionais
VPD : *Versatile Probability Distribution*

SUMÁRIO

	Página
Capítulo 1	1
Introdução.....	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Justificativa	8
1.3 Objetivos da pesquisa	9
1.3.1 Objetivo geral	9
1.3.2 Objetivos específicos	10
1.4 Estrutura do trabalho.....	11
Capítulo 2	12
Mercados elétricos.....	12
2.1 O setor elétrico.....	13
2.2 Cenário mundial vigente dos sistemas elétricos de potência.....	15
2.3 Modelos de mercados elétricos.....	18
2.4 Reforma do setor elétrico.....	23
Capítulo 3	26
Preços marginais locais.....	26
3.1 Mercados atacadistas de eletricidade de curto prazo	26
3.2 LMPs no escopo dos mercados atacadistas de eletricidade de curto prazo	30
3.2.1 Operação dos modelos de mercados de eletricidade regidos por LMPs	31
3.2.2 Particularidades da precificação <i>spot</i> nos mercados de eletricidade de curto prazo	33
3.2.3 Origem da aplicação prática dos LMPs	34
Capítulo 4	37
Modelo de decomposição de preços marginais locais proposto	37

4.1	Contexto da proposição de um modelo de decomposição alicerçado em uma formulação de plena compensação distribuída.....	37
4.2	Pertinência do modelo à evolução da operação dos mercados de eletricidade.....	39
4.3	Modelo de decomposição de LMPs com compensação distribuída convencional.....	43
4.4	Modelo de decomposição de LMPs com compensação híbrida.....	50
4.4.1	Modelo de decomposição de LMPs com compensação reativa centralizada.....	50
4.4.2	Congruência entre modelos de decomposição de LMPs perante diferentes sensibilidades de potência	62
4.4.3	Incompatibilidade entre modelos de decomposição de LMPs e compensação reativa das formulações de fluxo de potência.....	74
4.5	Modelo de decomposição de LMPs proposto.....	85
Capítulo 5		96
Metodologia de valoração da geração eólica empregada no modelo de decomposição proposto		96
5.1	Contextualização.....	96
5.2	Metodologia de valoração da geração eólica.....	98
Capítulo 6		106
Simulações computacionais.....		106
6.1	Exemplo numérico.....	106
6.2	Estudo de caso considerando portfólio de geração convencional	111
6.2.1	Primeiro cenário.....	112
6.2.2	Segundo cenário.....	119
6.2.3	Terceiro Cenário	126
6.3	Estudo de caso considerando inserção de parques eólicos no portfólio de geração	133
6.3.1	Primeiro cenário.....	134
6.3.2	Segundo Cenário.....	143
Capítulo 7		152

Conclusão	152
7.1 Conclusões gerais	152
7.2 Trabalhos futuros	154
7.3 Produção científica	155
Apêndices	156
Apêndice A	157
Apêndice B	164
Referências	168

Capítulo 1

Introdução

1.1 Generalidades

A recente transformação das relações mercantis que norteiam os inúmeros segmentos do amplo espectro de atividades humanas tem permeado a indústria da eletricidade de diversos países nas últimas décadas. No decorrer dos anos, as consecutivas e distintas transições entre modelos mercadológicos regentes do setor elétrico de inúmeras nações, sob o mote da eficiência apregoada pelas propostas de desregulamentação, promoveram relevantes mudanças nas metodologias de precificação da energia elétrica, nos arranjos organizacionais e nas relações institucionais vigorantes no cerne técnico-financeiro da indústria da eletricidade. Nesse panorama, os preços marginais locais (LMPs – *Locational Marginal Prices*) emergem como os sustentáculos dos modernos projetos de mercados de eletricidade. O LMP referente a uma barra específica de um sistema elétrico de potência (SEP) designa o custo total necessário para suprir um incremento unitário de demanda na referida barra da forma menos onerosa possível por intermédio do portfólio de geração disponível de maneira que todas as restrições concomitantemente impostas sejam respeitadas.

A gênese conceitual e matemática dos LMPs advém das proposições de Schweppe *et al.* (1988), as quais forneceram as diretrizes financeiras de curto prazo para a promoção da eficiência econômica na utilização dos profusos recursos dos SEPs. Norteados pelo propósito de desbravar de forma mais consistente a gama de aspectos mercadológicos inerentes à potência reativa, Baughman e Siddiqi (1991) propõem um modelo de FPO modificado que alicerça a concepção de uma metodologia de precificação de potência reativa no âmbito das interações técnico-econômicas de curto prazo. A proposta pioneira acerca de aplicações práticas englobando a proeminente sinalização de eficiência de curto prazo propiciada pelos LMPs no panorama dos mercados de eletricidade foi concebida por Hogan (1992). Os LMPs exprimem uma quantificação marginal das interações de mercado verificadas no decurso operativo dos SEPs com pronunciada serventia na instância temporal de curto prazo. Dessa forma, para os mercados que almejam significativos níveis

de minúcia na precificação energética tanto no escopo temporal quanto no espacial, os LMPs denotam parâmetros financeiros capazes de conduzir o estabelecimento de uma sinergia adequada entre a operação eficiente dos SEPs e a satisfação equitativa dos interesses financeiros dos participantes dos referidos mercados de eletricidade. Todavia, em virtude das incontornáveis incertezas usualmente verificadas na operação dos SEPs, os LMPs que irrompem nos mercados de curto prazo vinculados a tais SEPs se mostram demasiadamente voláteis. Tal volubilidade monetária representa um risco substancial para as metas financeiras de diversos participantes dos mercados de eletricidade. Por conseguinte, instrumentos de proteção financeira precisam ser adotados com o intuito de neutralizar ou mitigar os impactos lesivos associados ao risco econômico mencionado. A concepção matemática e a efetiva implementação dos mecanismos de salvaguarda financeira fundamentam-se em componentes marginais específicas advindas de pertinentes políticas de decomposição de LMPs.

O embrião da concepção vigente de desagregação de LMPs foi proposto por Schweppe *et al.* (1988), em que a noção preliminar de componentes de perdas e de congestionamento foi incorporada na composição do valor marginal das operações nas redes de transmissão. Uma elucidação minuciosa e pioneira do significado da barra fictícia de referência e da componente de energia dos LMPs é apresentada por Rivier e Pérez-Arriaga (1993). Um precursor modelo de decomposição de LMPs que engloba tanto o costumeiramente abordado provimento de potência ativa quanto o suprimento de potência reativa é proposto por El-Keib e Ma (1997). Tal abordagem respalda-se em um modelo de FPO desacoplado constituído por uma instância de otimização endereçada à potência ativa e outra dedicada à potência reativa, as quais propiciam a concepção de um esquema capaz de promover a precificação concomitante e independente das potências ativa e reativa. Finney, Othman e Rutz (1997) propõem a decomposição dos preços *spot* associados às potências ativa e reativa em duas componentes: uma que retrata simultaneamente tanto a geração quanto as perdas e outra concernente ao atingimento dos limiares que definem restrições operativas, como os limites de fluxo de potência dos ramos de um SEP, limitação de magnitude de tensão nas barras de um SEP, etc. Tal esquema de decomposição de preços *spot* provém de triviais manipulações promovidas nas restrições de igualdade do problema dual vinculado ao modelo de programação linear que, sob certas hipóteses de regularidade, fornece a mesma solução que a concedida pelo problema de FPO correspondente. No escopo das pesquisas de Xie *et al.* (2000) e Xie *et al.* (2004), um

modelo de precificação *spot* concernente tanto ao convencionalmente abordado provimento das potências ativa e reativa quanto à disponibilização de serviços ancilares é proposto. Na metodologia de precificação citada, os preços *spot* são decompostos em quatro componentes: custo marginal do sistema, perdas diretas, perdas alusivas ao acoplamento entre potências e segurança (congestionamento nos ramos e limite de tensão nas barras). Um amplo e meticuloso esquema de decomposição de preços nodais é proposto por Chen *et al.* (2002), no qual os preços em questão são desmembrados em uma vasta gama de componentes associadas aos mais variados aspectos e fatores descritivos de um SEP. Todavia, a estratégia de decomposição mencionada não fornece explicitamente as componentes relativas às perdas, a não ser que relações que englobem de forma direta tais perdas sejam incorporadas ao problema de FPO que sustenta o esquema de decomposição proposto. Nas investigações conduzidas por Stamtsis e Erlich (2004), uma estratégia de aferimento das contribuições dos diferentes participantes dos mercados de eletricidade na composição das componentes de congestionamento dos preços nodais é introduzida.

A modelagem dos desdobramentos marginais das perdas no cálculo dos LMPs no escopo das aproximações adotadas nos modelos de fluxo de potência ótimo CC (FPOCC) é proposta por Litvinov *et al.* (2004). Nessa abordagem, o esquema de alocação de perdas regido por um modelo de barra de compensação distribuída suplanta o problema da dependência dos valores dos LMPs em relação a uma única barra de referência, mas irrompe uma relação de dependência entre tais valores e a predefinição dos fatores de distribuição das perdas. A prefacial formulação do fluxo de potência com barra de compensação distribuída concebida por Meisel (1993) baliza a metodologia de decomposição de LMPs apresentada por Wu, Alaywan e Papalexopoulos (2005). As componentes marginais advindas da referida desagregação dependem da magnitude das injeções nodais provindas da barra fictícia de compensação com base na especificação de fatores de participação. Por conseguinte, os valores de tais componentes são diretamente dependentes da referência energética adotada, posto que a componente de energia dos LMPs corresponde à variável dual vinculada à equação de balanço de potência ativa na barra de compensação distribuída. Visando suplantar tal dependência, uma metodologia de decomposição que permite computar componentes de LMPs independentes da seleção da referência energética é proposta por Cheng e Overby (2006). Todavia, a estratégia de decomposição preconizada não define diretrizes e expedientes razoavelmente detalhados referentes à concessão e à liquidação dos FTRs. Uma metodologia de estipulação mais

precisa das contribuições dos participantes dos mercados de eletricidade na formação das componentes de perdas dos preços nodais durante os períodos em que congestionamentos acometem os SEPs é proposta por Cardell (2007). Um arcabouço de FPOCC regido por um modelo de demanda nodal fictícia é proposto por Li (2007) com o objetivo de computar os LMPs e suas respectivas componentes. Li e Bo (2007) propõem a adoção de um modelo de LMPs dirigido à suplantação das adversidades referentes às mudanças em degrau verificadas nos valores dos LMPs diante de correspondentes variações na demanda de um SEP. O modelo previamente proposto, denominado preço marginal locacional contínuo (CLMP - *Continuous Locational Marginal Pricing*), adicionalmente às três componentes tradicionalmente investigadas (componentes de energia, perdas e congestionamento), apresenta uma quarta componente, intitulada risco de limite futuro, que constitui um sinal representativo da proximidade do sistema dos limiares das suas respectivas restrições.

A formulação abrangente e minuciosa proposta por Orfanogianni e Gross (2007) reproduz, sob um único arranjo matemático, diferentes modelos de decomposição de LMPs existentes até então, evidenciando o papel de protagonismo exercido pelas barras interligadas a plantas de geração marginais (centrais de geração que ainda não atingiram seus limites operativos). No estudo empreendido por Wang e Mazumdar (2007), um modelo de decomposição que propõe a mensuração do impacto de diversos fatores na expectativa matemática e no desvio padrão dos LMPs é apresentado. No contexto de tal estratégia, dentre os diversos possíveis fatores integráveis à decomposição, consideram-se os limites térmicos do sistema de transmissão, reserva de capacidade, incertezas da carga e poder de mercado. As componentes de congestionamento dos LMPs alicerçam a formulação de índices de excedente de congestionamento empregados no problema multiobjetivo de planejamento da expansão da transmissão proposto por Wang *et al.* (2008). Uma metodologia de decomposição dos dispêndios pelo uso das redes baseada nas diferenças entre os LMPs devidamente decompostos é introduzida por Amarasinghe e Annakkage (2009). No trabalho formulado por Peng *et al.* (2009), um modelo de perdas marginais independente da barra de referência é proposto, o qual mostra-se capaz de mitigar a volatilidade espacial das componentes de perdas dos LMPs. Na proposição de Ding e Wang (2010), um esquema de decomposição constitui o âmago de uma estratégia de penalidades dedicada à atenuação da variabilidade dos preços nodais provocada por falhas aleatórias verificadas nas companhias de geração e de transmissão que compõem um SEP. No esquema em questão, a determinação das penalidades supracitadas respalda-se na

diferença entre as componentes dos preços nodais observados nos estados julgados normais e aqueles considerados de contingência. Um modelo de cálculo e decomposição de LMPs independente da seleção da barra de referência e que dispensa a necessidade de empregar fatores preestabelecidos associados às perdas é apresentado por Hu *et al.* (2010). Na abordagem mencionada, o problema de programação linear referente à liquidação de mercado e um problema de fluxo de potência CA são iterativamente solucionados até a convergência. Li (2011) introduz um esquema de decomposição que proporciona as três convencionais componentes de LMPs integralmente independentes da seleção da barra de referência, o que é possibilitado pela adoção de fatores de perdas oriundos de um correspondente modelo de fatores de distribuição CA proposto. Tal estratégia distingue-se dos esquemas de decomposição independentes da especificação da barra de referência propostos até então, nos quais apenas as componentes de congestionamento manifestam independência individual em relação à seleção da barra de referência.

Uma metodologia conciliatória para a necessidade de solucionar a disputa em torno da definição da referência energética e a exigência mercadológica de uma política de decomposição de LMPs adequada para a implementação das diretivas dos FTRs é apresentada por Sarkar e Khaparde (2011). A estratégia em questão propõe um arcabouço de otimização que objetiva a seleção da referência energética mediante a maximização da capacidade de salvaguarda contra riscos oferecida pelos FTRs. García-Román (2012) apresenta uma metodologia de decomposição de preços *spot* amparada em um amplo sortimento de restrições, desde aquelas exaustiva e convencionalmente consideradas em trabalhos anteriores, até aquelas infreqüentemente abordadas até então. Dentre tais restrições, é possível destacar as limitações impostas às diferenças angulares entre as forças eletromotrizes dos geradores e as tensões dos nós correspondentes, as restrições instituídas aos valores das tensões de circuito aberto dos geradores, limites das diferenças entre os ângulos de fase das tensões nodais, etc. Nos estudos conduzidos por Babić, Sarić e Ranković (2013), um modelo de planejamento de expansão da transmissão regido pelo excedente de congestionamento e, conseqüentemente, pelas componentes de congestionamento dos LMPs provindas de um esquema de decomposição devidamente analisado é proposto. Um modelo de distribuição de perdas concebido com o propósito de sobrepujar as arbitrariedades exibidas pelos métodos de distribuição de perdas no âmbito do cálculo e decomposição de LMPs em vigência na literatura é apresentado por Bharatwaj, Abhyankar e Bijwe (2013). Na proposição em questão, são empregados

esquemas de alocação de perdas baseados na localização para empreender a referida distribuição de perdas. No trabalho formulado por Hajiabadi e Mashhadi (2013), uma metodologia de decomposição de LMPs dedicada à sondagem da capacidade de exercício de poder de mercado por parte das companhias de geração é introduzida. Nesse esquema de decomposição, demonstra-se que os LMPs são integrados por três componentes: a primeira corresponde a uma constante inerente aos LMPs de todas as barras, a segunda consiste na soma ponderada das estratégias de usinas marginais e a terceira denota a soma ponderada das gerações advindas das plantas operando em seus respectivos limites. Li, Hedman e Zhang (2017) propõem a formulação de uma nova componente de LMPs, denominada componente de segurança marginal, a fim de melhor discriminar e retratar os preços da eletricidade na análise dos desdobramentos mercadológicos provenientes da imposição de restrições de segurança associadas a contingências na geração. Um esquema de decomposição direcionado à estipulação de componentes de LMPs que aferem o impacto de restrições ativas de fluxo de potência nos ramos e de tensão nas barras de um SEP é formulado por Vaskovskaya, Thakurta e Bialek (2018) no escopo de um modelo de FPOCA.

Bai *et al.* (2018) propõe um esquema de decomposição de preços marginais locais de distribuição (DLMPs – *Distribution Locational Marginal Prices*) que fornece um conjunto de componentes capazes de encorajar os recursos de energia distribuída a prestar contribuições ao provimento de suporte de tensão e à mitigação dos congestionamentos que eventualmente acometem as redes de distribuição. Três abordagens de decomposição de DLMPs são formuladas e minuciosamente analisadas por Papavasiliou (2018). Em tal estudo, a primeira estratégia de decomposição advém da análise de dualidade da relaxação da programação cônica de segunda ordem relativa a um problema de FPO, a segunda provém da análise de dualidade de um modelo de FPO com uma restrição de balanço de potência global e a terceira origina-se da análise dos efeitos das perdas marginais na formação dos DLMPs. Samadi e Hajiabadi (2019) apresentam uma metodologia de decomposição estrutural dos LMPs e dos montantes de potência provenientes das plantas de geração de um SEP, a qual constitui o esteio da formulação da matriz jacobiana de lucros das companhias de geração adotada na investigação da possibilidade de instauração de colusão nos mercados de eletricidade. No trabalho elaborado por Hanif *et al.* (2019a), um esquema prático e simples de cálculo de DLMPs baseado no tradicional modelo de balanço de potência global é proposto. No estudo em

questão, demonstra-se a pronta possibilidade de decomposição dos DLMPs nas componentes convencionalmente abordadas (componentes de energia, perdas, congestionamento e limitação de tensão) em pesquisas mercadológicas no âmbito da distribuição bem como evidencia-se a capacidade da metodologia de arquitetar um mercado de distribuição local *day-ahead* (com programação para o dia seguinte) eficiente. Nas pesquisas conduzidas por Hanif *et al.* (2019b), as componentes advindas de um arcabouço de decomposição de DLMPs constituem o esteio da proposição de artifícios de precificação via direitos de *hedging* (salvaguarda financeira) com o intuito de prestar suporte ao controle regido por DLMPs de cargas flexíveis no contexto das redes de distribuição. Um modelo de decomposição de DLMPs é empregado por Zarabie, Das e Faqiry (2019) no escopo da proposição de um método de precificação das atividades dos usuários das redes distribuidoras de forma mais equilibrada por intermédio da regularização da função objetivo da estrutura de otimização correlata via índice de justiça de Jain.

No estudo preconizado por Zhang *et al.* (2019), uma estratégia de cálculo e decomposição de DLMPs é proposta com o intuito de conceber um arranjo de mercado multirregional de tempo real no âmbito das redes de distribuição. No esquema mencionado, o impacto entre as diversas regiões na composição dos DLMPs é mensurado de forma a preservar as informações locais. No trabalho elaborado por Papalexopoulos, Frowd e Birbas (2020), um esquema de determinação e decomposição de DLMPs em cada fase das barras de uma rede de distribuição é formulado no contexto de mercados de energia locais constituídos por recursos de energia distribuída e cruciais para a configuração do mercado de eletricidade multinível proposto. Uma metodologia de cálculo e decomposição de custos marginais locais de distribuição (DLMCs – *Distribution Locational Marginal Costs*) é apresentada por Andrianesis e Caramanis (2020). O trabalho em questão alega que estudos precedentes acerca dos DLMPs descrevem inapropriadamente preferências complexas dos recursos de energia distribuída em termos de ofertas uniformes de preços e quantidades, concedem tratamento inadequado aos custos dos ciclos diários das redes de distribuição e não investigam de forma suficientemente profunda o papel dos DLMCs. Nesse contexto, argumenta-se que os DLMCs sobrelevam os tradicionais LMPs, visto que englobam as preferências dos recursos de energia distribuída acoplados de modo intertemporal e abrangem custos de distribuição relevantes como os relativos à perda de vida de transformadores. Faqiry *et al.* (2020) apresenta um

arcabouço de mercado *day-ahead* transativo alicerçado em DLMPs a fim de permitir que os operadores de sistemas de distribuição determinem a operação econômica dos recursos de energia distribuída constituídos por plantas geradoras de energia renovável variável. Na metodologia em questão, investiga-se os reflexos do aumento da penetração da geração renovável intermitente nas componentes dos DLMPs provindas de um modelo de decomposição proposto. Nas pesquisas conduzidas por LI *et al.* (2021), um esquema de decomposição de DLMPs é proposto no escopo de uma estrutura mercadológica na qual os centros de energia transacionam entre si com base nos seus respectivos DLMPs no âmbito de um mercado *day-ahead*. O modelo de decomposição de DLMPs supracitado fornece cinco componentes: as componentes de energia, de perdas referentes à potência ativa, de perdas referentes à potência reativa, de congestionamento e de suporte de tensão. Dessa forma, o trabalho em questão considera o acoplamento entre as potências ativa e reativa na composição da componente de perdas dos DLMPs, o que, de acordo com as pesquisas conduzidas no contexto do referido trabalho, é ignorado em estudos precedentes. Com a finalidade de apurar os impactos das centrais de geração renovável na formação dos LMPs, um novo modelo de decomposição é introduzido por Jaghargh e Mashhadi (2021), por intermédio do qual é possível aferir os desdobramentos do comportamento estratégico das companhias de geração e da estrutura dos SEPs na constituição dos LMPs em questão.

1.2 Justificativa

Em consonância com o explanado no princípio da subseção precedente, a formulação e implementação dos artifícios de salvaguarda financeira dedicados à mitigação dos lesivos desdobramentos vinculados aos riscos inerentes à volatilidade dos LMPs respaldam-se nas componentes provenientes de apropriados modelos de decomposição de LMPs. Todavia, as estratégias de compensação reativa introduzidas no cerne das políticas de decomposição de LMPs têm permanecido essencialmente as mesmas desde os primórdios das pesquisas concernentes às referidas políticas, contrariamente aos esforços empreendidos na concepção de esquemas de contrabalanço de potência ativa que reflitam de forma mais equitativa e satisfatória os interesses financeiros dos participantes dos mercados de eletricidade.

Ademais, avanços tecnológicos verificados em todos os nichos da cadeia produtiva do segmento da geração renovável, expedientes governamentais de estímulo à difusão das plantas de geração regidas por fontes não poluentes e o enrijecimento das restrições ambientais frente aos catastróficos prognósticos de possíveis cenários climáticos vindouros têm incentivado a paulatina expansão da cota de participação da geração renovável na composição da matriz energética de diversos países. Nesse panorama de metamorfose de paradigmas da indústria da eletricidade, as plantas de geração de energia elétrica através do potencial energético disponível nos ventos vêm assumindo uma posição de crescente protagonismo.

Dessa forma, as possíveis inadequações financeiras intrínsecas às convencionais estratégias de contrabalanço de potência reativa evidenciam a necessidade de conceber uma metodologia de compensação que, sob a perspectiva de todos os participantes dos mercados de eletricidade, possibilite a formulação de políticas de decomposição de LMPs monetariamente mais equitativas. Ademais, o horizonte mercadológico contemporâneo demanda imperativamente a condução de pesquisas acerca do impacto da progressiva penetração das plantas de geração eólica nas redes elétricas de potência sob a perspectiva dos principais parâmetros financeiros considerados nos mercados elétricos. Perante tal panorama, o presente trabalho propõe um modelo de decomposição de LMPs respaldado em um esquema de contrabalanço distribuído de potência ativa e reativa com o intuito de refletir de forma mais equitativa os interesses financeiros dos variados agentes integrantes dos mercados de eletricidade. Adicionalmente, em face da proeminência crescente da geração eólica na composição da matriz energética global, incorpora-se no referido modelo de decomposição a descrição técnico-econômica advinda de uma metodologia de mensuração de custos da geração eólica julgada apropriada para compor o arcabouço matemático do esquema de decomposição proposto.

1.3 Objetivos da pesquisa

1.3.1 Objetivo geral

Contribuir para a discussão acerca da concepção dos modelos de compensação de potência ativa e reativa incorporados aos problemas de otimização dos quais derivam-se as

componentes dos LMPs que regem a elaboração e a implementação das estratégias de precificação de congestionamentos nas linhas de transmissão que constituem um SEP. Tal contribuição é norteada pelo desígnio de promover a formulação e a implementação de modelos de mercados de eletricidade regidos por mecanismos de remuneração assentados em componentes de LMPs que retratem com mais pertinência e equidade as reais interações financeiras entre os participantes de tais modelos de mercado.

1.3.2 Objetivos específicos

As pesquisas conduzidas no âmbito da presente tese de doutorado baseiam-se nos seguintes objetivos específicos:

- I. Propor uma metodologia de decomposição de LMPs proveniente da formulação de um FPO munido de um modelo completo de compensação distribuída e evidenciar que os valores das componentes dos LMPs provindos de tal metodologia dependem não somente da especificação dos fatores associados à convencional barra de compensação distribuída de potência ativa, mas também da estipulação dos fatores alusivos à barra de compensação de potência reativa proposta. Objetiva-se explicitar que as componentes dos LMPs dependem tanto da seleção da referência energética ativa quanto da referência energética reativa.
- II. Apresentar uma estratégia de valoração dos custos da geração eólica julgada adequada para integrar a formulação de FPO que alicerça o modelo de decomposição de LMPs proposto com o intuito de possibilitar a condução de estudos acerca dos desdobramentos financeiros da aplicação da referida metodologia de decomposição em cenários operativos com penetração de geração eólica.
- III. Conduzir simulações computacionais com o intuito de investigar as disparidades entre os resultados advindos do modelo de decomposição de LMPs proposto e os provenientes dos esquemas convencionais de desmembramento de LMPs bem como analisar as discrepâncias verificadas entre os resultados provindos unicamente da metodologia de decomposição proposta quando a tradicional referência energética ativa mantém-se invariável e promovem-se alterações na especificação da referência energética reativa concebida no presente trabalho.

1.4 Estrutura do trabalho

O presente trabalho é organizado em consonância com a estruturação evidenciada na sequência:

O horizonte geral prevalecente do setor elétrico, o panorama global vigente dos principais paradigmas que regem os SEPs, a síntese dos diferentes modelos mercadológicos concebidos e implementados ao longo das décadas na indústria da eletricidade e a compilação dos processos pertinentes às reformas que permearam o setor elétrico de diversas nações são introduzidos e sucintamente clarificados no Capítulo 2.

No capítulo 3, o panorama das premissas gerais que alicerçam os mercados atacadistas de eletricidade de curto prazo e uma contextualização acerca da concepção, fundamentos, propósitos, valia e implantação dos LMPs no contexto dos referidos mercados são devidamente apresentados.

O contexto geral elucidativo da relevante serventia das políticas de decomposição de LMPs para os mercados de eletricidade, a descrição das convencionais metodologias de desmembramento de LMPs respaldadas em estratégias de contrabalanço distribuído de potência ativa e a proposição de um modelo de decomposição regido por um esquema de integral compensação distribuída são apropriadamente apresentados no Capítulo 4.

No Capítulo 5, são concisamente expostos o cenário corrente, as oportunas implicações operativas e a valoração dos custos de oportunidade referentes à penetração da geração eólica nas redes elétricas de potência.

No Capítulo 6, são descritas as simulações computacionais executadas com o propósito de evidenciar as desigualdades entre os resultados oriundos da metodologia de decomposição de LMPs proposta e os advindos de convencionais estratégias de desagregação de LMPs bem como são apresentadas as simulações conduzidas com a finalidade de ressaltar as diferenças entre os resultados proporcionados pela metodologia de decomposição proposta perante variações impostas à especificação da referência energética reativa.

Finalmente, as conclusões pertinentes às pesquisas conduzidas no presente trabalho são sintetizadas no capítulo 7.

Capítulo 2

Mercados elétricos

No escopo global dos modelos mercadológicos que balizaram o setor elétrico no decurso da maior parte do século XX, os pactos que alicerçavam as relações entre suprimento e demanda energética não eram chancelados com esteio na oferta de uma ampla gama de opções de provimento de eletricidade, mas sim respaldando-se no aprovisionamento energético disponibilizado por uma concessionária monopolista com jurisdição na zona de consumo correlata. Em geral, as concessionárias supracitadas ostentam predicados que as enquadram como verticalmente integradas, condição indicativa de que tais companhias geravam a energia elétrica, transmitiam-na das usinas aos núcleos de consumo e, também, distribuía-na aos clientes finais (KIRSCHEN; STRBAC, 2004).

Ao longo da década de 1980, pesquisas conduzidas nos subcampos do conhecimento econômico evidenciaram que o modelo precedentemente exposto já tinha prestado suas relevantes colaborações e estava expressivamente fatigado. Tais estudos alegavam que o cunho monopolista das referidas concessionárias encorajava o dispêndio de vultuosos recursos em investimentos irresponsáveis e corroía a eficiência operativa dos SEPs. Ademais, constatou-se a imprescindibilidade de impedir que os custos advindos dos lapsos das concessionárias privadas fossem propagados deliberadamente aos usuários finais. Além disso, companhias públicas costumam tecer elos significativos com os governos correspondentes, o que por vezes instiga deliberações econômicas dubitáveis. Certas concessionárias públicas eram verdadeiros mananciais de recursos para fins nebulosos, ao passo que outras eram tolhidas de definir políticas de tributação razoavelmente proporcionais aos seus custos e eram destituídas da verba necessária para investimentos capitais (KIRSCHEN; STRBAC, 2004). Perante tal panorama, afloram as propostas reformistas no seio da indústria da eletricidade, basicamente respaldadas no livre acesso às redes de transmissão e distribuição de eletricidade, no rearranjo organizacional do setor e na desregulamentação condicionante à inserção da competição em alguns campos da referida indústria, geralmente englobando o segmento da geração e da comercialização da energia elétrica (HUNT, 2002). A supracitada competição revelou-se de grande valia no incentivo à disponibilização de serviços em um grau de confiabilidade

satisfatório, à instauração de regimes tarifários sensatamente previsíveis, à redução dos preços da eletricidade e à minimização de custos (HUNT, 2002; STOFT, 2002).

2.1 O setor elétrico

As temáticas, predicados e particularidades pertinentes ao setor elétrico são indissociavelmente vinculadas à indústria da eletricidade. Habitualmente, o vocábulo indústria é utilizado para designar as atividades cujo intuito primordial consiste na manipulação de matérias-primas para a produção de bens de consumo. Entretanto, no caso particular da indústria da eletricidade, o bem produzido é a energia elétrica, a qual consiste em um insumo imaterial que não pode ser viavelmente armazenada e é transmitida na velocidade da luz por intermédio de complexos arranjos de redes condutoras em obediência ao amplo conjunto de leis físicas que a regem (HUNT, 2002). Sob a perspectiva de uma segmentação técnica elementar, a indústria da eletricidade é essencialmente composta pelas centrais de geração, pelas redes de transmissão e pelos sistemas de distribuição. Vale ressaltar que os fluxos energéticos não correspondem aos fluxos financeiros efetivamente liquidados na instância mercadológica da referida indústria, condição decorrente da impossibilidade de suprir uma carga através da energia provinda diretamente de uma única planta de geração, mas sim por intermédio da geração oriunda concomitantemente de todas as usinas de um SEP.

Encorajados pelo cenário de desregulamentação geral testemunhado na década de 1990, os mercados elétricos de inúmeros países passaram a caminhar em direção à reconfiguração e à renúncia das interferências regulatórias que norteavam tais mercados (STOFT, 2002).

A perspectiva hegemônica pregava que a concorrência deveria preponderar no âmago de todos os segmentos que expusessem suficiente exequibilidade à proposição de regimes competitivos, atribuindo ao Estado a incumbência de regular apenas os setores que demandassem tal diligência. Por conseguinte, os segmentos da geração e da comercialização foram qualificados como setores aptos à incidência da competição, devido ao fato da energia elétrica ser um insumo homogêneo e à presença de incontáveis agentes no âmbito dos referidos segmentos. Todavia, os setores da transmissão e da distribuição exibem peculiaridades que os enquadraram na categoria de monopólios naturais sujeitos à

regulação, uma vez que os arranjos de infraestrutura inerentes a tais setores inibiam financeiramente a instituição de um modelo de competição entre eventuais agentes.

O segmento da geração é responsável pela produção da energia elétrica e pela injeção do montante energético nas redes de transporte com o propósito de garantir adequadamente os consumidores. Grande parte das benfeitorias a longo prazo da reforma do setor elétrico são oriundas justamente da difusão da competição no setor da geração (HUNT, 2002).

O setor da transmissão é encarregado de transportar expressivos montantes de energia elétrica advindos das centrais de geração, visando, basicamente, o abastecimento das redes de distribuição. Os avanços tecnológicos concernentes aos componentes dos sistemas de transmissão, mais do que os próprios aprimoramentos verificados no setor da geração, constituíram a grande fonte de atenuação da natureza monopolista dos mercados elétricos atacadistas de diversas nações sujeitas aos processos reformistas (STOFT, 2002).

A distribuição corresponde à instância da indústria da eletricidade incumbida de extrair os montantes energéticos provindos das redes de transmissão e distribuí-los satisfatoriamente para consumidores de pequeno e médio porte. Atualmente, com a disseminação e a consolidação das unidades de geração regidas por fontes renováveis, a operação e o planejamento dos SEPs passam a ser governados por um novo modelo de produção de eletricidade, a geração distribuída. A paulatina descentralização da geração de energia elétrica observada nos mercados elétricos de diversos países tem progressivamente transferido às redes de distribuição um significativo nível de relevância na operação dos SEPs.

No contexto do setor elétrico brasileiro, em contrapartida ao constatado no campo da geração, os segmentos da transmissão e da distribuição seguem metodologias de precificação reguladas pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que consiste na agência reguladora atuante na jurisdição nacional.

Já a comercialização da energia elétrica corresponde à esfera da indústria da eletricidade que transaciona a energia no âmbito varejistas e atacadistas. O setor varejista concerne às negociações com os usuários finais e abrange uma série de atribuições comerciais, como a medição, a tarifação, a venda e a precificação da eletricidade. Ao longo de uma parcela razoável da década 1990, a atividade varejista sempre foi vinculada ao escopo da distribuição. Já as negociações que transcorrem na instância atacadistas em geral não estão diretamente interligadas aos clientes finais (HUNT, 2002).

2.2 Cenário mundial vigente dos sistemas elétricos de potência

Um sistema elétrico de potência consiste em um conjunto de equipamentos que atuam sincronamente na geração, na transmissão e na distribuição de energia elétrica com o intuito de suprir um determinado nível de demanda, satisfazendo, ainda, requisitos predefinidos de qualidade, de confiabilidade e de segurança, bem como diretivas econômicas. Recentemente, tem-se verificado que as implementações efetivadas no âmbito dos setores da geração, da transmissão e da distribuição vêm paulatinamente assumindo e explorando as possibilidades operativas e os preceitos de projeto provenientes da incorporação de unidades de armazenamento de energia, das microrredes, das redes elétricas inteligentes e de tecnologias de geração de eletricidade respaldadas em fontes renováveis. A instauração de tal horizonte implica em inevitáveis mudanças na estrutura e no perfil econômico em vigor dos sistemas elétricos de potência, nos quais, tradicionalmente, a energia elétrica tem sido produzida em grandes complexos termelétricos, transportada aos centros de carga por intermédio de extensas linhas de transmissão e, finalmente, fornecida ao consumidor final mediante as redes de distribuição.

Convencionalmente, as diretrizes associadas à operação dos sistemas elétricos de potência respaldam-se na coordenação operativa de um número relativamente pequeno de centrais de geração conectadas às redes de transmissão. Usualmente, tais plantas de produção de eletricidade empregam combustíveis fósseis e cursos d'água como fontes da força motriz demandada pelas turbinas, as quais, em conjunção com os geradores, efetuam a conversão da energia mecânica em energia elétrica. Nas tradicionais plantas termelétricas e hidrelétricas, o processo de conversão energética é majoritariamente executado por intermédio de geradores síncronos. Tais geradores injetam potência no sistema de transmissão mediante a utilização de transformadores elevadores, cuja operação aumenta as tensões dos níveis de geração, usualmente entre 10 e 20 kV, para níveis adequados à transmissão, normalmente da ordem de centenas de quilovolts.

Todavia, restrições, regulamentações e exigências concernentes às perspectivas acerca do aquecimento global e aos novos paradigmas de sustentabilidade têm estimulado o crescimento do interesse dos agentes que regem a indústria da eletricidade nos projetos de plantas de geração baseadas em recursos energéticos renováveis. A incorporação gradativa de centrais de geração desse gênero implica na necessidade de efetuar mudanças nas práticas de análise, concepções de planejamento e visões operativas vigentes, uma vez

que, diante de tal transformação perpetrada pela exploração da energia renovável, o setor da geração testemunhará uma progressiva penetração de um amplo número de unidades geradoras que exibem características distintas das tradicionalmente empregadas no referido setor.

Adicionalmente, os avanços verificados no segmento das tecnologias de armazenamento de energia têm proporcionado novas possibilidades e desafios para a operação e o planejamento dos sistemas elétricos de potência, pois os atributos construtivos e a flexibilidade operativa inerente aos sistemas de armazenamento de energia, que extraem e injetam potência nas redes elétricas de acordo com o julgamento dos seus operadores, tendem a modificar sensivelmente o perfil dos sistemas de energia elétrica. Nesse panorama, tem-se verificado o gradual e iminente aumento da importância do papel desempenhado pelos sistemas de armazenamento de energia em aplicações envolvendo o nivelamento entre suprimento e demanda, a ampliação da qualidade da energia ofertada e o amortecimento das variações de potência recorrentemente verificadas nas redes elétricas de potência. Por conseguinte, esse novo horizonte exige, igualmente ao demandado pelo cenário advindo da proeminente ascensão da geração renovável, reformulações nas metodologias de análise, operação e planejamento das redes mencionadas.

Uma facilidade e conveniência proporcionada pela tradicional concepção adotada nos esquemas de produção de energia elétrica é a possibilidade de implantar grandes complexos de geração nas imediações das áreas que abrangem os recursos energéticos que proveem a força motriz exigida, sejam eles fósseis ou renováveis. Nesse contexto, a energia elétrica proveniente de tais plantas de geração pode, por intermédio dos sistemas de transmissão, ser difundida através de distâncias consideráveis até alcançar os centros de carga que demandam tal suprimento. Como a perda energética através de uma linha de transmissão é proporcional ao quadrado da corrente que a percorre, linhas de transmissão operam em alta ou extra-alta tensão. Usualmente, as redes de transmissão exibem configurações malhadas com o intuito de oferecer diversas possibilidades de trajetórias para o fluxo de potência entre as unidades geradoras e consumidoras, proporcionando, dessa forma, mais confiabilidade e flexibilidade aos sistemas elétricos de potência (KIRSCHEN; STRBAC, 2004).

O intrincado arranjo malhado das redes de transmissão torna os sistemas elétricos de potência demasiadamente complexos. Em virtude da recorrente verificação dessa

característica topológica, os sistemas de transmissão são, em geral, mercadologicamente regidos por monopólios, mesmo em países nos quais proeminentes segmentos balizadores da indústria da eletricidade têm verificado uma crescente desregulamentação. Nesse contexto, as redes de transmissão são, usualmente, gerenciadas unicamente pelos seus respectivos operadores (KIRSCHEN; STRBAC, 2004).

Todavia, o âmbito de possibilidades e a amplitude da importância dos sistemas de transmissão provavelmente serão consideravelmente impactados pelas restrições ambientais e pela ascensão de concepções relativamente recentes relativas à aplicação de novas tecnologias na indústria da eletricidade, como as microrredes, as redes elétricas inteligentes, a geração distribuída, os sistemas de armazenamento de energia, etc. Uma microrrede consiste em um arranjo interconectado composto por cargas e plantas de geração distribuída, cuja região limítrofe, em termos elétricos, é claramente definida, detendo, ainda, um nível de controle que assegura a possibilidade de operação isolada. Dessa forma, uma microrrede pode conectar-se e desconectar-se da rede elétrica de potência principal de acordo com deliberações operativas (MONTROYA *et al.*, 2013). Atualmente, a confluência de diversos fatores econômicos, sociais e técnicos têm impulsionado a ascensão das microrredes, o que pode promover uma das maiores mudanças já verificadas na infraestrutura do setor elétrico. Entre tais fatores, destacam-se: O ininterrupto declínio dos custos associados à geração distribuída, demandas da cartilha ambiental, a recente intensificação de desastres naturais (furacões, terremotos, etc.), as complexidades inerentes aos projetos de microrredes têm sido superadas mediante a efetivação de diversos projetos piloto, estímulos governamentais, acesso em nível de varejo nos mercados atacadistas, etc. (MASIELLO; VENKATA, 2013). Os projetos de redes elétricas inteligentes também exibem atributos que seguramente impactarão de forma sensível a natureza das práticas vigentes do setor elétrico. Consistem em redes elétricas de potência que empregam tecnologia da informação para o estabelecimento de uma plataforma de comunicação bidirecional entre o usuário e a concessionária (KOUTITAS; TASSIULAS, 2014). Já os sistemas de armazenamento de energia, em virtude da sua natureza operativa, ostentam uma ampla variedade de aplicações e, gradualmente, têm se apresentado como uma valorosa ferramenta para projetos em diversos segmentos do setor elétrico. Entre as principais aplicações concernentes às unidades de armazenamento de energia, têm-se: Suprimento ininterrupto de potência, mitigação dos congestionamentos

nas redes de transmissão, compensação das flutuações operativas inerentes às fontes renováveis intermitentes, etc.

2.3 Modelos de mercados elétricos

A trajetória histórica dos preceitos básicos e das particularidades que regem o âmbito mercadológico da indústria da eletricidade pode ser sintetizada através dos quatro modelos estruturais apresentados por Kirschen e Strbac (2004) e prontamente descritos nos posteriores parágrafos desta subseção.

O modelo prefacial corresponde às concessionárias que atuam sob as premissas dos monopólios tradicionais. No âmbito de tal padrão de gerência, alguns submodelos são constituídos por uma concessionária hegemônica que engloba as incumbências concernentes às atividades de geração, transmissão e distribuição da energia elétrica, em conformidade com o definido no modelo inicial ilustrado na Figura 2.1. Ademais, há submodelos nos quais a geração e a transmissão são controladas por uma determinada concessionária, que vende energia para as companhias de distribuição localmente monopolistas, conforme exposto no modelo alternativo traçado na Figura 2.1. É importante ressaltar que o modelo geral supracitado não impossibilita a efetivação de transações bilaterais de energia entre concessionárias vinculadas a diferentes zonas de atuação.

Um notável avanço na configuração dos modelos mercadológicos foi verificado com a concepção e incorporação das agências de compra, o que possivelmente simbolizou o ato pioneiro rumo à incorporação da competição no âmbito do fornecimento de energia elétrica. As concessionárias integradas não possuíam mais a potência instalada integral da matriz de geração. Nesse quadro, usinas independentes são introduzidas na rede elétrica de potência e comercializam sua produção energética com a concessionária que atua como um agente de compra, em conformidade com o ilustrado na Figura 2.2. Em um aperfeiçoamento desse modelo, a concessionária não detém mais centrais de geração e compra toda sua energia das usinas independentes, conforme exposto na Figura 2.3. Nesse modelo, as funções de distribuição e varejo também são dissociadas. As distribuidoras adquirem a energia elétrica demandada por seus clientes da agência de compra atacadista supracitada. É imprescindível frisar que a tarifação definida pela agência de compra carece de regulação, visto que esta exerce o monopólio de suprir as companhias

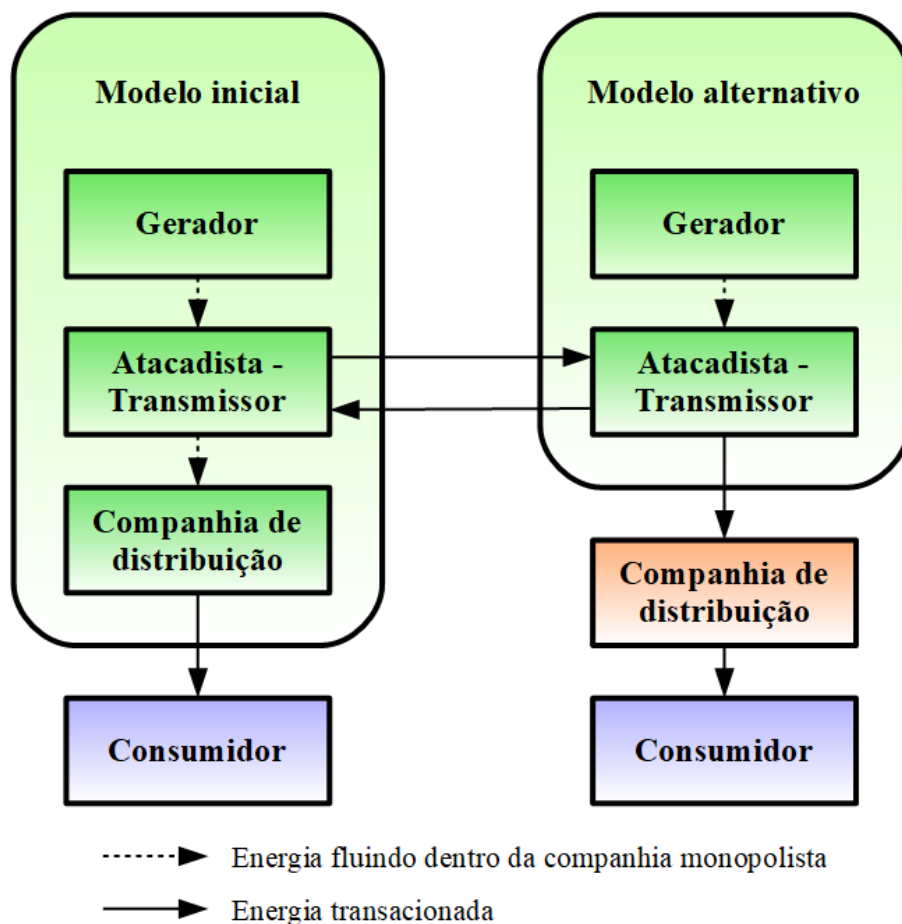


Figura 2.1: Principais modelos monopolistas de mercados de eletricidade. No modelo inicial, a concessionária é verticalmente integrada em sua totalidade. Já no modelo alternativo, as atividades de distribuição são conduzidas por uma ou mais companhias dissociadas.

de distribuição e configuram-se como o único comprador da produção energética das usinas independentes. No entanto, tal modelo não proporcionou as condições necessárias para a composição de preços que traduzissem adequadamente os custos em comparação ao verificado em um mercado livre. Todavia, esse modelo apresenta o benefício preliminar de inserir algum nível de competição no seio do segmento da geração sem os gastos referentes à implementação de um mercado competitivo sob os preceitos e exigências inerentes a modelos mais complexos.

Uma configuração subsequente ao modelo prévio é aquela regida pela competição atacadista, em que nenhuma entidade prevaiente é incumbida de fornecer energia elétrica, em consonância com o exibido na Figura 2.4. Nesse modelo, as companhias de distribuição adquirem a energia elétrica demandada por seus usuários diretamente das empresas de geração. As negociações em questão são conduzidas no escopo de um

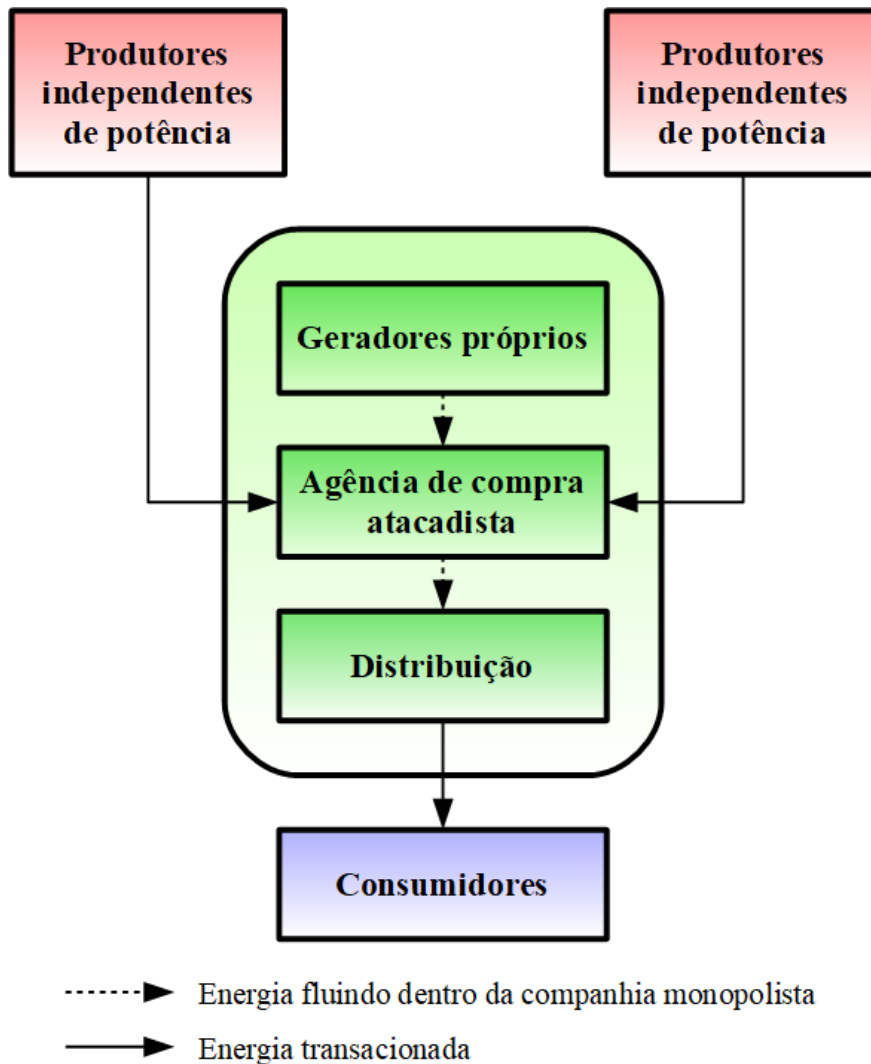


Figura 2.2: Modelo de mercado de eletricidade baseado na agência de compra com verificação de integração.

mercado atacadista de energia elétrica. Costumeiramente, permite-se que consumidores de grande porte comprem energia elétrica diretamente no mercado atacadista mencionado. Esse mercado pode atuar como uma plataforma de transações bilaterais ou como um *pool*.

No domínio atacadista, as únicas atribuições que remanescerão centralizadas são as atividades associadas à rede de transmissão e a operação do mercado de curto prazo. Já sob a ótica varejista, o modelo ainda apresenta centralização, visto que cada companhia de distribuição não controla apenas a rede física de distribuição em sua correspondente região de atuação, mas também adquire montantes de energia com o intuito de satisfazer a demanda dos clientes situados na referida região.

O modelo previamente mencionado introduz um nível relevante de competitividade

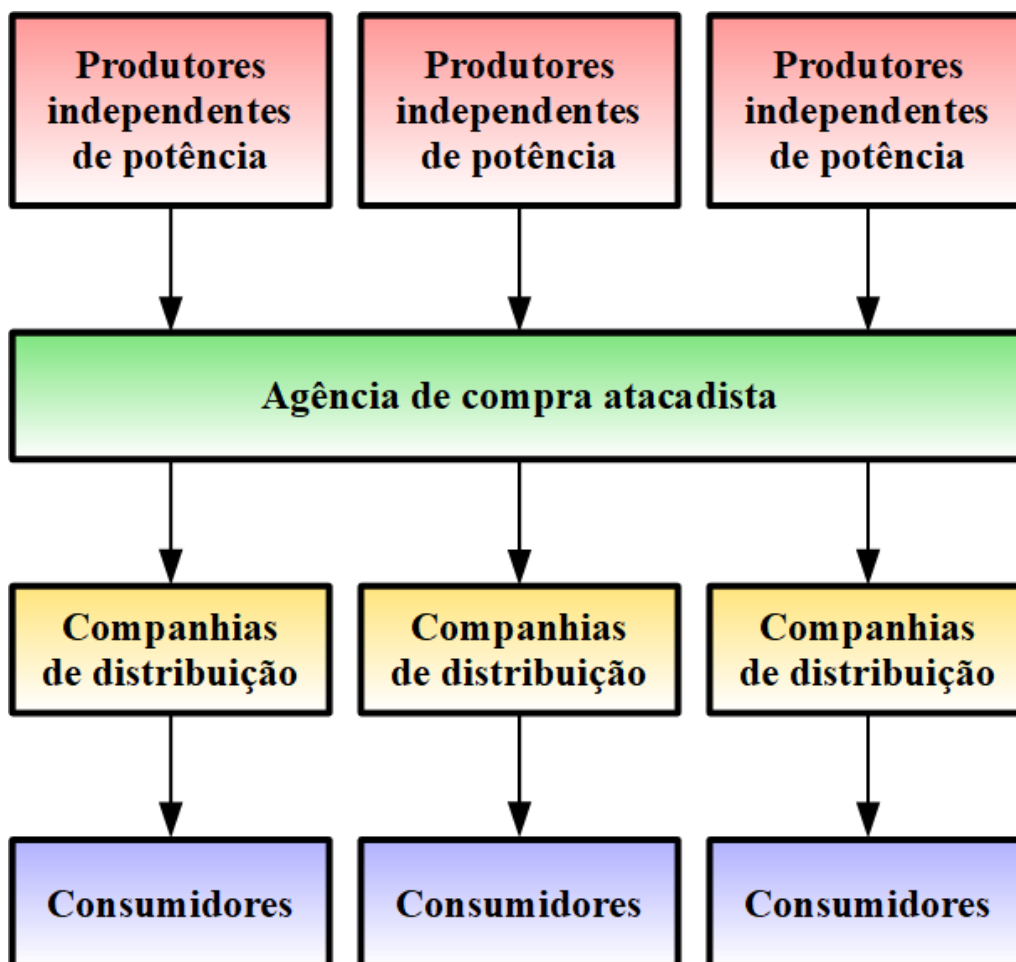


Figura 2.3: Modelo de mercado de eletricidade baseado na agência de compra sem observação de integração.

no segmento de geração devido à precificação atacadista ser definida pela interação entre a demanda e a oferta de energia elétrica. Todavia, o estabelecimento dos preços no âmbito do varejo ainda precisa ser submetido à incidência da intervenção regulatória, visto que pequenos consumidores não detêm a prerrogativa de selecionar outra fornecedora se eles julgarem que o preço da energia esteja em um patamar indesejável. Tal condição torna as distribuidoras suscetíveis a amplas e repentinas escaladas no preço da energia na instância atacadista.

Finalmente, o modelo alicerçado na competição no varejo exprime a mais avançada classe de mercados elétricos competitivos, em que todos os consumidores possuem o ensejo e a possibilidade de escolher seus fornecedores energéticos, em conformidade com o evidenciado na Figura 2.5. Em virtude dos dispêndios relacionados às transações, somente os grandes consumidores transacionam energia diretamente do mercado atacadista. A parcela majoritária dos pequenos e médios consumidores adquire energia elétrica de

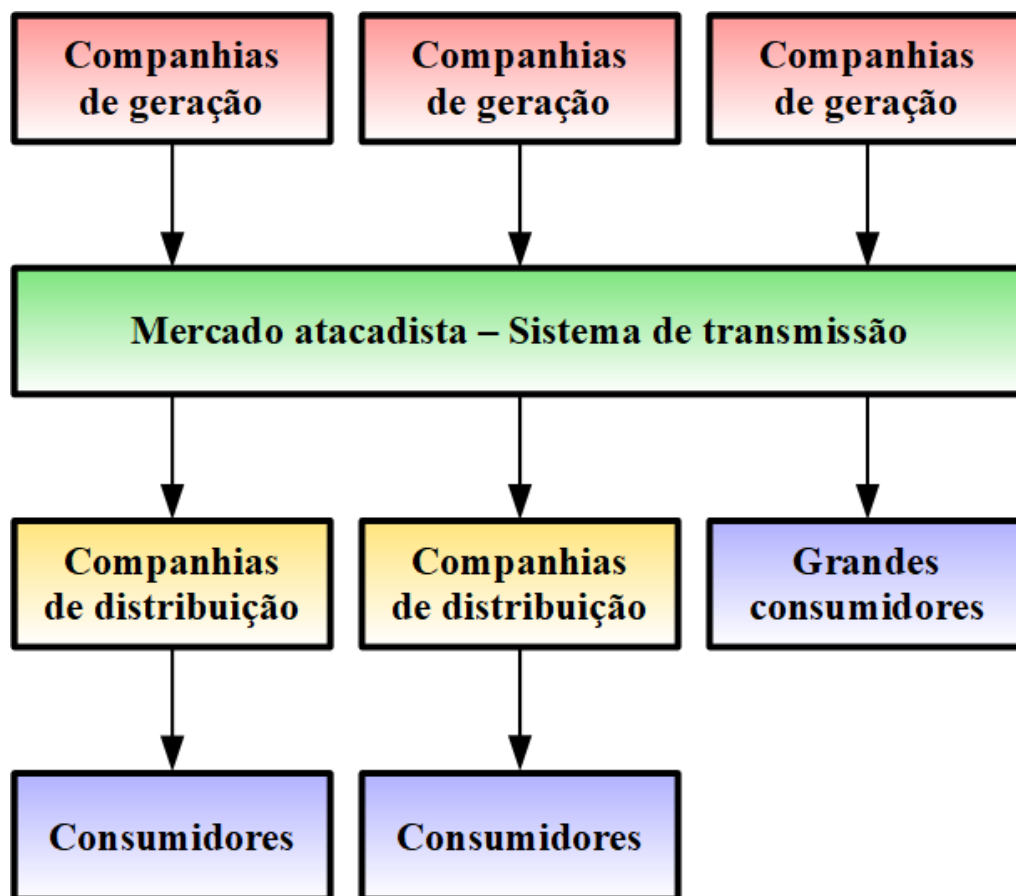


Figura 2.4: Modelo de mercado de eletricidade baseado na competição atacadista.

companhias varejistas, que, por sua vez, compram energia na esfera do mercado atacadista. Em geral, no modelo em vigor as atividades de rede das companhias de distribuição são desmembradas das suas funções de varejo, visto que tais concessionárias não exibem mais o monopólio local de abastecimento energético nas zonas atendidas por suas respectivas redes. Por conseguinte, em tal modelo, as únicas atribuições monopolistas restantes abrangem as operações das redes de transporte (distribuição e transmissão) de energia elétrica.

Defronte da adequada instauração de eventuais mercados suficientemente competitivos, o preço da eletricidade no escopo varejista não exigiria mais regulação, uma vez que os pequenos consumidores deteriam a opção de migrar entre diferentes varejistas ofertantes de preços e condições julgadas mais satisfatórias. Sob o prisma econômico, o modelo em questão representa o mais próximo de um regime de plenitude competitiva, visto que os preços da energia elétrica são estabelecidos mediante interações de mercado. No entanto, a formulação e implantação deste modelo demanda expressivos esforços e investimentos pertinentes aos sistemas de medição, ao processamento de dados e à

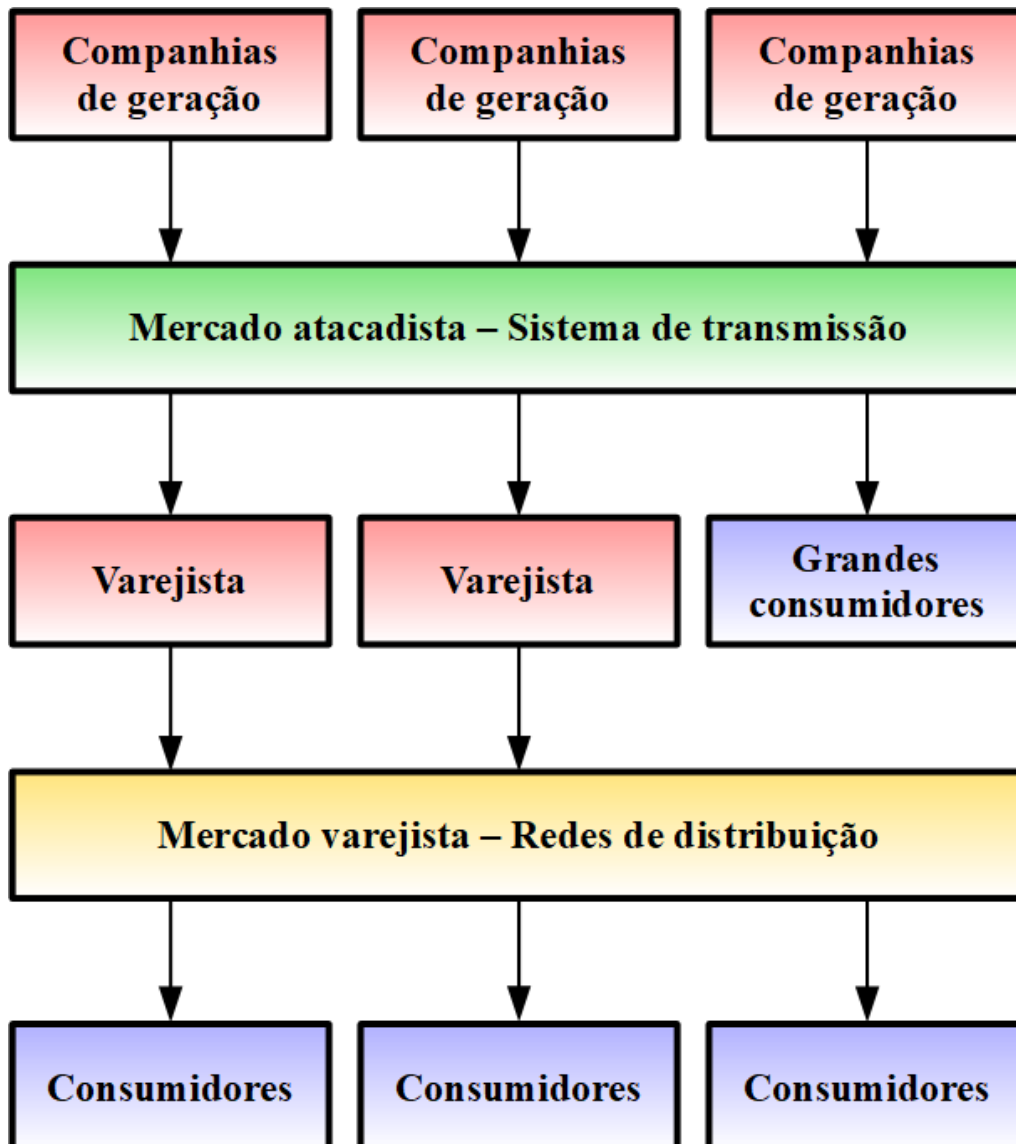


Figura 2.5: Modelo de mercado de eletricidade baseado na competição varejista.

comunicação. Os dispêndios intrínsecos às redes de transmissão e distribuição permanecem sendo transferidos para todos os usuários. Tal alocação de custos é executada via controles regulatórios, uma vez que as referidas redes ainda exibem cunho monopolista.

2.4 Reforma do setor elétrico

Em conformidade com o descrito nos parágrafos introdutórios da presente seção, as tendências reformistas verificadas no setor elétrico de inúmeras nações ancoram-se,

essencialmente, em três processos: a supressão de intervenções regulatórias nos segmentos da geração e da comercialização, a concessão de livre acesso às redes de transporte de energia elétrica e a reestruturação organizacional do referido setor.

Algumas premissas essenciais justificam a interferência regulatória no setor das concessionárias de energia elétrica. Visto que tais companhias ofertam serviços imprescindíveis para a promoção do bem-estar social, elas configuram-se como indústrias regidas pelo interesse público. Além disso, o panorama econômico e tecnológico que baliza os entes que compõem o setor elétrico suscita uma circunstância em que uma única corporação é capaz de satisfazer toda a demanda com custos inferiores ao que seria verificado em qualquer combinação de companhias de porte razoavelmente menor. Nesse horizonte, um equilíbrio competitivo é inviabilizado e, espontaneamente, poucos agentes resistirão e outros perecerão. As corporações remanescentes são designadas como monopólios naturais, detendo a capacidade arbitrária de delimitar o acesso a seus produtos e de impor preços em patamares economicamente inacessíveis para determinados participantes dos mercados. Perante o panorama exposto, a intervenção regulatória governamental constitui-se como um expediente crucial para a difusão das benfeitorias públicas que a corrente natural de certos modelos mercadológicos não seria capaz de promover (REGULATORY ASSISTANCE PROJECT, 2011).

Em suma, a regulação tem a finalidade primordial de salvaguardar o interesse público. Supõe-se que uma companhia atuando sob concessão seja capaz de ofertar certo bem ou serviço para qualquer eventual consumidor que requeira e detenha a condição financeira necessária para negociar sob os preços provenientes das metodologias de precificação autorizadas pela agência reguladora, o que retrata um bem ou serviço julgado universal. Usualmente, quando uma concessionária registra gastos excessivos no fornecimento de determinado bem ou serviço, ela é subsidiada por outros contribuintes mediante artifícios tributários. Ademais, as entidades reguladoras podem definir incumbências concernentes a restrições ambientais e de segurança de forma que determinados interesses públicos sejam devidamente respeitados pelas corporações (REGULATORY ASSISTANCE PROJECT, 2011).

A penetração da competição no setor elétrico geralmente abarca os campos da geração e da comercialização, denotando, conseqüentemente, as atividades habitualmente sujeitas à desregulamentação. Contudo, os segmentos da transmissão e da distribuição usualmente não são submetidos aos preceitos da competição, permanecendo, por

consequente, caracterizados como monopólios naturais em parcela significativa dos mercados de eletricidade.

A referida competição no âmbito do segmento da geração demanda acesso livre às redes de transmissão e de distribuição para qualquer participante que ambicione tal acesso, sem diferenciação no oferecimento de oportunidades de acesso e nos custos intrínsecos. Com o propósito de assegurar a condição de livre acesso às redes, faz-se indispensável uma coordenação em tempo real entre a geração e a transmissão de energia elétrica. No contexto das arcaicas corporações verticalmente integradas, tal coordenação era executada internamente pelas próprias companhias. Todavia, nos modelos alicerçados na competição, novos conjuntos de transações são vitais para garantir a coordenação em tempo real supracitada. A consolidação da liberdade de acesso às redes demanda a implementação dos modelos de negócios no âmbito da transmissão, os quais definem as diretrizes para o controle da transmissão a longo prazo, qualificando os agentes incumbidos do planejamento e da construção em regime competitivo, definindo as estratégias de precificação aceitáveis e solucionando litígios relativos a eventuais medidas economicamente arbitrárias (HUNT, 2002).

Já a reestruturação do setor elétrico abrange as mudanças das configurações organizacionais e funcionais pertinentes à indústria da eletricidade, como a fragmentação, a união ou a concepção de novas companhias e instituições. A reestruturação objetiva a inibição de medidas controversas que podem ser verificadas devido à natureza das propriedades do novo panorama, a difusão das redes de transmissão ao longo de vastas áreas geográficas e o incentivo à entrada de novos competidores no mercado. Contudo, o desmembramento funcional mencionado reflete-se na perda da economia tipicamente constatada na organização dos monopólios verticalmente integrados previamente abordados. A divisão das posses físicas e ativos financeiros entre as novas entidades resultantes das cisões e fusões consiste em uma das tônicas mais importantes para o processo de reestruturação em questão (HUNT, 2002).

Capítulo 3

Preços marginais locacionais

Posto que a relevância da aplicabilidade mercadológica dos LMPs é notoriamente mais verificável no panorama atacadista dos mercados de eletricidade, em detrimento do âmbito varejista, a corrente contextualização dos artifícios e instâncias de mercado que empregam os LMPs restringe-se unicamente ao escopo atacadista mencionado.

Os setores elétricos de grande parcela das nações que optaram por trilhar pertinentemente as principais rotas reformistas descritas nas subseções precedentes são, em geral, regidos por distintas combinações entre segmentos de mercado atacadista orientados ao curto prazo e outros endereçados ao longo prazo. As incontáveis diferenças concernentes às características conjunturais, aos níveis de disponibilidade de recursos energéticos, às restrições ambientais, às metas governamentais e às condições macroeconômicas verificadas entre diversos países norteiam a concepção e a implementação de mercados de curto e longo prazo dotados de sensíveis distinções em seus arranjos, diretrizes e peculiaridades.

3.1 Mercados atacadistas de eletricidade de curto prazo

Essencialmente, os mercados de eletricidade de curto prazo denotam ambientes coordenados por instituições e mecanismos por intermédio dos quais agentes ofertantes e demandantes pactuam transações de montantes de energia elétrica de tal forma que o supracitado ambiente se aproxime o máximo possível de um mercado perfeitamente competitivo.

Utopicamente, a instauração de um mercado perfeitamente competitivo requer a satisfação do seguinte rol de condições: a quantidade de compradores e vendedores interagindo no âmbito do mercado deve ser suficientemente grade de maneira a evitar o exercício de poder de mercado por parte de quaisquer agentes; as deliberações dos participantes do mercado devem se restringir à decisão do montante que desejam consumir ou produzir, visto que a inexistência de poder de mercado relega tais participantes à categoria de meros tomadores de preços; as transações precisam envolver um produto

homogêneo; o mercado não deve oferecer nenhum grau de impedimento à entrada ou à saída de eventuais participantes; as circunstâncias mercadológicas precisam tornar possível a perfeita mobilidade de fatores de produção; e todos os participantes devem ser perfeita e equitativamente guarnecidos com as informações acerca das variáveis de mercado (MCCONNELL; BRUE; FLYNN, 2015; MANKIW, 2009; KRUGMAN; WELLS, 2015; WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2014; BOOTH, 2014).

É facilmente deduzível das idealizadas condições previamente expostas que, na prática, a ocorrência de mercados perfeitamente competitivos, obedecendo às premissas de sua plenitude teórica, é relativamente rara (MCCONNELL; BRUE; FLYNN, 2015). No entanto, o empreendimento de esforços na formulação de modelos competitivos exequíveis de mercados atacadistas de eletricidade é capaz de oferecer proeminentes benefícios aos participantes dos referidos mercados, tais como: o estímulo ao ininterrupto processo de aperfeiçoamento tecnológico, aprimoramento dos serviços de rede, incentivo à expansão do sistema, tarifas mais reflexivas das interações mercadológicas entre agentes sob níveis razoáveis de concorrência, a transferência do ônus decorrente de equívocos operativos, custos de construção e riscos tecnológicos aos agentes de geração, etc. (JOSKOW, 2008).

A paulatina liberalização e a desintegração dos monopólios verticalmente integrados possibilitaram o ingresso de novos agentes da iniciativa privada no âmbito da geração, elevando o número de participantes nos mercados. Por conseguinte, o referido incremento no número de agentes que integram os mercados de eletricidade compele os participantes de tais mercados a se comportarem como tomadores de preço. Obviamente, por obra da mencionada inexecutabilidade de implantação de mercados perfeitamente competitivos, nem sempre tal meta é devida ou razoavelmente satisfeita, visto que, por exemplo, em certas circunstâncias, a economia de escala debilita a possibilidade de proliferação de agentes ofertantes, o que estimula práticas de poder de mercado. A instauração da liberdade de acesso às redes de transmissão e distribuição de energia retrata o enfraquecimento dos obstáculos ao acesso e à saída dos mercados. Apesar dos louváveis esforços destinados à consolidação de tal liberdade, o fato dos distintos ramos da indústria da eletricidade englobarem companhias e projetos de capital intensivo constitui um inevitável empecilho ao ingresso e à saída de agentes. A eletricidade consiste em um insumo energético que ostenta basicamente as mesmas características e qualidades físicas independentemente da companhia que a fornece, o que possibilita a sua categorização como produto homogêneo. O mercado elétrico, em todas as suas instâncias, padece da

carência de níveis razoáveis de mobilidade de fatores de produção, tendo em vista que o montante mínimo de fundos, a profusão necessária de bens de capital, o acesso ao volume apropriado de recursos naturais e a experiência setorial acumulada constituem recursos materiais e imateriais de difícil mobilidade entre agentes que eventualmente ambicionem ingressar no mercado, independentemente do ímpeto empreendedor de tais agentes. Os recentes avanços tecnológicos verificados no âmbito da propagação, processamento, armazenamento e análise de dados têm prestado evidentes e significativas contribuições para a maximização da celeridade e da profundidade do acesso às informações disponibilizadas aos agentes integrantes dos mercados elétricos. Todavia, é possível que determinados agentes geradores, na instância de certos projetos de mercado de curto prazo, usufruam de modelos de previsão de parâmetros financeiros de agentes rivais mais precisos que os mecanismos de modelagem correntemente em posse dos seus rivais, o que configura uma ineficiência informacional explorável na concepção e ajuste das estratégias de otimização de ofertas no contexto dos referidos mercados.

Em síntese, na esfera de curto prazo dos mercados elétricos competitivos, apesar das infundáveis particularidades observadas em diversos modelos mercadológicos em vigor, via de regra, entidades coordenadoras centralizadas são incumbidas de conduzir o despacho das plantas integrantes do portfólio de geração disponível e de computar o conjunto de preços correspondentes ao equilíbrio de mercado. A depender do modelo de mercado em vigência, o referido conjunto pode ser composto por um único preço de equilíbrio, por uma quantidade relativamente reduzida de preços zonais ou por uma miríade de preços locais. A precificação e o despacho supracitados são computados com base nos parâmetros financeiros cedidos ou determinados de acordo com os interesses e metas do modelo de mercado em vigor. Os tipos de parâmetros financeiros em questão também dependem do desenho de mercado empregado, dentre os quais é possível citar as ofertas de venda provenientes dos geradores, as ofertas de compra advindas dos consumidores, os custos operacionais, os custos de oportunidade referentes às condições hidrológicas, etc. Entretanto, é indispensável frisar que, como a demanda energética é expressivamente inelástica no âmbito temporal de curto prazo, em muitos mercados a submissão de ofertas de compra por parte dos agentes demandantes é simplesmente substituída por valores oriundos de métodos de previsão de carga. A programação da geração é definida por intermédio da resolução de problemas de otimização que visam maximizar o bem-estar econômico proporcionado pelo sistema aos participantes de um

mercado, o que, por conseguinte, implica na minimização dos custos de produção de energia e na maximização dos benefícios facultados aos consumidores pela utilização da eletricidade.

Em tese, os atributos previamente mencionados referentes à instância de curto prazo dos mercados de eletricidade norteados pelas premissas da competição mercadológica seriam capazes de incrementar consideravelmente a eficiência dos mercados e de fomentar adequadamente a expansão dos SEPs. Em razão das estratégias de programação da geração usualmente adotadas pelos operadores, os mercados de curto prazo conseguem assinalar satisfatoriamente a eficiência econômica no segmento da geração, visto que as plantas geradoras mais eficientes tendem a ser despachadas com mais recorrência. Ademais, tais desdobramentos benéficos também se manifestam no escopo da expansão do portfólio de geração, pois quanto maior o grau de eficiência de eventuais novas usinas ingressantes da matriz, maior a possibilidade de tais usinas serem contempladas, durante intervalos temporais consideráveis, com remunerações acima dos seus respectivos custo de produção. Essa condição oportuna permite que tais usinas saldem tanto os recursos investidos quanto as despesas variáveis com mais facilidade. Adicionalmente, esse panorama de estímulos à eficiência econômica tende, obviamente, a desencorajar a permanência de plantas de geração mais onerosas nos mercados, visto que a inevitável redução de requisições de despacho dificultaria demasiadamente a quitação dos diversos custos.

A rigorosa exigência de um minucioso e ininterrupto nivelamento entre os valores da geração e da demanda energética no contexto de um SEP, atribuem características ímpares aos mercados de eletricidade em relação a outros gêneros de mercado. Esse permanente balanço é imprescindível à garantia de níveis satisfatórios de segurança e estabilidade dos SEPs, visto que a frequência sistêmica e o intercâmbio de potência são relevantemente sensíveis ao contrabalanço em questão. Nesse contexto, os operadores dos sistemas detêm a incumbência de assegurar o balanço energético do seus respectivos SEPs. Por conseguinte, independentemente do modelo de mercado em vigência e dos montantes pactuados em eventuais contratos bilaterais, em algum ponto das etapas mercadológicas, o operador do sistema assume integralmente o ofício de definir os níveis de geração energética com o intuito de garantir o devido nivelamento entre produção e demanda. O ponto temporal em que tal emposse ocorre depende do desenho de mercado em vigor. Em alguns desenhos, o emposse é do tipo *day-ahead*, em que o operador do sistema assume a

responsabilidade de estipular a programação da geração com um dia de antecedência em relação à operação efetiva do SEP correlato. Já em outros desenhos de mercado, a programação da geração *day-ahead* é regida pelas negociações pactuadas individual e independentemente entre os agentes mercadores. Nesse cenário, ao operador do sistema recai a atribuição de asseverar o balanço do SEP através do ajuste da potência operativa das plantas de geração já sincronizadas ao SEP em questão. Dessa forma, o operador apodera-se da incumbência de ajustar a geração de forma independente, em geral, apenas a alguns poucos minutos ou horas antes do início do período de provimento energético efetivo (SHUTTLEWORTH, 2002).

Em virtude da impreterível imprevisibilidade verificada no cotidiano operativo dos SEPs, torna-se inevitável a rotineira observação de disparidades entre os montantes de geração e demanda efetivamente mensurados e os volumes estabelecidos nos contratos. Esses desalinhamentos entre quantidades aferidas e contratadas se refletirão fisicamente em fluxos de potência ao longo das linhas de transmissão, os quais precisam, mediante a adoção de algum criterioso mecanismo de valoração, ser devidamente precificados. Tal esquema de precificação detém o propósito primordial de penalizar os agentes com exposições deficitária e remunerar aqueles com exposições superavitárias. Caso, por exemplo, os agentes que protagonizem eventuais desbalanceamentos deficitários não sejam pertinentemente sujeitos a algum tipo de ônus financeiro, tais agentes serão temerariamente estimulados a não empreender os esforços necessários na satisfação dos balanços, dado que vislumbra-se uma garantia de suprimento sob preços razoáveis para compensar os possíveis desnivelamentos energéticos. Desse modo, em sintonia com o exposto em parágrafos prévios, todos os agentes integrantes de um SEP, no âmbito de curto prazo do mercado correlato, em alguma etapa do arranjo mercadológico são compelidos a participar de instâncias em que operadores centralizados atuam na coordenação do estabelecimento de acordos de ajuste compulsório (SHUTTLEWORTH, 2002).

3.2 LMPs no escopo dos mercados atacadistas de eletricidade de curto prazo

O panorama geral previamente exposto acerca dos principais traços e particularidades da instância de curto prazo dos mercados de eletricidade provê a

contextualização necessária para a introdução de um dos mais eminentes artifícios de precificação de transações e serviços de energia elétrica no escopo de curto prazo de diversos projetos de mercado: os preços marginais locacionais, que no escopo dos projetos e pesquisas internacionais concernentes aos mercados de eletricidade são costumeiramente mencionados sob a forma da sigla de sua denominação original, ou seja, LMPs.

3.2.1 Operação dos modelos de mercados de eletricidade regidos por LMPs

Complementarmente à conceituação elementar dos LMPs apresentada na seção introdutória deste trabalho, é fundamental realçar as duas metas primordiais de qualquer arranjo mercadológico regido pelos LMPs.

A primeira corresponde à maximização do bem-estar econômico sistêmico, ou seja, à minimização da diferença entre o custo global de produção energética advinda do portfólio de geração disponível e o benefício delegado aos consumidores pelo usufruto da energia elétrica. Na prática, devido à natureza demasiadamente inelástica da demanda no curto prazo, a maximização do bem-estar econômico é equivalente à minimização dos custos de produção. Ademais, o referido processo de minoração dos custos da geração destinada à satisfação da carga deve respeitar rigorosamente o conjunto de eventuais restrições em vigor. A segunda meta primordial consiste na estipulação dos preços momentâneos da energia elétrica devidamente discernidos ao longo de todas as regiões de interesse que compõem um determinado SEP. Em suma, tais preços denotam os custos marginais de curto prazo referentes ao suprimento energético incremental de demanda nas zonas de interesse citadas (HAUSMAN, 2006).

Usualmente, a operação dos modelos de mercado concebidos com alicerce nos LMPs segue as etapas concisamente expostas na sequência:

- As centrais geradoras submetem o conjunto de informações técnico-econômicas que compõem a intitulada oferta de geração. Dentre tais informações, tem-se os preços sob os quais os agentes de geração estão dispostos a transacionar determinados montantes de energia. Em mercados norteados por condições suficientemente próximas àquelas exibidas por regimes mercadológicos em

concorrência perfeita, tais preços devem retratar os custos marginais de curto prazo associados à geração de energia elétrica provinda das centrais mencionadas.

- Devidamente munidos dos dados técnico-econômicos especificados nas ofertas, os operadores centralizados dos sistemas solucionam, via repertório de ferramentas computacionais ancoradas em modelos sistêmicos próprios, problemas de otimização cujo propósito essencial corresponde à maximização do bem-estar econômico desfrutado pelos participantes dos mercados. Conforme previamente explanado, a maximização citada, devido à elasticidade tipicamente irrisória da carga, habitualmente reduz-se à minimização dos custos totais de produção de eletricidade. O objetivo fundamental consiste na determinação dos níveis operativos das usinas, respaldados nas ofertas de geração em vigor, que atendam à minimização citada, satisfaçam integralmente a demanda e que tanto os níveis em si quanto os desdobramentos sistêmicos de tais níveis respeitem rigorosamente o conjunto vigente de restrições técnicas.
- Concomitantemente, os artifícios de otimização empregados na estipulação dos níveis operativos ótimos das plantas de geração também fornecem os preços-sombra associados aos balanços energéticos locais necessários ao satisfatório atendimento da demanda e ao respeito às restrições técnicas impostas. Tais preços correspondem aos LMPs, que constituem um gênero de sinal econômico de grande serventia devido à sua capacidade de assinalar a magnitude das oscilações do custo total de produção de eletricidade perante variações de carga em todas as localidades de interesse de um SEP.

Nesse enquadramento, os LMPs são análogos aos preços de equilíbrio (*market clearing prices*) oriundos de quaisquer típicos mecanismos de leilão adotados no âmbito de curto prazo de mercados competitivos, uma vez que podem ser prontamente manejados como sinais de despacho. Caso o preço ofertado por uma determinada central geradora situe-se abaixo do LMP vinculado à localização da central em questão, a oferta é acatada e a usina é contemplada com uma remuneração equivalente ao LMP correlato. Em contrapartida, se o preço ofertado por uma planta de geração estiver acima do LMP associado à localidade da referida planta, a oferta é não é acolhida e a central geradora é desconsiderada na programação da geração (HAUSMAN, 2006).

3.2.2 Particularidades da precificação *spot* nos mercados de eletricidade de curto prazo

No escopo mercadológico do Setor Elétrico Brasileiro (SEB), por exemplo, os agentes de geração cedem um conjunto de dados técnico-financeiros, os quais não abrangem ofertas de cunho mercantil, ao operador do sistema. Mais especificamente, as informações econômicas fundamentais disponibilizadas consistem nos custos variáveis das plantas geradoras e não nos preços indicativos da disposição de venda manifestada pelos agentes de geração. Exemplificando, os mercados elétricos de diversas regiões dos Estados Unidos e de países como a Inglaterra, Itália e Colômbia são assentados em modelos de programação da geração regidos por preços, ao passo que os mercados de países como o Brasil e Chile são alicerçados em modelos norteados por custos (MARZANO, 2004). Subsequentemente, o operador do sistema, guarnecido de tais informações, despacha o portfólio de geração sob o mínimo custo esperado, empregando para tal fim o rol das ferramentas computacionais de otimização fundadas em modelos sistêmicos pertinentes. Dentre os resultados computados no processo citado, tem-se o Custo Marginal de Operação (CMO), o qual denota o preço de equilíbrio que exprime a sensibilidade do custo total perante variações impostas à carga. O CMO, por sua vez, constitui a base para o cálculo do que pode ser considerado o preço *spot* do mercado elétrico brasileiro, intitulado Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), valor pelo qual são saldadas as transações financeiras conduzidas na esfera de curto prazo do mercado em questão. É importante frisar que, por efeito da proeminente relevância das usinas hidrelétricas na composição da matriz energética do SEB, o PLD tende a ser substancialmente impactado pelas condições hidrológicas em vigência, refletindo o custo de oportunidade da utilização da água. Tal custo reflete a valoração ótima do benefício corrente da conversão da água em energia elétrica e o benefício futuro de sua conservação nos reservatórios, mensuradas sob a perspectiva dos custos de consumo de combustível das plantas termelétricas.

Perante a exposição do íntimo vínculo entre o PLD e o custo de oportunidade do uso da água, bem como a ciência de que o modelo de mercado de eletricidade brasileiro é regido por custos e não pela submissão de ofertas competitivas, constata-se que a precificação energética via PLD não traduz de maneira fidedigna as reais interações financeiras entre os participantes do mercado elétrico nacional. Todavia, visto que tal sinal econômico é empregado na liquidação financeira de curto prazo dos desvios entre os

montantes de potência contratualmente estipulados e aqueles efetivamente verificados na operação do sistema, é possível incluí-lo no mesmo rol dos preços *spot* provenientes de modelos de mercado baseados em preços competitivos apenas para efeito de comparação entre arranjos mercadológicos distintos. Em síntese, no que concerne à discriminação espacial dos preços de equilíbrio, a depender da metodologia de programação da geração adotada e das particularidades relativas à determinação de tais preços, os mercados de eletricidade podem ser subdivididos em conformidade com o evidenciado na sequência (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2014):

- Mercados regidos por um único preço *spot*, em consonância com o verificado, por exemplo, no Reino Unido.
- Mercados alicerçados em preços *spot* estipulados para cada barra constituinte de seus respectivos SEPs, conforme observa-se na Nova Zelândia e em alguns mercados elétricos norte-americanos como a PJM e o ISO New England. Tais preços correspondem aos LMPs previamente introduzidos.
- Mercados implementados como arranjos intermediários aos precedentemente apresentados, fundamentando-se em preços *spot* zonais, de acordo com o notado, por exemplo, no Chile e no Brasil. No caso específico do mercado brasileiro, há um PLD distinto para cada submercado integrante do Sistema Interligado Nacional (SIN): Submercados Norte, Nordeste, Sudeste/Centro-Oeste e Sul.

É imprescindível salientar que os mercados de curto prazo, amparados nas mais diversificadas políticas de precificação *spot*, padecem de algumas inerentes deficiências, majoritariamente associadas à sua dificuldade de prestar adequadamente os estímulos necessários à expansão dos seus respectivos SEPs. Perante tal adversidade, diversos países têm concebido e incorporado ambientes em que os agentes transacionam seus produtos na base de horizontes temporais mais extensos, constituindo os mercados de longo prazo, os quais fogem do escopo do presente trabalho.

3.2.3 Origem da aplicação prática dos LMPs

O mercado atacadista de eletricidade coordenado pela PJM protagonizou, no universo do setor elétrico norte-americano, a gênese da incorporação prática das metodologias de precificação alicerçadas nos LMPs, quando, em 1997, a Comissão

Regulatória de Energia Federal (FERC – *Federal Energy Regulatory Commission*) acolheu a proposta de configuração mercadológica apresentada pela PJM. Inicialmente, a adoção de esquemas de valoração baseados em LMPs foi duramente contestada por diversos partícipes críticos. Dentre as principais refutações é possível citar: a alegação de que o LMP consistia em uma solução demasiadamente intrincada para um problema desproporcionalmente mais elementar, a inserção de um considerável grau de imprevisibilidade nos custos concernentes à transmissão e a constatação de que a precificação marginal de eventuais congestionamentos nas linhas de transmissão sobrepujam os dispêndios efetivamente decorrentes de tais congestionamentos. Contudo, tanto o impasse referente à insegurança dos custos de transmissão quanto o associado ao excedente de receita proveniente dos congestionamentos são pertinentemente solucionados através da incorporação dos direitos financeiros de transmissão (FTRs – *Financial Transmission Rights*) ao modelo mercadológico em questão. Todavia, nota-se que os FTRs, em sintonia com o enunciado pela própria FERC, não constituem artifícios de *hedge* (salvaguarda financeira) perfeitos para a suplantação dos entraves previamente descritos, visto que a proteção financeira integral só é adquirida caso haja uma congruência perfeita entre as potências negociadas e os valores pactuados via FTRs. No entanto, a despeito dos percalços relacionados à introdução dos LMPs no contexto mercadológico da PJM, a FERC inferiu que tais estorvos eram digeríveis e representavam o ônus exigido para a implementação dos mercados elétricos vindouros, regidos por maiores patamares de competição, interconexão e dinamismo (HAUSMAN, 2006).

Os críticos à validade da introdução das diretrizes de precificação fundamentadas em LMPs no panorama do mercado atacadista de eletricidade da PJM alegavam, entre outras objeções, que os encargos associados aos congestionamentos eram incomensuravelmente maiores que os custos de congestionamento que factualmente acometiam a PJM em anos precedentes. Mais especificamente, as despesas relativas à incidência de congestionamentos chegavam ao montante de US\$ 150 milhões sob o emprego da metodologia de valoração baseada em LMPs frente ao volume de US\$ 4 milhões de custos de congestionamentos registrados sob o modelo antecedente, considerando uma base comparativa anual. Ademais, os críticos também argumentavam que o SEP da PJM presenciava congestionamentos em um período equivalente a menos de 10% de um ano, incorrendo em custos da ordem dos já citados US\$ 4 milhões, quantia julgada irrisória perante os US\$ 850 milhões correspondentes à receita de transmissão da

PJM. Historicamente, os custos alusivos aos congestionamentos retratavam SEPs conduzidos em prol dos participantes da PJM imersos em mercados de eletricidade submetidos a níveis de competição significativamente inferiores aos previstos para o horizonte futuro do setor. Entretanto, conforme anunciado pela FERC, esperava-se que os custos de congestionamento verificados nos panoramas mercadológicos vindouros deveriam espelhar SEPs geridos com base nas deliberações econômicas de uma profusão de participantes constituintes dos mercados de eletricidade sob regime de acentuada concorrência (HAUSMAN, 2006).

Com o pronto intuito de dar continuidade ao incessante processo de prestação de contribuições à formulação de artifícios e diretrizes que objetivam tornar os mercados de eletricidade ambientes cada vez mais competitivos e financeiramente equitativos, o presente trabalho assume a dianteira na proposição de uma metodologia de decomposição dos LMPs que traduz de maneira mais equitativa e acurada os interesses de todos os participantes dos mercados de eletricidade. A formulação proposta implica em um apreciável impacto na precificação de congestionamentos destinada à estipulação dos montantes financeiros que devem ser liquidados nos acordos de *hedge* ou mesmo dirigida a eventuais transações bilaterais. Dessa forma, a metodologia proposta, na medida em que proporciona um esquema de precificação de congestionamentos que reflete monetariamente uma ponderação mais equânime de interesses e incumbências dos participantes dos mercados, configura uma sensível evolução em relação às práticas vigentes de valoração respaldadas em LMPs.

Capítulo 4

Modelo de decomposição de preços marginais locacionais proposto

Por efeito da inevitável imprevisibilidade inerente aos processos direta ou indiretamente associados à operação dos SEPs, os LMPs computados nas barras de tais sistemas exibem uma volatilidade considerável. Em conformidade com o explanado em parágrafos prévios, tal variabilidade financeira denota um risco expressivo para os interesses econômicos de muitos agentes que compõem os mercados elétricos. Esse quadro de risco concernente à intermitência da precificação energética torna pertinente a implementação de políticas de disponibilização de artifícios de salvaguarda financeira. Essencialmente, tais artifícios redistribuem aos signatários dos contratos os recursos sobressalentes do processo de arrecadação e remuneração promovido no escopo de um mercado de eletricidade. Os instrumentos de proteção mais pronunciadamente difundidos e consolidados no panorama vigente dos mercados de eletricidade são aqueles destinados à compensação da intermitência financeira provocada pelos congestionamentos, ou seja, os FTRs. Os instrumentos de proteção financeira são matematicamente formulados com base em componentes marginais particulares provenientes de apropriadas metodologias de decomposição dos LMPs.

A justificativa, a contextualização da pertinência, a formulação de um esquema convencional de desmembramento de LMPs e a concepção da metodologia de decomposição de LMPs proposta no presente trabalho são adequadamente expostas ao longo das posteriores subseções do corrente capítulo.

4.1 Contexto da proposição de um modelo de decomposição alicerçado em uma formulação de plena compensação distribuída

O arcabouço matemático dos mercadologicamente tradicionais modelos de FPO permitem a decomposição dos LMPs em três parcelas distintas: uma de energia ativa, uma de perdas de potência ativa e uma de congestionamento de potência ativa ou aparente. Os mais simplórios esquemas de decomposição de LMPs são ancorados em modelos de fluxo

de potência com referência única. Em tais metodologias, a componente de preço marginal das perdas de potência ativa na rede de transmissão para uma determinada barra corresponde ao preço incremental das perdas quando a fonte se localiza na referida barra e a compensação incremental é efetuada na barra de referência única mencionada. Dessa forma, a adoção de um modelo de barra de referência única pode impactar de forma prejudicial os interesses financeiros de alguns participantes de um mercado elétrico, o que inviabiliza a utilização de tal modelo para propósitos mercadológicos. Uma alternativa satisfatória a tal condição danosa consiste na incorporação de um modelo de barra de referência distribuída à formulação do fluxo de potência (WU; ALAYWAN; PAPALEXOPOULOS, 2005).

Uma parcela expressiva dos modelos de FPO que sustentam as políticas vigentes de decomposição de LMPs empregam estratégias de compensação distribuída para sanar o desalinhamento entre a geração e o consumo de potência ativa. No entanto, no âmbito dos modelos de fluxo de potência, os esquemas de compensação da dissonância entre a geração e o consumo de potência reativa têm permanecido essencialmente os mesmos desde os primeiros trabalhos que abordam o desmembramento dos LMPs. Em tais abordagens habituais, ou adota-se a convencional estratégia de compensação baseada em ajustes na injeção de potência reativa na barra $V\theta$, em conformidade com o efetuado por Xie *et al.* (2000), ou assume-se um conjunto de condições simplificadoras que permite a desconsideração das variáveis associadas à potência reativa, em consonância com o empreendido por Wu, Alaywan e Papalexopoulos (2005). Nos modelos de decomposição de LMPs que ignoram as restrições vinculadas às variáveis alusivas à potência reativa, em virtude das idealizações impostas, as componentes de preço marginal das perdas de potência reativa não são computadas. Já nos modelos de decomposição nos quais o contrabalanço reativo é efetuado na barra $V\theta$, a componente de preço marginal das perdas de potência reativa para uma determinada barra representa o preço incremental de tais perdas quando a fonte está situada na barra em questão e o nivelamento reativo é executado na barras $V\theta$ citada. Por conseguinte, a utilização de estratégias de compensação reativa dessa natureza pode afetar lesivamente os interesses financeiros de certos participantes dos mercados elétricos. Dessa forma, os possíveis efeitos adversos supracitados evidenciam a necessidade de conceber uma metodologia de contrabalanço de potência reativa que, sob a perspectiva de todos os participantes dos mercados de eletricidade, seja monetariamente mais equitativa. Perante tal necessidade, o presente

trabalho propõe uma metodologia de decomposição de LMPs derivada de uma formulação de FPO, que, além de incorporar o convencional esquema de contrabalanço distribuído de potência ativa, engloba um modelo proposto de compensação distribuída de potência reativa. Tal metodologia proporciona um desmembramento que evidencia que os impactos da seleção da referência energética na valoração das componentes de LMPs não se restringe à simplificada especificação da referência energética ativa convencionalmente empregada nas estratégias de decomposição, mas também abrange a especificação da referência energética reativa. É imprescindível frisar que as proposições matemáticas concernente às contribuições do presente trabalho são integralmente direcionadas à formulação e manipulação das relações que constituem determinados arcabouços de otimização e não são endereçadas ao refinamento das técnicas de otimização dedicadas à resolução dos referidos arcabouços.

4.2 Pertinência do modelo à evolução da operação dos mercados de eletricidade

No âmbito dos mercados regidos por LMPs, os operadores dos sistemas estipulam a programação técnico-econômica ótima das entidades integrantes dos mercados por intermédio da solução de um FPO que precifica a eletricidade de acordo com a localidade da injeção nodal. Nesse contexto, a liquidação financeira é conduzida pelos operadores mediante o emprego dos LMPs (KIRAN; ABHYANKAR; PANIGRAHI, 2018). O arcabouço físico-matemático que sustenta a precificação marginal locacional pode fundamentar-se em uma formulação de fluxo de potência ótimo CC (FPOCC) ou em um modelo de fluxo de potência ótimo CA (FPOCA).

A composição do FPOCA é respaldada em relações matemáticas que traduzem de forma mais minuciosa e fidedigna as condições das principais variáveis e parâmetros que regem as redes elétricas de potência. O FPOCA otimiza o despacho das potências ativa e reativa com a finalidade de assegurar eficiência mercadológica e níveis adequados de confiabilidade operativa (CASTILLO *et al.*, 2016b). Todavia, a formulação matemática geral que alicerça o FPOCA pertence à classe dos problemas complexos de tempo polinomial não determinístico, usualmente intitulados, no escopo mais amplo da literatura

técnica, problemas NP-hard (*Non-deterministic polynomial-time hard*) (LAVAEI; LOW, 2012).

Embora os modelos de FPOCA exibam predicados que os tornem plenamente adequados à resolução e ao gerenciamento dos principais desafios operacionais verificados nos correntes mercados elétricos, as práticas em vigência na indústria da eletricidade, em virtude da mencionada complexidade inerente ao FPOCA, não englobam a resolução integral e exata dessa categoria de problema de otimização. Nesse cenário, os operadores optam por empregar técnicas de resolução baseadas em programação linear e programação linear inteira mista com o propósito de alavancar o desempenho dos *solvers* de otimização comercialmente disponíveis. Tais operadores usualmente empregam seus repertórios de otimização na resolução de modelos de FPOCC incorporados por esquemas de ajustes baseados em fatores de perdas. A formulação matemática dos modelos de FPOCC é fundamentada em uma série de imposições simplificadoras, tais como: manutenção das magnitudes das tensões constantes, integral desconsideração da potência reativa, presunção de irrisórias diferenças entre os ângulos das tensões e modelagem das redes elétricas amparada na pressuposição de valores de reatâncias muito superiores aos valores de resistências. Desse modo, a determinação do despacho e a aquisição dos preços da energia elétrica habitualmente satisfazem as exigências de tempo concernentes à operação prática dos mercados, contudo, tais resultados aproximados podem manifestar imprecisões consideráveis diante de SEPs sob estresse operativo (CASTILLO *et al.*, 2016b).

Um dos desdobramentos da modelagem física simplificada intrínseca aos modelos de FPOCC é a permanente necessidade de intervenções dos operadores nos mercados *day-ahead*, intradiários e de tempo real. Dessa forma, a precisão dos modelos sistêmicos empregados na operação dos mercados pode não proporcionar os despachos físicos dos recursos necessários à satisfação de certas restrições que não são retratadas com nível razoável de detalhamento nos *softwares* dos mercados, como os limites de tensão (CASTILLO *et al.*, 2016b).

Em conformidade com o rememorado por Castillo *et al.* (2016b), um relatório elaborado pelo Departamento de Energia dos Estados Unidos (DOE – *Department of Energy*) endereçado ao congresso americano apontava para a necessidade de conduzir investigações mais acuradas acerca da qualidade técnica dos algoritmos, *softwares*, dados e hipóteses concernentes às práticas vigentes de despacho econômico, o que poderia aprimorar a confiabilidade e a viabilidade do fornecimento de energia nacional (UNITED

STATES DEPARTMENT OF ENERGY, 2005). Já o relatório formulado pela FERC acerca do panorama vigente e das metas futuras dos mercados de eletricidade nos Estados Unidos evidenciou que há um significativo interesse no emprego de modelos de FPOCA em aplicações práticas (O'NEILL; DAUTEL; KRALL, 2011). Em consonância com o observado por Castillo *et al.* (2016b), o custo-benefício associado ao aperfeiçoamento do repertório de *softwares* é imenso, visto que, conforme apurado nas investigações conduzidas por O'Neill, Dautel e Krall (2011), o desembolso de capital na modernização dos *softwares* de mercados dos operadores corresponde a menos de US\$ 10 milhões, ao passo que, de acordo com o relatado por Cain, O'Neill e Castillo (2013), sutis incrementos na eficiência dos despachos podem representar bilhões de dólares anuais em economia de recursos.

Os LMPs provindos de modelos de FPOCC são consideravelmente dependentes das supracitadas aproximações impostas à modelagem das redes elétricas de potência. Dessa forma, os preços da eletricidade atualmente computados nos mercados não retratam os verdadeiros custos marginais de produção de energia elétrica, o que posteriormente ocasiona *uplift* (elevação de dispêndios para ressarcir os custos não incluídos nos LMPs) (CASTILLO *et al.*, 2016b).

É prontamente possível afirmar que os mercados de eletricidade são incompletos, uma vez que uma de suas *commodities* essenciais, a potência reativa, ou carece integralmente de precificação ou é inadequadamente precificada. Caso o despacho de potência reativa seja incorporado aos mercados elétricos, a prestação de suporte de tensão por parte de todos os participantes que compõem os referidos mercados, por exemplo, poderia ser pertinentemente valorada (SIOHANSI; PFAFFENBERGER, 2006).

Visto que os modelos de FPOCC são formulados com respaldo unicamente na potência ativa, a potência reativa é excluída do processo de precificação explícita ou compensação dentro dos mercados, apesar de afetar significativamente as magnitudes das tensões, impactar consideravelmente a estabilidade sistêmica e ser imprescindível para a operação normal dos SEPs. O suprimento de potência reativa pode advir das plantas de geração, dos sistemas de transmissão ou das cargas, sendo habitualmente compensada em instâncias externas aos mercados de provimento de potência em si (LIPKA *et al.*, 2017).

No âmbito das formulações de FPOCC correntemente adotados pelos operadores de sistemas, distintas seleções de modelos representativos das mesmas quantidades físicas resultam em perfis diferentes de LMPs. Por exemplo, os mesmos limites de tensão e de

potência reativa podem ser traduzidos em diferentes restrições providas do emprego de nomogramas, o que pode produzir LMPs inconsistentes (ALVARADO, 2003). Ademais, a mensuração dos reflexos dos limites de tensão na precificação da energia ainda suscita dúvidas e há incertezas se os requerimentos de potência reativa por parte dos operadores denotam compensações adequadas aos níveis efetivamente fornecidos de potência reativa. Os sistemas de transmissão são compensados pelo provimento estático de potência reativa, mas o suprimento dinâmico proveniente das centrais de geração usualmente não é compensado, mesmo sendo recorrentemente tão ou mais relevante que o fornecimento estático mencionado (LIPKA *et al.*, 2017).

Por intermédio da assimilação da forma como os limites de tensão e os níveis de potência reativa impactam a operação dos SEPs é possível deliberar de forma mais eficiente e satisfatória acerca de investimentos em equipamentos associados ao fornecimento de potência reativa. Já a incorporação da potência reativa no escopo dos mercados de eletricidade ofereceria a possibilidade de mitigação das compensações baseadas em *uplift* e de adequações de restrições formuladas com rigor ou relaxamento inapropriados (LIPKA *et al.*, 2017).

Perante o panorama previamente exposto, infere-se que a estipulação de preços de eletricidade mais reflexivos da realidade sistêmica em vigência, especialmente ao longo do horizonte temporal, é de grande serventia para a provisão de uma melhor compreensão da operação dos SEPs e do papel dos diferentes participantes dos mercados elétricos (LIPKA *et al.*, 2017). Nesse sentido, muitos esforços tem sido empreendidos em pesquisas concernentes à incorporação de formulações de FPOCA aos modelos de otimização empregados na operação dos mercados de eletricidade, em conformidade com o verificado por Castillo *et al.* (2016a), Castillo *et al.* (2016b) e Lipka *et al.* (2017).

Ademais, é crucial ressaltar que os infindáveis avanços verificados rotineiramente no campo das tecnologias de processamento e de armazenamento de dados têm incessantemente proporcionado a possibilidade de conduzir pesquisas fundamentadas em modelagens físico-matemáticas cada vez mais complexas.

Dessa forma, o supracitado impacto mercadológico da adoção prática de modelos de FPOCA na valoração da potência reativa, os avanços verificados nas áreas vinculadas à operação dos mercados de eletricidade e as possíveis desproporções financeiras associadas aos modelos convencionais de contrabalanço de desalinhamentos de potência reativa

descritos na subseção 4.1 constituem o alicerce justificante da metodologia proposta no presente trabalho.

As posteriores subseções introduzem, descrevem e discriminam as principais premissas conceituais e a concepção matemática referentes ao esquema de desagregação de LMPs regido pelos convencionais modelos de contrabalanço distribuído de potência ativa e aquelas concernentes à nova metodologia de decomposição de LMPs norteada pelo modelo de compensação distribuída de potência ativa e reativa.

4.3 Modelo de decomposição de LMPs com compensação distribuída convencional

Em conformidade com o constatado nos trabalhos que abordam a decomposição dos LMPs, as metodologias de compensação de desalinhamento de potência ancoram-se basicamente na imposição das tradicionais equações de fluxo de potência ou, no máximo, na incorporação de uma barra de contrabalanço distribuído apenas no escopo da potência ativa. As formulações e fundamentações expressas na corrente subseção pretendem sintetizar a exposição dos principais aspectos matemáticos e implicações operativas dos modelos de decomposição que convencionalmente restringem a distribuição de desnivelamentos energéticos apenas ao escopo da potência ativa. Assume-se que a metodologia convencional de desagregação considerada no âmbito das análises do presente trabalho alicerça-se nos esquemas de contrabalanço de potência ativa incorporados aos modelos de FPO introduzidos nas formulações propostas por Wu, Alaywan e Papalexopoulos (2005) e no trabalho de Sarkar e Khaparde (2011), os quais constituem influentes estudos acerca da decomposição dos LMPs.

Dessa forma, o modelo de FPO ancorado na formulação de fluxo de potência com referência distribuída de potência ativa visa a minimização do custo total de produção de energia elétrica em um SEP, respeitando, concomitantemente, uma série preestabelecida de restrições. Identicamente ao considerado por Wu, Alaywan e Papalexopoulos (2005) e ao adotado no estudo conduzido por Sarkar e Khaparde (2011), assume-se, na concepção em vigor, somente as restrições, as variáveis de controle e as variáveis de estado alusivas à potência ativa. Admite-se que haja disponibilidade de potência reativa em níveis suficientes para permitir a manutenção das amplitudes das tensões de todas as barras de um

SEP em níveis constantes. Consequentemente, o conjunto das restrições levadas em consideração engloba as equações de balanço de potência ativa em todas as barras, os limites de injeção de potência ativa das centrais de geração e os limites térmicos dos ramos que compõem o sistema de transmissão de um SEP. Por conseguinte, o FPO em questão é formulado de acordo com o evidenciado entre (4.1) a (4.12).

$$\min C(\mathbf{p}_{gb}) = \sum_{i=1}^{n_g} a_i (S_{base} p_{gb i})^2 + b_i S_{base} p_{gb i} + c_i \quad (4.1)$$

s.a

$$p_{ds} = 0 \quad (4.2)$$

$$-\mathbf{p}_g - \alpha p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{s}_{fl}(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{s}_{fl}^{max} \leq \mathbf{0}_{2n_{tl} \times 1} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.5)$$

$$-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.6)$$

As subseqüentes descrições concernem às relações expostas entre (4.1) e (4.6). O escalar $C(\mathbf{p}_{gb})$ denota a função objetivo representativa do custo total de produção de energia elétrica do portfólio de geração de um SEP, o qual é expresso em \$/h. As constantes a_i , b_i e c_i , definidas, respectivamente, em \$/MW²h, \$/MWh e \$/h, designam os coeficientes da função de custo de produção de eletricidade de uma determinada planta de geração i interconectada a um SEP. A potência base que respalda os cálculos associados às grandezas elétricas que descrevem um SEP é denotada por S_{base} . O vetor \mathbf{p}_g é constituído pelos valores dos montantes de potência ativa injetada em todas as barras que integram um SEP. O vetor \mathbf{p}_{gb} é composto pelos elementos do vetor \mathbf{p}_g vinculados às barras detentoras de plantas de geração. Já o escalar $p_{gb i}$ denota o i -ésimo elemento do

vetor \mathbf{p}_{gb} . O vetor \mathbf{p}_d é integrado pelos níveis de potência ativa demandada em cada uma das barras que compõem de um SEP. Os elementos do vetor \mathbf{p}_f designam as injeções de fluxo de potência ativa na rede provindas de cada uma das barras de um SEP. Os vetores \mathbf{p}_{gb}^{max} e \mathbf{p}_{gb}^{min} são constituídos, respectivamente, pelos limites superiores e inferiores impostos aos correspondentes valores do vetor \mathbf{p}_{gb} . O vetor \mathbf{s}_{fl} é integrado pelos valores dos fluxos de potência aparente através de todas as linhas de transmissão que compõem um SEP. Os elementos do vetor \mathbf{s}_{fl}^{max} representam os limites superiores impostos aos correspondentes valores do vetor \mathbf{s}_{fl} . O escalar p_{ds} denota o montante de potência ativa injetada na correspondente barra de compensação distribuída considerada no âmbito do modelo de contrabalanço de potência em vigência. O vetor $\boldsymbol{\theta}$ é composto pelos ângulos das tensões das barras de um SEP, com exceção da barra de referência angular. Os elementos do vetor $\boldsymbol{\alpha}$ designam os fatores de participação do modelo de compensação distribuída de potência ativa alusivos a cada uma das barras de um SEP. As matrizes $\mathbf{0}_{k \times m}$ e $\mathbf{1}_{k \times m}$ de dimensão $k \times m$ são integralmente compostas, respectivamente, por elementos nulos e unitários. Ademais, o subscrito n_g denota o número de plantas de geração que integram um determinado SEP. Finalmente, os subscritos n e n_{tl} , correspondem, respectivamente, aos números de barras e de ramos que constituem e caracterizam a topologia de um SEP. Vale frisar que as grandezas elétricas envolvidas nas formulações da presente subseção são expressas em p.u.

A restrição (4.23) impõe que a injeção de potência ativa na correspondente barra de compensação distribuída deve ser nula. Neste ponto é imperativo salientar que uma barra de referência distribuída inserida em um modelo de fluxo de potência denota um nó inexistente empregado apenas como um expediente matemático com o intuito de promover a desejada compensação distribuída (WU; ALAYWAN; PAPALEXOPOULOS, 2005). O nível de potência reativa q_{ds} injetado na mencionada barra de compensação é prontamente distribuído entre todas as barras de um SEP alicerçando-se na proporção estipulada pelos fatores de participação que compõem o vetor $\boldsymbol{\alpha}$.

A função de Lagrange pertinente ao problema de otimização concebido entre (4.1) e (4.6) é formulada em (4.7).

$$L = C(\mathbf{p}_{gb}) + p_{ds}\lambda_{p_{ds}} + [-\mathbf{p}_g - \boldsymbol{\alpha}p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x})]^T \boldsymbol{\lambda}_p \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}
& + [\mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max}]^T \boldsymbol{\mu} + [\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\
& + [-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{min}
\end{aligned}$$

em que $\boldsymbol{\lambda}_p$ denota um vetor composto pelos LMPs de potência ativa referentes a cada uma das barras de um SEP, $\lambda_{p_{ds}}$ corresponde ao LMP da barra de compensação distribuída de potência ativa e $\boldsymbol{\mu}$ designa um vetor integrado pelos multiplicadores de Lagrange alusivos às restrições de fluxo de potência aparente em cada um dos ramos que constituem um SEP. Os vetores $\boldsymbol{\eta}_p^{max}$ e $\boldsymbol{\eta}_p^{min}$ são integrados pelos multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limiares superiores e inferiores instituídos às injeções de potência ativa provenientes das centrais que compõem o portfólio de geração de um SEP.

Com o propósito de computar a solução ótima do problema de otimização declarado entre (4.1) e (4.6), as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) exprimidas subsequentemente entre (4.8) e (4.11) precisam ser respeitadas.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{p}_{gb}} = \frac{\partial C(\mathbf{p}_{gb})}{\partial \mathbf{p}_{gb}} - \boldsymbol{\lambda}_{p_{gb}} + \boldsymbol{\eta}_p^{max} - \boldsymbol{\eta}_p^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_p + \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)^T \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ds}} = \lambda_{p_{ds}} - \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\lambda}_p = 0 \quad (4.10)$$

em que $\boldsymbol{\lambda}_{p_{gb}}$ designa um vetor composto pelos elementos do vetor $\boldsymbol{\lambda}_p$ associados somente às barras de geração de um SEP.

Ainda na instância das premissas de KKT, a condição de complementaridade de relaxação referente aos limites operacionais superiores e inferiores das plantas de geração e às restrições térmicas dos ramos de um SEP, requer que as relações exibidas em (4.11) sejam obedecidas.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}_{fl} - \mathbf{s}_{fl}^{max} \\ \mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{2(n_{tl}+n_g) \times 1}, \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}_{2(n_{tl}+n_g) \times 1} \quad (4.11)$$

No exposto em (4.11), o símbolo \circ corresponde, no contexto do presente trabalho, ao operador representativo do produto de Hadamard.

É importante enaltecer que as requisições de factibilidade expostas em (4.2) e (4.3) também representam condições de KKT e exigem a devida satisfação para a otimalidade de uma eventual solução.

Em face do modelo de FPO respaldado na formulação de fluxo de potência com referência distribuída em vigência, as perdas de potência ativa ao longo da rede de transmissão são determinadas mediante (4.12).

$$p_l = \mathbf{1}_{n \times 1}^T \mathbf{p} + p_{ds} \quad (4.12)$$

em que \mathbf{p} representa o vetor das injeções líquidas de potência ativa em todas as barras de um SEP, ou seja, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_g - \mathbf{p}_d$.

Dessa forma, o vetor dos fatores de perdas incrementais é obtido por intermédio de (4.13).

$$\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \quad (4.13)$$

É imprescindível ressaltar que as sensibilidades da injeção de potência ativa na barra de referência distribuída em relação às injeções líquidas de potência ativa em cada uma das barras que integram um determinado SEP são computadas através de (4.15). É prontamente verificável que tais sensibilidades situam-se na última linha da inversa da matriz jacobiana descrita em (4.14).

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \boldsymbol{\theta}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix} = J^{-1} \quad (4.15)$$

A matriz dos fatores de distribuição de transferência de potência é adquirida por intermédio de (4.16). Um elemento arbitrário T_{kj} pertencente a tal matriz denota a sensibilidade do fluxo de potência ativa ao longo da linha k em relação à injeção líquida de potência ativa na barra j e à correspondente extração na barra de referência distribuída do modelo de FPO concernente a um determinado SEP.

$$\mathbf{T} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{p}} \quad (4.16)$$

Já as sensibilidades dos ângulos das tensões nas barras constituintes de um SEP em relação às injeções líquidas de potência ativa nas barras do mesmo SEP consistem nas $N - 1$ primeiras linhas da matriz (4.15).

Finalmente, os LMPs concernentes às barras de um SEP podem ser desmembrados em três componentes, que assumem a forma das parcelas evidenciadas no lado direito da igualdade (4.17).

$$\boldsymbol{\lambda}_p = \boldsymbol{\lambda}_{p_e} + \boldsymbol{\lambda}_{p_{lp}} + \boldsymbol{\lambda}_{s_{cp}} = \mathbf{1}_n \boldsymbol{\lambda}_{p_{ds}} - \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} \boldsymbol{\lambda}_{p_{ds}} - (\mathbf{T})^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.17)$$

em que $\boldsymbol{\lambda}_{p_e}$ denota o vetor constituído integralmente pelo preço marginal na barra de compensação distribuída de potência ativa de um SEP no âmbito dos LMPs de potência ativa $\boldsymbol{\lambda}_p$. O vetor $\boldsymbol{\lambda}_{p_{lp}}$ é integrado pelos preços marginais das perdas de potência ativa verificadas ao longo da rede de transmissão no contexto dos supracitados LMPs de potência ativa $\boldsymbol{\lambda}_p$. O vetor $\boldsymbol{\lambda}_{s_{cp}}$ é composto pelos preços marginais das restrições inerentes à rede de transmissão na instância dos LMPs de potência ativa $\boldsymbol{\lambda}_p$.

No contexto do presente trabalho, seguindo a lógica das designações adotadas por Sarkar e Khaparde (2011), por Orfanogianni e Gross (2007) e por Cheng e Overby (2006), os elementos de $\boldsymbol{\lambda}_{p_e}$, $\boldsymbol{\lambda}_{p_{lp}}$ e $\boldsymbol{\lambda}_{s_{cp}}$ são nomeados, respectivamente, componentes de referência energética de $\boldsymbol{\lambda}_p$, componentes de perdas de potência ativa de $\boldsymbol{\lambda}_p$ e componentes de congestionamento de $\boldsymbol{\lambda}_p$.

A composição das relações explicitadas entre (4.13) e (4.17) é alicerçada nas formulações matemáticas deduzidas por Wu, Alaywan e Papalexopoulos (2005), apenas ressaltando-se que no modelo de FPO proposto por Wu, Alaywan e Papalexopoulos

(2005), a restrição equivalente ao presentemente imposto em (4.4) considera apenas o fluxo de potência ativa em vez do fluxo de potência aparente vigorante no contexto do corrente arcabouço de FPO.

Há inúmeras metodologias mediante as quais os fatores de participação integrantes do vetor α alusivos às barras de um SEP podem ser computados. Apenas três triviais metodologias são presentemente apresentadas, cujas construções remontam às propostas de Meisel (1993). A concepção de esquemas de especificação de fatores de participação com um grau de refinamento metodológico e matemático mais expressivo não integra a pauta de propósitos do trabalho em desenvolvimento.

Nesse sentido, a primeira metodologia é regida pelo evidenciado em (4.18).

$$\alpha_i = \begin{cases} 1, & \forall i \in S \\ 0, & \forall i \notin S \end{cases} \quad (4.18)$$

em que S denota o conjunto integrado somente pelo índice da barra de referência angular de um SEP em análise.

O emprego do modelo definido em (4.18) reflete-se na tradicional dedução do fluxo de potência com referência única, em que a injeção de potência provinda das centrais de geração conectadas a uma única barra é ajustada a fim de satisfazer o balanço de potência ativa de um determinado SEP.

A relação exposta em (4.19) define a segunda metodologia de especificação dos fatores de participação.

$$\alpha_i = \frac{p_{g i}}{(\mathbf{1}_{n \times 1})^T \mathbf{p}_g} \quad \forall i \in N \quad (4.19)$$

No modelo expresso em (4.19), as injeções de potência advindas de todas as plantas geradoras de um SEP são reguladas de forma a permitir o balanço de potência ativa no SEP em questão, respeitando a proporção delimitadora de níveis de injeção de potência ativa definida pelos fatores de participação predeterminados.

A última metodologia é matematicamente descrita em (4.20).

$$\alpha_i = \frac{p_{d i}}{(\mathbf{1}_{n \times 1})^T \mathbf{p}_d} \quad \forall i \in N \quad (4.20)$$

Na estratégia baseada em (4.20), o almejado balanço de potência ativa de um SEP é alcançado através da distribuição da incongruência de potência ativa p_{ds} entre cada uma das barras sistêmicas que exibem algum nível de carga.

4.4 Modelo de decomposição de LMPs com compensação híbrida

O modelo de decomposição de LMPs proveniente da formulação de FPO alicerçada em uma estratégia de compensação distribuída de potência ativa introduzido na subseção precedente é elaborado assumindo-se disponibilidade irrestrita de provimento de potência reativa e, por conseguinte, a possibilidade de desconsiderar as restrições e as variáveis vinculadas à potência reativa. Todavia, nas posteriores subseções, a fim de explicitar e analisar algumas importantes implicações e constatações associadas à consideração da potência reativa, promove-se a inserção das restrições e das variáveis concernentes à referida potência reativa na composição do modelo de FPO que fundamenta o esquema de decomposição de LMPs concebido na subseção anterior. Nesse contexto, são deduzidas as componentes dos LMPs de potência ativa e reativa advindas do modelo de FPO regido por um esquema de compensação distribuída de potência ativa e pela convencional estratégia de contrabalanço centralizado de potência reativa. Aproveita-se tal cenário de deduções para demonstrar a inalterabilidade matemática das relações que definem as componentes de LMPs perante as diferentes categorias de sensibilidade de potência adotadas na literatura e para evidenciar a inadequação do emprego de um esquema de compensação de potência reativa análogo ao adotado nos convencionais modelos de fluxo de potência.

4.4.1 Modelo de decomposição de LMPs com compensação reativa centralizada

No modelo de FPO que respalda o esquema de decomposição de LMPs em vigor, o contrabalanço de potência ativa segue a estratégia formulada na subseção 4.3 e a compensação de potência reativa segue o esquema adotado por Cheng e Overby (2006), por Xie *et al.* (2000) e por Xie *et al.* (2004), em que o contrabalanço dos desalinhamentos verificados entre a geração e o consumo de potência reativa é efetuado em uma única barra. Conforme exposto na subseção 4.1, no modelo de FPO que alicerça a formulação de

decomposição de LMPs apresentada nos estudos empreendidos por Xie *et al.* (2000) e por Xie *et al.* (2004), a compensação de potência reativa é executada na barra $V\theta$ de um determinado SEP. Já no esquema de FPO que rege o modelo de decomposição de LMPs proposto por Cheng e Overby (2006) o contrabalanço de potência reativa é efetuado em uma barra de referência, a qual não necessariamente representa a barra $V\theta$ do SEP em análise. No entanto, o aspecto comum entre tais proposições é a centralização do contrabalanço reativo em uma única barra.

O presente modelo de FPO baseado na formulação de fluxo de potência com compensação distribuída de potência ativa e com o convencional contrabalanço centralizado de potência reativa objetiva a minimização do custo total de produção de eletricidade em um SEP, satisfazendo, concorrentemente, um conjunto predefinido de restrições. Distintamente das hipóteses simplificadoras empregadas na elaboração do modelo de FPO da subseção 4.3, considera-se, na formulação proposta na presente subseção, as variáveis de controle, as variáveis de estado e as restrições vinculadas tanto à potência ativa quanto à potência reativa. Nesse sentido, o conjunto de restrições em questão abrange as equações de balanço das potências ativa e reativa em cada barra, os limites operativos das plantas que compõem o portfólio de geração e as limitações de fluxo de potência aparente ao longo das linhas de transmissão que constituem um SEP. Dessa forma, o FPO em vigor é configurado conforme explicitado entre (4.21) a (4.32).

$$\min C(\mathbf{p}_{gb}) \quad (4.21)$$

s.a

$$p_{ds} = 0 \quad (4.22)$$

$$-\mathbf{p}_g - \alpha p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (4.23)$$

$$-q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er}(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.24)$$

$$-\mathbf{q}_{g,ner} + \mathbf{q}_{d,ner} + \mathbf{q}_{f,ner}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \quad (4.25)$$

$$s_{fl}(\mathbf{x}) - s_{fl}^{max} \leq \mathbf{0}_{2n_{tl} \times 1} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.27)$$

$$-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.29)$$

$$-\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}^{max} \leq \mathbf{0}_{(2n-2) \times 1} \quad (4.31)$$

$$-\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{0}_{(2n-2) \times 1} \quad (4.32)$$

Inúmeros parâmetros evidenciados entre (4.21) e (4.32) foram adequadamente descritos na subseção 4.3, mas ainda é necessário definir os parâmetros que restam. Com a finalidade de simplificar as definições e descrições subsequentes, de agora em diante, as barras de referência energética de um SEP serão intituladas barras ER e as barras que não se enquadram na condição de referência energética de um SEP serão denominadas barras NER. No que tange aos parâmetros remanescentes, o escalar $q_{g,er}$ e os elementos do vetor $\mathbf{q}_{g,ner}$ designam, respectivamente, os valores dos níveis de potência reativa injetados na barra ER e nas barras NER de um SEP. O escalar $q_{d,er}$ e os elementos do vetor $\mathbf{q}_{d,ner}$ denotam, respectivamente, os montantes de potência reativa demandados na barra ER e nas barras NER constituintes de um SEP. O escalar $q_{f,er}$ e os elementos do vetor $\mathbf{q}_{f,ner}$ representam, respectivamente, as injeções de fluxo de potência reativa na rede advindas da barra ER e das barras NER de um SEP. Os elementos do vetor \mathbf{q}_{gb} designam os valores dos níveis de potência reativa injetados em todas as barras interligadas às plantas de geração que compõem um SEP, sejam tais barras do gênero ER ou não. Os vetores \mathbf{q}_{gb}^{max} e \mathbf{q}_{gb}^{min} são formados, respectivamente, pelos limites superiores e inferiores impostos aos correspondentes valores do vetor \mathbf{q}_{gb} . O vetor \mathbf{x} é integrado pelos valores das variáveis de estado que regem um SEP. Já os vetores \mathbf{x}^{max} e \mathbf{x}^{min} são constituídos, respectivamente,

pelos limites superiores e inferiores impostos aos correspondentes valores do vetor \mathbf{x} . Analogamente ao assumido na subsecção 4.3, as grandezas elétricas que compõem as formulações da presente subsecção são expressas em p.u.

A função de Lagrange concernente ao arcabouço de otimização formulado entre (4.21) e (4.32) assume a forma exibida em (4.33).

$$\begin{aligned}
L = & C(\mathbf{p}_{gb}) + p_{ds}\lambda_{p_{ds}} \\
& + [-\mathbf{p}_g - \alpha p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x})]^T \boldsymbol{\lambda}_p \\
& + [-q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er}(\mathbf{x})]^T \lambda_{q,er} \\
& + [-\mathbf{q}_{g,ner} + \mathbf{q}_{d,ner} + \mathbf{q}_{f,ner}(\mathbf{x})]^T \boldsymbol{\lambda}_{q,ner} \\
& + [\mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max}]^T \boldsymbol{\mu} + [\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\
& + [-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{min} + [\mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\
& + [-\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_q^{min} + [\mathbf{x} - \mathbf{x}^{max}]^T \boldsymbol{\varphi}^{max} \\
& + [-\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min}]^T \boldsymbol{\varphi}^{min}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

em que o escalar $\lambda_{q,er}$ e os elementos do vetor $\boldsymbol{\lambda}_{q,ner}$ denotam, respectivamente, os LMPs de potência reativa referentes à barra ER e às barras NER de um SEP. Os vetores $\boldsymbol{\eta}_q^{max}$ e $\boldsymbol{\eta}_q^{min}$ são compostos pelos multiplicadores de Lagrange vinculados, respectivamente, aos limites superiores e inferiores impostos às injeções de potência reativa advindas das plantas que integram o portfólio de geração de um SEP. Já os vetores $\boldsymbol{\varphi}^{max}$ e $\boldsymbol{\varphi}^{min}$ são constituídos pelos multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente, aos limites superiores e inferiores instituídos às variáveis de estado de um SEP.

A determinação da solução ótima do problema de otimização descrito entre (4.21) e (4.32) exige que as condições de KKT expostas entre (4.34) e (4.38) sejam apropriadamente satisfeitas.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{p}_{gb}} = \frac{\partial C(\mathbf{p}_{gb})}{\partial \mathbf{p}_{gb}} - \boldsymbol{\lambda}_{p_g} + \boldsymbol{\eta}_p^{max} - \boldsymbol{\eta}_p^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \tag{4.34}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_{gb}} = -\boldsymbol{\lambda}_{q_g} + \boldsymbol{\eta}_q^{max} - \boldsymbol{\eta}_q^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \tag{4.35}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_p + \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_{q,ner} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,er} + \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varphi}^{max} \tag{4.36}$$

$$-\boldsymbol{\varphi}^{min} = \mathbf{0}_{(2n-2) \times 1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ds}} = \lambda_{p_{ds}} - \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\lambda}_p = 0 \quad (4.37)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max} \\ \mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \\ \mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min} \\ \mathbf{x} - \mathbf{x}^{max} \\ -\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{min} \\ \boldsymbol{\varphi}^{max} \\ -\boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n_{ml} \times 1}, \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{min} \\ \boldsymbol{\varphi}^{max} \\ -\boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}_{n_{ml} \times 1} \quad (4.38)$$

em que $n_{ml} = 2n_{tl} + 4(n_g + n - 1)$ e $\boldsymbol{\lambda}_{q_g}$ designa um vetor composto pelos LMPs de potência reativa referentes a todas as barras de geração de um SEP, sejam tais barras da categoria ER ou não.

Novamente, é importante salientar que as exigências de factibilidade expressas entre (4.22) e (4.25) também consistem em condições de KKT e requerem a devida satisfação para a otimalidade de uma determinada solução.

Em face do modelo de FPO em vigor, as perdas de potência reativa através do sistema de transmissão são computadas por intermédio de (4.39).

$$q_l = \mathbf{1}_{(n-1) \times 1}^T \mathbf{q}_{ner} + q_{g,er} - q_{d,er} \quad (4.39)$$

em que \mathbf{q}_{ner} designa o vetor das injeções líquidas de potência reativa em cada barra de um SEP, excetuando-se a barra RE. Em suma, assume-se que $\mathbf{q}_{ner} = \mathbf{q}_{g,ner} - \mathbf{q}_{d,ner}$.

Dessa forma, baseando-se em (4.12) e (4.39), os vetores das sensibilidades das perdas de potência ativa e reativa são computados por intermédio das relações expostas na igualdade matricial (4.40).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Inicialmente, com o intuito de possibilitar a subsequente dedução das sensibilidades que integram o lado direito de (4.40), efetua-se a diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra ER definida em (4.24) em relação a \mathbf{p} e \mathbf{q}_{ner} , em conformidade com o exposto, respectivamente, em (4.41) e (4.42).

$$\begin{aligned}
& -q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er} = 0 \\
\Rightarrow & -\frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times 1} \\
\Rightarrow & \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}}
\end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned}
& -q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er} = 0 \\
\Rightarrow & -\frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \\
\Rightarrow & \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Substituindo (4.41) e (4.42) em (4.40), obtém-se a relação matricial expressa em (4.43).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

Por conveniência concernente às posteriores formulações matemáticas, a matriz jacobiana proveniente da expansão de Taylor de primeira ordem das equações de fluxo de potência descritas em (4.23) e (4.25) é devidamente explicitada em (4.44).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

A diferenciação de (4.23) em relação a \mathbf{p} resulta na igualdade explicitada em (4.45).

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{p}} - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times n} \\
\Rightarrow & -\mathbf{I}_n - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times n} \\
\Rightarrow & \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Na relação exposta em (4.45), \mathbf{I}_n denota uma matriz identidade de ordem n .

Similarmente ao efetuado em (4.45), promove-se a diferenciação de (4.23) em relação a \mathbf{q}_{ner} , de (4.25) em relação a \mathbf{p} e de (4.25) em relação a \mathbf{q}_{ner} , o que resulta nas igualdades matriciais evidenciadas, respectivamente, em (4.46), (4.47) e (4.48).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times (n-1)} \tag{4.46}$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{(n-1) \times n} \tag{4.47}$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \mathbf{I}_{(n-1)} \tag{4.48}$$

Agregando as equações descritas entre (4.45) e (4.48), obtém-se a relação exprimida em (4.49).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{2n-1} \tag{4.49}$$

Dessa forma, substituindo (4.44) em (4.49) evidencia-se que uma parcela das sensibilidades necessárias para o cálculo dos fatores de perdas incrementais expressos em

(4.43) é obtida mediante a inversa da matriz jacobiana, conforme observado em (4.50). Já a parcela remanescente de sensibilidades é determinada diretamente pela trivial diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra ER em relação às variáveis de estado.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \quad (4.50)$$

As matrizes das sensibilidades dos fluxos de potência aparente em relação às injeções líquidas de potência ativa e reativa são determinadas, respectivamente, mediante a aplicação de (4.51) e (4.52). Um elemento genérico posicionado na linha i e na coluna j da matriz \mathbf{T}_{sp} denota a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à injeção líquida de potência ativa na barra j e à correspondente extração na barra de compensação distribuída de potência ativa de um SEP. Analogamente, um elemento genérico posicionado na linha i e na coluna j da matriz $\mathbf{T}_{sq,ner}$ expressa a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à injeção líquida de potência reativa na barra j e à respectiva compensação na barra ER de um SEP.

$$\mathbf{T}_{sp} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \quad (4.51)$$

$$\mathbf{T}_{sq,ner} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \quad (4.52)$$

Novamente, é notório que as sensibilidades das variáveis de estado em relação às injeções líquidas de potências ativa e reativa nas barras de um SEP expressas em (4.51) e (4.52) podem ser prontamente adquiridas por intermédio de (4.50).

As componentes dos LMPs são, obviamente, definidas mediante as relações de correspondência possibilitadas pela formulação de um conjunto de equações. Portanto, as inequações que compõem (4.38) são desconsideradas. As igualdades constituintes de (4.38) não exprimem nenhuma relação explicitamente direta com os LMPs de potência ativa e reativa, não devendo ser incorporadas na composição matemática da precificação marginal desejada. Além disso, as componentes provenientes dos desmembramentos

definidos em (4.34) e (4.35) não exibem as características tipicamente ambicionadas pelos estudos de mercados elétricos. Por conseguinte, com a desconsideração das equações associadas às decomposições indesejadas e com a supressão do conjunto de inequações supracitado, as relações remanescentes das condições definidas em (4.36) e (4.37) podem ser sintetizadas em conformidade com o exposto em (4.53).

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\boldsymbol{\alpha}^T & \mathbf{0}_{1 \times (n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,er} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} \\
&\Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \end{bmatrix}^{-1T} \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,er} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Substituindo (4.50) em (4.53) obtém-se a igualdade exprimida em (4.54).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,er} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} \\
&= - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} \\
&= - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu}
\end{aligned} \tag{4.54}$$

$$+ \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} [-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min}]$$

Substituindo os fatores de sensibilidade extraídos de (4.43), (4.51) e (4.52) em (4.54), é possível deduzir a fragmentação ilustrada em (4.55).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_p \\ \boldsymbol{\lambda}_{q,ner} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} - \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} - \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p,ds} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{sp}^T \\ \mathbf{T}_{sq,ner}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ &+ \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} [-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min}] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p,ds} \\ \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \lambda_{p,ds} - \begin{bmatrix} \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \lambda_{q,er} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{sp}^T \\ \mathbf{T}_{sq,ner}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ &- \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \end{aligned} \quad (4.55)$$

As ambicionadas fragmentações dos LMPs de potência ativa e reativa devem assumir as formas definidas em (4.56) e (4.57).

$$\boldsymbol{\lambda}_p = \boldsymbol{\lambda}_{p_e} + \boldsymbol{\lambda}_{p_{lp}} + \boldsymbol{\lambda}_{q_{lp}} + \boldsymbol{\lambda}_{s_{cp}} + \boldsymbol{\lambda}_{x_{cp}} \quad (4.56)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_q = \boldsymbol{\lambda}_{q_e} + \boldsymbol{\lambda}_{p_{lq}} + \boldsymbol{\lambda}_{q_{lq}} + \boldsymbol{\lambda}_{s_{cq}} + \boldsymbol{\lambda}_{x_{cq}} \quad (4.57)$$

em que $\boldsymbol{\lambda}_{q_e}$ denota o vetor composto integralmente pelo escalar $\lambda_{q,er}$, que corresponde ao LMP de potência reativa na barra ER de um SEP. O vetor $\boldsymbol{\lambda}_{p_{lq}}$ é constituído pelos preços marginais das perdas de potência ativa ao longo da rede de transmissão na instância dos LMPs de potência reativa $\boldsymbol{\lambda}_q$. Os elementos dos vetores $\boldsymbol{\lambda}_{q_{lp}}$ e $\boldsymbol{\lambda}_{q_{lq}}$ designam os preços marginais das perdas de potência reativa ao longo da rede de transmissão, respectivamente,

associados aos LMPs λ_p e λ_q . O vetor λ_{s_cq} é integrado pelos preços marginais das restrições associadas ao sistema de transmissão no contexto dos LMPs de potência reativa λ_q . Já os elementos que integram os vetores λ_{x_cp} e λ_{x_cq} correspondem aos preços marginais dos limiares instituídos às variáveis de estado, respectivamente, concernentes aos LMPs λ_p e λ_q .

No contexto do presente trabalho, os elementos de $\lambda_{q|p}$ e λ_{x_cp} são nomeados, respectivamente, componentes de perdas de potência reativa de λ_p e componentes de limites de estado de λ_p . Já os elementos de λ_{q_e} , $\lambda_{p|q}$, $\lambda_{q|q}$, λ_{s_cq} e λ_{x_cq} são nomeados, respectivamente, componentes de referência energética de λ_q , componentes de perdas de potência ativa de λ_q , componentes de perdas de potência reativa de λ_q , componentes de congestionamento de λ_q e componentes de limites de estado de λ_q . As demais componentes foram denominadas na subsecção 4.3.

Por intermédio de uma comparação entre (4.55), (4.56) e (4.57), é possível determinar, em conformidade com o explicitado entre (4.58) e (4.62), as relações matemáticas que definem as distintas componentes dos LMPs de potência ativa providas do arcabouço de FPO regido pelo modelo híbrido de especificação de referência energética.

$$\lambda_{p_e} = \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.58)$$

$$\lambda_{p|p} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.59)$$

$$\lambda_{q|p} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \lambda_{q_{er}} \quad (4.60)$$

$$\lambda_{s_cp} = -\mathbf{T}_{sp}^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.61)$$

$$\lambda_{x_cp} = -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \quad (4.62)$$

Todavia, a decomposição dos LMPs de potência reativa depende do gênero das barras no que concerne à compensação da referida potência reativa, ou seja, se tais barras

são do tipo ER ou NER. Dessa forma, as componentes dos LMPs de potência reativa associadas à barra ER provenientes do modelo de FPO vigente são definidas em (4.63) e (4.64).

$$\lambda_{q_e,er} = \lambda_{q,er} \quad (4.63)$$

$$\lambda_{p_lq,er} = \lambda_{q_lq,er} = \lambda_{s_cq,er} = \lambda_{x_cq,er} = 0 \quad (4.64)$$

em que $\lambda_{q_e,er}$ equivale ao escalar $\lambda_{q,er}$, o qual denota o LMP de potência reativa na barra ER de um SEP. O escalar $\lambda_{p_lq,er}$ designa o preço marginal das perdas de potência ativa ao longo da rede de transmissão concernente ao LMP $\lambda_{q_e,er}$. Os elementos dos vetores λ_{q_lq} e λ_{q_lq} designam os preços marginais das perdas de potência reativa ao longo da rede de transmissão, respectivamente, associados aos LMPs λ_p e λ_q . Os vetores λ_{s_cp} e λ_{s_cq} são constituídos pelos preços marginais das restrições inerentes à rede de transmissão, respectivamente, vinculados aos LMPs λ_p e λ_q . Já os elementos que integram os vetores λ_{x_cp} e λ_{x_cq} correspondem aos preços marginais dos limiares instituídos às variáveis de estado, respectivamente, concernentes aos LMPs λ_p e λ_q .

Já as componentes dos LMPs de potência reativa concernentes às barras NER provindas do modelo de FPO em vigor são expressas entre (4.65) e (4.69).

$$\lambda_{q_e,ner} = \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \quad (4.65)$$

$$\lambda_{p_lq,ner} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.66)$$

$$\lambda_{q_lq,ner} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \lambda_{q,er} \quad (4.67)$$

$$\lambda_{s_cq,ner} = -\mathbf{T}_{sq,ner}^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.68)$$

$$\lambda_{x_cq,ner} = -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]. \quad (4.69)$$

4.4.2 Congruência entre modelos de decomposição de LMPs perante diferentes sensibilidades de potência

Essencialmente, a dedução das componentes dos LMPs provenientes dos modelos de decomposição formulados nas subseções 4.3 e 4.4.1 é alicerçada nas sensibilidades das injeções de potência ativa na barra ER e das variáveis de estado em relação às injeções líquidas de potência nas barras de um SEP. No âmbito específico do modelo de decomposição concebido na subseção 4.3, a formulação das componentes dos LMPs de potência ativa é respaldada nas sensibilidades das injeções de potência ativa na barra ER e das variáveis de estado em relação às injeções líquidas de potência ativa em todas as barras de um SEP. Em síntese, a formulação citada é baseada nas sensibilidades de p_{ds} e \mathbf{x} em relação a \mathbf{p} . Já no contexto do modelo de decomposição exposto na subseção 4.4.1, a dedução das componentes dos LMPs de potência ativa e reativa é fundamentada nas sensibilidades das injeções de potência ativa na barra ER e das variáveis de estado em relação às injeções líquidas de potência ativa em todas as barras de um SEP e às injeções líquidas de potência reativa nas barras NER de um SEP. Em suma, a dedução mencionada é amparada nas sensibilidades de p_{ds} e \mathbf{x} em relação a \mathbf{p} e \mathbf{q}_{ner} .

Em conformidade com o exposto em (4.15) e (4.50), as sensibilidades concernentes aos modelos de decomposição formulados nas subseções 4.3 e 4.4.1 são obtidas por intermédio da inversão da matriz jacobiana originada da expansão de Taylor de primeira ordem das equações de fluxo de potência em torno da solução ótima do problema de FPO correspondente. No âmbito do modelo de FPO descrito na subseção 4.3, a relação entre as mencionadas sensibilidades e a matriz jacobiana exposta em (4.14) é determinada mediante a diferenciação das equações de fluxo de potência ativa que compõem (4.3) em relação às injeções líquidas de potência ativa em todas as barras de um SEP. De forma sucinta, tal relação é adquirida através da diferenciação de (4.3) em relação a \mathbf{p} . Já no contexto do modelo de FPO da subseção 4.4.1, a relação entre as sensibilidades citadas e a matriz jacobiana definida em (4.44) é estipulada por intermédio da diferenciação das equações de fluxo de potência que integram (4.23) e (4.25) em relação às injeções líquidas de potência ativa em todas as barras de um SEP e às injeções líquidas de potência reativa nas barras NER de um SEP. De forma concisa, tal relação é obtida mediante a diferenciação de (4.23) e (4.25) em relação a \mathbf{p} e \mathbf{q}_{ner} .

O aspecto primordial a ser assimilado das relações previamente descritas no âmbito dos modelos de decomposição apresentados nas seções precedentes é o fato da dedução das componentes dos LMPs advir, em última instância, da diferenciação das equações de fluxo de potência em relação às injeções líquidas de potência. Em conformidade com o definido na subseção 1.1, o LMP associado a uma determinada barra de um SEP retrata o custo integral de produção de eletricidade necessário para suprir um aumento unitário de demanda na barra em questão do modo menos dispendioso possível, satisfazendo, nesse processo, as restrições em vigência. Dessa forma, visto que a prévia definição de LMP refere-se a uma sensibilidade de custos em relação às demandas de potência nas barras de um SEP, aparentemente, a diferenciação das equações de fluxo de potência que alicerçam a formulação das componentes dos LMPs não deveria ser efetuada em relação às injeções líquidas de potência, conforme considerado nas deduções das subseções 4.3 e 4.4.1, mas sim em relação às demandas de potência. De fato, no modelo de decomposição dependente de referência descrito no trabalho formulado por Cheng e Overby (2006), a formulação das componentes dos LMPs é baseada na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às demandas de potência ativa também nas barras NER de um SEP. Todavia, no esquema de decomposição dependente de referência posteriormente introduzido por Orfanogianni e Gross (2007), a determinação das componentes dos LMPs é fundamentada na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa nas barras NER em relação às injeções de potência ativa também nas barras NER de um SEP. Tal imposição aparenta ser inadequada à definição de LMP previamente enunciada, uma vez que, nesse caso, as componentes de perdas e de congestionamento dos LMPs passam a ser constituídas, respectivamente, por sensibilidades de perdas de potência ativa e de fluxos de potência ativa em relação às injeções de potência ativa, e não em relação às demandas de potência ativa. Neste ponto, é válido e conveniente lembrar que, em conformidade com o definido nas subseções 4.3 e 4.4.1, injeção líquida de potência e injeção de potência são parâmetros distintos. O valor da injeção líquida de potência em uma determinada barra de um SEP corresponde à diferença entre o valor da injeção de potência e o valor da demanda de potência em tal barra. Ademais, é importante ressaltar que na estratégia de decomposição dependente de referência descrita no trabalho elaborado por Orfanogianni e Gross (2007), todas as barras que constituem um SEP são do tipo NER, posto que a formulação do FPO que respalda o referido esquema de decomposição é integrada por um modelo de barra de compensação distribuída.

Perante a escassez de homogeneidade acerca do gênero de potência (injeção líquida, injeção ou demanda) em relação às quais empreende-se a diferenciação das equações de fluxo de potência que, em última instância, ditam a dedução das componentes dos LMPs, apresenta-se na sequência da presente subseção validações matemáticas com o propósito de demonstrar a total equivalência entre as diferentes abordagens de decomposição. Inicialmente, promove-se a formulação de um modelo de decomposição análogo ao da subseção precedente, mas em vez de deduzir as componentes de LMPs com base na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às injeções líquidas de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP, efetua-se tal diferenciação em relação às demandas de potência ativa e reativa nas barras NER do SEP em questão. Subsequentemente, formula-se novamente um modelo de decomposição similar ao da subseção prévia, mas em vez de conceber as componentes de LMPs com alicerce na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às injeções líquidas de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP, executa-se tal diferenciação em relação às injeções de potência ativa e reativa nas barras NER do referido SEP. Posteriormente, com o propósito de instituir uma padronização da formulação dos modelos de decomposição no contexto das disparidades previamente citadas, comprova-se a absoluta congruência entre as componentes de LMPs deduzidas em cada um dos distintos modelos considerados.

Primeiramente, assume-se que o modelo de FPO que respalda a formulação de todos os esquemas de decomposição de LMPs previamente mencionados corresponde ao mesmo adotado na metodologia de decomposição proposta na subseção anterior, ou seja, o modelo definido entre (4.21) e (4.32).

Dessa forma, visando a formulação do modelo de decomposição de LMPs baseado na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às demandas de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP, reescreve-se as expressões das perdas de potência ativa e reativa definidas em (4.12) e (4.39) sob as formas apresentadas, respectivamente, em (4.70) e (4.71).

$$p_l = \mathbf{1}_{n \times 1}^T (\mathbf{p}_g - \mathbf{p}_d) + p_{ds} \quad (4.70)$$

$$q_l = \mathbf{1}_{(n-1) \times 1}^T (\mathbf{q}_{g,ner} - \mathbf{q}_{d,ner}) + q_{g,er} - q_{d,er} \quad (4.71)$$

No contexto das expressões previamente expostas, os vetores das sensibilidades das perdas de potência ativa e reativa são calculados através das relações apresentadas na igualdade matricial (4.72).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & -\mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

Primeiramente, com o propósito de possibilitar a posterior dedução das sensibilidades que compõem o lado direito de (4.72), promove-se a diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra ER descrita em (4.24) em relação a \mathbf{p}_d e $\mathbf{q}_{d,ner}$, de acordo com o apresentado, respectivamente, em (4.73) e (4.74).

$$\begin{aligned} -q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er} &= 0 \\ \Rightarrow -\frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}_d} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{p}_d} &= \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \Rightarrow \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}_d} &= \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned} -q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er} &= 0 \\ \Rightarrow -\frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} &= \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \\ \Rightarrow \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} &= \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (4.74)$$

Na sequência, substituindo (4.73) e (4.74) em (4.72), adquire-se a relação matricial evidenciada em (4.75).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & -\mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

A diferenciação de (4.23) em relação a \mathbf{p}_d proporciona a igualdade exposta em (4.76).

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \mathbf{p}_d}{\partial \mathbf{p}_d} - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}_d} = \mathbf{0}_{n \times n} \\
\Rightarrow & \mathbf{I}_n - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}_d} = \mathbf{0}_{n \times n} \\
\Rightarrow & \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T \end{bmatrix} = -\mathbf{I}_n
\end{aligned} \tag{4.76}$$

Analogamente ao empreendido em (4.76), efetua-se a diferenciação de (4.23) em relação a $\mathbf{q}_{d,ner}$, de (4.25) em relação a \mathbf{p}_d e de (4.25) em relação a $\mathbf{q}_{d,ner}$, o que produz as igualdades matriciais expressas, respectivamente, em (4.77), (4.78) e (4.79).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times (n-1)} \tag{4.77}$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} = \mathbf{0}_{(n-1) \times n} \tag{4.78}$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} = -\mathbf{I}_{(n-1)} \tag{4.79}$$

Agrupando as relações definidas entre (4.76) e (4.79), chega-se à igualdade representada em (4.80).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T \end{bmatrix} = -\mathbf{I}_{2n-1} \tag{4.80}$$

Em seguida, substituindo a matriz Jacobiana (4.44) em (4.80), constata-se que uma parcela das sensibilidades necessárias para a determinação dos fatores de perdas incrementais definidos em (4.75) é adquirida por intermédio da aplicação de (4.81). Já a porção remanescente de sensibilidades é calculada diretamente pela simples diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra ER em relação às variáveis de estado.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{p}_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{p}_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \end{bmatrix} = -\mathbf{J}^{-1} \quad (4.81)$$

Já as matrizes das sensibilidades dos fluxos de potência aparente em relação às demandas de potência ativa e reativa são calculadas, respectivamente, através da aplicação de (4.82) e (4.83). Um elemento genérico situado na linha i e na coluna j da matriz \mathbf{T}_{sp}^d designa a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à demanda de potência ativa na barra j e ao respectivo contrabalanço na barra de compensação distribuída de potência ativa de um SEP. Similarmente, um elemento genérico localizado na linha i e na coluna j da matriz $\mathbf{T}_{sq,ner}^d$ denota a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à demanda de potência reativa na barra j e à correspondente compensação na barra ER de um SEP.

$$\mathbf{T}_{sp}^d = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}_d} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} \quad (4.82)$$

$$\mathbf{T}_{sq,ner}^d = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \quad (4.83)$$

Nota-se facilmente que as sensibilidades das variáveis de estado em relação às demandas de potências ativa e reativa nas barras de um SEP explicitadas em (4.82) e (4.83) podem ser obtidas mediante (4.81).

Na sequência, substituindo (4.81) em (4.53) chega-se à igualdade expressa em (4.84).

$$\begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$$\begin{aligned}
&= - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,er} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \end{bmatrix} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min} \right] \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]
\end{aligned}$$

Substituindo os fatores de sensibilidade que integram (4.75), (4.82) e (4.83) em (4.84), é possível obter a decomposição apresentada em (4.85).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\mathbf{T}_{sp}^d)^T \\ (\mathbf{T}_{sq,ner}^d)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p_{ds}} \\ \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} + \begin{bmatrix} \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_d} \\ \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \end{bmatrix} \lambda_{q,er} + \begin{bmatrix} (\mathbf{T}_{sp}^d)^T \\ (\mathbf{T}_{sq,ner}^d)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu}
\end{aligned} \tag{4.85}$$

$$+ \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]$$

É importante recordar que os ambicionados desmembramentos dos LMPs de potência ativa e reativa devem assumir as formas determinadas em (4.56) e (4.57). Dessa forma, através de uma comparação entre (4.85), (4.56) e (4.57), é possível estabelecer, conforme apresentado entre (4.86) e (4.90), as relações matemáticas que descrevem as distintas componentes dos LMPs de potência ativa advindas da formulação de FPO baseada no modelo híbrido de determinação de referência energética. É crucial lembrar que tal modelo híbrido é formulado no contexto do esquema de decomposição de LMPs baseado na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às demandas de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP

$$\boldsymbol{\lambda}_{p_e} = \mathbf{1}_{n \times 1} \boldsymbol{\lambda}_{p_{ds}} \quad (4.86)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{p_{lp}} = \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_d} \boldsymbol{\lambda}_{p_{ds}} \quad (4.87)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{q_{lp}} = \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_d} \boldsymbol{\lambda}_{q_{er}} \quad (4.88)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{s_{cp}} = (\mathbf{T}_{sp}^d)^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.89)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{x_{cp}} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]. \quad (4.90)$$

No entanto, analogamente ao verificado na subseção precedente, a decomposição dos LMPs de potência reativa depende do gênero das barras no tocante à compensação da potência reativa mencionada, isto é, se tais barras são do tipo ER ou NER. Por conseguinte, as componentes dos LMPs de potência reativa vinculadas à barra ER provindas do modelo de FPO em vigor são expressos em (4.91) e (4.92).

$$\lambda_{q_e,er} = \lambda_{q,er} \quad (4.91)$$

$$\lambda_{p_lq,er} = \lambda_{q_lq,er} = \lambda_{s_cq,er} = \lambda_{x_cq,er} = 0. \quad (4.92)$$

Por fim, as componentes dos LMPs de potência reativa associadas às barras NER advindas do corrente modelo de FPO são definidas entre (4.93) e (4.97).

$$\lambda_{q_e,ner} = \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \quad (4.93)$$

$$\lambda_{p_lq,ner} = \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.94)$$

$$\lambda_{q_lq,ner} = \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \lambda_{q,er} \quad (4.95)$$

$$\lambda_{s_cq,ner} = (\mathbf{T}_{sq,ner}^d)^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.96)$$

$$\lambda_{x_cq,ner} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]. \quad (4.97)$$

Com o propósito de evitar uma exposição demasiadamente prolongada de formulações matemáticas associadas aos modelos de decomposição em estudo, a construção do modelo remanescente, ou seja, o esquema de decomposição de LMPs baseado na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às injeções de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP, é apresentada no Apêndice A do presente trabalho. No contexto de tal modelo, as relações matemáticas que representam as diferentes componentes dos LMPs de potência ativa provindas da formulação de FPO fundamentada no modelo híbrido de especificação de referência energética são expostas entre (4.98) e (4.102).

$$\lambda_{p_e} = \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.98)$$

$$\lambda_{p_l p} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.99)$$

$$\lambda_{q_l p} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \lambda_{q,er} \quad (4.100)$$

$$\lambda_{s_c p} = -(\mathbf{T}_{sp}^g)^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.101)$$

$$\lambda_{x_c p} = -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \quad (4.102)$$

Ainda no âmbito de tal modelo, as componentes dos LMPs de potência reativa associadas à barra ER são descritas em (4.103) e (4.104).

$$\lambda_{q_e,er} = \lambda_{q,er} \quad (4.103)$$

$$\lambda_{p_l q,er} = \lambda_{q_l q,er} = \lambda_{s_c q,er} = \lambda_{x_c q,er} = 0. \quad (4.104)$$

Enfim, as componentes dos LMPs de potência reativa vinculadas às barras NER provenientes do modelo de decomposição em questão são apresentadas entre (4.105) e (4.109).

$$\lambda_{q_e,ner} = \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \quad (4.105)$$

$$\lambda_{p_l q,ner} = \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.106)$$

$$\lambda_{q_l q,ner} = \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \lambda_{q,er} \quad (4.107)$$

$$\lambda_{s_c q,ner} = (\mathbf{T}_{sq,ner}^g)^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.108)$$

$$\lambda_{x_cq,ner} = \left(\frac{\partial x}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]. \quad (4.109)$$

Efetuando-se uma comparação entre (4.49), (4.80) e (A.9), obtém-se facilmente as igualdades explicitadas em (4.110) e (4.111), que constituem o núcleo das relações entre os três modelos de decomposição previamente deduzidos e descritos.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial x}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \mathbf{p}_d} & \frac{\partial x}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_d} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \right)^T \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial x}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \mathbf{p}_g} & \frac{\partial x}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

As relações ilustradas em (4.110) e (4.111) permitem a validação da congruência entre as correspondentes componentes dos LMP oriundas dos três esquemas de desagregação precedentemente apresentados, os quais baseiam-se em diferentes abordagens de sensibilidades de potência.

Primeiramente, (4.58), (4.86) e (4.98) trivialmente evidenciam que as componentes de referência energética dos LMPs de potência ativa provindas dos três modelos são iguais. Já no que tange às demais componentes dos LMPs de potência ativa, a substituição de (4.110) e (4.111) em (4.54) resulta nas relações ilustradas entre (4.112) e (4.115), as quais atestam a igualdade entre as componentes de perdas de potência ativa, de perdas de potência reativa, de congestionamento e de limites de estado advindas dos três modelos de decomposição em análise.

$$\lambda_{p_{lp}} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} \lambda_{p_{ds}} = \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_d} \lambda_{p_{ds}} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.112)$$

$$\lambda_{q_{lp}} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \lambda_{q_{er}} = \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_d} \lambda_{q_{er}} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \lambda_{q_{er}} \quad (4.113)$$

$$\lambda_{s_cp} = -\mathbf{T}_{sp}^T \boldsymbol{\mu} = (\mathbf{T}_{sp}^d)^T \boldsymbol{\mu} = -(\mathbf{T}_{sp}^g)^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.114)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{x_cp} &= -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_d}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \\ &= -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \end{aligned} \quad (4.115)$$

Na sequência, (4.63), (4.91) e (4.103) comprovam que as componentes de referência energética dos LMPs de potência reativa associadas à barra ER de um SEP provenientes dos três modelos são iguais. Além disso, as igualdades (4.64), (4.92) e (4.104) certificam que as demais componentes dos LMPs de potência reativa vinculadas à barra ER de um SEP também são idênticas.

Em seguida, as relações (4.65), (4.93) e (4.105) atestam que as componentes de referência energética dos LMPs de potência reativa associadas às barras NER de um SEP advindas dos três modelos são iguais. Finalmente, no que concerne às demais componentes dos LMPs de potência reativa vinculadas às barras NER, mais um vez, a substituição de (4.110) e (4.111) em (4.54) proporciona as relações apresentadas entre (4.116) e (4.119), as quais comprovam a igualdade entre as componentes de perdas de potência ativa, de perdas de potência reativa, de congestionamento e de limites de estado providas dos três modelos de decomposição em estudo.

$$\lambda_{p_lq,ner} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \lambda_{p_{ds}} = \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \lambda_{p_{ds}} = \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \lambda_{p_{ds}} \quad (4.116)$$

$$\lambda_{q_lq,ner} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \lambda_{q_{er}} = \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}} \lambda_{q_{er}} = \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \lambda_{q_{er}} \quad (4.117)$$

$$\lambda_{s_cq,ner} = -\mathbf{T}_{sq,ner}^T \boldsymbol{\mu} = (\mathbf{T}_{sq,ner}^d)^T \boldsymbol{\mu} = (\mathbf{T}_{sq,ner}^g)^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.118)$$

$$\lambda_{x_cq,ner} = -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{d,ner}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \quad (4.119)$$

$$= \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]$$

Dessa forma, perante as constatações e relações previamente expressas, comprova-se a absoluta congruência entre as componentes de LMPs deduzidas em cada um dos três modelos de decomposição correntemente analisados. Tal corroboração permite a imposição da injeção líquida de potência como a classe padrão de potência em relação à qual efetua-se a diferenciação das equações de fluxo de potência que precede a dedução das componentes de LMPs oriundas de diferentes modelos de decomposição. A referida padronização é considerada nos modelos de decomposição propostos no presente trabalho e pode ser prontamente adotada em estudos futuros na área de mercados de eletricidade.

4.4.3 Incompatibilidade entre modelos de decomposição de LMPs e compensação reativa das formulações de fluxo de potência

Em conformidade com o panorama justificante descrito na subseção 4.1, a proposição central do presente trabalho corresponde à formulação de um modelo de decomposição de LMPs alicerçado em um arcabouço de FPO que, além de incluir o tradicional esquema de compensação distribuída de potência ativa, deve incorporar um modelo de contrabalanço distribuído de potência reativa. O modelo oriundo de tal proposição visa o pertinente alinhamento entre estratégias de compensação de potência ativa e reativa, visto que os arranjos de compensação distribuída de potência ativa incorporados a modelos de FPO são razoavelmente longevos no contexto da literatura correlata, contrariamente aos esquemas de contrabalanço distribuído de potência reativa. Os motivos da necessidade de promover o supracitado alinhamento são devidamente explicitados na subseção 4.1. Essencialmente, as estratégias de compensação distribuída de potência reativa têm se mantido imutáveis desde a publicação dos primeiros trabalhos dedicados a proposições e investigações de modelos de decomposição de LMPs. Em síntese, nas formulações de FPOCA subjacentes aos esquemas de decomposição de LMPs que empregam tais estratégias de contrabalanço, a compensação de potência reativa é efetuada integralmente em uma única barra de um SEP.

O problema do fluxo de potência traduz-se em um sistema de equações algébricas não-lineares provindas de modelos estáticos descritivos dos elementos de um SEP. É de amplo conhecimento que na formulação mais básica e convencional de tal problema, as barras que integram um determinado SEP são classificadas em três categorias: PV, PQ e $V\theta$ (também denominada barra *swing*, *slack* ou de referência). No tradicional modelo de fluxo de potência mencionado, o contrabalanço de eventuais desalinhamentos entre a geração e o consumo de potência ativa é efetuado totalmente na barra $V\theta$ de um SEP. Já a compensação de desalinhamentos entre a geração e o consumo de potência reativa é executada nas barras $V\theta$ e PV do SEP em questão. Dessa forma, é perceptível que, no âmbito da formulação básica do fluxo de potência, os processos de contrabalanço de potência ativa e reativa transcorrem de maneiras distintas. Ao passo que a compensação de potência ativa é empreendida de modo centralizado em uma única barra, o contrabalanço de potência reativa é exercido de forma distribuída através de um conjunto de barras. A composição da estrutura de otimização dos mais variados gêneros de modelos de FPOCA invariavelmente abrange as equações de fluxo de potência na formulação do seu conjunto de restrições. Por conseguinte, a incorporação de barras PV e $V\theta$ no arranjo matemático dos referidos modelos de FPOCA oferece de antemão um esquema de compensação de potência reativa inerente às atribuições das referidas barras no contexto da formulação do fluxo de potência. Todavia, em conformidade com o demonstrado nas deduções subsequentes, a inclusão do supracitado modelo de compensação de potência reativa nas formulações de FPOCA mostra-se absolutamente inadequada à elaboração de quaisquer esquemas de decomposição de LMPs.

Com o intuito de corroborar a referida incompatibilidade entre eventuais estratégias de decomposição de LMPs e o convencional esquema de contrabalanço de potência reativa empregado na formulação básica do fluxo de potência, considera-se um modelo de FPO no qual a compensação de potência ativa segue a estratégia apresentada na subseção 4.3. Já o contrabalanço de potência reativa, conforme previamente mencionado, obedece ao esquema convencionalmente adotado nas formulações básicas de fluxo de potência, em que a compensação dos desalinhamentos observados entre a geração e o consumo de potência reativa é efetuada nas barras PV e $V\theta$ de um SEP.

A formulação vigente de FPO respaldada no modelo de fluxo de potência com contrabalanço distribuído de potência ativa e com a convencional compensação distribuída de potência reativa ao longo das barras PV e $V\theta$ visa a minimização do custo total de

geração de eletricidade em um SEP, obedecendo, simultaneamente, uma conjunto específico de restrições. Similarmente ao considerado na elaboração do modelo de FPO da subseção 4.4.1, assume-se, na formulação da corrente subseção, as variáveis de controle, as variáveis de estado e as restrições associadas tanto à potência ativa quanto à potência reativa. Nesse contexto, o conjunto de restrições citado engloba as equações de balanço das potências ativa e reativa em todas as barras, os limites operativos das usinas que integram o portfólio de geração e as restrições de fluxo de potência aparente através dos ramos que compõem um SEP. No entanto, diferentemente da composição matemática do FPO empregado nos estudos da subseção 4.4.1, o modelo proposto na presente subseção considera a incorporação de barras PV e a explicitação da barra $V\theta$ em sua formulação. Desse modo, o referido modelo de FPO é definido pelas relações expressas entre (4.120) a (4.132).

$$\min C(\mathbf{p}_{gb}) \quad (4.120)$$

s.a

$$p_{ds} = 0 \quad (4.121)$$

$$-\mathbf{p}_g - \alpha p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (4.122)$$

$$-q_{g,V\theta} + q_{d,V\theta} + q_{f,V\theta}(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.123)$$

$$-\mathbf{q}_{g,PV} + \mathbf{q}_{d,PV} + \mathbf{q}_{f,PV}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{n_{PV} \times 1} \quad (4.124)$$

$$-\mathbf{q}_{g,ner} + \mathbf{q}_{d,ner} + \mathbf{q}_{f,ner}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{(n-1-n_{PV}) \times 1} \quad (4.125)$$

$$\mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max} \leq \mathbf{0}_{2n_{tl} \times 1} \quad (4.126)$$

$$\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.127)$$

$$-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.128)$$

$$\mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.129)$$

$$-\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.130)$$

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}^{max} \leq \mathbf{0}_{(2n-2-n_{PV}) \times 1} \quad (4.131)$$

$$-\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{0}_{(2n-2-n_{PV}) \times 1} \quad (4.132)$$

Diversos parâmetros expressos entre (4.120) e (4.132) foram apropriadamente definidos na subseção 4.4.1, mas se faz necessário descrever os parâmetros remanescentes. No contexto do presente modelo de FPO, assume-se que as barras do tipo NER correspondem àquelas que não se enquadram nas categorias PV ou V θ . É válido ressaltar que caso se opte por adotar a classificação de barras empregada na formulação básica do fluxo de potência, as referidas barras do tipo NER corresponderiam integralmente à classe das barras PQ. Todavia, em consonância com o observado na compilação elaborada por Cain, O'Neill e Castillo (2013), o arcabouço matemático do FPO, diferentemente do fluxo de potência, constitui um problema de otimização, no qual o número de variáveis não precisa ser equivalente ao número de restrições. Dessa forma, as barras do tipo NER previamente mencionadas podem ser regidas por diferentes imposições de restrições, não somente aquelas que se praticadas enquadrariam tais barras na classe das barras PQ. Contudo, com o objetivo de simplificar as posteriores análises e deduções, considera-se que todas as barras do tipo NER equivalem a barras PQ. O escalar $q_{g,V\theta}$, os elementos do vetor $\mathbf{q}_{g,PV}$ e do vetor $\mathbf{q}_{g,ner}$ denotam, respectivamente, os valores dos níveis de potência reativa injetados na barra V θ , nas barras PV e nas barras NER de um SEP. O escalar $q_{d,V\theta}$, os elementos do vetor $\mathbf{q}_{d,PV}$ e do vetor $\mathbf{q}_{d,ner}$ representam, respectivamente, os montantes de potência reativa demandados na barra V θ , nas barras PV e nas barras NER de um SEP. O escalar $q_{f,V\theta}$, os elementos do vetor $\mathbf{q}_{f,PV}$ e do vetor $\mathbf{q}_{f,ner}$ designam, respectivamente, as injeções de fluxo de potência reativa na rede providas da barra RE, das barras PV e das barras NER de um SEP. Similarmente ao considerado na subseção 4.3, as grandezas elétricas que integram as formulações da subseção em vigor são representadas em p.u.

A função de Lagrange associada ao modelo de otimização expresso entre (4.120) e (4.132) é ilustrada em (4.133).

$$\begin{aligned}
L = & C(\mathbf{p}_{gb}) + p_{ds}\lambda_{p_{ds}} \\
& + [-\mathbf{p}_g - \boldsymbol{\alpha}p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x})]^T \boldsymbol{\lambda}_p \\
& + [-q_{g,V\theta} + q_{d,V\theta} + q_{f,V\theta}(\mathbf{x})]^T \lambda_{q,V\theta} \\
& + [-\mathbf{q}_{g,PV} + \mathbf{q}_{d,PV} + \mathbf{q}_{f,PV}(\mathbf{x})]^T \boldsymbol{\lambda}_{q,PV} \\
& + [-\mathbf{q}_{g,ner} + \mathbf{q}_{d,ner} + \mathbf{q}_{f,ner}(\mathbf{x})]^T \boldsymbol{\lambda}_{q,ner} \\
& + [\mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max}]^T \boldsymbol{\mu} + [\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\
& + [-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{min} + [\mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\
& + [-\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_q^{min} + [\mathbf{x} - \mathbf{x}^{max}]^T \boldsymbol{\varphi}^{max} \\
& + [-\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min}]^T \boldsymbol{\varphi}^{min}
\end{aligned} \tag{4.133}$$

em que o escalar $\lambda_{q,V\theta}$, os elementos do vetor $\boldsymbol{\lambda}_{q,PV}$ e do vetor $\boldsymbol{\lambda}_{q,ner}$ designam, respectivamente, os LMPs de potência reativa referentes à barra V θ . Às barras PV e às barras NER de um SEP.

A determinação da solução ótima do problema de otimização definido entre (4.120) e (4.132) requer que as condições de KKT apresentadas entre (4.134) e (4.138) sejam respeitadas.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{p}_{gb}} = \frac{\partial C(\mathbf{p}_{gb})}{\partial \mathbf{p}_{gb}} - \boldsymbol{\lambda}_{p_g} + \boldsymbol{\eta}_p^{max} - \boldsymbol{\eta}_p^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \tag{4.134}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_{gb}} = -\boldsymbol{\lambda}_{q_g} + \boldsymbol{\eta}_q^{max} - \boldsymbol{\eta}_q^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \tag{4.135}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = & \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_p + \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_{q,ner} + \frac{\partial q_{f,V\theta}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,V\theta} + \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}_{q,PV} \\
& + \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min} = \mathbf{0}_{(2n-2-n_{PV}) \times 1}
\end{aligned} \tag{4.136}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ds}} = \lambda_{p_{ds}} - \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\lambda}_p = 0 \tag{4.137}$$

$$\begin{bmatrix} s_{fl}(\mathbf{x}) - s_{fl}^{max} \\ \mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \\ \mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min} \\ \mathbf{x} - \mathbf{x}^{max} \\ -\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{min} \\ \boldsymbol{\varphi}^{max} \\ -\boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n_{mlpv} \times 1}, \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{min} \\ \boldsymbol{\varphi}^{max} \\ -\boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}_{n_{mlpv} \times 1} \quad (4.138)$$

em que $n_{mlpv} = 2n_{tl} + 4(n_g + n - 1) - 2n_{pv}$.

As requisições de factibilidade impostas entre (4.121) e (4.125) também representam condições de KKT e exigem a adequada satisfação para a otimalidade de uma eventual solução.

No âmbito do modelo de FPO em vigência, as perdas de potência reativa ao longo dos ramos de um SEP são calculadas mediante a aplicação de (4.139).

$$q_l = \mathbf{1}_{(n-1-n_{pv}) \times 1}^T \mathbf{q}_{ner} + q_{g,v\theta} - q_{d,v\theta} + \mathbf{1}_{n_{pv} \times 1}^T \mathbf{q}_{g,pv} - \mathbf{1}_{n_{pv} \times 1}^T \mathbf{q}_{d,pv} \quad (4.139)$$

Dessa maneira, com base em (4.12) e (4.139), os vetores das sensibilidades das perdas de potência ativa e reativa são obtidos mediante as igualdades apresentadas na relação matricial (4.140).

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial(\mathbf{1}_{n_{pv} \times 1}^T \mathbf{q}_{g,pv})}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \mathbf{1}_{(n-1-n_{pv}) \times 1} + \frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} + \frac{\partial(\mathbf{1}_{n_{pv} \times 1}^T \mathbf{q}_{g,pv})}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{p}} + \left[\frac{\partial \mathbf{q}_{g,pv}}{\partial \mathbf{p}} \right]^T \mathbf{1}_{n_{pv} \times 1} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \mathbf{1}_{(n-1-n_{pv}) \times 1} + \frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} + \left[\frac{\partial \mathbf{q}_{g,pv}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right]^T \mathbf{1}_{n_{pv} \times 1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.140)$$

Novamente, a fim de permitir a posterior dedução das sensibilidades que constituem o lado direito de (4.140), empreende-se a diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra $V\theta$ apresentada em (4.123) em relação a \mathbf{p} e \mathbf{q}_{ner} , conforme o exposto, respectivamente, em (4.141) e (4.142).

$$\begin{aligned}
& -q_{g,v\theta} + q_{d,v\theta} + q_{f,v\theta} = 0 \\
\Rightarrow & -\frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times 1} \\
\Rightarrow & \frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{p}} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}}
\end{aligned} \tag{4.141}$$

$$\begin{aligned}
& -q_{g,v\theta} + q_{d,v\theta} + q_{f,v\theta} = 0 \\
\Rightarrow & -\frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} + \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \mathbf{0}_{(n-1-n_{PV}) \times 1} \\
\Rightarrow & \frac{\partial q_{g,v\theta}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}}
\end{aligned} \tag{4.142}$$

Na sequência, efetua-se a diferenciação das equações de fluxo de potência reativa nas barras PV definidas em (4.124) em relação a \mathbf{p} e \mathbf{q}_{ner} , em conformidade com o exibido, respectivamente, em (4.143) e (4.144).

$$\begin{aligned}
& -\mathbf{q}_{g,PV} + \mathbf{q}_{d,PV} + \mathbf{q}_{f,PV} = \mathbf{0}_{n_{PV} \times 1} \\
\Rightarrow & -\frac{\partial \mathbf{q}_{g,PV}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n_{PV} \times n} \\
\Rightarrow & \frac{\partial \mathbf{q}_{g,PV}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}
\end{aligned} \tag{4.143}$$

$$\begin{aligned}
& -\mathbf{q}_{g,PV} + \mathbf{q}_{d,PV} + \mathbf{q}_{f,PV} = \mathbf{0}_{n_{PV} \times 1} \\
\Rightarrow & -\frac{\partial \mathbf{q}_{g,PV}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} + \frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \mathbf{0}_{n_{PV} \times (n-1-n_{PV})} \\
\Rightarrow & \frac{\partial \mathbf{q}_{g,PV}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}
\end{aligned} \tag{4.144}$$

Em seguida, substituindo as relações definidas entre (4.141) e (4.144) em (4.140), obtém-se a igualdade matricial apresentada em (4.145).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}} + \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & \mathbf{1}_{(n-1-n_{PV}) \times 1} + \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}} + \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \mathbf{1}_{n_{PV} \times 1} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \mathbf{1}_{n_{PV} \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.145)$$

Novamente, por conveniência associada às subseqüentes formulações matemáticas, a matriz jacobiana advinda da expansão de Taylor de primeira ordem das equações de fluxo de potência definidas em (4.122) e (4.125) é apresentada em (4.146).

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1-n_{PV}) \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.146)$$

Neste ponto, promove-se a diferenciação de (4.122) em relação a \mathbf{p} , o que resulta na igualdade expressa em (4.147).

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{p}} - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times n} \\ \Rightarrow & -\mathbf{I}_n - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times n} \\ \Rightarrow & \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n \end{aligned} \quad (4.147)$$

Semelhantemente ao efetuado em (4.147), executa-se a diferenciação de (4.122) em relação a \mathbf{q}_{ner} , de (4.125) em relação a \mathbf{p} e de (4.125) em relação a \mathbf{q}_{ner} , o que proporciona as relações matriciais exibidas, respectivamente, em (4.148), (4.149) e (4.150).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times (n-1-n_{PV})} \quad (4.148)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{(n-1-n_{PV}) \times n} \quad (4.149)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} = \mathbf{I}_{(n-1-n_{PV})} \quad (4.150)$$

Agregando as relações descritas entre (4.147) e (4.150), obtém-se a igualdade exposta em (4.151).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1-n_{PV}) \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{2n-1-n_{PV}} \quad (4.151)$$

Por conseguinte, comparando-se (4.146) e (4.151) demonstra-se que uma parte das sensibilidades exigidas para a determinação dos fatores de perdas incrementais definidos em (4.145) é adquirida através da inversa da jacobiana, em conformidade com o exposto em (4.152). Já a parcela remanescente de sensibilidades é determinada pela diferenciação das equações de fluxo de potência reativa na barra $V\theta$ e nas barras PV em relação às variáveis de estado.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \right)^T \end{bmatrix} = -\mathbf{J}^{-1} \quad (4.152)$$

As matrizes das sensibilidades dos fluxos de potência aparente em relação às injeções líquidas de potência ativa e reativa são determinadas, respectivamente, por intermédio da aplicação das relações (4.51) e (4.52) apresentadas na subsecção 4.4.1. No entanto, é imprescindível frisar que, apesar da adoção da mesma expressão matemática para a determinação da matriz $\mathbf{T}_{sq,ner}$ na subsecção 4.4.1 e na subsecção corrente, tal matriz

é distintamente definida em cada uma das duas subseções citadas. No modelo de decomposição de LMPs da presente subseção, um elemento genérico situado na linha i e na coluna j da matriz $\mathbf{T}_{sq,ner}$ designa a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à injeção líquida de potência reativa na barra j e à respectiva compensação tanto na barra $V\theta$ quanto nas barras PV de um SEP.

Rearranjando as condições definidas em (4.136) e (4.137) chega-se à relação matricial evidenciada em (4.153).

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\boldsymbol{\alpha}^T & \mathbf{0}_{1 \times (n-1-n_{PV})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} \\
= & \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,V\theta}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,V\theta} - \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \lambda_{q,PV} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} \\
\Rightarrow & \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1-n_{PV}) \times 1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,V\theta}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,V\theta} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \lambda_{q,PV} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.153)
\end{aligned}$$

Substituindo (4.152) em (4.153) obtém-se a igualdade exprimida em (4.154).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,V\theta}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,V\theta} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \lambda_{q,PV} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.154) \\
= & \begin{bmatrix} -\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \frac{\partial q_{f,V\theta}}{\partial \mathbf{x}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,V\theta}}{\partial \mathbf{x}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,V\theta} \\ \lambda_{q,PV} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} \left[- \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \right] \\
= & \begin{bmatrix} -\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,v\theta} \\ \lambda_{q,PV} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} \left[-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \right]
\end{aligned}$$

Finalmente, substituindo os fatores de sensibilidade que compõem (4.145), (4.51) e (4.52) em (4.154), obtém-se a decomposição exposta em (4.155).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} - \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{ner}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \frac{\partial q_{f,v\theta}}{\partial \mathbf{x}} & -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{q}_{f,PV}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,v\theta} \\ \lambda_{q,PV} \end{bmatrix} \\
& - \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{sp}^T \\ \mathbf{T}_{sq,ner}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{ner}}\right)^T \end{bmatrix} \left[-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \right]
\end{aligned} \tag{4.155}$$

Na relação matricial descrita em (4.155), é perceptível que, contrariamente ao verificado em (4.55), (4.85) e (A.14), a explicitação dos vetores das sensibilidades das perdas de potência reativa mediante a substituição dos elementos de (4.145) em (4.154) somente é possível diante de condições específicas. Neste ponto, é imprescindível compreender que, com base no observado em (4.55), (4.85) e (A.14), a ausência da explicitação matemática de tais vetores de sensibilidades impossibilita a decomposição dos LMPs nas componentes mercadologicamente ambicionadas. A condição para explicitar matematicamente as sensibilidades das perdas de potência reativa em (4.155) é apresentada em (4.156).

$$\lambda_{q,v\theta} = \lambda_{q,PV} i \quad \forall i \in N_{PV} \tag{4.156}$$

em que o escalar $\lambda_{q,PV i}$ denota o i -ésimo elementos do vetor $\lambda_{q,PV}$ e N_{PV} designa o conjunto composto pelos índices das barras PV de um SEP.

Em suma, a condição exposta em (4.156) impõe que o LMP de potência reativa na barra de referência e todos os LMPs de potência reativa nas barras PV de um SEP devem ser iguais. Nesse sentido, há duas possibilidades de satisfação da condição supracitada. A primeira possibilidade é trivial e refere-se ao caso em que $\lambda_{q,V\theta}$ e os elementos de $\lambda_{q,PV}$ são todos nulos, indicando que os níveis de provimento de potência reativa de todas as plantas de geração interligadas à barra $V\theta$ e às barras PV devem satisfazer simultaneamente os seus respectivos limites. A segunda possibilidade concerne ao caso em que $\lambda_{q,V\theta}$ e os elementos de $\lambda_{q,PV}$ são todos números reais iguais. Dessa forma, para que a condição previamente descrita seja desrespeitada, basta que uma única central de geração de um SEP esteja operando com nível de injeção de potência reativa acima do seu respectivo limite operativo inferior e abaixo do seu correspondente limite operativo superior. Tal estado operativo marginal é demasiadamente recorrente no contexto dos SEPs, desde os mais simples aos mais complexos. Por conseguinte, a regularidade de ocorrência do estado operativo em questão inviabiliza completamente a adoção de um modelo de decomposição de LMPs alicerçado em um arcabouço de FPO dotado de um esquema de contrabalanço de potência reativa nas barras $V\theta$ e PV de um SEP.

4.5 Modelo de decomposição de LMPs proposto

Em consonância com o explanado em seções precedentes, deliberações mercadológicas regidas pela aplicação de estratégias de decomposição dos LMPs alicerçadas em modelos de barra de compensação distribuída unicamente no escopo da potência ativa podem afetar de forma adversa os interesses financeiros de determinados participantes dos mercados de eletricidade. Nesse horizonte, políticas de precificação mercadologicamente mais equitativas podem ser implementadas por intermédio da incorporação de um modelo de barra de compensação distribuída de potência reativa na concepção das equações de fluxo de potência que compõem as restrições do arcabouço de otimização correlato.

O modelo de FPO amparado na formulação de fluxo de potência com compensação distribuída de potência ativa e reativa empregado no presente trabalho visa a minimização do custo total de produção de eletricidade em um SEP, respeitando, concomitantemente, uma série de restrições impostas. Contrariamente às simplificações adotadas na elaboração do modelo de FPO da subseção 4.3, assume-se, na formulação presentemente proposta, as variáveis de controle, as variáveis de estado e as restrições associadas tanto à potência ativa quanto à potência reativa. Dessa forma, o vigente conjunto de restrições engloba as equações de balanço das potências ativa e reativa em todas as barra, os limites operacionais das centrais do portfólio de geração e os limiares dos fluxos de potência aparente ao longo dos ramos que integram um determinado SEP. Portanto, o FPO em questão é formulado em conformidade com o exposto entre (4.157) a (4.168).

$$\min C(\mathbf{p}_{gb}) \quad (4.157)$$

s.a

$$p_{ds} = 0 \quad (4.158)$$

$$q_{ds} = 0 \quad (4.159)$$

$$-\mathbf{p}_g - \boldsymbol{\alpha}p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (4.160)$$

$$-\mathbf{q}_g - \boldsymbol{\beta}q_{ds} + \mathbf{q}_d + \mathbf{q}_f(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (4.161)$$

$$\mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max} \leq \mathbf{0}_{2n_{tl} \times 1} \quad (4.162)$$

$$\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.163)$$

$$-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.164)$$

$$\mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.165)$$

$$-\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min} \leq \mathbf{0}_{n_g \times 1} \quad (4.166)$$

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}^{max} \leq \mathbf{0}_{(2n-2) \times 1} \quad (4.167)$$

$$-\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{0}_{(2n-2) \times 1} \quad (4.168)$$

Diversos parâmetros expostos entre (4.157) e (4.168) foram apropriadamente descritos nas subseções 4.3 e 4.4, mas ainda faz-se necessário definir alguns parâmetros remanescentes ou mesmo redeclarar determinados parâmetros a fim de contextualizar suas definições no âmbito das formulações da presente subseção. Nesse sentido, q_{ds} denota o nível de potência reativa injetada na correspondente barra de compensação distribuída do modelo de FPO adotado. Os elementos do vetor \mathbf{q}_g designam os valores dos níveis de potência reativa injetados em todas as barras que constituem um SEP. O vetor \mathbf{q}_d é composto pelos montantes de potência reativa demandados em cada uma das barras que compõem um SEP. Os elementos do vetor \mathbf{q}_f correspondem às injeções de fluxo de potência reativa na rede provindas de cada uma das barras de um SEP. O vetor \mathbf{q}_{gb} é integrado pelos elementos do vetor \mathbf{q}_g correspondentes às barras interconectadas a plantas de geração. Os vetores \mathbf{q}_{gb}^{max} e \mathbf{q}_{gb}^{min} são compostos, respectivamente, pelos limites superiores e inferiores impostos aos correspondentes valores do vetor \mathbf{q}_{gb} . Os elementos do vetor $\boldsymbol{\beta}$ indicam os fatores de participação do modelo de compensação distribuída de potência reativa de cada uma das barras de um SEP. Similarmente ao assumido nas subseções 4.3 e 4.4, as grandezas elétricas que integram as formulações da subseção em vigor são representadas em p.u.

A restrição (4.159) define que a injeção de potência reativa na barra de compensação distribuída equivalente deve ser nula. Uma barra de compensação distribuída de potência reativa integrada a um modelo de fluxo de potência corresponde a um nó fictício cuja existência é relegada somente ao escopo da concepção matemática, sendo, dessa forma, fisicamente inexistente. O montante de potência reativa q_{ds} injetado na supracitada barra de compensação é distribuído entre todas as barras de um SEP com base na proporção definida pelos fatores de participação constituintes do vetor $\boldsymbol{\beta}$.

A função de Lagrange associada ao arcabouço de otimização concebido entre (4.157) e (4.168) é exposta em (4.169).

$$\begin{aligned}
L = & C(\mathbf{p}_{gb}) + p_{ds}\lambda_{p_{ds}} + q_{ds}\lambda_{q_{ds}} \\
& + [-\mathbf{p}_g - \alpha p_{ds} + \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_f(\mathbf{x})]^T \lambda_p \\
& + [-\mathbf{q}_g - \beta q_{ds} + \mathbf{q}_d + \mathbf{q}_f(\mathbf{x})]^T \lambda_q \\
& + [\mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max}]^T \boldsymbol{\mu} + [\mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\
& + [-\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_p^{min} + [\mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max}]^T \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\
& + [-\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min}]^T \boldsymbol{\eta}_q^{min} + [\mathbf{x} - \mathbf{x}^{max}]^T \boldsymbol{\varphi}^{max} \\
& + [-\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min}]^T \boldsymbol{\varphi}^{min}
\end{aligned} \tag{4.169}$$

em que λ_q designa um vetor integrado pelos LMPs de potência reativa referentes a cada uma das barras de um SEP e $\lambda_{q_{ds}}$ representa o LMP da barra de compensação distribuída de potência reativa.

O cálculo da solução ótima do problema de otimização definido entre (4.157) e (4.168) requer que as condições de KKT apresentadas entre (4.170) e (4.175) sejam integralmente respeitadas.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{p}_{gb}} = \frac{\partial C(\mathbf{p}_{gb})}{\partial \mathbf{p}_{gb}} - \lambda_{p_g} + \boldsymbol{\eta}_p^{max} - \boldsymbol{\eta}_p^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \tag{4.170}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_{gb}} = -\lambda_{q_g} + \boldsymbol{\eta}_q^{max} - \boldsymbol{\eta}_q^{min} = \mathbf{0}_{n_g \times 1} \tag{4.171}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \lambda_p + \left(\frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \lambda_q + \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min} = \mathbf{0}_{(2n-2) \times 1} \tag{4.172}$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ds}} = \lambda_{p_{ds}} - \alpha^T \lambda_p = 0 \tag{4.173}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{ds}} = \lambda_{q_{ds}} - \beta^T \lambda_q = 0 \tag{4.174}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}_{fl}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_{fl}^{max} \\ \mathbf{p}_{gb} - \mathbf{p}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{p}_{gb} + \mathbf{p}_{gb}^{min} \\ \mathbf{q}_{gb} - \mathbf{q}_{gb}^{max} \\ -\mathbf{q}_{gb} + \mathbf{q}_{gb}^{min} \\ \mathbf{x} - \mathbf{x}^{max} \\ -\mathbf{x} + \mathbf{x}^{min} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{min} \\ \boldsymbol{\varphi}^{max} \\ -\boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n_{ml} \times 1}, \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_p^{min} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{max} \\ \boldsymbol{\eta}_q^{min} \\ \boldsymbol{\varphi}^{max} \\ -\boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}_{n_{ml} \times 1} \tag{4.175}$$

em que λ_{q_g} denota um vetor integrado pelos elementos do vetor λ_q associados apenas às barras de geração de um SEP.

Ademais, é crucial frisar que as requisições de factibilidade definidas entre (4.158) e (4.161) também representam condições de KKT que devem ser devidamente satisfeitas a fim de assegurar a otimalidade de uma determinada solução.

Perante o modelo de FPO em vigência, as perdas de potência reativa ao longo do sistema de transmissão são determinadas através de (4.176).

$$q_l = \mathbf{1}_{n \times 1}^T \mathbf{q} + q_{ds} \quad (4.176)$$

em que \mathbf{q} denota o vetor das injeções líquidas de potência reativa em cada barra de um SEP, ou seja, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_g - \mathbf{q}_d$.

Dessa maneira, respaldando-se em (4.12) e (4.176), os vetores das sensibilidades das perdas de potência ativa e reativa são calculadas através das igualdades que constituem a relação matricial (4.177).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} & \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (4.177)$$

A fim de deduzir as sensibilidades que integram o lado direito de (4.177), considera-se a matriz jacobiana definida em (4.178), a qual é oriunda do devido processo de diferenciação das equações de fluxo de potência definidas em (4.160) e (4.161).

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{n \times 1} & -\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} \quad (4.178)$$

A diferenciação de (4.160) em relação a \mathbf{p} fornece a relação evidenciada em (4.179)

$$-\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{p}} - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{n \times n} \quad (4.179)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -\mathbf{I}_n - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} &= \mathbf{0}_{n \times n} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \end{bmatrix} &= \mathbf{I}_n \end{aligned}$$

Semelhantemente ao praticado em (4.179), efetua-se a diferenciação de (4.160) em relação a \mathbf{q} , de (4.161) em relação a \mathbf{p} e de (4.161) em relação a \mathbf{q} , o que resulta nas igualdades matriciais expressas, respectivamente, em (4.180), (4.181) e (4.182).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times n} \quad (4.180)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times n} \quad (4.181)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \\ \left(\frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n \quad (4.182)$$

Agregando as igualdades definidas entre (4.179) e (4.182), adquire-se a relação ilustrada em (4.183).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{n \times 1} & -\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \\ \left(\frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T & \left(\frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n \quad (4.183)$$

Substituindo a matriz Jacobiana (4.178) em (4.183), nota-se que as sensibilidades necessárias para o cálculo dos fatores de perdas incrementais exibidos em (4.177) são computados mediante a aplicação de (4.184).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T & \left(\frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \quad (4.184)$$

As matrizes das sensibilidades dos fluxos de potência aparente em relação às injeções de potência ativa e reativa são obtidas, respectivamente, mediante a aplicação de (4.51) e (4.185). Um elemento genérico posicionado na linha i e na coluna j da matriz \mathbf{T}_{sq} expressa a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à injeção líquida de potência reativa na barra j e à respectiva extração na barra de compensação distribuída de potência reativa de um SEP.

$$\mathbf{T}_{sq} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \quad (4.185)$$

É nítido que as sensibilidades das variáveis de estado de um SEP em relação às injeções líquidas de potências ativa e reativa nas barras sistêmicas podem ser determinadas através de (4.184).

É conveniente recordar que as componentes dos LMPs são deduzidas por intermédio das relações de correspondência proporcionadas pela formulação de um sistemas de equações. Dessa forma, as inequações que constituem (4.175) são ignoradas. As igualdades que integram (4.175) não exibem nenhuma relação explícita com os LMPs de potência ativa e reativa, não devendo ser inseridas na formulação matemática da precificação marginal almejada. Ademais, as componentes advindas das desagregações descritas em (4.170) e (4.171) não ostentam as características convencionalmente desejadas pelas pesquisas e análises conduzidas no âmbito dos mercados elétricos. Dessa forma, com a desconsideração das equações associadas aos desmembramentos indesejados e com a remoção do conjunto de inequações mencionado, as igualdades remanescentes das

condições expostas entre (4.172) e (4.174) podem ser condensadas de acordo com o apresentado em (4.186).

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\boldsymbol{\alpha}^T & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & -\boldsymbol{\beta}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \\ -\lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}}\right)^T & \left(\frac{\partial \mathbf{q}_f}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \\ -\boldsymbol{\alpha}^T & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & -\boldsymbol{\beta}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \\ -\lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.186)$$

Substituindo (4.184) em (4.186) adquire-se a igualdade exposta em (4.187).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \\ -\lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} \\ &= -\begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \\ -\lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} \\ &= -\begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} \\ -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \end{bmatrix} [-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min}] \\ &= -\begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial q_{ds}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}}\right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \end{aligned} \quad (4.187)$$

Substituindo os fatores de sensibilidade que compõem (4.177), (4.51) e (4.185) em (4.187), é possível formular a desagregação ilustrada em (4.188).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_q \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} - \mathbf{1}_{n \times 1} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}} - \mathbf{1}_{n \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\
&\quad - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p_{ds}} \\ \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{q_{ds}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} - \begin{bmatrix} \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix} \lambda_{q_{ds}} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{sp}^T \\ \mathbf{T}_{sq}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]
\end{aligned} \tag{4.188}$$

É imprescindível recordar que as ambicionadas decomposições dos LMPs de potência ativa e reativa devem assumir as formas definidas em (4.56) e (4.57). Todavia, é crucial mencionar que, no contexto do modelo de decomposição vigente, λ_{q_e} , que compõe a relações (4.57), diferentemente do definido na subseção 4.4.1, denota o vetor constituído pelos preços marginais nas barras de compensação distribuída de potência reativa.

Finalmente, mediante uma comparação entre (4.188), (4.56) e (4.57), é possível inferir, em conformidade com o explicitado entre (4.189) e (4.198), a composição matemática das distintas componentes dos LMPs provindas do arcabouço de FPO regido pelo proposto modelo de dupla seleção de referência energética.

$$\lambda_{p_e} = \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p_{ds}} \tag{4.189}$$

$$\lambda_{p_{lp}} = - \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} \lambda_{p_{ds}} \tag{4.190}$$

$$\lambda_{q_{lp}} = - \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} \lambda_{q_{ds}} \tag{4.191}$$

$$\lambda_{s_{cp}} = - \mathbf{T}_{sp}^T \boldsymbol{\mu} \tag{4.192}$$

$$\lambda_{x_{cp}} = - \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} \right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \tag{4.193}$$

$$\lambda_{qe} = \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{qds} \quad (4.194)$$

$$\lambda_{plq} = -\frac{\partial p_l}{\partial q} \lambda_{pds} \quad (4.195)$$

$$\lambda_{qlq} = -\frac{\partial q_l}{\partial q} \lambda_{qds} \quad (4.196)$$

$$\lambda_{scq} = -\mathbf{T}_{sq}^T \boldsymbol{\mu} \quad (4.197)$$

$$\lambda_{xcq} = -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]. \quad (4.198)$$

Similarmente ao explanado em relação aos fatores de participação de potência ativa que compõem o vetor $\boldsymbol{\alpha}$, existem inúmeras possibilidades metodológicas através das quais os fatores de participação constituintes do vetor $\boldsymbol{\beta}$ associados às barras de um SEP podem ser calculados. Apenas três possíveis metodologias distintas serão apresentadas, cujas formulações representam a simples adequação das estratégias extraídas do trabalho de Meisel (1993) à instância da potência reativa. Políticas mais sofisticadas de obtenção de tais fatores fogem do escopo do presente trabalho.

A primeira metodologia fundamenta-se no exposto em (4.199).

$$\beta_i = \begin{cases} 1, & \forall i \in S \\ 0, & \forall i \notin S \end{cases} \quad (4.199)$$

em que S designa o conjunto integrado unicamente pelo índice da barra de referência angular de um SEP.

No modelo de especificação dos fatores de participação apresentado em (4.199), ajusta-se a potência de saída de uma única planta de geração de forma a atingir o balanço de potência reativa de um SEP.

A equação expressa em (4.200) descreve a segunda metodologia exequível.

$$\beta_i = \frac{q_{g i}}{(\mathbf{1}_{n \times 1})^T \mathbf{q}_g} \quad \forall i \in N \quad (4.200)$$

Na estratégia de determinação dos fatores de participação proposta em (4.200), as potências reativas de saída de todas as centrais geradoras de um SEP são ajustadas de maneira a possibilitar o balanço de potência reativa de tal sistema, respeitando a proporção de nível de injeção de potência reativa imposta pelos fatores de participação.

Já a última metodologia obedece ao estabelecido em (4.201).

$$\beta_i = \frac{q_{d i}}{(\mathbf{1}_{n \times 1})^T \mathbf{q}_d} \quad \forall i \in N \quad (4.201)$$

No modelo de cálculo dos fatores de participação definido em (4.201), o balanço de potência reativa de um SEP é alcançado via distribuição do desalinhamento de potência reativa entre todas as barras de tal sistema que possuem demanda reativa.

Capítulo 5

Metodologia de valoração da geração eólica empregada no modelo de decomposição proposto

As transformações mercadológicas decorrentes da propagação das tendências reformistas no âmbito geral dos mercados de eletricidade testemunhadas nas últimas décadas impeliram proeminentes alterações nas diretrizes e metodologias de precificação da energia elétrica. Concomitantemente, também no decorrer das últimas décadas, perante relevantes avanços tecnológicos e a implementação de artifícios de estímulos governamentais, a geração eólica tem protagonizado uma vertiginosa escalada de penetração no cenário do setor elétrico mundial e, por conseguinte, vem ocupando um posto de progressiva significância nas constituições da matriz energética dos SEPs de inúmeros países. Nesse contexto, tendo em vista as peculiaridades técnico-econômicas inerente às plantas de geração eólica, a ascendente incorporação de tais gêneros de usinas às redes elétricas de potência tende a produzir consideráveis desdobramentos nos modelos de precificação da eletricidade. Dessa forma, torna-se imprescindível compreender e assimilar alguns fundamentos básicos e o panorama vigente das plantas de geração eólica e das unidades de armazenamento de energia.

Dessa forma, a presente seção proporciona uma contextualização introdutória acerca do panorama geral do setor eólico e uma metodologia de valoração da geração eólica assentada na avaliação de custos de oportunidade.

5.1 Contextualização

A circulação das massas de ar que constituem a atmosfera terrestre corresponde a um reflexo direto da heterogeneidade da incidência dos raios solares sobre a superfície do planeta, o que ocasiona uma discrepância de concentração de energia calorífica ao longo da atmosfera planetária. Por conseguinte, em termos sucintos, a energia eólica provém da conversão da energia solar em energia cinética no escopo das partículas que compõem os gases atmosféricos, o que configura o mecanismo de formação dos ventos.

Em consonância com as conclusões e vestígios históricos, o emprego do movimento das massas de ar para fornecimento de força motriz é executado há aproximadamente três milênios. Contudo, até o princípio do século XX, a exploração da energia cinética dos ventos limitava-se a aplicações envolvendo moagem de grãos e bombeamento d'água (ACKERMANN, 2005).

O advento das primeiras implementações de sistemas de geração de energia elétrica respaldados em turbinas eólicas remetem à década final do século XIX (ACKERMANN, 2005). Uma turbina eólica, essencialmente, converte a energia cinética disponível nos ventos em energia rotacional mecânica. Subsequentemente, um gerador adequadamente acoplado à referida turbina converte a supracitada energia rotacional mecânica em energia elétrica. Contemporaneamente, após diversas décadas de incessantes aprimoramentos tecnológicos, os aerogeradores já suplantaram a barreira dos dois dígitos de potência instalada, a exemplo dos projetos de turbinas eólicas *offshore* SG 14-222 DD da Siemens Gamesa Renewable Energy, Haliade-X 12 MW da GE Renewable Energy e o V164-10.0 MW da MHI Vestas Offshore Wind, dotados, respectivamente, de capacidades instaladas de 14 MW, 12 MW e 10 MW. Siemens Gamesa Renewable Energy ([20--]), GE Renewable Energy ([20--]) e MHI Vestas Offshore Wind ([20--]) disponibilizam, respectivamente, as informações supracitadas acerca das turbinas eólicas SG 14-222 DD, Haliade-X 12 MW e V164-10.0 MW.

A conversão da energia cinética disponível nos ventos em energia elétrica é alicerçada na utilização de sistemas de geração constituídos por complexos conjuntos de equipamentos e estruturas apropriadamente interligados. Tipicamente, tais conjuntos englobam torres, rotores, nacelles, sistemas de transmissão mecânica, geradores e os dispositivos pertinentes aos mecanismos de controle.

A humanidade, apenas no que concerne ao relativamente breve intervalo histórico dos últimos cem anos, vem registrando uma considerável escalada na sua demanda por energia elétrica. Nos anos recentes, a elaboração de projetos, a construção, a operação e o planejamento das plantas de geração essenciais para aprovisionar essa expansão da demanda por energia elétrica têm sido delimitadas cada vez mais por restrições associadas a eventuais impactos ambientais. Dessa forma, em face desse recente cenário limitante, é crucial investigar apropriadamente os reflexos danosos ao meio ambiente decorrentes do emprego das variadas tecnologias que fundamentam os projetos das usinas existentes, visto que a preservação do vigente modelo de configuração da matriz energética continuará

amplificando significativamente o efeito estufa (GASCH; TWELE, 2012). Perante tal cenário, a gradual ascensão e consolidação da geração eólica nos SEPs representa uma eminente alternativa para os esforços empreendidos na tentativa de reduzir a sensível possibilidade de desencadeamento de um cataclismo climático mundial, uma vez que tal gênero de geração não emite gases que intensificam o efeito estufa.

Além disso, os complexos de geração eólica não são intensivos na utilização dos terrenos nos quais estão localizados, isto é, a potência operativa por unidade de área é consideravelmente superior ao observado em plantas de geração respaldadas em outras tecnologias de produção de eletricidade. Ademais, outra conveniência associada à geração eólica concerne ao tempo de amortização energética inferior ao verificado nas outras tecnologias de geração renovável mais proeminentes, permanecendo habitualmente na faixa de alguns meses. Vale frisar que o tempo de amortização energética corresponde ao intervalo temporal necessário para que uma central de geração produza o montante energético exigido para compensar monetariamente a energia requerida para a sua fabricação. Os custos relacionados à produção de energia elétrica das mais variadas categorias de plantas de geração incluem, basicamente, os custos de capital, os custos de combustível e os custos O&M (operação e manutenção). O percentual de participação dos custos de capital na composição integral dos dispêndios de produção dos parques eólicos é superior ao verificado nas centrais de geração regidas por combustíveis fósseis. No entanto, em relação aos custos de combustível, as plantas de geração eólica são incomensuravelmente mais econômicas do que as centrais respaldadas em combustíveis fósseis, visto que os parques eólicos não demandam nenhuma categoria de combustível para serem operacionalizados (GASCH; TWELE, 2012).

5.2 Metodologia de valoração da geração eólica

No escopo da literatura técnica que aborda a penetração da geração renovável nas redes elétricas de potência, incontáveis metodologias têm sido formuladas com o propósito de incorporar os principais aspectos que regem a operação das plantas de geração baseadas em fontes enérgicas intermitentes aos principais arcabouços de otimização considerados nos estudos operativo-econômicos dos SEPs. Especificamente no âmbito do presente

trabalho, as atenções são canalizadas para o despacho das plantas eólicas, que constituem o gênero de usina considerado nos subseqüentes estudos.

Nesse contexto, Li e Wu (2016a) propõem em modelo de fluxo de potência ótimo probabilístico (FPOP) com penetração de geração eólica levando em consideração o *downside risk* mensurado pela semivariância do custo de produção de eletricidade perante as incertezas inerentes à geração eólica mencionada. Bai, Qu e Qiao (2016) apresentam um modelo de fluxo de potência ótimo CA (FPOCA) dirigido à otimização robusta levando em consideração a incorporação de geração eólica, no qual as restrições de fluxo de potência CA são relaxadas, transformando tal modelo em um problema de programação cônica de segunda ordem inteira mista. No trabalho concebido por Xie *et al.* (2018), um modelo de FPOP integrado por geração eólica é solucionado por intermédio de uma quase-simulação de Monte Carlo considerando a correlação da velocidade dos ventos via funções denominadas cópulas. Um modelo de FPO com restrições de chances que engloba tanto as equações de fluxo de potência CA quanto a aleatoriedade da geração eólica é proposto na pesquisa conduzida por Lubin, Dvorkin e Roald (2019). Aien, Fotuhi-Firuzabad e Rashidinejad (2014) propõem um método de estimação por dois pontos modificado e dedicado à resolução de um FPOP que abrange a intermitência intrínseca às usinas renováveis, dentre as quais, as plantas eólicas. No trabalho formulado por Saunders (2014), um método de estimação por pontos que abrange os impactos das entradas de variáveis aleatórias correlacionadas espaço-temporalmente é proposto para a resolução do problema de FPOP constituído por geração eólica. No preconizado por Li *et al.* (2014), velocidades de ventos correlacionadas regidas por diferentes distribuições de probabilidade são transformadas em variáveis aleatórias governadas por distribuições normais correlacionadas e, posteriormente, em distribuições normais independentes com o intuito de permitir que o tradicional método de estimação por pontos seja aplicado na resolução de um FPOP que considera as correlações de velocidade dos ventos. No trabalho elaborado por Shi *et al.* (2012), a distribuição de frequência da potência de saída de parques eólicos é determinada mediante a aplicação de uma simulação de Monte Carlo e subsequentemente empregada na composição do modelo de precificação dos custos de oportunidade associados à escassez e ao excesso de geração eólica. Tang *et al.* (2018) formula um método de despacho econômico dinâmico dotado de intervalo de confiança ajustável alicerçado em uma nova distribuição de probabilidade direcionada à modelagem da geração eólica intitulada distribuição versátil truncada (TVD – *Truncated Versatile*

Distribution). No estudo proposto por Tang *et al.* (2019), o problema do despacho econômico vinculado a um grande número de cenários de potência eólica é solucionado através de uma relaxação Lagrangiana amparada em um método proximal incremental. No trabalho desenvolvido por Huang, Sun e Wu (2018), um problema de despacho econômico estocástico baseado na recentemente apresentada distribuição de probabilidade versátil (VPD – *Versatile Probability Distribution*) para modelar a potência eólica é desmembrado através de um método de decomposição dual e subsequentemente solucionado pelo método do subgradiente e pelo método Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno de memória limitada com restrições de caixa (L-BFGS-B – *Limited-memory BFGS with Box Constraints*). Na proposição de Lorca e Sun (2015), o impacto da penetração da geração eólica é apurado através de um modelo de otimização robusto adaptativo para o problema do despacho econômico multiperíodo regido pela imposição de conjuntos de incertezas. Liu e Xu (2010) apresentam um problema de despacho ambiental no qual a valoração da geração eólica é efetuada via expressão de forma fechada em termos da função gama incompleta. Na pesquisa conduzida por Xie *et al.* (2014), os reflexos operativos da inserção da geração eólica são considerados através da incorporação de um esquema de previsão de potência eólica espaço-temporal a um modelo de despacho econômico robusto. No trabalho formulado por Miranda e Hang (2005) é apresentado um algoritmo dirigido ao despacho econômico perante incertezas inerentes à previsão da geração eólica, levando em consideração um compromisso adequado entre as restrições *fuzzy* vinculadas à geração eólica mencionada e aos custos operativos. Uma metodologia direcionada à incorporação da geração eólica no problema de despacho econômico através da consideração de aspectos relativos à sobre-estimação e à subestimação da potência eólica disponível é proposta por Hetzer, Yu e Battharai (2008).

No presente trabalho, adota-se a metodologia de modelagem da intermitência intrínseca à geração eólica julgada mais adequada para a análise do impacto da aplicação da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5. Dessa forma, a estratégia de valoração de custos da geração eólica empregada no corrente trabalho baseia-se na metodologia proposta por Shi *et al.* (2012).

Preliminarmente à formulação do modelo de custo concernente à operação das usinas eólicas, é imprescindível apresentar e especificar pertinentemente os preceitos probabilísticos sobre os quais se fundamenta a estratégia de determinação da distribuição de frequência da potência de saída de uma planta de geração eólica. A natureza

comportamental estocástica inerente à velocidade dos ventos, no presente trabalho, é modelada por intermédio da distribuição de Weibull, cuja função densidade de probabilidade é definida em (5.1).

$$f(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-vc^k}, \quad 0 < v < \infty \quad (5.1)$$

Na igualdade expressida em (5.1), v designa a velocidade do vento que incide sobre o parque eólico, c denota o fator de escala expresso na mesma unidade de medida da velocidade do vento e o parâmetro adimensional k representa o fator de forma da distribuição em questão.

Além disso, considera-se que a potência mecânica extraída dos ventos por um aerogerador seja estipulada pela igualdade exposta em (5.2) (ACKERMANN, 2005). Neste trabalho, define-se que a potência de saída de uma usina eólica seja equitativamente distribuída entre todos os aerogeradores que compõem tal usina.

$$P(v) = \begin{cases} 0, & v \leq V_{entrada} \text{ ou } v \geq V_{saída} \\ \frac{1}{2} \rho A c_p(\delta, \gamma) v^3, & V_{entrada} < v \leq V_{nominal} \\ P_{nominal}, & V_{nominal} < v < V_{saída} \end{cases} \quad (5.2)$$

Na relação evidenciada em (5.2), ρ denota a densidade do ar, c_p designa o coeficiente de desempenho, δ representa o ângulo de passo das pás do rotor de uma turbina eólica e A corresponde à área varrida pelo rotor citado. O parâmetro γ denota a razão entre a velocidade tangencial observada na ponta das pás de um aerogerador e a velocidade do vento incidente. As velocidades de acionamento e desativação dos aerogeradores são, respectivamente, designadas por $V_{entrada}$ e $V_{saída}$. A potência nominal de um aerogerador é simbolizada por $P_{nominal}$. Já $V_{nominal}$ representa a velocidade do vento na qual a potência mecânica de saída de um determinado aerogerador será $P_{nominal}$.

Na instância da formulação do modelo de FPO em vigor, o aferimento do impacto mercadológico da penetração da geração eólica será efetuado essencialmente no âmbito da função objetivo do arcabouço de otimização em questão. Os posteriores estudos acerca da introdução dos dispêndios da geração eólica na função objetivo do modelo de FPO requerem a determinação da distribuição de frequência das potências de saída dos

aerogeradores que integram os parques eólicos empregados nas análises mercadológicas. Nesse sentido, respaldando-se na função densidade de probabilidade que rege a distribuição de Weibull adotada para modelar o comportamento dos ventos, em sintonia com o apresentado em (5.1), e na equação que relaciona a potência mecânica de um aerogerador e a velocidade dos ventos incidentes na turbina correspondente, conforme definido em (5.2), a distribuição de frequência da potência de saída de um aerogerador é obtida por intermédio da execução de uma simulação de Monte Carlo.

Subsequentemente à especificação da potência de saída programada dos aerogeradores, constata-se que a magnitude da potência de saída efetivamente verificada em tais unidades geradoras pode ser superior ou inferior ao montante programado supracitado em razão do cunho aleatório intrínseco aos ventos. A falta de potência decorrente da situação em que a potência de saída verdadeira é inferior à programada é compensada através da obtenção de potência a partir de outras fontes ou por intermédio de corte de carga. Contrariamente, diante do panorama no qual a potência de saída verdadeira suplanta a programada, os aerogeradores devem reduzir tal potência de saída, o que pode ser ambientalmente danoso, visto que, sob certa ótica, essa redução designa um desperdício da potência instalada da geração eólica. Nesse horizonte, são adotados dois modelos de custo associados ao emprego da geração eólica: o custo de oportunidade concernente à escassez de potência eólica e o custo de oportunidade relativo ao excedente de potência eólica, em conformidade com o proposto por Shi *et al.* (2012).

Primeiramente, o custo de oportunidade associado à escassez de potência eólica denota o custo da utilização de unidades reservas de injeção de potência para contrabalançar o desalinhamento decorrente do fato do valor verdadeiro da potência de saída de um aerogerador ser menor que o equivalente valor programado. Em termos matemáticos, o custo de oportunidade concernente à escassez de potência eólica é aferido através do apresentado em (5.3) (SHI *et al.* 2012).

$$C_F = K_F Prob(P_{ev} < P_{ep}) \left[P_{ep} - E_{P_{ev} < P_{ep}}(P_{ev}) \right] \quad (5.3)$$

em que C_F designa o custo de oportunidade pertinente à escassez de potência eólica, sendo definido em \$/h. Os parâmetros P_{ev} e P_{ep} , denotam, respectivamente, os níveis, em MW, verdadeiros e programados da potência de saída de um aerogerador que compõe um determinado parque eólico. A probabilidade do nível verdadeiro da potência de saída de

um determinado aerogerador ser menor que o nível programado é representada por $Prob(P_{ev} < P_{ep})$. Já $E_{P_{ev} < P_{ep}}(P_{ev})$ consiste no valor esperado da potência operativa de um aerogerador no que tange ao semiplano esquerdo da distribuição de frequência da potência de saída de tal aerogerador. Já o coeficiente K_F , expresso em \$/MWh, representa o ônus financeiro referente ao acionamento das unidades reservas de injeção de potência de um SEP.

Finalmente, o custo de oportunidade concernente ao excesso de potência eólica denota o custo resultante da perda dos prós ambientais associada à redução da geração eólica, o que é representado pelo cenário em que o valor verdadeiro da potência de saída dos aerogeradores que constituem uma central eólica supera o correspondente valor programado. Similarmente ao custo de oportunidade precedentemente descrito, o custo de oportunidade vinculado ao excesso de potência eólica é aferido através de (5.4) (SHI *et al.* 2012).

$$C_E = K_E Prob(P_{ev} > P_{ep}) \left[E_{P_{ev} > P_{ep}}(P_{ev}) - P_{ep} \right] \quad (5.4)$$

em que C_E designa o dispêndio de oportunidade concernente ao excesso de potência eólica, sendo expresso em \$/h. Conforme definido anteriormente, os parâmetros P_{ev} e P_{ep} , denotam, respectivamente, os níveis, em MW, verdadeiros e programados da potência de saída dos aerogeradores que integram um dado parque eólico. A probabilidade do nível verdadeiro da potência de saída de um aerogerador suplantar o valor programado é denotada por $Prob(P_{ev} > P_{ep})$. Já $E_{P_{ev} > P_{ep}}(P_{ev})$ indica o valor esperado da potência operacional de um aerogerador no âmbito do semiplano direito da distribuição de frequência da potência de saída do mesmo aerogerador supracitado. O coeficiente K_E , definido em \$/MWh, retrata a magnitude financeira atribuída aos impactos ambientais correspondentes ao desperdício de potência eólica.

Por fim, o modelo representativo do custo total da geração eólica associada a um único aerogerador integrante de um parque eólico engloba a soma do custo de oportunidade concernente à escassez de potência eólica com o custo de oportunidade associado ao desperdício de potência eólica, em conformidade com o definido em (5.5) (SHI *et al.* 2012).

$$C_T = C_F + C_E \quad (5.5)$$

Desse modo, na sequência da estipulação dos parâmetros constituintes da função densidade de probabilidade da distribuição de Weibull definida em (5.1), adquire-se, via simulação de Monte Carlo, a distribuição de frequência da potência de saída de um aerogerador integrante de uma usina eólica alicerçando-se no procedimento de aferimento de custos representado pela expressão (5.2). Neste ponto, considera-se que um determinado parque eólico represente a j -ésima planta de geração de um SEP. Posteriormente à mencionada determinação da distribuição de frequência da potência de saída de um aerogerador e subsequentemente à apropriada especificação dos coeficientes K_{Fj} e K_{Ej} , deve-se calcular os valores do custo integral de geração eólica C_{Tj} associada a um aerogerador de uma planta de geração j para aos valores pertencentes ao espectro de potências delimitadas por $0 \leq P_{epj} \leq P_{nominalj}$. Na sequência, adquire-se, por intermédio de algum método de ajuste de curvas, o polinômio $a_{epj}P_{epj}^2 + b_{epj}P_{epj} + c_{epj}$ indicativo do referido custo, em que a_{epj} , b_{epj} e c_{epj} , são coeficientes expressos, respectivamente, em $\$/\text{MW}^2\text{h}$, $\$/\text{MWh}$ e $\$/\text{h}$. Ademais, é importante frisar que P_{epj} designa a potência de saída programada de um aerogerador constituinte do parque eólico correspondente à j -ésima planta de geração de um SEP e $P_{nominalj}$ expressa a potência operativa nominal de tal aerogerador. Por conseguinte, assumindo que a potência de saída do parque eólico é identicamente distribuída entre todos os seus correspondentes aerogeradores, o polinômio representativo do custo integral de geração de tal parque, designado como a j -ésima planta de geração de um SEP, é concebido em conformidade com o explicitado em (5.6).

$$\begin{aligned} C_{TPj} &= n_{agj} (a_{epj}P_{epj}^2 + b_{epj}P_{epj} + c_{epj}) \\ &= n_{agj} \left[a_{epj} \left(\frac{P_{pepj}}{n_{agj}} \right)^2 + b_{epj} \left(\frac{P_{pepj}}{n_{agj}} \right) + c_{epj} \right] \\ &= \frac{a_{epj}}{n_{agj}} P_{pepj}^2 + b_{epj} P_{pepj} + n_{agj} c_{epj} \end{aligned} \quad (5.6)$$

em que n_{agj} designa o número de aerogeradores que integram o parque eólico correspondente a j -ésima planta de geração de um SEP e P_{pepj} denota a injeção de

potência ativa provinda do mesmo parque. É perceptível que o polinômio definido em (5.6) é plenamente integrável ao modelo de função objetivo apresentado em (4.1).

Capítulo 6

Simulações computacionais

Os desdobramentos mercadológicos da incorporação do modelo proposto de compensação distribuída na composição das equações de fluxo de potência integrantes das restrições do arcabouço matemático do problema de FPO são examinados nas posteriores subseções. As implementações computacionais da convencional estratégia de desmembramento de LMPs definida na subseção 4.3 e da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5 foram elaboradas por intermédio da linguagem de programação, das *toolboxes* e das ferramentas de construção gráfica disponibilizadas pelo programa MATLAB (*Matrix Laboratory*). A resolução dos problemas de otimização que compõem a instância principal das mencionadas implementações foi conduzida através da aplicação do *solver fmincon* disponibilizado no ambiente do programa MATLAB.

6.1 Exemplo numérico

Com o intuito didático de robustecer a compreensão do modelo de decomposição de LMPs proposto no presente trabalho, um exemplo numérico é investigado na presente subseção. Perante tal propósito, assume-se, no exemplo em vigor, o sistema-teste de 3 barras cujas especificações advêm do trabalho elaborado por Lu *et al.* (2018). Ademais, a fim de evidenciar a relevante dimensão das componentes de perdas de potência reativa em relação à magnitude das componentes de congestionamento, impõe-se uma redução de 52% aos limites superior e inferior de injeção de potência reativa proveniente da planta de geração conectada à barra 1. Ainda com o mesmo propósito, considera-se um limite de 77 MVA imposto ao fluxo de potência aparente ao longo do ramo conectado entre as barras 1 e 3. Os valores das variáveis primais e duais correspondentes à solução ótima do problema de FPO declarado entre (4.157) e (4.168) são prontamente ilustrados nas Tabelas 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4. Os montantes das potências ativa e reativa injetadas pelas plantas de geração e os correspondentes valores dos multiplicadores de Lagrange constituintes dos vetores $\boldsymbol{\eta}_p^{max}$, $\boldsymbol{\eta}_p^{min}$, $\boldsymbol{\eta}_q^{max}$ e $\boldsymbol{\eta}_q^{min}$ são devidamente explicitados na Tabela 6.1. Nesta mesma tabela, são

Tabela 6.1: Valores das injeções de potência ativa e reativa providas do portfólio de geração e os correspondentes valores dos multiplicadores de Lagrange integrantes dos vetores η_p^{max} , η_p^{min} , η_q^{max} e η_q^{min} associados à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.

Índice i da barra	Potência ativa injetada (MW)	Potência reativa injetada (MVar)	$\eta_{p i}^{max}$ (\$/MWh)	$\eta_{p i}^{min}$ (\$/MWh)	$\eta_{q i}^{max}$ (\$/MVarh)	$\eta_{q i}^{min}$ (\$/MVarh)	α_i	β_i
1	327,0852	86,0000	0,0000	0,0000	3,1115	0,0000	0,4	0,4
2	100,0000	80,0000	38,7710	0,0000	2,9690	0,0000	0,3	0,3
3	299,7796	229,7461	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3	0,3

especificados arbitrariamente os valores dos fatores de participação que constituem os vetores α e β balizadores da metodologia de decomposição proposta. Apesar da precedente exposição de distintas metodologias de determinação de fatores de participação, a apuração dos impactos técnico-mercado e a concepção matemática de tais metodologias fogem do escopo primordial do presente trabalho. Dessa forma, assume-se que a decomposição dos LMPs do sistema-teste em vigor é regida por uma especificação arbitrária dos fatores de participação, ao passo que as metodologias definidas em (4.20) e (4.201) são empregadas para computar tais fatores no âmbito do sistema-teste da subseção posterior. Os valores das variáveis de estado provenientes da solução supracitada e os respectivos valores dos multiplicadores de Lagrange que compõem os vetores φ^{max} e φ^{min} são adequadamente exibidos na Tabela 6.2. Os valores dos fluxos de potência aparente através dos ramos do sistema-teste e os correspondentes valores dos multiplicadores de Lagrange que integram o vetor μ são apropriadamente apresentados na Tabela 6.3. Finalmente, os LMPs de potência ativa (valores dos multiplicadores de Lagrange constituintes do vetor λ_p) e suas componentes correlatas são exibidos na Tabela 6.4.

A validação em vigência se restringirá tanto ao cálculo dos principais parâmetros marginais imprescindíveis à decomposição dos LMPs quanto ao cálculo das componentes dos referidos LMPs no contexto do presente sistema-teste.

As funções implementadas para solucionar os diferentes modelos de FPO previamente apresentados e executar as distintas estratégias de decomposição expostas computam e fornecem todo o conjunto de variáveis anteriormente apresentadas, incluindo as componentes dos LMPs de potência ativa e reativa. Todavia, no âmbito do planejamento e operação dos SEPs, os interesses financeiros dos arranjos contemporâneos de mercados

Tabela 6.2: Valores das variáveis de estado e dos correspondentes multiplicadores de Lagrange integrantes dos vetores φ^{max} e φ^{min} associados à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.

Barra	Índice i da variável de estado	x_i (rad)	φ_i^{max} (\$/radh)	φ_i^{min} (\$/radh)
2	1	-0,2853	0,0000	0,0000
3	2	-0,2633	0,0000	0,0000
Barra	Índice i da variável de estado	x_i (p.u.)	φ_i^{max} (\$/p.u.h)	φ_i^{min} (\$/p.u.h)
2	3	0,9829	0,0000	0,0000
3	4	1,0377	0,0000	0,0000

Tabela 6.3: Valores dos fluxos de potência aparente e dos correspondentes multiplicadores de Lagrange integrantes do vetor μ associados à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.

Índice i do fluxo	Barra inicial do fluxo	Barra final do fluxo	S_{fli} (MVA)	μ_i (\$/MVAh)
1	1	2	56,3075	0,0000
2	2	1	55,3459	0,0000
3	1	3	74,2032	0,0000
4	3	1	77,0000	2,4014
5	2	3	10,4532	0,0000
6	3	2	11,0357	0,0000

Tabela 6.4: Valores dos LMPs de potência ativa e das suas respectivas componentes concernentes à solução ótima do FPO definido na subseção 4.5.

Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	λ_{pei} (\$/MWh)	$\lambda_{p_l p_i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_l p_i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_c p_i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_c p_i}$ (\$/MWh)
1	56,1668	61,3901	-3,7478	-0,6939	-0,7816	0,0000
2	63,7710	61,3901	1,6860	0,5591	0,1358	0,0000
3	65,9736	61,3901	3,3110	0,3661	0,9064	0,0000

de eletricidade se restringem majoritariamente aos sinais econômicos marginais vinculados à potência ativa, como, por exemplo, o LMP de potência ativa descrito nesta e em seções precedentes. Dessa forma, apenas os referidos LMPs de potência ativa e seus parâmetros correlatos serão considerados no exemplo numérico da presente subseção e no estudo de caso da subseção posterior.

O cálculo dos elementos de interesse que constituem os vetores das sensibilidades das perdas de potência ativa e reativa definidos na igualdade matricial (4.177) fornece o resultado explicitado entre (6.1) e (6.2).

$$\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}} = [0,061049 \quad -0,027464 \quad -0,053934]^T \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}} = [0,324951 \quad -0,261838 \quad -0,17143]^T \quad (6.2)$$

O cálculo dos elementos das matrizes das sensibilidades dos fluxos de potência aparente definidas em (4.51) resulta nas quantidades evidenciadas em (6.3).

$$\mathbf{T}_{sp} = \begin{bmatrix} 0,275013 & -0,382457 & 0,015774 \\ 0,263849 & -0,360842 & 0,009043 \\ 0,328312 & -0,047691 & -0,390058 \\ 0,325504 & -0,056547 & -0,377458 \\ -0,004869 & -0,179594 & 0,186086 \\ -0,006027 & -0,193621 & 0,201656 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

A determinação dos vetores das sensibilidades das variáveis de estado apresentados em (4.184) proporcionam os valores exibidos em (6.4).

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}} = \begin{bmatrix} -0,141794 & 0,198105 & -0,009046 \\ -0,124977 & 0,014819 & 0,151817 \\ -0,011485 & 0,026789 & -0,011475 \\ -0,020461 & -0,009512 & 0,036794 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Subsequentemente, aplicando-se os parâmetros marginais previamente computados nas igualdades exprimidas entre (4.189) e (4.193), adquire-se, conforme exposto entre (6.5) e (6.9), as componentes oriundas da decomposição dos LMPs de potência ativa regidas pelo modelo de compensação distribuída proposto no presente trabalho.

$$\lambda_{pe} = [61,390098 \quad 61,390098 \quad 61,390098]^T \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{p_{lp}} &= -[0,061049 \quad -0,027464 \quad -0,053934]^T 61,390098 \\ &= [-3,747804 \quad 1,686018 \quad 3,311014]^T \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{qip} &= -[0,324951 \quad -0,261838 \quad -0,171431]^T 2,135304 \\ &= [-0,693869 \quad 0,559104 \quad 0,366057]^T\end{aligned}\quad (6.7)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{scp} &= - \begin{bmatrix} 0,275013 & -0,382457 & 0,015774 \\ 0,263849 & -0,360842 & 0,009043 \\ 0,328312 & -0,047691 & -0,390058 \\ 0,325504 & -0,056547 & -0,377458 \\ -0,004869 & -0,179594 & 0,186086 \\ -0,006027 & -0,193621 & 0,201656 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0,000000 \\ 0,000000 \\ 0,000014 \\ 2,401369 \\ 0,000000 \\ 0,000000 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0,781625 \\ 0,135785 \\ 0,906381 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6.8)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{xcp} &= - \begin{bmatrix} -0,141794 & 0,198105 & -0,009046 \\ -0,124977 & 0,014819 & 0,151817 \\ -0,011485 & 0,026789 & -0,011475 \\ -0,020461 & -0,009512 & 0,036794 \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,000006 \\ 0,000030 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,000013 \\ 0,000005 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0,000001 \\ -0,000000 \\ -0,000001 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6.9)$$

Finalmente, substituindo os vetores resultantes dos cálculos executados entre (6.5) e (6.9) na declaração concebida em (4.56), obtém-se, em conformidade com o ilustrado em (6.10), os valores dos LMPs de potência ativa associados às barras do sistema-teste em estudo.

$$\begin{aligned}\lambda_p &= \lambda_{pe} + \lambda_{piv} + \lambda_{qip} + \lambda_{scp} + \lambda_{xcp} \\ &= \begin{bmatrix} 61,390098 \\ 61,390098 \\ 61,390098 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3,747804 \\ 1,686018 \\ 3,311014 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,693869 \\ 0,559104 \\ 0,366057 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,781625 \\ 0,135785 \\ 0,906381 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0,000001 \\ -0,000000 \\ -0,000001 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56,166801 \\ 63,771005 \\ 65,973549 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6.10)$$

Dessa forma, a total congruência entre os valores dos LMPs advindos da resolução do modelo de FPO proposto e os valores dos LMPs provenientes da soma das componentes promovida em (6.10) certifica matematicamente a metodologia de decomposição de LMPs

proposta, visto que tal congruência descarta integralmente quaisquer possíveis equívocos associados à dedução e ao cálculo das componentes individuais dos LMPs.

6.2 Estudo de caso considerando portfólio de geração convencional

Em conformidade com o explanado em seções precedentes, o panorama de risco inerente à volatilidade dos LMPs expõe a importância da oferta de instrumentos de salvaguarda financeira no escopo dos mercados de eletricidade. Entre tais instrumentos, destacam-se os FTRs, os quais são implementados com o intuito de possibilitar a restituição financeira dos proprietários de tais direitos diante dos riscos associados à variabilidade supracitada provocada pela incidência de eventuais congestionamentos nos sistemas de transmissão dos SEPs. A remuneração dos detentores dos referidos direitos é liquidada com base em um montante de potência contratualmente estabelecido e na diferença entre as componentes de congestionamento dos LMPs entre as barras de injeção e de extração de potência consideradas na chancela de cada FTR. Por conseguinte, o estudo de caso em vigor tem dois propósitos primordiais:

- Conduzir uma apuração comparativa entre as componentes de congestionamento advindas da metodologia de decomposição de LMPs proposta no presente trabalho e as provindas de estratégias de desmembramento convencionais;
- Efetuar uma análise comparativa entre as componentes de congestionamento provindas unicamente da metodologia de decomposição de LMPs proposta no corrente trabalho perante distintas especificações de referência energética reativa.

Ademais, promove-se um aferimento analítico da magnitude da contribuição das componentes de perdas de potência reativa na composição integral dos LMPs. No presente estudo de caso, considera-se o sistema-teste IEEE 30 constituído por uma matriz de geração composta integralmente por usinas convencionais. As especificações dos parâmetros do referido sistema-teste seguem, excetuando-se as considerações posteriormente descritas na presente seção, integralmente o definido no trabalho formulado por Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas (2011). Os dados concernentes ao portfólio de geração convencional supracitado obedecem ao originalmente estabelecido na pesquisa de Alsac e Stott (1974). O estudo de caso em vigência será conduzido no âmbito de três cenários distintos devidamente descritos nas subseções 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3 da sequência.

6.2.1 Primeiro cenário

O cenário introdutório do estudo de caso em vigência é concebido com o propósito exclusivo de apresentar e clarificar algumas considerações que serão incorporadas à formulação de todos os subsequentes cenários concernentes ao presente estudo de caso. É imprescindível salientar que investigações mais acuradas acerca do impacto da adoção da nova metodologia de decomposição de LMPs na precificação dos congestionamentos e na magnitude das componentes de perdas de potência reativa intrínsecas à formulação matemática da metodologia citada serão conduzidas no âmbito dos cenários das subseções 6.2.2 e 6.2.3.

Perante o propósito exposto, assume-se, inicialmente, circunstâncias caracterizadas por níveis razoáveis de alívio operativo. Dessa forma, considera-se, no âmbito do presente cenário, os limites originalmente impostos ao fluxo de potência aparente através dos ramos do sistema-teste em análise especificados no trabalho elaborado por Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas (2011). Ademais, adota-se, para os objetivos de investigação e simulação que regem a etapa inicial da presente subseção, os limites de tensão extraídos da pesquisa conduzida por Singh, Padhy e Sharma (2011). No âmbito do cenário em vigor, assume-se que a estratégia de desagregação de LMPs convencional definida na subseção 4.3 empregue o esquema de especificação de referência energética ativa definida em (4.20). Adicionalmente, considera-se que a metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5 adote os modelos de especificação de referências energéticas ativa e reativa descritas, respectivamente, em (4.20) e (4.201). Abordagens que assumem a compensação distribuída ao longo das barras de demanda são registradas, por exemplo, na obra de Zhu (2015).

Inicialmente, a fim de elucidar posteriores considerações acerca do sistema-teste em análise, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes advindos da aplicação da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 são ilustrados na Tabela 6.5. A título de validação dos valores computados, os resultados provindos da execução do *solver* de FPO da *toolbox* MATPOWER do MATLAB, assumindo um modelo de sistema equivalente ao empregado na aplicação da metodologia introduzida na subseção 4.5, são expostos na Tabela 6.6. A mensuração da acurácia dos resultados provenientes das implementações computacionais das metodologias de decomposição consideradas no presente trabalho em relação aos oriundos das correspondentes execuções do supracitado

solver do MATPOWER será efetuada por intermédio do cálculo do erro percentual absoluto médio (MAPE – *Mean Absolute Percentage Error*), exprimido em (6.11)

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\lambda'_{p i} - \lambda''_{p i}}{\lambda''_{p i}} \right| \quad (6.11)$$

em que $\lambda'_{p i}$ denota o LMP associado à barra i provindo da implementação de alguma das metodologias de decomposição apresentadas no corrente trabalho e $\lambda''_{p i}$ designa o LMP alusivo à barra i advindo da correspondente execução do *solver* do MATPOWER.

Dessa forma, o MAPE entre os resultados exibidos nas Tabelas 6.5 e 6.6 é devidamente aferido em conformidade com o exposto em (6.12).

$$MAPE = \frac{100}{30} \sum_{i=1}^{30} \left| \frac{\lambda'_{p i} - \lambda''_{p i}}{\lambda'_{p i}} \right| = 1.4628 \times 10^{-4} \% \quad (6.12)$$

De agora em diante, a fim de evitar uma desnecessária e maçante exposição repetitiva de (6.11) nas mensurações subsequentes, os valores dos MAPEs serão apresentados diretamente no corpo do texto das análises.

Os custos totais de produção de eletricidade referentes aos resultados ilustrados nas Tabelas 6.5 e 6.6 equivalem a, respectivamente, 526,8474 \$/h e 526,8475 \$/h.

Em conformidade com os resultados explicitados na Tabela 6.5, é possível verificar prontamente que as componentes de restrição de estado, em módulo, preponderam significativamente sobre as componentes de perdas de potência ativa, de perdas de potência reativa e de congestionamento. Ademais, no escopo das perdas, nota-se a expressiva prevalência das componentes de perdas de potência reativa, que são, em módulo, maiores que as componentes de perdas de potência ativa em todas as barras do sistema-teste em estudo, excetuando-se a barra 13.

Tendo em vista que o propósito essencial dos posteriores cenários do presente estudo de caso consiste na avaliação do impacto da metodologia de decomposição proposta na precificação do congestionamento verificados através dos ramos de um SEP, considera-se que, daqui em diante, os limites de tensão nas barras do sistema-teste IEEE 30 sofram um pequeno relaxamento: diminui-se os limites inferiores de 0,94 p.u. para 0,90 p.u. e

Tabela 6.5: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.1 considerando os limites de tensão originalmente definidos.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_l p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_l p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_c p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_c p i}$ (\$/MWh)
1	2,4780	6,1368	-0,2990	-0,9878	-0,0047	-2,3674
2	3,1964	6,1368	-0,2185	-0,7883	-0,0046	-1,9290
3	3,7024	6,1368	-0,0977	-0,5268	-0,0018	-1,8082
4	4,0069	6,1368	-0,0605	-0,4383	-0,0010	-1,6301
5	3,6287	6,1368	-0,1910	-0,6741	-0,0025	-1,6405
6	4,4957	6,1368	-0,0397	-0,3929	0,0004	-1,2090
7	4,2103	6,1368	-0,0489	-0,4234	-0,0003	-1,4540
8	4,6811	6,1368	-0,0397	-0,3946	0,0011	-1,0226
9	4,0865	6,1368	-0,0406	-0,1117	0,0004	-1,8984
10	4,0336	6,1368	-0,0403	0,2347	0,0004	-2,2980
11	3,9964	6,1368	-0,0403	-0,4339	0,0002	-1,6665
12	3,4796	6,1368	-0,0761	0,1782	-0,0008	-2,7585
13	3,4525	6,1368	-0,0742	0,0491	-0,0008	-2,6585
14	3,7396	6,1368	0,0285	0,3486	-0,0006	-2,7736
15	4,1795	6,1368	0,0575	0,3715	-0,0002	-2,3860
16	3,7943	6,1368	-0,0241	0,2668	-0,0003	-2,5850
17	4,0255	6,1368	-0,0111	0,2922	0,0003	-2,3927
18	4,3136	6,1368	0,1164	0,4760	0,0001	-2,4157
19	4,3419	6,1368	0,1233	0,4974	0,0002	-2,4159
20	4,2780	6,1368	0,0883	0,4422	0,0003	-2,3896
21	4,3421	6,1368	0,0246	0,3488	0,0006	-2,1688
22	4,4026	6,1368	0,0236	0,3473	0,0007	-2,1058
23	5,0891	6,1368	0,1115	0,4523	0,0006	-1,6122
24	6,1469	6,1368	0,1275	0,4772	0,0016	-0,5963
25	9,6667	6,1368	0,0872	0,4432	0,0029	2,9966
26	10,5081	6,1368	0,2137	0,5928	0,0031	3,5617
27	11,0519	6,1368	0,0098	0,3432	0,0035	4,5584
28	5,8189	6,1368	-0,0046	-0,3205	0,0027	0,0045
29	21,5973	6,1368	0,1989	0,6202	0,0040	14,6373
30	32,8117	6,1368	0,3304	0,8090	0,0044	25,5311

Tabela 6.6: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da *toolbox* MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.5.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)
1	2,4780	11	3,9964	21	4,3421
2	3,1964	12	3,4796	22	4,4027
3	3,7024	13	3,4525	23	5,0891
4	4,0069	14	3,7396	24	6,1469
5	3,6287	15	4,1795	25	9,6668
6	4,4957	16	3,7943	26	10,5082
7	4,2103	17	4,0255	27	11,0519
8	4,6811	18	4,3136	28	5,8189
9	4,0865	19	4,3419	29	21,5974
10	4,0336	20	4,2780	30	32,8119

aumenta-se os limites superiores de 1,06 p.u. para 1,10 p.u., em consonância com os limites definidos no estudo empreendido por Pandi, Zeineldin e Xiao (2013). Essa nova faixa de valores permissíveis para as magnitudes das tensões será adotada para todos os cenários de todos os estudos de caso subsequentes.

Tal modificação se faz necessária para a posterior comparação entre os resultados provenientes da estratégia de desagregação convencional definida na subseção 4.3 e os provindos da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 por dois motivos:

- Evitar que o leitor suspeite que as restrições de estado (mais especificamente nos estudos em vigor, as restrições de magnitude de tensão nas barras) sejam convenientemente especificadas com o objetivo de proporcionar propositalmente grandes discrepâncias entre os resultados advindos das metodologias descritas nas subseções 4.1 e 4.2.
- Direcionar as atenções das análises para o impacto da nova metodologia de decomposição dos LMPs na precificação do congestionamento via diferenças entre as componentes do vetor $\lambda_{scp i}$.

Desse modo, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 são exibidos na Tabela 6.7. Os resultados advindos da execução do *solver* do MATPOWER, considerando um modelo de sistema equivalente, são ilustrados na Tabela 6.8. O MAPE dos resultados oriundos do novo par de execuções corresponde a $2,3819 \times 10^{-4}$ %. Os custos totais de

Tabela 6.7: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subsecção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subsecção 6.2.1 considerando os novos limites de tensão.

Índice <i>i</i> da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,8509	3,0803	-0,2227	-0,0067	0,0000	0,0000
2	2,9294	3,0803	-0,1460	-0,0050	0,0000	0,0000
3	3,0067	3,0803	-0,0703	-0,0033	0,0000	0,0000
4	3,0373	3,0803	-0,0403	-0,0026	0,0000	0,0000
5	2,9653	3,0803	-0,1112	-0,0038	0,0000	0,0000
6	3,0622	3,0803	-0,0160	-0,0021	0,0000	0,0000
7	3,0532	3,0803	-0,0248	-0,0023	0,0000	0,0000
8	3,0767	3,0803	-0,0020	-0,0017	0,0000	0,0000
9	3,0658	3,0803	-0,0145	-0,0001	0,0000	0,0000
10	3,0682	3,0803	-0,0136	0,0015	0,0000	0,0000
11	3,0653	3,0803	-0,0142	-0,0008	0,0000	0,0000
12	3,0306	3,0803	-0,0506	0,0009	0,0000	0,0000
13	3,0306	3,0803	-0,0499	0,0002	0,0000	0,0000
14	3,0889	3,0803	0,0067	0,0018	0,0000	0,0000
15	3,1077	3,0803	0,0254	0,0020	0,0000	0,0000
16	3,0668	3,0803	-0,0150	0,0015	0,0000	0,0000
17	3,0811	3,0803	-0,0009	0,0017	0,0000	0,0000
18	3,1445	3,0803	0,0616	0,0026	0,0000	0,0000
19	3,1509	3,0803	0,0678	0,0028	0,0000	0,0000
20	3,1333	3,0803	0,0505	0,0025	0,0000	0,0000
21	3,1025	3,0803	0,0201	0,0021	0,0000	0,0000
22	3,1018	3,0803	0,0194	0,0021	0,0000	0,0000
23	3,1405	3,0803	0,0577	0,0025	0,0000	0,0000
24	3,1538	3,0803	0,0708	0,0027	0,0000	0,0000
25	3,1335	3,0803	0,0507	0,0025	0,0000	0,0000
26	3,2021	3,0803	0,1185	0,0032	0,0000	0,0000
27	3,0926	3,0803	0,0104	0,0019	0,0000	0,0000
28	3,0848	3,0803	0,0060	-0,0016	0,0000	0,0000
29	3,1957	3,0803	0,1119	0,0034	0,0000	0,0000
30	3,2675	3,0803	0,1828	0,0044	0,0000	0,0000

Tabela 6.8: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.7.

Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)
1	2,8509	11	3,0653	21	3,1025
2	2,9294	12	3,0306	22	3,1018
3	3,0067	13	3,0306	23	3,1405
4	3,0373	14	3,0889	24	3,1538
5	2,9653	15	3,1077	25	3,1335
6	3,0622	16	3,0668	26	3,2021
7	3,0532	17	3,0811	27	3,0926
8	3,0767	18	3,1445	28	3,0848
9	3,0658	19	3,1509	29	3,1957
10	3,0682	20	3,1333	30	3,2675

geração de eletricidade concernentes aos resultados exibidos nas Tabelas 6.7 e 6.8 equivalem a, respectivamente, 490,6095 \$/h e 490,6096 \$/h.

Finalmente, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes oriundos da aplicação da estratégia de desmembramento convencional apresentada na subseção 4.3 são ilustrados na Tabela 6.9. Já os resultados provenientes da execução do *solver* do MATPOWER, assumindo um modelo de sistema equivalente, são exibidos na Tabela 6.10. O MAPE dos resultados advindos do par de execuções em questão equivale a 0,0012 %. Os custos totais de produção de eletricidade alusivos aos resultados expostos nas Tabelas 6.9 e 6.10 equivalem a, respectivamente, 490,9781 \$/h e 490,9782 \$/h.

Mediante uma inspeção trivial dos resultados explicitados nas Tabelas 6.7 e 6.9 é possível observar que nenhuma estratégia de decomposição proporcionou componentes de congestionamento de potência aparente, constatação previsível frente às condições operativas em vigor no presente cenário, no qual não intenta-se examinar o impacto da nova metodologia de desagregação na valoração de congestionamentos.

Diante de uma rede de transmissão com ramos submetidos a fluxos de potência aparente cujas magnitudes sejam inferiores aos seus respectivos limites térmicos tanto a aplicação do esquema de desagregação convencional definido na subseção 4.3 quanto o emprego da metodologia de decomposição formulada na subseção 4.5 não apenas produziram componentes de congestionamento nulas como proporcionaram valores

Tabela 6.9: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.3 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.1.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_l p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_c p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_c p i}$ (\$/MWh)
1	2,8513	3,0903	-0,2390	0,0000	0,0000
2	2,9319	3,0903	-0,1584	0,0000	0,0000
3	3,0132	3,0903	-0,0771	0,0000	0,0000
4	3,0445	3,0903	-0,0458	0,0000	0,0000
5	2,9658	3,0903	-0,1245	0,0000	0,0000
6	3,0703	3,0903	-0,0200	0,0000	0,0000
7	3,0619	3,0903	-0,0284	0,0000	0,0000
8	3,0849	3,0903	-0,0054	0,0000	0,0000
9	3,0742	3,0903	-0,0161	0,0000	0,0000
10	3,0762	3,0903	-0,0141	0,0000	0,0000
11	3,0742	3,0903	-0,0161	0,0000	0,0000
12	3,0353	3,0903	-0,0550	0,0000	0,0000
13	3,0353	3,0903	-0,0550	0,0000	0,0000
14	3,0973	3,0903	0,0070	0,0000	0,0000
15	3,1263	3,0903	0,0360	0,0000	0,0000
16	3,0753	3,0903	-0,0150	0,0000	0,0000
17	3,0899	3,0903	-0,0004	0,0000	0,0000
18	3,1632	3,0903	0,0729	0,0000	0,0000
19	3,1677	3,0903	0,0774	0,0000	0,0000
20	3,1484	3,0903	0,0581	0,0000	0,0000
21	3,1125	3,0903	0,0222	0,0000	0,0000
22	3,1116	3,0903	0,0213	0,0000	0,0000
23	3,1611	3,0903	0,0708	0,0000	0,0000
24	3,1735	3,0903	0,0832	0,0000	0,0000
25	3,1439	3,0903	0,0536	0,0000	0,0000
26	3,2242	3,0903	0,1339	0,0000	0,0000
27	3,0963	3,0903	0,0060	0,0000	0,0000
28	3,0935	3,0903	0,0032	0,0000	0,0000
29	3,2058	3,0903	0,1155	0,0000	0,0000
30	3,2801	3,0903	0,1898	0,0000	0,0000

Tabela 6.10: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.9.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)
1	2,8512	11	3,0741	21	3,1124
2	2,9318	12	3,0352	22	3,1116
3	3,0132	13	3,0352	23	3,1611
4	3,0445	14	3,0972	24	3,1735
5	2,9657	15	3,1263	25	3,1438
6	3,0703	16	3,0753	26	3,2242
7	3,0619	17	3,0899	27	3,0962
8	3,0849	18	3,1632	28	3,0935
9	3,0741	19	3,1677	29	3,2057
10	3,0761	20	3,1484	30	3,2801

semelhantes de LMPs correspondentes, fatos que não serão verificados no cenário da posterior subsecção.

6.2.2 Segundo cenário

O segundo cenário proposto objetiva evidenciar as diferenças significativas entre as componentes dos LMPs oriundas da estratégia de desagregação convencional e da metodologia de decomposição proposta no presente trabalho diante de uma factível alteração imposta ao limite térmico de apenas um dos ramos que compõem o sistema-teste em estudo. Nesse sentido, assume-se que o limite térmico imposto ao ramo interligado entre as barras 6 e 28 seja reduzido do limiar original de 32 MVA para o limite de 13 MVA. Tal modificação é considerada tanto no escopo da estratégia de desmembramento definida na subsecção 4.3 quanto na instância da metodologia de decomposição descrita na subsecção 4.5.

É imprescindível frisar que o decréscimo de capacidade em questão de forma alguma consiste em uma especificação arbitrária imposta com o exclusivo propósito de produzir resultados tendenciosos e convenientes às metodologias adotadas no estudo em vigor, visto que é significativamente inferior às reduções consideradas em versões do sistema-teste IEEE 30 verificadas, por exemplo, nos trabalhos elaborados por Singh, Padhy

e Sharma (2011) e por Hazra e Sinha (2007), o que atribui uma condição de total factibilidade à restrição em questão. No contexto do cenário em vigência, considera-se que a estratégia de decomposição convencional definida na subseção 4.3 adote o modelo de especificação de referência energética ativa definida em (4.20). Ademais, assume-se que a metodologia de desagregação proposta na subseção 4.5 empregue os métodos de especificação de referências energéticas ativa e reativa explicitados, respectivamente, em (4.20) e (4.201). Perante as supracitadas estipulações, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes resultantes da utilização do convencional esquema de desmembramento definido na subseção 4.3 e os oriundos da aplicação da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 são, respectivamente, exibidos nas Tabelas 6.11 e 6.12. Os resultados corroborativos das metodologias descritas nas subseções 4.1 e 4.2 provenientes da aplicação do *solver* do MATPOWER são ilustrados, respectivamente, nas Tabelas 6.13 e 6.14. Além disso, o MAPE entre os resultados apresentados nas Tabelas 6.11 e 6.13 corresponde a 2,74 %. Já o MAPE entre os resultados expostos nas Tabelas 6.12 e 6.14 equivale 0,21 %. Os custos totais de produção de eletricidade associados aos resultados ilustrados nas Tabelas 6.11 e 6.13 equivalem a, respectivamente, 570,9775 \$/h e 578,4700 \$/h. Ademais, os custos totais de geração de eletricidade referentes aos resultados explicitados nas Tabelas 6.12 e 6.14 correspondem, respectivamente, a 510,0407 \$/h e 509,9709 \$/h. Mediante uma simples vistoria dos resultados expostos nas Tabelas 6.11 e 6.12 é possível verificar que as duas estratégia de decomposição vigentes forneceram componentes de congestionamento de potência aparente.

Com o exclusivo propósito de facilitar a compreensão dos estudos posteriores, define-se, neste ponto, um par de parâmetros empregado na mensuração da disparidade entre as componentes de congestionamento dos LMPs. O primeiro parâmetro, intitulado diferença entre componentes de congestionamento (DCC), denota, em consonância com a própria intitulação, a disparidade entre as componentes de congestionamento λ_{scpi} e λ_{scpj} referentes, respectivamente, às barras i e j do sistema-teste em análise. Os DCCs associados a um conjunto de LMPs são computados conforme descrito em (6.13).

$$DCC_{i,j}^{caso\ y} = \begin{cases} \lambda_{scpi}^{caso\ y} - \lambda_{scpj}^{caso\ y}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad (6.13)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\},$$

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Tabela 6.11: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.3 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.2.2.

Índice i da barra	λ_{p_i} (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,4192	7,4380	-0,3290	-4,6898	0,0000
2	2,4230	7,4380	-0,2261	-4,7889	0,0000
3	2,5778	7,4380	-0,1437	-4,7165	0,0000
4	2,6094	7,4380	-0,1100	-4,7186	0,0000
5	2,3488	7,4380	-0,2053	-4,8839	0,0000
6	2,3024	7,4380	-0,0742	-5,0613	0,0000
7	2,3450	7,4380	-0,0497	-5,0433	0,0000
8	8,1443	7,4380	-0,0740	0,7803	0,0000
9	4,4346	7,4380	-0,0565	-2,9469	0,0000
10	5,5522	7,4380	-0,0473	-1,8386	0,0000
11	4,4346	7,4380	-0,0565	-2,9469	0,0000
12	4,8558	7,4380	-0,1855	-2,3967	0,0000
13	4,8558	7,4380	-0,1855	-2,3967	0,0000
14	5,4026	7,4380	-0,0396	-1,9958	0,0000
15	6,0964	7,4380	0,0491	-1,3907	0,0000
16	5,1949	7,4380	-0,0703	-2,1728	0,0000
17	5,4740	7,4380	-0,0193	-1,9447	0,0000
18	6,0058	7,4380	0,1482	-1,5804	0,0000
19	5,9203	7,4380	0,1640	-1,6817	0,0000
20	5,8344	7,4380	0,1197	-1,7233	0,0000
21	6,4725	7,4380	0,0391	-1,0046	0,0000
22	6,7272	7,4380	0,0369	-0,7477	0,0000
23	8,2902	7,4380	0,1437	0,7085	0,0000
24	11,1529	7,4380	0,1864	3,5285	0,0000
25	22,0084	7,4380	0,1411	14,4293	0,0000
26	22,5710	7,4380	0,3348	14,7981	0,0000
27	28,3817	7,4380	0,0372	20,9065	0,0000
28	38,2370	7,4380	-0,0261	30,8251	0,0000
29	29,3854	7,4380	0,3015	21,6459	0,0000
30	30,0669	7,4380	0,4810	22,1479	0,0000

Tabela 6.12: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subsecção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subsecção 6.2.2.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{lp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,6788	4,6503	-0,2699	-0,0615	-1,6401	0,0000
2	2,7262	4,6503	-0,1745	-0,0453	-1,7043	0,0000
3	2,8342	4,6503	-0,0847	-0,0309	-1,7004	0,0000
4	2,8646	4,6503	-0,0499	-0,0250	-1,7108	0,0000
5	2,7169	4,6503	-0,1376	-0,0360	-1,7597	0,0000
6	2,7492	4,6503	-0,0267	-0,0212	-1,8531	0,0000
7	2,7621	4,6503	-0,0272	-0,0219	-1,8390	0,0000
8	4,9249	4,6503	-0,0267	-0,0213	0,3227	0,0000
9	3,5581	4,6503	-0,0237	-0,0012	-1,0673	0,0000
10	4,0042	4,6503	-0,0216	0,0148	-0,6393	0,0000
11	3,5444	4,6503	-0,0233	-0,0098	-1,0727	0,0000
12	3,7189	4,6503	-0,0692	0,0087	-0,8709	0,0000
13	3,7046	4,6503	-0,0671	0,0011	-0,8796	0,0000
14	3,9806	4,6503	0,0088	0,0179	-0,6963	0,0000
15	4,1832	4,6503	0,0347	0,0194	-0,5211	0,0000
16	3,8700	4,6503	-0,0215	0,0146	-0,7734	0,0000
17	3,9862	4,6503	-0,0031	0,0172	-0,6781	0,0000
18	4,1988	4,6503	0,0844	0,0256	-0,5614	0,0000
19	4,1850	4,6503	0,0929	0,0273	-0,5854	0,0000
20	4,1449	4,6503	0,0687	0,0247	-0,5988	0,0000
21	4,3808	4,6503	0,0259	0,0205	-0,3160	0,0000
22	4,4741	4,6503	0,0249	0,0204	-0,2216	0,0000
23	4,9700	4,6503	0,0788	0,0242	0,2167	0,0000
24	6,0077	4,6503	0,0963	0,0265	1,2346	0,0000
25	9,8821	4,6503	0,0662	0,0245	5,1412	0,0000
26	10,0651	4,6503	0,1617	0,0325	5,2207	0,0000
27	12,2347	4,6503	0,0077	0,0190	7,5577	0,0000
28	16,0609	4,6503	0,0000	-0,0172	11,4278	0,0000
29	12,5617	4,6503	0,1521	0,0340	7,7253	0,0000
30	12,7899	4,6503	0,2525	0,0442	7,8428	0,0000

Tabela 6.13: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.11.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)
1	2,3937	11	4,5127	21	6,6639
2	2,3933	12	4,9567	22	6,9330
3	2,5532	13	4,9567	23	8,5799
4	2,5850	14	5,5306	24	11,6062
5	2,3136	15	6,2631	25	23,0899
6	2,2600	16	5,3141	26	23,6801
7	2,3049	17	5,6095	27	29,8380
8	8,4360	18	6,1663	28	40,2480
9	4,5127	19	6,0763	29	30,8931
10	5,6935	20	5,9869	30	31,6096

Tabela 6.14: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.12.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)
1	2,6793	11	3,5424	21	4,3845
2	2,7269	12	3,7175	22	4,4788
3	2,8351	13	3,7021	23	4,9851
4	2,8657	14	3,9818	24	6,0352
5	2,7177	15	4,1882	25	9,9571
6	2,7500	16	3,8696	26	10,1484
7	2,7629	17	3,9864	27	12,3313
8	4,9271	18	4,2034	28	16,0904
9	3,5570	19	4,1890	29	12,6785
10	4,0039	20	4,1478	30	12,9205

Na igualdade explicitada em (6.13), $DCC_{i,j}^{caso y}$ denota o DCC verificado nos LMPs associados às barras i e j de um SEP no âmbito dos resultados de um caso y específico. Os escalares $\lambda_{scp i}^{caso y}$ e $\lambda_{scp j}^{caso y}$ denotam as componentes de congestionamentos dos LMPs de potência ativa associados, respectivamente, às barras i e j de um SEP no contexto dos resultados de um determinado caso y .

No contexto de duas barras genéricas i e j , dependendo da posição dos detentores de eventuais direitos de salvaguarda financeira ou da localização dos participantes envolvidos em determinados pactos bilaterais, a precificação de circunstanciais congestionamentos obedecerá ou à diferença $\lambda_{scp\ i}^{caso\ y} - \lambda_{scp\ j}^{caso\ y}$ ou à $\lambda_{scp\ j}^{caso\ y} - \lambda_{scp\ i}^{caso\ y}$. Obviamente, os valores resultantes das duas diferenças previamente citadas exibem sinais opostos, o que pode ser de incomensurável importância dependendo da política de valoração de congestionamentos em vigor.

O segundo parâmetro, denominado máximo desalinhamento intercasos (MDI), designa a maior disparidade entre os correspondentes DCCs provenientes de dois conjuntos de resultados distintos, em conformidade com o definido em (6.14).

$$MDI = \text{máx}(DCC^{caso\ 1} - DCC^{caso\ 2}) \quad (6.14)$$

Na relação exposta em (6.14), $DCC^{caso\ y}$ denota uma matriz antissimétrica constituída por todos os possíveis DCCs referentes aos resultados de um caso y específico e o operador $\text{máx}(\mathbf{Z})$ identifica o maior elemento que compõe uma matriz \mathbf{Z} . Um elemento genérico situado na linha i e coluna j de uma matriz $DCC^{caso\ y}$ corresponde a um $DCC_{i,j}^{caso\ y}$ associados aos resultados de um caso y específico.

Para descrever de forma mais inteligível o que o MDI de fato computa, direciona-se a análise para o estudo de caso conduzido na presente subseção: considera-se que o caso 1 corresponda à aplicação da estratégia de decomposição convencional definido na subseção 4.3 e o caso 2 consista na adoção da metodologia de desmembramento proposta na subseção 4.5. Após o cálculo de todos os DCCs para os casos 1 e 2, calcula-se as diferenças entre todos os valores correspondentes em cada caso. Ou seja, computa-se $DCC_{1,2}^{caso\ 1}, DCC_{1,3}^{caso\ 1}, DCC_{1,4}^{caso\ 1}, \dots, DCC_{29,30}^{caso\ 1}$ para o caso 1 e $DCC_{1,2}^{caso\ 2}, DCC_{1,3}^{caso\ 2}, DCC_{1,4}^{caso\ 2}, \dots, DCC_{29,30}^{caso\ 2}$ para o caso 2. Em seguida, efetua-se a subtração de todos os DCCs correspondentes, ou seja, faz-se $(DCC_{1,2}^{caso\ 1} - DCC_{1,2}^{caso\ 2}), (DCC_{1,3}^{caso\ 1} - DCC_{1,3}^{caso\ 2}), (DCC_{1,4}^{caso\ 1} - DCC_{1,4}^{caso\ 2}), \dots, (DCC_{30,29}^{caso\ 1} - DCC_{30,29}^{caso\ 2})$. Finalmente, o MDI associado ao par de casos em análise corresponde ao maior valor advindo das subtrações previamente executadas.

O MDI constitui um parâmetro capital para a investigação de metodologias de decomposição distintas ou mesmo para o estudo de uma mesma metodologia respaldada em sistemas-teste sob condições e/ou modelos diferentes.

No que tange aos resultados expressos na Tabela 6.11, os quais advêm do esquema de desagregação convencional (caso 1), a maior DCC é observada entre os valores concernentes às barras 28 e 6, devidamente calculado em conformidade com o observado em (6.15).

$$DCC_{28,6}^{caso\ 1} = \lambda_{scp\ 28}^{caso\ 1} - \lambda_{scp\ 6}^{caso\ 1} = 35,8864\ \$/MWh \quad (6.15)$$

A partir deste ponto, com o propósito de evitar uma maçante exposição repetitiva de (6.13) nas análises subsequentes, os valores dos DCCs serão exibidos diretamente no corpo do texto dos estudos.

O montante computado em (6.15) representa 1558,63 % e 93,85 %, respectivamente, dos LMPs das barras 6 e 28 em questão.

Já no que concerne aos resultados exibidos na Tabela 6.12, os quais são provenientes da metodologia de decomposição proposta no presente trabalho (caso 2), a mais considerável DCC é notada entre os valores novamente alusivos às barras 28 e 6, equivalendo a $DCC_{28,6}^{caso\ 2} = 13,2809\ \$/MWh$, uma quantia que corresponde a 483,07 % e 82,69 %, respectivamente, dos LMPs das barras 6 e 28 mencionadas.

O MDI concernente aos resultados das duas metodologias de desagregação ilustrados nas Tabelas 6.11 e 6.12 é computado conforme verificado em (6.16).

$$MDI = \text{máx}(DCC^{caso\ 1} - DCC^{caso\ 2}) = 22,6056\ \$/MWh \quad (6.16)$$

O resultado adquirido em (6.16) refere-se, novamente, às barras 6 e 28 do sistema-teste em análise. Tal montante representa a potencial diferença financeira entre possíveis precificações de congestionamento provindas das metodologias descritas nas subseções 4.1 e 4.2 caso as barras envolvidas nas transações sejam a 6 e a 28. No âmbito específico do cenário em estudo, os 22,6056 \$/MWh calculados em (6.16) retrata uma disparidade expressiva entre a estratégia de decomposição convencional definida na subseção 4.3 e a metodologia de desagregação proposta na subseção 4.5. Mais especificamente, tal quantia indica que caso uma política de precificação de congestionamento migre da metodologia de decomposição definida no caso 1 para a proposta no caso 2, os agentes que pactuam

transações com base nas barras 6 e 28 verificarão uma variação de -62,99 % no DCC correlato. Analogamente, caso uma política de precificação de congestionamento mude da metodologia de decomposição definida no caso 2 para a proposta no caso 1, os agentes que firmam transações com respaldo nas barras 6 e 28 observarão uma variação de 170,21 % no DCC correlato.

Ademais, mediante inspeção dos resultados ilustrados na Tabela 6.12, é possível perceber a significância das componentes de perdas de potência reativa na formação numérica dos LMPs. Essa relevância é notoriamente observada nas barras 14, 17, 27 e 28 do sistema-teste em análise, nas quais os módulos dos valores das componentes de perdas de potência reativa são maiores que os módulos dos valores das correspondentes componentes de perdas de potência ativa.

6.2.3 Terceiro Cenário

Dentre os três cenários constituintes da presente subseção endereçada ao estudo de caso no âmbito do sistema-teste IEEE 30, certamente o terceiro assume um sensível protagonismo, posto que tal cenário visa evidenciar a relevância da disparidade entre as magnitudes das componentes dos LMPs provenientes unicamente da aplicação do modelo de decomposição proposto no presente trabalho sob diferentes especificações de referência energética reativa.

O propósito essencial do presente cenário não constitui-se de análises comparativas dos resultados advindos da adoção da estratégia de desagregação de LMPs convencional definida na subseção 4.3 e dos provindos do emprego da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5. O propósito primordial do cenário vigente corresponde ao estudo comparativo dos resultados referentes a três casos distintos provenientes exclusivamente da aplicação da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5. A comparação de resultados oriundos unicamente da metodologia de desmembramento proposta na subseção 4.5, no contexto dos diferentes casos posteriormente descritos, tem o intuito de demonstrar que as componentes dos LMPs são suscetíveis a alterações expressivas perante modificações nas especificações da referência energética reativa mesmo diante da manutenção da referência energética ativa e da preservação dos parâmetros do sistema-teste entre os casos distintos citados. Em suma, os

valores dos LMPs mantêm-se precisamente inalterados, ao passo que suas componentes, em face de distintas seleções de referência energética reativa, variam consideravelmente.

Nesse contexto, assume-se que, analogamente ao considerado no estudo de caso precedente, o limite térmico imposto ao ramo interligado entre as barras 6 e 28 seja reduzido do limiar original de 32 MVA para o limite de 13 MVA. Ademais, considera-se também que a capacidade térmica imposta ao ramo interconectado entre as barras 28 e 27 seja diminuída do valor original de 65 MVA para o limiar de 16 MVA.

É crucial reiterar que as reduções de capacidade em questão de modo algum representam especificações arbitrárias impostas com o único propósito de produzir resultados convenientes à metodologia empregada no estudo em vigência. De forma similar ao precedentemente verificado no estudo de caso da subseção prévia, tais reduções são razoavelmente inferiores aos decréscimos assumidos em versões do sistema-teste IEEE 30 adotadas, por exemplo, nas pesquisas empreendidas por Singh, Padhy e Sharma (2011) e por Hazra e Sinha (2007), o que configura uma condição de plena razoabilidade aos limites previamente definidos. Vale rememorar que todos os casos definidos no âmbito do cenário da presente subseção respaldam-se unicamente na aplicação da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5.

A título de facilitação e concisão da exposição dos resultados e condução das análises, inicialmente são definidos os três casos distintos considerados nas subsequentes investigações:

- Caso 1: a especificação da referência energética reativa segue o definido em (4.201).
- Caso 2: a especificação da referência energética reativa baseia-se na atribuição de um fator de participação unitário à barra com maior LMP de potência reativa e de fatores de participação nulos às demais barras do sistema-teste em análise. Mais especificamente, alicerçando-se nos resultados prévios do FPO associado ao caso em vigor, tem-se que $\beta_{30} = 1$ e $\beta_i = 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, 30\} - \{30\}$.
- Caso 3: a especificação da referência energética reativa fundamenta-se na atribuição de um fator de participação unitário à barra com menor LMP de potência reativa e de fatores de participação nulos às demais barras do sistema-teste em estudo. Mais especificamente, baseando-se nos resultados preliminares do FPO vinculado ao caso em vigência, obtém-se $\beta_2 = 1$ e $\beta_i = 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, 30\} - \{2\}$.

Ademais, com a finalidade de canalizar as atenções para os desdobramentos das distintas seleções de referência energética reativa, considera-se que tanto o esquema de decomposição convencional definido na subseção 4.3 quanto a metodologia de desagregação apresentada na subseção 4.5 empreguem o modelo de especificação de referência energética ativa definido em (4.20).

Posteriormente à efetivação das modificações e imposições mencionadas, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes resultantes da aplicação da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 aos casos 1, 2 e 3 são, respectivamente, exibidos nas Tabelas 6.15, 6.16 e 6.17. Os resultados comprobatórios da metodologia descrita na subseção 4.5 provenientes da aplicação do *solver* do MATPOWER são ilustrados na Tabela 6.18. O MAPE entre os valores dos LMPs apresentados na Tabela 6.15, que são iguais aos expostos nas Tabelas 6.16 e 6.17, e aqueles exibidos na Tabela 6.18 corresponde a 0,16 %. Os custos totais de produção de eletricidade concernentes aos resultados ilustrados nas Tabelas 6.15 e 6.18 correspondem, respectivamente, a 550,5286 \$/h e 550,6181 \$/h.

Através de uma simples inspeção dos resultados expostos nas Tabelas 6.15, 6.16 e 6.17 é possível verificar que todos os casos propostos proporcionaram componentes de congestionamento de potência aparente no desmembramento de seus respectivos LMPs. No que concerne aos resultados exibidos na Tabela 6.15, os quais são provenientes do caso 1, a mais considerável DCC é verificada entre os valores concernentes às barras 30 e 6, equivalendo a $DCC_{30,6}^{caso\ 1} = 30,8995\ \$/MWh$, um montante que representa 1266,72 % e 90,30 %, respectivamente, dos LMPs das barras 6 e 30 em questão. Na sequência, no que tange aos resultados evidenciados na Tabela 6.16, os quais advêm do caso 2, a mais significativa DCC é notada entre os valores novamente alusivos às barras 30 e 6, correspondendo a $DCC_{30,6}^{caso\ 2} = 29,7652\ \$/MWh$, uma quantia que corresponde a 1220,22 % e 86,98 %, respectivamente, dos LMPs das barras 6 e 30 mencionadas. Já no que refere-se aos resultados explicitados na Tabela 6.17, os quais provêm do caso 3, a mais expressiva DCC é observada entre os valores novamente associados às barras 30 e 6, equivalendo a $DCC_{30,6}^{caso\ 3} = 31,2857\ \$/MWh$, um valor que corresponde a 1282,55 % e 91,43 %, respectivamente, dos LMPs das barras 6 e 30 citadas. Os MDIs oriundos de todas as possíveis combinações entre os três casos previamente definidos são devidamente ilustrados na Tabela 6.19.

Tabela 6.15: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 1 do cenário proposto na subseção 6.2.3.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{lp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5298	7,2705	-0,3531	-0,2969	-4,0907	0,0000
2	2,5505	7,2705	-0,2329	-0,2129	-4,2743	0,0000
3	2,7406	7,2705	-0,1341	-0,1464	-4,2495	0,0000
4	2,7838	7,2705	-0,0939	-0,1176	-4,2752	0,0000
5	2,4814	7,2705	-0,1946	-0,1714	-4,4231	0,0000
6	2,4393	7,2705	-0,0517	-0,0928	-4,6866	0,0000
7	2,4780	7,2705	-0,0400	-0,0898	-4,6628	0,0000
8	3,5900	7,2705	-0,0332	-0,0792	-3,5682	0,0000
9	4,5749	7,2705	-0,0417	-0,0581	-2,5958	0,0000
10	5,8450	7,2705	-0,0367	0,0497	-1,4385	0,0000
11	4,4022	7,2705	-0,0403	-0,2005	-2,6276	0,0000
12	4,9684	7,2705	-0,1565	-0,0232	-2,1224	0,0000
13	4,7833	7,2705	-0,1485	-0,1462	-2,1925	0,0000
14	5,6892	7,2705	-0,0344	0,0386	-1,5855	0,0000
15	6,3578	7,2705	0,0189	0,0529	-0,9846	0,0000
16	5,4068	7,2705	-0,0622	0,0278	-1,8294	0,0000
17	5,7679	7,2705	-0,0149	0,0588	-1,5465	0,0000
18	6,3565	7,2705	0,1083	0,1008	-1,1231	0,0000
19	6,3050	7,2705	0,1282	0,1165	-1,2102	0,0000
20	6,2016	7,2705	0,0939	0,1033	-1,2660	0,0000
21	6,9608	7,2705	0,0365	0,0869	-0,4332	0,0000
22	7,2523	7,2705	0,0349	0,0864	-0,1395	0,0000
23	8,8386	7,2705	0,1011	0,0960	1,3710	0,0000
24	12,1435	7,2705	0,1470	0,1284	4,5976	0,0000
25	24,5701	7,2705	0,1327	0,1476	17,0193	0,0000
26	25,2085	7,2705	0,2823	0,1983	17,4573	0,0000
27	31,9821	7,2705	0,0575	0,1328	24,5213	0,0000
28	9,4167	7,2705	-0,0050	-0,0675	2,2186	0,0000
29	33,3047	7,2705	0,2845	0,2286	25,5211	0,0000
30	34,2198	7,2705	0,4423	0,2940	26,2129	0,0000

Tabela 6.16: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 2 do cenário proposto na subseção 6.2.3.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{lp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5298	7,2705	-0,3249	-1,1959	-3,2199	0,0000
2	2,5505	7,2705	-0,2126	-0,8573	-3,6501	0,0000
3	2,7406	7,2705	-0,1202	-0,5894	-3,8203	0,0000
4	2,7838	7,2705	-0,0828	-0,4737	-3,9303	0,0000
5	2,4814	7,2705	-0,1783	-0,6901	-3,9206	0,0000
6	2,4393	7,2705	-0,0429	-0,3739	-4,4144	0,0000
7	2,4780	7,2705	-0,0314	-0,3616	-4,3995	0,0000
8	3,5900	7,2705	-0,0257	-0,3189	-3,3359	0,0000
9	4,5749	7,2705	-0,0362	-0,2341	-2,4254	0,0000
10	5,8450	7,2705	-0,0415	0,2001	-1,5842	0,0000
11	4,4022	7,2705	-0,0212	-0,8073	-2,0398	0,0000
12	4,9684	7,2705	-0,1543	-0,0935	-2,0544	0,0000
13	4,7833	7,2705	-0,1345	-0,5889	-1,7638	0,0000
14	5,6892	7,2705	-0,0380	0,1554	-1,6986	0,0000
15	6,3578	7,2705	0,0139	0,2130	-1,1397	0,0000
16	5,4068	7,2705	-0,0648	0,1121	-1,9110	0,0000
17	5,7679	7,2705	-0,0205	0,2367	-1,7188	0,0000
18	6,3565	7,2705	0,0987	0,4061	-1,4187	0,0000
19	6,3050	7,2705	0,1171	0,4690	-1,5516	0,0000
20	6,2016	7,2705	0,0840	0,4159	-1,5688	0,0000
21	6,9608	7,2705	0,0283	0,3500	-0,6880	0,0000
22	7,2523	7,2705	0,0267	0,3479	-0,3928	0,0000
23	8,8386	7,2705	0,0919	0,3867	1,0894	0,0000
24	12,1435	7,2705	0,1348	0,5171	4,2211	0,0000
25	24,5701	7,2705	0,1187	0,5944	16,5865	0,0000
26	25,2085	7,2705	0,2635	0,7986	16,8759	0,0000
27	31,9821	7,2705	0,0449	0,5348	24,1320	0,0000
28	9,4167	7,2705	0,0015	-0,2720	2,4166	0,0000
29	33,3047	7,2705	0,2627	0,9207	24,8507	0,0000
30	34,2198	7,2705	0,4144	1,1840	25,3508	0,0000

Tabela 6.17: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 3 do cenário proposto na subseção 6.2.3.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5298	7,2705	-0,3536	0,0000	-4,3872	0,0000
2	2,5505	7,2705	-0,2332	0,0000	-4,4868	0,0000
3	2,7406	7,2705	-0,1343	0,0000	-4,3956	0,0000
4	2,7838	7,2705	-0,0941	0,0000	-4,3926	0,0000
5	2,4814	7,2705	-0,1949	0,0000	-4,5942	0,0000
6	2,4393	7,2705	-0,0519	0,0000	-4,7793	0,0000
7	2,4780	7,2705	-0,0401	0,0000	-4,7524	0,0000
8	3,5900	7,2705	-0,0333	0,0000	-3,6472	0,0000
9	4,5749	7,2705	-0,0418	0,0000	-2,6538	0,0000
10	5,8450	7,2705	-0,0367	0,0000	-1,3889	0,0000
11	4,4022	7,2705	-0,0406	0,0000	-2,8278	0,0000
12	4,9684	7,2705	-0,1565	0,0000	-2,1456	0,0000
13	4,7833	7,2705	-0,1487	0,0000	-2,3385	0,0000
14	5,6892	7,2705	-0,0343	0,0000	-1,5470	0,0000
15	6,3578	7,2705	0,0190	0,0000	-0,9318	0,0000
16	5,4068	7,2705	-0,0621	0,0000	-1,8016	0,0000
17	5,7679	7,2705	-0,0148	0,0000	-1,4879	0,0000
18	6,3565	7,2705	0,1084	0,0000	-1,0224	0,0000
19	6,3050	7,2705	0,1284	0,0000	-1,0939	0,0000
20	6,2016	7,2705	0,0940	0,0000	-1,1629	0,0000
21	6,9608	7,2705	0,0367	0,0000	-0,3465	0,0000
22	7,2523	7,2705	0,0350	0,0000	-0,0533	0,0000
23	8,8386	7,2705	0,1012	0,0000	1,4668	0,0000
24	12,1435	7,2705	0,1472	0,0000	4,7258	0,0000
25	24,5701	7,2705	0,1330	0,0000	17,1666	0,0000
26	25,2085	7,2705	0,2826	0,0000	17,6553	0,0000
27	31,9821	7,2705	0,0577	0,0000	24,6539	0,0000
28	9,4167	7,2705	-0,0051	0,0000	2,1512	0,0000
29	33,3047	7,2705	0,2849	0,0000	25,7493	0,0000
30	34,2198	7,2705	0,4428	0,0000	26,5064	0,0000

Tabela 6.18: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados nas Tabelas 6.15, 6.16 e 6.17.

Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)
1	2,5293	11	4,4024	21	6,9723
2	2,5499	12	4,9711	22	7,2652
3	2,7405	13	4,7838	23	8,8619
4	2,7837	14	5,6953	24	12,1838
5	2,4806	15	6,3680	25	24,6752
6	2,4381	16	5,4114	26	25,3203
7	2,4769	17	5,7740	27	32,1225
8	3,5910	18	6,3666	28	9,4398
9	4,5773	19	6,3146	29	33,4611
10	5,8511	20	6,2104	30	34,3872

Tabela 6.19: Panorama de informações acerca dos MDIs provindos da aplicação da metodologia de decomposição definida na subsecção 4.5 no âmbito de todos os casos constituintes do cenário proposto na subsecção 6.2.3.

Combinação de casos	Barras associadas ao MDI		MDI (\$/MWh)	Migração de um caso i para um caso j		MDI em relação ao $DCC_{k,m}^{caso i}$
	Barra k inicial	Barra m final		Caso i inicialmente adotado	Caso j posteriormente adotado	
Casos 1 e 2	1	30	1,7328	1	2	-5,72 %
				2	1	6,07 %
Casos 1 e 3	1	30	0.5900	1	3	1,95 %
				3	1	-1,91 %
Casos 2 e 3	1	30	2.3228	2	3	8,13 %
				3	2	-7,52 %

Primeiramente, efetua-se a interpretação dos resultados ilustrados na Tabela 6.19 apenas no que concerne aos valores correspondes à comparação dos casos 1 e 2. Em conformidade com o exposto na Tabela 6.19, o MDI concernente à análise comparativa dos casos 1 e 2 diz respeito às barras 1 e 30 do sistema-teste em análise e equivale a $MDI = 1,7328$ \$/MWh. Tal quantia representa a potencial disparidade financeira entre possíveis precificações de congestionamento advindas dos casos 1 e 2 se as barras envolvidas nas transações são a 1 e a 30. No contexto do par de casos em estudo, o valor

1,7328 \$/MWh mencionado sinaliza uma significativa diferença entre as decomposições provindas dos casos 1 e 2, apesar da adoção da mesma metodologia de desmembramento de LMPs proposta na subseção 4.5. Mais especificamente, tal montante indica que se uma política de precificação de congestionamento migrar da especificação de referência energética reativa definida no caso 1 para a proposta no caso 2, os agentes que firmam transações com alicerce nas barras 1 e 30 observarão uma variação de -5,72 % no DCC correlato. Similarmente, caso uma política de precificação de congestionamento mude da especificação de referência energética reativa definida no caso 2 para a proposta no caso 1, os agentes que pactuam transações com base nas barras 1 e 30 verificarão uma variação de 6,07 % no DCC correspondente. De maneira análoga, o conjunto das análises supracitadas pode ser prontamente estendido aos estudos comparativos dos casos 1 e 3 bem como dos casos 2 e 3.

Além disso, mediante uma trivial vistoria das Tabelas 6.15, 6.16 e 6.17, é possível notar, dependendo do modelo de seleção de referência energética reativa, a relevância ou insignificância das componentes de perdas de potência reativa na formação numérica dos LMPs. A expressividade é proeminentemente observada nos casos 1 e 2. No caso 1, verifica-se que as barras 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 17, 20, 21, 22, 25, 27 e 28 do sistema-teste no contexto do referido caso em análise exibem valores de componentes de perdas de potência reativa que, em módulo, são maiores que os valores das correspondentes componentes de perdas de potência ativa. No caso 2, todas as barras do sistema-teste em vigor, excetuando-se a barra 12, exibem valores de componentes de perdas de potência reativa que, em módulo, são maiores que os valores das respectivas componentes de perdas de potência ativa. Já a insignificância é flagrante no caso 3, no qual todas as barras possuem componentes de perdas de potência reativa nulas e, por conseguinte, inferiores, em módulo, a todos os valores das correspondentes componentes de perdas de potência ativa.

6.3 Estudo de caso considerando inserção de parques eólicos no portfólio de geração

No presente estudo de caso, considera-se o sistema-teste IEEE 30 suprido por uma matriz de geração composta por usinas convencionais e plantas de geração eólica.

Novamente, as especificações dos parâmetros do sistema-teste em questão obedecem, com exceção das considerações subseqüentemente descritas na corrente seção, integralmente ao estabelecido no trabalho preconizado por Zimmerman, Murillo-Sánchez e Thomas (2011). Os dados referentes ao portfólio de geração convencional seguem o originalmente definido no estudo de Alsac e Stott (1974). Já a especificação dos dados relativos às unidades de geração eólica empregadas nos cenários do presente estudo de caso serão descritas com maior grau de minúcia na subseção 6.3.1 da sequência. O estudo de caso em vigor será executado no âmbito de três cenários diferentes adequadamente descritos nas subseções 6.3.1 e 6.3.2 que seguem.

6.3.1 Primeiro cenário

O primeiro cenário proposto no âmbito do presente estudo de caso visa explicitar as diferenças consideráveis entre as componentes dos LMPs provindas da estratégia de desagregação convencional e da metodologia de decomposição proposta no presente trabalho perante uma factível mudança imposta ao limite térmico de somente um dos ramos transmissores considerando a incorporação de plantas de geração eólica ao portfólio de geração do sistema-teste em análise.

Dessa forma, analogamente ao considerado na subseção 6.2.2, que representa o segundo cenário proposto no contexto do estudo de caso antecedente, assume-se que o limite de fluxo de potência aparente imposto ao ramo interconectado entre as barras 6 e 28 seja decrescido do limite original de 32 MVA para o teto de 13 MVA. Tal alteração é válida tanto para a estratégia de desmembramento descrita na subseção 4.3 quanto para a metodologia de desagregação definida na subseção 4.5. Em sintonia com o explanado na subseção 6.2.2, tal redução é plenamente factível no contexto do presente sistema-teste em estudo.

Com o propósito de investigar o impacto da penetração da geração eólica na disparidade entre as valorações de congestionamento provindas da estratégia convencional de desmembramento de LMPs exprimida na subseção 4.3 e a metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5, considera-se a inserção de um parque eólico na barra 16, que consiste em uma das localizações selecionadas para a incorporação da geração eólica nos estudos empreendidos por Li et al. (2016b).

Considera-se que o parque eólico mencionado seja integrado por 15 aerogeradores. Adota-se os seguintes parâmetros para cada um dos aerogeradores: $P_{nominal} = 2$ MW, $\rho = 1,2235$ kg/m³, $c_p = 0,473$, $V_{entrada} = 3$ m/s, $V_{saída} = 25$ m/s e $V_{nominal} = 10,28$ m/s. Assume-se que o raio da área circular varrida pelas pás de todos os aerogeradores seja de 45 m. Os fatores de forma e de escala da função densidade de probabilidade que rege a distribuição de Weibull são, respectivamente, $k = 2$ e $c = 10$ m/s. Considera-se que os coeficientes dos custos de oportunidade concernentes à escassez e ao excesso de potência eólica seguem o mesmo padrão definido no contexto das investigação conduzidas por Shi *et al.* (2012), sendo submetidos apenas a uma mudança de escala para a ordem de grandeza dos típicos custos de geração convencional em vigência no presente sistema-teste. Dessa forma, tais coeficientes equivalem a, respectivamente, $K_F = 2$ \$/MWh e $K_E = 1$ \$/MWh.

Uma sub-rotina contendo a implementação de uma simulação de Monte Carlo, com um montante de amostras correspondente a $N = 8000$, respaldada nos procedimentos descritos na subseção 4.3, é executada para adquirir o histograma da distribuição de frequência da potência de saída de um aerogerador integrante do parque eólico em análise, a função do custo de produção individual dos aerogeradores e a função do custo total de geração do referido parque eólico. O histograma mencionado é exibido na Figura 6.1. Já as curvas dos custos de oportunidade e total associadas à operação de um aerogerador são apresentadas na Figura 6.2. Subsequentemente, na Figura 6.3 é ilustrada a curva do custo total de geração de eletricidade do parque eólico considerado nos estudos do corrente sistema-teste. A fim de contextualizar comparativamente os custos de produção associados tanto às plantas convencionais quanto ao parque eólico mencionado, a Figura 6.4 expõe as curvas dos custos operacionais de todas as usinas que compõem o portfólio de geração do sistema-teste em estudo. Ademais, com o objetivo de reforçar a compreensão do comportamento dos custos da geração eólica, na Figura 6.4 são incluídas as curvas de custo de produção de eletricidade de três plantas eólicas adicionais dotadas de capacidades operativas distintas e concebidas com respaldo nos mesmos procedimentos adotados para a elaboração da curva de custo total de geração de eletricidade do parque eólico efetivamente considerado no estudo em vigência. Vale ressaltar que tais custos de produção referentes às três centrais eólicas adicionais não são considerados nas análises conduzidas no presente estudo de caso, sendo ilustrados apenas para efeito de comparação com o custo de geração associado ao parque eólico de fato considerado nas referidas análises. Finalmente, a

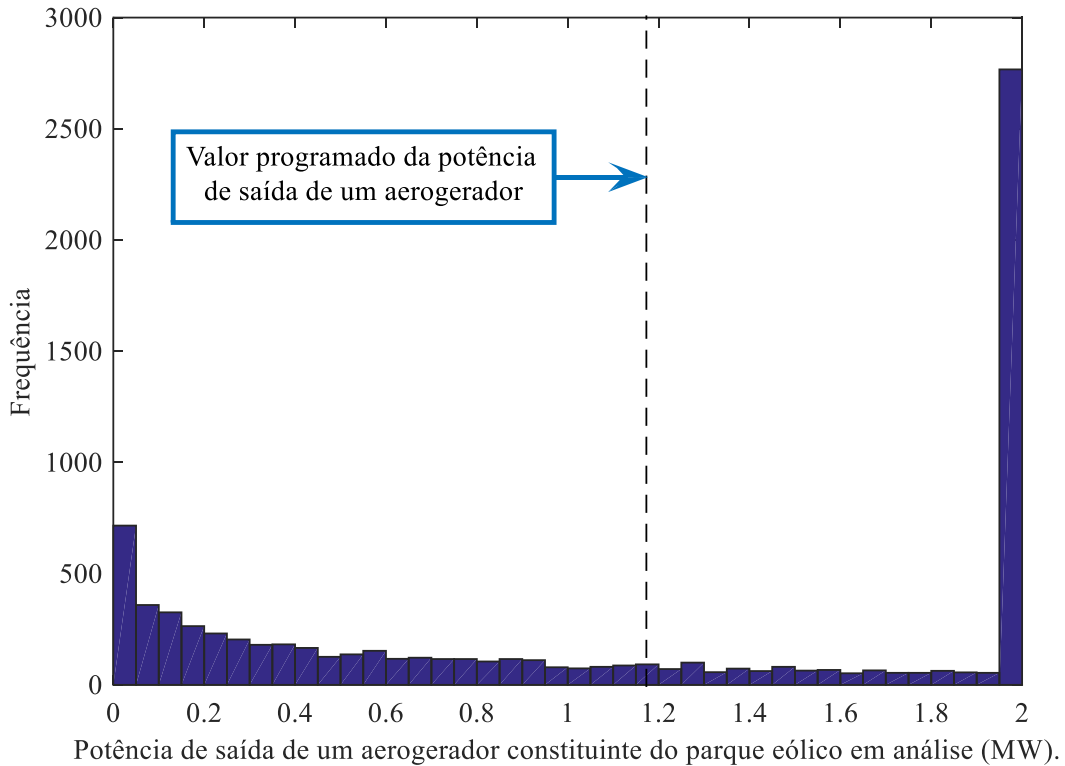


Figura 6.1: Histograma de distribuição de frequência da potência ativa de saída de um aerogerador integrante do parque eólico em análise no cenário definido na subseção 6.3.1.

aplicação da sub-rotina previamente citada fornece os seguintes coeficientes para o polinômio representativo do custo total de produção de energia elétrica do parque eólico em questão: $a_i = 0,0252$, $b_i = -0,3494$ e $c_i = 15,4722$. Ademais, assume-se que os limites operativos do parque eólico mencionado sejam estipulados pela capacidade dos seus aerogeradores constituintes, ou seja, considera-se que a operação de tal parque seja inferiormente limitada em 0 MW e superiormente limitada em $15 \times P_{nominal} = 30\text{ MW}$. Analogamente ao definido por Shi *et al.* (2012), a título de simplificação das análises, considera-se que o referido parque eólico opere sob fator de potência unitário.

No cenário em vigor, assume-se que a estratégia de decomposição convencional descrita na subseção 4.3 adote o modelo de seleção de referência energética ativa definida em (4.20). Além disso, considera-se que a metodologia de desagregação formulada na subseção 4.5 adote os métodos de especificação de referências energéticas ativa e reativa definidas, respectivamente, em (4.20) e (4.201).

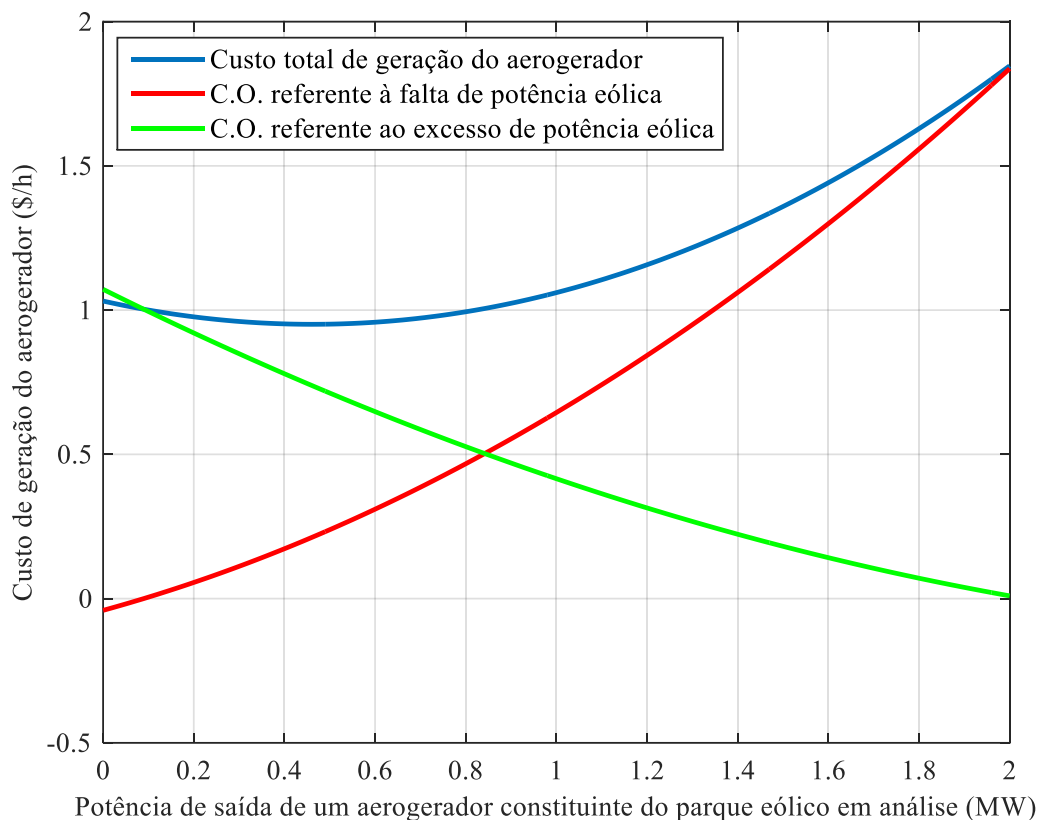


Figura 6.2: Curvas dos custos de oportunidade e total referentes à operação de um aerogerador integrante do parque eólico em análise no cenário definido na subseção 6.3.1.

Diante das determinações mencionadas, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes oriundos da aplicação do convencional esquema de desmembramento definido na subseção 4.3 e os provindos da utilização da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 são, respectivamente, exibidos nas Tabelas 6.20 e 6.21. Os resultados comprobatórios das metodologias descritas nas subseções 4.1 e 4.2 advindos da aplicação do *solver* do MATPOWER são ilustrados, respectivamente, nas Tabelas 6.22 e 6.23. Ademais, o MAPE entre os resultados ilustrados nas Tabelas 6.20 e 6.22 equivale a 5,43 %. Já o MAPE entre os resultados apresentados nas Tabelas 6.21 e 6.23 corresponde a 0,12%. Os custos totais de produção de eletricidade referentes aos resultados apresentados nas Tabelas 6.20 e 6.22 equivalem a, respectivamente, 468,9278 \$/h e 472,7941 \$/h. Além disso, os custos totais de geração de eletricidade concernentes aos resultados ilustrados nas Tabelas 6.21 e 6.23 correspondem, respectivamente, a 449,0087 \$/h e 449,1920 \$/h.

Por intermédio de uma simples inspeção dos resultados evidenciados nas Tabelas

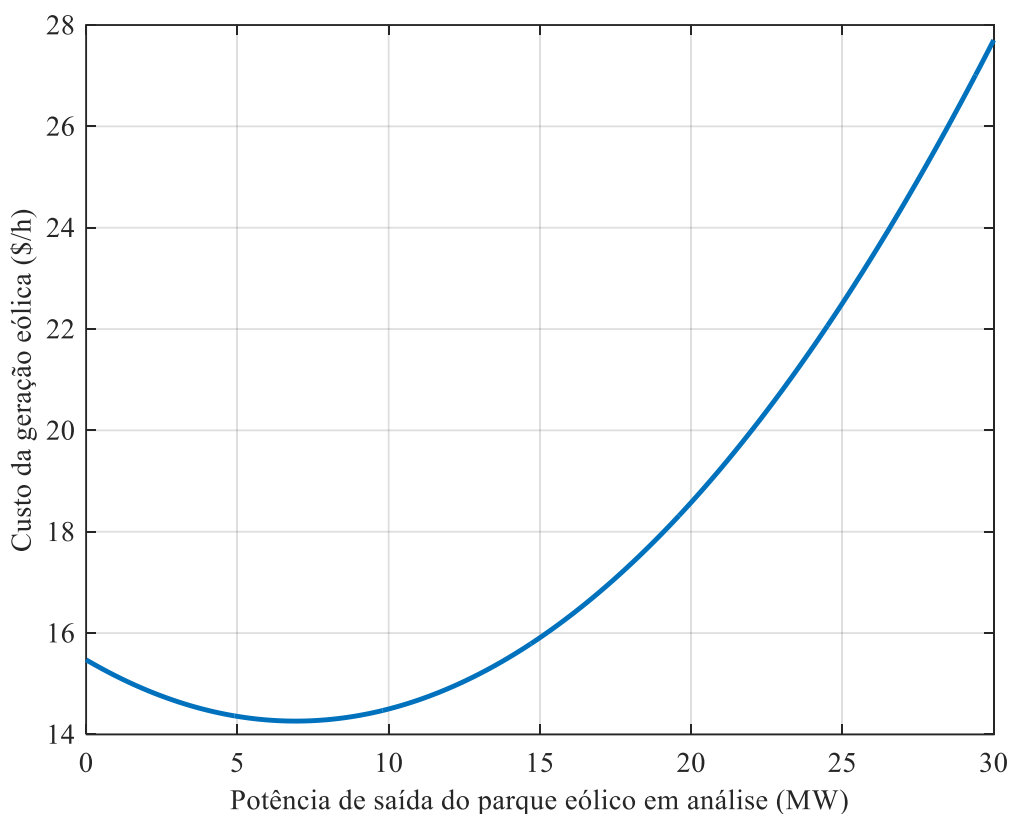


Figura 6.3: Curva do custo total de geração associada ao parque eólico em análise no cenário definido na subseção 6.3.1.

6.20 e 6.21 percebe-se que as duas metodologias de decomposição em vigor proporcionaram componentes de congestionamento de potência aparente.

No tocante aos resultados expostos na Tabela 6.20, os quais advêm da estratégia de desagregação convencional (caso 1), a maior DCC é verificada entre os valores associados às barras 28 e 16, o qual equivale a $DCC_{28,16}^{caso\ 1} = 18,9248$ \$/MWh. Tal valor de DCC corresponde a 1738,62 % e 93,69 %, respectivamente, dos LMPs das barras 16 e 28 mencionadas.

Já no que tange aos resultados apresentados na Tabela 6.21, os quais provêm da metodologia de decomposição proposta no corrente trabalho (caso 2), a mais relevante DCC é observada entre os valores novamente relativos às barras 28 e 16, correspondendo a $DCC_{28,16}^{caso\ 2} = 7,4268$ \$/MWh, um montante que equivale a 730,12 % e 86,82 %, respectivamente, dos LMPs das referidas barras 16 e 28.

O MDI referente aos resultados das duas metodologias de decomposição explicitados nas Tabelas 6.20 e 6.21 corresponde a $MDI = 11,8506$ \$/MWh. Tal quantia

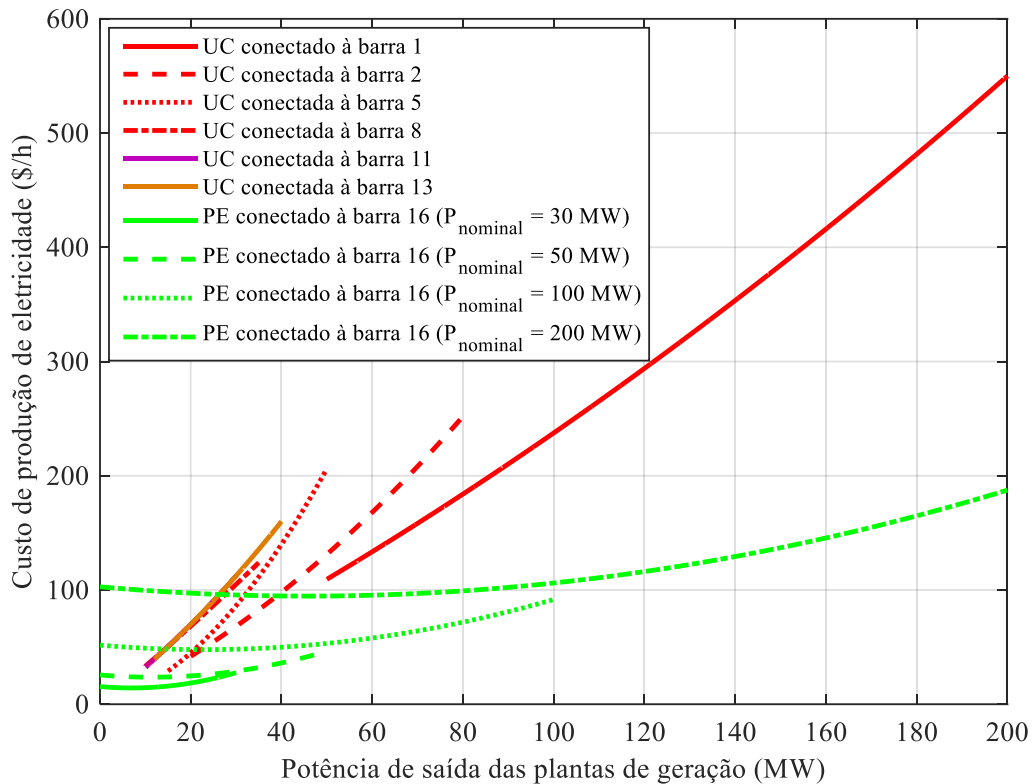


Figura 6.4: Curvas dos custos totais de produção de eletricidade das usinas convencionais (UCs) e do parque eólico (PE) integrantes do sistema-teste IEEE 30 no cenário definido na subseção 6.3.1. A título de comparação, são incluídas curvas de custo de produção associadas a três parques eólicos de capacidades distintas.

concerne às barras 6 e 28 do sistema-teste em estudo. O montante em questão reflete a potencial diferença financeira entre possíveis precificações de congestionamento resultantes das metodologias definidas nas subseções 4.1 e 4.2 caso as barras envolvidas nas transações sejam a 6 e a 28. Especificamente em relação ao cenário em estudo, o valor $MDI = 11,8506 \text{ \$/MWh}$ traduz uma disparidade significativa entre o esquema de decomposição convencional definido na subseção 4.3 e a metodologia de desagregação proposta na subseção 4.5. De maneira mais específica, tal montante sinaliza que caso uma política de precificação de congestionamento alterne da metodologia de decomposição considerada no caso 1 para a definida no caso 2, os participantes que acordam transações respaldando-se nas barras 6 e 28 testemunharão uma variação de $-67,17 \%$ no DCC correspondente. Semelhantemente, caso uma política de precificação de congestionamento mude da metodologia de decomposição proposta no caso 2 para a

Tabela 6.20: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.3 no âmbito do cenário proposto na subseção 6.3.1.

Índice i da barra	λ_{p_i} (\$/MWh)	$\lambda_{p_{e_i}}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip_i}}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp_i}}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp_i}}$ (\$/MWh)
1	2,4483	5,0320	-0,2264	-2,3572	0,0000
2	2,4834	5,0320	-0,1530	-2,3955	0,0000
3	2,5249	5,0320	-0,0897	-2,4174	0,0000
4	2,5391	5,0320	-0,0646	-2,4282	0,0000
5	2,4856	5,0320	-0,1371	-2,4092	0,0000
6	2,5261	5,0320	-0,0447	-2,4612	0,0000
7	2,5364	5,0320	-0,0294	-2,4662	0,0000
8	5,3980	5,0320	-0,0445	0,4105	0,0000
9	4,0371	5,0320	-0,0452	-0,9497	0,0000
10	4,8288	5,0320	-0,0454	-0,1577	0,0000
11	4,0371	5,0320	-0,0452	-0,9497	0,0000
12	2,6907	5,0320	-0,0907	-2,2505	0,0000
13	2,6907	5,0320	-0,0907	-2,2505	0,0000
14	3,1572	5,0320	0,0080	-1,8827	0,0000
15	3,7626	5,0320	0,0540	-1,3234	0,0000
16	1,0885	5,0320	-0,1992	-3,7443	0,0000
17	5,4011	5,0320	-0,0642	0,4333	0,0000
18	4,2223	5,0320	0,1072	-0,9168	0,0000
19	4,4657	5,0320	0,1107	-0,6770	0,0000
20	4,5629	5,0320	0,0775	-0,5466	0,0000
21	5,2201	5,0320	0,0143	0,1738	0,0000
22	5,3191	5,0320	0,0134	0,2738	0,0000
23	5,2188	5,0320	0,1100	0,0768	0,0000
24	7,1167	5,0320	0,1287	1,9560	0,0000
25	12,3697	5,0320	0,0992	7,2385	0,0000
26	12,6859	5,0320	0,2304	7,4235	0,0000
27	15,4363	5,0320	0,0296	10,3748	0,0000
28	20,2003	5,0320	-0,0122	15,1805	0,0000
29	15,9822	5,0320	0,2086	10,7417	0,0000
30	16,3529	5,0320	0,3301	10,9908	0,0000

Tabela 6.21: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subsecção 4.5 no âmbito do cenário proposto na subsecção 6.3.1.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{lp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5781	3,5607	-0,1820	-0,0378	-0,7628	0,0000
2	2,6331	3,5607	-0,1187	-0,0273	-0,7816	0,0000
3	2,6556	3,5607	-0,0631	-0,0187	-0,8234	0,0000
4	2,6698	3,5607	-0,0409	-0,0149	-0,8350	0,0000
5	2,6654	3,5607	-0,0960	-0,0217	-0,7776	0,0000
6	2,7385	3,5607	-0,0212	-0,0120	-0,7890	0,0000
7	2,7346	3,5607	-0,0185	-0,0120	-0,7956	0,0000
8	3,6902	3,5607	-0,0158	-0,0111	0,1564	0,0000
9	3,4487	3,5607	-0,0196	-0,0019	-0,0904	0,0000
10	3,8370	3,5607	-0,0188	0,0072	0,2879	0,0000
11	3,4387	3,5607	-0,0193	-0,0079	-0,0948	0,0000
12	2,2606	3,5607	-0,0624	0,0006	-1,2383	0,0000
13	2,2606	3,5607	-0,0615	-0,0047	-1,2339	0,0000
14	2,5462	3,5607	-0,0005	0,0080	-1,0220	0,0000
15	2,8338	3,5607	0,0222	0,0095	-0,7587	0,0000
16	1,0172	3,5607	-0,1138	-0,0050	-2,4247	0,0000
17	4,2962	3,5607	-0,0309	0,0054	0,7610	0,0000
18	3,2521	3,5607	0,0624	0,0147	-0,3858	0,0000
19	3,4814	3,5607	0,0695	0,0162	-0,1651	0,0000
20	3,5766	3,5607	0,0508	0,0144	-0,0493	0,0000
21	3,9619	3,5607	0,0182	0,0117	0,3713	0,0000
22	3,9826	3,5607	0,0175	0,0117	0,3926	0,0000
23	3,5011	3,5607	0,0595	0,0141	-0,1332	0,0000
24	4,3822	3,5607	0,0766	0,0169	0,7279	0,0000
25	6,0693	3,5607	0,0647	0,0182	2,4256	0,0000
26	6,1963	3,5607	0,1390	0,0243	2,4723	0,0000
27	7,0621	3,5607	0,0250	0,0158	3,4606	0,0000
28	8,5547	3,5607	0,0009	-0,0090	5,0021	0,0000
29	7,2832	3,5607	0,1370	0,0272	3,5583	0,0000
30	7,4370	3,5607	0,2149	0,0350	3,6264	0,0000

Tabela 6.22: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.20.

Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)
1	2,4259	11	4,1852	21	5,5313
2	2,4572	12	2,7967	22	5,6489
3	2,5035	13	2,7967	23	5,6230
4	2,5180	14	3,3108	24	7,7671
5	2,4536	15	3,9800	25	13,8669
6	2,4864	16	1,1196	26	14,2213
7	2,4992	17	5,6735	27	17,4349
8	5,8134	18	4,4543	28	22,9583
9	4,1852	19	4,7049	29	18,0515
10	5,0754	20	4,8043	30	18,4702

Tabela 6.23: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.21.

Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)	Índice i da barra	λ_{pi} (\$/MWh)
1	2,5789	11	3,4382	21	3,9628
2	2,6339	12	2,2581	22	3,9837
3	2,6562	13	2,2581	23	3,5035
4	2,6704	14	2,5438	24	4,3888
5	2,6662	15	2,8332	25	6,0902
6	2,7394	16	1,0118	26	6,2201
7	2,7355	17	4,2975	27	7,0898
8	3,6901	18	3,2520	28	8,5556
9	3,4487	19	3,4816	29	7,3181
10	3,8369	20	3,5767	30	7,4769

assumida no caso 1, os agentes que estabelecem transações baseando-se nas barras 6 e 28 notarão uma variação de 204,63 % no DCC correlato.

Comparativamente ao correspondente cenário operativo constituído exclusivamente por usinas convencionais tratado na subsecção 6.2.2, a penetração da geração eólica promoveu uma moderada redução na magnitude das componentes de perdas de potência

reativa. Todavia, mesmo perante tal redução, por meio de uma inspeção da Tabela 6.21, ainda é possível notar a significância das componentes de perdas de potência reativa na constituição numérica dos LMPs. Essa relevância é mais enfaticamente observada nas barras 14 e 28 do presente sistema-teste, nas quais os módulos dos valores das componentes de perdas de potência reativa suplantam os módulos dos valores das respectivas componentes de perdas de potência ativa.

Em relação ao correspondente cenário integrado exclusivamente por plantas de geração convencionais abordado na subseção 6.2.2, a penetração da geração eólica proporcionou, no âmbito do esquema de decomposição convencional apresentado na subseção 4.3, uma redução nos valores dos LMPs associados a 25 das 30 barras constituintes do sistema-teste em análise. Apenas as barras 1, 2, 5, 6 e 7 não registraram decréscimo nos valores dos LMPs.

Ademais, também em comparação ao correspondente cenário composto unicamente por centrais de geração convencionais descrito na subseção 6.2.2, a inserção da geração eólica promoveu, no contexto da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5, uma diminuição nos valores dos LMPs vinculados a 29 das 30 barras que integram o sistema-teste em estudo. Somente na barra 17 não se verificou redução nos valores dos LMPs.

6.3.2 Segundo Cenário

Decerto, dentre os dois cenários integrantes da presente subseção pertinente ao estudo de caso no contexto do sistema-teste IEEE 30 com penetração de geração eólica, o segundo protagoniza um papel de destaque, visto que tal cenário objetiva suprimir categoricamente quaisquer suposições e desconfiças totalmente justificáveis no que concerne às comparações efetuadas entre metodologias de decomposição de LMPs diferentes.

Dessa forma, é nítido que o corrente cenário compartilha os mesmos propósitos do cenário apresentado na subseção 6.2.3. Reiterando, a finalidade essencial do cenário vigente não consiste em promover análises comparativas dos resultados provenientes da adoção da estratégia de desmembramento de LMPs convencional definida na subseção 4.3 e dos advindos da aplicação da metodologia de decomposição de LMPs definida na

subseção 4.5. A meta fundamental do presente cenário engloba o estudo comparativo dos resultados associados a três casos diferentes advindos unicamente da aplicação da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5. A comparação de resultados provindos exclusivamente da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5, no âmbito dos distintos casos subsequentemente especificados, tem o objetivo de evidenciar que os valores das componentes dos LMPs são passíveis de significativas mudanças diante de alterações nas especificações da referência energética reativa mesmo em face da conservação da referência energética ativa e da manutenção dos parâmetros do sistema-teste entre os diferentes casos mencionados. De forma concisa, os LMPs permanecem invariáveis, enquanto suas componentes, diante de diferentes especificações de referência energética reativa, exibem relevantes alterações.

Identicamente ao considerado no cenário da subseção 6.2.3, considera-se que o limite de fluxo de potência aparente instituído ao ramo interconectado entre as barras 6 e 28 seja decrescido do limite original de 32 MVA para o limite de 13 MVA. Adicionalmente, estipula-se também que o limiar térmico imposto ao ramo instalado entre as barras 28 e 27 seja reduzido do valor original de 65 MVA para o limite de 16 MVA. Em harmonia com o exposto na subseção 6.2.3, tais decréscimos de capacidade são absolutamente factíveis no âmbito do corrente sistema-teste em análise.

Com o objetivo de examinar o impacto da penetração da geração eólica na discrepância entre as valorações de congestionamento advindas do esquema convencional de decomposição de LMPs formulado na subseção 4.3 e a metodologia de desagregação de LMPs definida na subseção 4.5, assume-se a inserção de um parque eólico na barra 16, identicamente ao efetuado na subseção 6.3.1 precedente. Ademais, considera-se que o parque eólico em vigor disponha dos mesmos parâmetros e especificações adotados para a usina eólica empregada nos estudos do cenário da subseção 6.3.1 anterior.

É vital recordar que todos os casos especificados no contexto do cenário da subseção em vigor baseiam-se exclusivamente na aplicação da metodologia de decomposição de LMPs proposta na subseção 4.5.

Para efeito de simplificação e sintetização da apresentação dos resultados e realização dos estudos, primeiramente são apresentados os três casos que serão empregados nas posteriores análises:

- Caso 1: a especificação da referência energética reativa obedece ao formulado em (4.201).

- Caso 2: a seleção da referência energética reativa fundamenta-se na atribuição de um fator de participação unitário à barra com maior LMP de potência reativa e de fatores de participação nulos às barras remanescentes do sistema-teste em vigência. Por conseguinte, respaldando-se nos resultados preliminares do FPO concernente ao caso em questão, verifica-se que $\beta_{30} = 1$ e $\beta_i = 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, 30\} - \{30\}$.
- Caso 3: a seleção da referência energética reativa baseia-se na atribuição de um fator de participação unitário à barra com menor LMP de potência reativa e de fatores de participação nulos às barras remanescente do sistema-teste em vigor. Dessa forma, amparando-se nos resultados prévios do FPO associado ao caso em vigor, observa-se que $\beta_2 = 1$ e $\beta_i = 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, 30\} - \{2\}$.

Além disso, com a finalidade de direcionar as atenções para os reflexos das diferentes especificações de referência energética reativa, assume-se que tanto a estratégia de desagregação convencional apresentada na subseção 4.3 quanto a metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5 adotem o esquema de determinação de referência energética ativa definido em (4.20).

Perante as imposições supracitadas, os valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provindos da aplicação da metodologia de desmembramento proposta na subseção 4.5 aos casos 1, 2 e 3 são, respectivamente, ilustrados nas Tabelas 6.24, 6.25 e 6.26. Os resultados corroborantes da metodologia proposta na subseção 4.5 advindos da aplicação do *solver* do MATPOWER são exibidos na Tabela 6.27. O MAPE entre os valores dos LMPs ilustrados na Tabela 6.24, que são idênticos aos apresentados nas Tabelas 6.25 e 6.26, e aqueles explicitados na Tabela 6.27 equivale a 0,16 %. Os custos totais de geração de eletricidade associados aos resultados ilustrados nas Tabelas 6.24 e 6.27 equivalem a, respectivamente, 452,7858 \$/h e 452,8127 \$/h.

Os resultados apresentados nas Tabelas 6.24, 6.25 e 6.26 evidenciam que todos os casos definidos na presente subseção produziram componentes de congestionamento de potência aparente na decomposição de seus LMPs correspondentes.

Primeiramente, no concernente aos resultados ilustrados na Tabela 6.24, os quais provêm do caso 1, a mais relevante DCC é observada entre os valores referentes às barras 30 e 16, correspondendo a $DCC_{30,16}^{caso 1} = 12,7447$ \$/MWh, uma quantia que equivale a 1271,31 % e 89,30 %, respectivamente, dos LMPs das barras 16 e 30 citadas.

Tabela 6.24: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 1 do cenário proposto na subseção 6.3.2.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{lp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5666	4,4981	-0,2270	-0,0961	-1,6152	0,0069
2	2,6134	4,4981	-0,1482	-0,0687	-1,6722	0,0044
3	2,6511	4,4981	-0,0790	-0,0461	-1,7243	0,0025
4	2,6667	4,4981	-0,0515	-0,0365	-1,7446	0,0012
5	2,6314	4,4981	-0,1210	-0,0543	-1,6941	0,0027
6	2,6871	4,4981	-0,0272	-0,0287	-1,7545	-0,0005
7	2,6898	4,4981	-0,0222	-0,0284	-1,7587	0,0011
8	3,5962	4,4981	-0,0160	-0,0246	-0,8608	-0,0004
9	3,9477	4,4981	-0,0291	-0,0121	-0,5071	-0,0021
10	4,6527	4,4981	-0,0301	0,0143	0,1748	-0,0045
11	3,9054	4,4981	-0,0285	-0,0401	-0,5272	0,0031
12	2,5560	4,4981	-0,0745	0,0011	-1,8716	0,0030
13	2,5504	4,4981	-0,0728	-0,0115	-1,8664	0,0032
14	3,0070	4,4981	0,0001	0,0191	-1,5126	0,0022
15	3,4864	4,4981	0,0269	0,0225	-1,0619	0,0008
16	1,0025	4,4981	-0,1403	-0,0138	-3,3418	0,0003
17	5,2255	4,4981	-0,0433	0,0105	0,7634	-0,0033
18	3,9913	4,4981	0,0736	0,0348	-0,6133	-0,0018
19	4,2646	4,4981	0,0812	0,0381	-0,3495	-0,0032
20	4,3706	4,4981	0,0576	0,0332	-0,2147	-0,0036
21	4,9992	4,4981	0,0163	0,0261	0,4635	-0,0047
22	5,0777	4,4981	0,0156	0,0261	0,5425	-0,0046
23	4,7502	4,4981	0,0723	0,0338	0,1465	-0,0005
24	6,4414	4,4981	0,0933	0,0408	1,8114	-0,0021
25	10,8211	4,4981	0,0844	0,0463	6,1919	0,0004
26	11,0764	4,4981	0,1774	0,0619	6,3388	0,0002
27	13,4306	4,4981	0,0377	0,0415	8,8514	0,0019
28	8,2008	4,4981	0,0017	-0,0209	3,7224	-0,0005
29	13,9271	4,4981	0,1790	0,0711	9,1771	0,0018
30	14,2713	4,4981	0,2772	0,0913	9,4030	0,0018

Tabela 6.25: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 2 do cenário proposto na subseção 6.3.2.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5666	4,4981	-0,2084	-0,3205	-1,4091	0,0065
2	2,6134	4,4981	-0,1348	-0,2292	-1,5248	0,0041
3	2,6511	4,4981	-0,0700	-0,1539	-1,6254	0,0023
4	2,6667	4,4981	-0,0444	-0,1217	-1,6663	0,0010
5	2,6314	4,4981	-0,1104	-0,1810	-1,5776	0,0025
6	2,6871	4,4981	-0,0216	-0,0958	-1,6929	-0,0006
7	2,6898	4,4981	-0,0167	-0,0949	-1,6976	0,0009
8	3,5962	4,4981	-0,0112	-0,0821	-0,8080	-0,0005
9	3,9477	4,4981	-0,0268	-0,0402	-0,4813	-0,0021
10	4,6527	4,4981	-0,0329	0,0478	0,1440	-0,0044
11	3,9054	4,4981	-0,0207	-0,1337	-0,4412	0,0029
12	2,5560	4,4981	-0,0747	0,0037	-1,8740	0,0030
13	2,5504	4,4981	-0,0706	-0,0385	-1,8417	0,0031
14	3,0070	4,4981	-0,0036	0,0637	-1,5535	0,0023
15	3,4864	4,4981	0,0225	0,0751	-1,1102	0,0009
16	1,0025	4,4981	-0,1376	-0,0462	-3,3121	0,0003
17	5,2255	4,4981	-0,0453	0,0351	0,7408	-0,0032
18	3,9913	4,4981	0,0669	0,1160	-0,6879	-0,0017
19	4,2647	4,4981	0,0738	0,1269	-0,4311	-0,0030
20	4,3706	4,4981	0,0512	0,1107	-0,2859	-0,0034
21	4,9992	4,4981	0,0112	0,0872	0,4074	-0,0046
22	5,0778	4,4981	0,0106	0,0870	0,4865	-0,0044
23	4,7502	4,4981	0,0658	0,1126	0,0741	-0,0004
24	6,4415	4,4981	0,0854	0,1361	1,7238	-0,0019
25	10,8211	4,4981	0,0754	0,1545	6,0925	0,0006
26	11,0765	4,4981	0,1653	0,2066	6,2060	0,0005
27	13,4307	4,4981	0,0296	0,1384	8,7624	0,0021
28	8,2008	4,4981	0,0057	-0,0696	3,7671	-0,0006
29	13,9271	4,4981	0,1652	0,2371	9,0247	0,0022
30	14,2714	4,4981	0,2595	0,3044	9,2072	0,0022

Tabela 6.26: Valores dos LMPs e de suas respectivas componentes provenientes da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito do caso 3 do cenário proposto na subseção 6.3.2.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_e i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{p_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{q_{ip} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{s_{cp} i}$ (\$/MWh)	$\lambda_{x_{cp} i}$ (\$/MWh)
1	2,5666	4,4981	-0,2254	0,0000	-1,7191	0,0131
2	2,6134	4,4981	-0,1470	0,0000	-1,7465	0,0088
3	2,6511	4,4981	-0,0782	0,0000	-1,7742	0,0054
4	2,6667	4,4981	-0,0508	0,0000	-1,7841	0,0035
5	2,6314	4,4981	-0,1200	0,0000	-1,7528	0,0062
6	2,6871	4,4981	-0,0267	0,0000	-1,7856	0,0013
7	2,6898	4,4981	-0,0217	0,0000	-1,7894	0,0029
8	3,5962	4,4981	-0,0156	0,0000	-0,8874	0,0011
9	3,9477	4,4981	-0,0289	0,0000	-0,5201	-0,0013
10	4,6527	4,4981	-0,0303	0,0000	0,1903	-0,0054
11	3,9054	4,4981	-0,0278	0,0000	-0,5705	0,0057
12	2,5560	4,4981	-0,0745	0,0000	-1,8704	0,0029
13	2,5504	4,4981	-0,0726	0,0000	-1,8789	0,0039
14	3,0070	4,4981	-0,0002	0,0000	-1,4919	0,0010
15	3,4864	4,4981	0,0265	0,0000	-1,0375	-0,0006
16	1,0025	4,4981	-0,1401	0,0000	-3,3567	0,0012
17	5,2255	4,4981	-0,0434	0,0000	0,7748	-0,0040
18	3,9913	4,4981	0,0730	0,0000	-0,5757	-0,0040
19	4,2646	4,4981	0,0806	0,0000	-0,3083	-0,0056
20	4,3706	4,4981	0,0570	0,0000	-0,1788	-0,0057
21	4,9992	4,4981	0,0158	0,0000	0,4917	-0,0064
22	5,0777	4,4981	0,0152	0,0000	0,5707	-0,0062
23	4,7502	4,4981	0,0717	0,0000	0,1830	-0,0027
24	6,4414	4,4981	0,0926	0,0000	1,8555	-0,0047
25	10,8211	4,4981	0,0836	0,0000	6,2420	-0,0025
26	11,0764	4,4981	0,1763	0,0000	6,4058	-0,0038
27	13,4306	4,4981	0,0370	0,0000	8,8963	-0,0007
28	8,2008	4,4981	0,0021	0,0000	3,6998	0,0009
29	13,9271	4,4981	0,1777	0,0000	9,2540	-0,0027
30	14,2713	4,4981	0,2756	0,0000	9,5017	-0,0040

Tabela 6.27: Valores dos LMPs provenientes da aplicação do solver de FPO da toolbox MATPOWER do MATLAB para validar os resultados ilustrados na Tabela 6.24, 6.25 e 6.26.

Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)	Índice i da barra	$\lambda_{p i}$ (\$/MWh)
1	2,5664	11	3,9055	21	5,0049
2	2,6132	12	2,5567	22	5,0842
3	2,6512	13	2,5506	23	4,7627
4	2,6669	14	3,0096	24	6,4635
5	2,6312	15	3,4915	25	10,8794
6	2,6868	16	1,0025	26	11,1391
7	2,6895	17	5,2280	27	13,5082
8	3,5967	18	3,9964	28	8,2123
9	3,9488	19	4,2694	29	14,0152
10	4,6553	20	4,3749	30	14,3666

Em seguida, no tocante aos resultados expostos na Tabela 6.25, os quais são computados no contexto do caso 2, a mais expressiva DCC é verificada entre os valores novamente associados às barras 30 e 16, equivalendo a $DCC_{30,16}^{caso\ 2} = 12,5193$ \$/MWh, um montante que representa 1248,82 % e 87,72 %, respectivamente, dos LMPs das barras 16 e 30 em questão.

Finalmente, no que tange aos resultados apresentados na Tabela 6.26, os quais advêm do caso 3, a mais significativa DCC é notada entre os valores novamente vinculados às barras 30 e 16, correspondendo a $DCC_{30,16}^{caso\ 3} = 12,8584$ \$/MWh, uma cifra que equivale a 1282,65 % e 90,10 %, respectivamente, dos LMPs das barras 16 e 30 mencionadas.

Os MDIs resultantes de todas as possíveis combinações entre os três casos precedentemente propostos são adequadamente exibidos na Tabela 6.28.

Inicialmente, conduz-se a interpretação dos resultados expressos na Tabela 6.28 somente no que se refere aos valores envolvidos na comparação entre os casos 1 e 2. Com base nos resultados explicitados na Tabela 6.19, o MDI associado à análise comparativa dos casos 1 e 2 se refere às barras 1 e 30 do sistema-teste em análise e corresponde a $MDI = 0,4019$ \$/MWh. Tal montante reflete a potencial diferença financeira entre possíveis precificações de congestionamento provindas dos casos 1 e 2 caso as barras envolvidas nas transações sejam a 1 e a 30. No âmbito do par de casos considerado, os 0,4019 \$/MWh citados revelam uma considerável diferença entre as decomposições

Tabela 6.28: Panorama de informações acerca dos MDIs provindos da aplicação da metodologia de decomposição definida na subseção 4.5 no âmbito de todos os casos constituintes do cenário proposto na subseção 6.3.2.

Combinação de casos	Barras associadas ao MDI		MDI (\$/MWh)	Migração de um caso i para um caso j		MDI em relação ao $DCC_{k,m}^{caso i}$
	Barra k inicial	Barra m final		Caso i inicialmente adotado	Caso j posteriormente adotado	
Casos 1 e 2	1	30	0.4019	1	2	-3,65 %
				2	1	3,79 %
Casos 1 e 3	1	30	0,2026	1	3	1,84 %
				3	1	-1,81 %
Casos 2 e 3	1	30	0.6045	2	3	5,69 %
				3	2	-5,39 %

provenientes dos casos 1 e 2, a despeito da utilização da mesma metodologia de desmembramento de LMPs definida na subseção 4.5. De modo mais específico, tal cifra indica que se uma política de precificação de congestionamento mudar da especificação de referência energética reativa considerada no caso 1 para a definida no caso 2, os agentes que acordam transações baseando-se nas barras 1 e 30 notarão uma variação de -3,65 % no DCC correspondente. Semelhantemente, caso uma política de precificação de congestionamento alterne da especificação de referência energética reativa adotada no caso 2 para a empregada no caso 1, os agentes que firmam transações fundamentando-se nas barras 1 e 30 verificarão uma variação de 3,79 % no DCC correspondente. De forma similar, as análises comparativas dos casos 1 e 3 bem como dos casos 2 e 3 seguem a mesma linha de raciocínio das apurações precedentemente conduzidas para os casos 1 e 2.

Ademais, inspecionando os resultados ilustrados da Tabelas 6.24, 6.25 e 6.26, é possível constatar, a depender do esquema de seleção de referência energética reativa, a expressividade ou irrelevância das componentes de perdas de potência reativa na composição numérica dos LMPs. A significância é nítida nos casos 1 e 2. No caso 1, observa-se que as barras 6, 7, 8, 11, 14, 21, 22, 27 e 28 do sistema-teste no âmbito do referido caso possuem valores de componentes de perdas de potência reativa que, em módulo, superam os valores das correspondentes componentes de perdas de potência ativa. No caso 2, todas as barras do sistema-teste em análise, com exceção as barras 12, 13, 16 e 17, apresentam valores de componentes de perdas de potência reativa que, em módulo, suplantam os valores das respectivas componentes de perdas de potência ativa. Já a

irrelevância é notória no caso 3, no qual todas as barras exibem componentes de perdas de potência reativa nulas e, conseqüentemente, menores, em módulo, a todos os valores das respectivas componentes de perdas de potência ativa.

Relativamente ao correspondente cenário integrado exclusivamente por usinas de geração convencionais descrito na subseção 6.2.3, a penetração da geração eólica promoveu, no âmbito da metodologia de decomposição proposta na subseção 4.5, uma redução nos valores dos LMPs associados a 24 das 30 barras que compõem o sistema-teste em análise. Somente as barras 1, 2, 5, 6, 7 e 8 não registraram diminuição nos valores dos LMPs.

Os MDIs relativos ao presente cenário com geração eólica e os provindos do correspondente cenário integrado unicamente por plantas de geração convencionais descrito na subseção 6.2.3 são associados às mesmas localidades do sistema-teste: as barras 1 e 30. Verifica-se que a penetração da geração eólica reduziu os desvios mensurados pelos MDIs. A migração de casos que registrou a maior diferença entre as variações percentuais correspondentes aos MDIs dos dois cenários citados, corresponde à transição do caso 2 para o caso 3. Mais especificamente, a mudança do caso 2 para o caso 3, na Tabela 6.19, produziu um MDI que equivaleu a uma variação de 8,13 %, ao passo que a passagem do caso 2 para o caso 3, na Tabela 6.28, proporcionou um MDI que representou uma variação de 5,69 %, o que configurou uma diferença entre variações absolutas de 2,44 %. Já a migração de casos que propiciou a menor diferença entre os MDIs associados aos dois cenários mencionados, consiste na transição do caso 3 para o caso 1. Nesse contexto, a passagem do caso 3 para o caso 1, na Tabela 6.19, registrou um MDI que retratou uma variação de -1,81 %, ao passo que a mudança do caso 3 para o caso 1, na Tabela 6.28, resultou em um MDI que equivaleu a uma variação de -1,91 %, o que representou uma diferença entre variações absolutas de apenas 0.10 %. Contata-se que mesmo nas transições de casos em que a penetração da geração eólica promoveu uma significativa redução na variação absoluta refletida pelos MDIs, tal variação continua a denotar uma alteração relevante na precificação de congestionamentos entre os casos mencionados.

Capítulo 7

Conclusão

7.1 Conclusões gerais

Nas pesquisas conduzidas no âmbito da presente tese de doutorado, uma metodologia de decomposição de LMPs é proposta com o intuito primordial de retratar de forma mais acurada e equitativa a precificação espacial da energia elétrica considerando políticas de compensação distribuída de potência ativa e reativa.

A condensada elucidação do horizonte contemporâneo das estratégias de compensação de potência incorporadas no cerne dos problemas de fluxo de potência evidenciou a necessidade de conceber metodologias de contrabalanço de potência mercadologicamente mais equitativas e abrangentes. O arcabouço conceitual e matemático dos convencionais esquemas de compensação distribuída de potência ativa considerados na constituição das estratégias de decomposição de LMPs de um determinado SEP foi devidamente formulado e descrito. Visto que as tradicionais estratégias de desagregação de LMPs previamente citadas reproduzem de forma mais equânime os arranjos de compensação apenas no âmbito da potência ativa, uma metodologia de decomposição alicerçada em um esquema de contrabalanço distribuído de potência ativa e reativa foi proposta e adequadamente explanada.

A estratégia de mensuração dos desdobramentos operativo-econômicos do perfil comportamental estocástico inerente à potência eólica por intermédio da formulação de custos de oportunidade associados à geração eólica foi adequadamente apresentada e prontamente incorporada aos arcabouços de otimização dos quais derivam-se as metodologias de decomposição de LMPs consideradas nos estudos conduzidos no presente trabalho.

A metodologia de decomposição de LMPs alicerçada no esquema proposto de contrabalanço distribuído de potência ativa e reativa foi numericamente corroborada em um elementar exemplo englobando um sistema-teste de três barras. Subsequentemente, a metodologia de decomposição de LMPs proposta e uma estratégia de desmembramento de LMPs respaldada apenas na convencional compensação de potência ativa foram

investigadas no âmbito do sistema-teste IEEE 30. As duas metodologias supracitadas proporcionaram resultados pronunciadamente distintos no que concerne à precificação dos congestionamentos decorrentes da imposição de factíveis restrições à capacidade de transmissão do sistema-teste estudado.

A aplicação da nova metodologia de decomposição de LMPs em cenários nos quais a referência energética vinculada ao modelo de compensação de potência ativa é mantida imutável e a especificação da referência energética associada ao esquema de compensação de potência reativa é alterada explicitou, novamente, uma discrepância entre os valores produzidos pelas métricas de precificação de congestionamento em todos os casos considerados.

No diversos cenários investigados, os resultados proporcionados pela aplicação da metodologia de decomposição proposta explicitaram o pronunciado impacto das componentes de perdas de potência reativa na composição dos LMPs, principalmente nos casos em que a especificação da referência energética reativa corresponde à atribuição de um fator de participação unitário às barras que exibem os LMPs de potência reativa mais expressivos.

A inserção da geração eólica no sistema-teste IEEE 30 promoveu uma considerável redução nos valores dos LMPs associados às barras de tal sistema. Contudo, mesmo em face dos notórios benefícios financeiros propiciados pela incorporação de um parque eólico ao referido sistema-teste, o impacto da nova metodologia de decomposição de LMPs na precificação dos congestionamentos, apesar de inferior ao verificado nos correspondentes cenários com portfólio de geração integrado exclusivamente por usinas convencionais, revelou-se significativo.

A demonstração da proeminência financeira da disparidade entre as precificações de congestionamentos provindos de uma metodologia de decomposição de LMPs baseada em um modelo completo de compensação distribuída e aquelas provenientes de uma estratégia de desmembramento de LMPs fundamentada no convencional esquema de contrabalanço distribuído de potência ativa pode ser de significativa valia para a formulação de mecanismos de salvaguarda financeira e políticas de precificação de congestionamentos ancoradas em considerações físico-matemáticas mais equitativas.

7.2 Trabalhos futuros

O modelo de provimento de parâmetros mercadológicos no âmbito das relações técnico-econômicas dos sistemas de energia elétrica proposto na presente pesquisa oferece um amplo campo de possíveis tópicos a serem abordados em trabalhos futuros. Dentre os mais relevantes tópicos exploráveis, é pertinente mencionar:

- Proposição, formulação e implementação de instrumentos de *hedge* destinados à mitigação de riscos financeiros ainda não considerados e estudados com adequada profundidade no contexto dos mercados de eletricidade. Especificamente no escopo das possibilidades de investigações futuras relativas ao esquema de decomposição proposto no presente trabalho, um dos riscos monetários associados à volatilidade dos LMPs de potência ativa que ainda carece de análises mais consistentes é aquele concernente às oscilações de preço decorrentes das perdas marginais de potência reativa. Em conformidade com o constatado nas simulações computacionais promovidas na presente pesquisa, a depender da combinação de especificações de referências energéticas ativa e reativa, as componentes de perdas de potência reativa podem exibir valores relevantes na composição numérica dos LMPs de potência ativa. Propostas de concepção e aplicação de artifícios de *hedge* dedicados à atenuação dos riscos econômicos inerentes à volubilidade dos preços da eletricidade constituem temas envoltos em permanente pesquisa, visto que recentemente têm penetrado a alçada dos DLMPs no contexto das redes de distribuição.
- Incorporação do modelo proposto de decomposição de LMPs em um conjunto mais amplo de diferentes metodologias de aferimento dos reflexos técnicos, operacionais e financeiros do perfil comportamental randômico intrínseco à geração eólica, adequando-o convenientemente aos requisitos da abordagem probabilística selecionada.
- Formulação de metodologias de estipulação dos fatores associados aos custos de oportunidade da geração eólica que traduzam de forma mais real os parâmetros técnico-econômicos dos SEPs no caso específico da estratégia de quantificação dos impactos da intermitência inerente à potência eólica considerada no presente trabalho.

- Modelagem estática dos esquemas de controle costumemente considerados nos modelos de fluxo de potência. Tal proposta, endereçada a futuras pesquisas, deve ser conduzida no escopo de uma contribuição secundária do presente trabalho: a introdução de um modelo de fluxo de potência regido por um esquema de compensação distribuída que abrange tanto a potência ativa quanto a potência reativa. Apesar do modelo de fluxo de potência mencionado ter sido formulado com o exclusivo propósito de compor o esquema de decomposição de LMPs proposto no corrente trabalho, sua aplicação nitidamente estende-se a outros tópicos de pesquisa concernentes aos sistemas de energia elétrica.

7.3 Produção científica

Qualis	Artigo	Tipo	Status
B1	SARAIVA, F. O. S.; PAUCAR, V. L. General metaheuristic-based methodology for computation and decomposition of LMPs. Electrical Engineering , p. 1-19, Oct. 2020. DOI: https://doi.org/10.1007/s00202-020-01112-5	Periódico	Publicado
A1	SARAIVA, F. O. S.; PAUCAR, V. L. LMP decomposition based on a complete distributed slack power flow model in electric power systems.	Periódico	Finalização
-	PEREIRA, F. B.; PAUCAR, V. L.; SARAIVA, F. S. Power system unit commitment incorporating wind energy and battery energy storage. <i>In: IEEE INTERNATIONAL CONGRESS ON ELECTRONICS, ELECTRICAL ENGINEERING AND COMPUTING</i> , 25., 2018, Lima, PE. Proceedings [...] . Lima, 2018. p. 1-4.	Congresso	Publicado

Apêndices

Apêndice A

Modelo de decomposição de LMPs com compensação híbrida deduzido de sensibilidades em relação a injeções de potência

Primeiramente, considera-se, analogamente ao assumido nas formulações da subseção 4.4.2, que o modelo de FPO que fundamenta a formulação do presente esquema de decomposição de LMPs corresponde ao mesmo empregado na metodologia de decomposição proposta na subseção 4.4.1, ou seja, o modelo descritos pelas relações expostas entre (4.21) e (4.32).

Na sequência, objetivando a formulação do modelo de decomposição de LMPs alicerçado na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às injeções de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP, os vetores das sensibilidades das perdas de potência ativa e reativa são determinados mediante as relações expressas em (A.1). Tais relações são deduzidas com base em (4.70) e (4.71).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} & \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Inicialmente, com o intuito de permitir a subsequente dedução das sensibilidades que integram o lado direito de (A.1), efetua-se a diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra ER descrita em (4.24) em relação a \mathbf{p}_g e $\mathbf{q}_{g,ner}$, em conformidade com o explicitado, respectivamente, em (A.2) e (A.3).

$$\begin{aligned} -q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er} &= 0 \\ \Rightarrow -\frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}_g} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{p}_g} &= \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \Rightarrow \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{p}_g} &= \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned}
& -q_{g,er} + q_{d,er} + q_{f,er} = 0 \\
\Rightarrow & -\frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} + \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} = \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \\
\Rightarrow & \frac{\partial q_{g,er}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}}
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Em seguida, substituindo (A.2) e (A.3) em (A.1), obtém-se a relação matricial exposta em (A.4).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} + \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} + \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

Já a diferenciação de (4.23) em relação a \mathbf{p}_g resulta na igualdade ilustrada em (A.5).

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial \mathbf{p}_g}{\partial \mathbf{p}_g} - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{p}_g} = \mathbf{0}_{n \times n} \\
\Rightarrow & -\mathbf{I}_n - \boldsymbol{\alpha} \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T + \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} = \mathbf{0}_{n \times n} \\
\Rightarrow & \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Semelhantemente ao executado em (A.5), efetua-se a diferenciação de (4.23) em relação a $\mathbf{q}_{g,ner}$, de (4.25) em relação a \mathbf{p}_g e de (4.25) em relação a $\mathbf{q}_{g,ner}$, o que proporciona as igualdades matriciais apresentadas, respectivamente, em (A.6), (A.7) e (A.8).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{n \times (n-1)} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} = \mathbf{0}_{(n-1) \times n} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} = \mathbf{I}_{(n-1)} \quad (\text{A.8})$$

Agregando as igualdades descritas entre (A.5) e (A.8), adquire-se a relação exibida em (A.9).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_f}{\partial \mathbf{x}} & -\boldsymbol{\alpha} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_{f,ner}}{\partial \mathbf{x}} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{2n-1} \quad (\text{A.9})$$

Na sequência, substituindo a matriz Jacobiana (4.44) em (A.9), verifica-se que uma parte das sensibilidades exigidas para o cálculo dos fatores de perdas incrementais apresentados em (A.4) é adquirida através da aplicação de (A.10). Já as demais sensibilidades são determinadas diretamente por intermédio da diferenciação da equação de fluxo de potência reativa na barra ER em relação às variáveis de estado.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \\ \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T & \left(\frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \quad (\text{A.10})$$

As matrizes das sensibilidades dos fluxos de potência aparente em relação às injeções de potência ativa e reativa são computadas, respectivamente, por intermédio da aplicação de (A.11) e (A.12). Um elemento genérico posicionado na linha i e na coluna j da matriz \mathbf{T}_{sp}^g retrata a sensibilidade do fluxo de potência aparente ao longo do ramo i em

relação à injeção de potência ativa na barra j e ao correspondente contrabalanço na barra de compensação distribuída de potência ativa de um SEP. Analogamente, um elemento genérico situado na linha i e na coluna j da matriz $\mathbf{T}_{sq,ner}^g$ representa a sensibilidade do fluxo de potência aparente através do ramo i em relação à demanda de potência reativa na barra j e à respectiva compensação na barra ER de um SEP.

$$\mathbf{T}_{sp}^g = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}_g} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{T}_{sq,ner}^g = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} = \frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \quad (\text{A.12})$$

Percebe-se facilmente que as sensibilidades das variáveis de estado em relação às injeções de potências ativa e reativa nas barras de um SEP definidas em (A.11) e (A.12) podem ser calculadas via (A.10).

Em seguida, substituindo (A.10) em (4.53) obtém-se a relação apresentada em (A.13).

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \lambda_p \\ \lambda_{q,ner} \end{bmatrix} \\ = & \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T & \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \lambda_{q,er} - \left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \\ -\lambda_{p_{ds}} \end{bmatrix} \\ = & - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min} \end{bmatrix} \\ = & - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{p}_g} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial p_{ds}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \frac{\partial q_{f,er}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p_{ds}} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \\ -\left(\frac{\partial \mathbf{s}_{fl}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$+ \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} [-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min}]$$

Substituindo os fatores de sensibilidade que constituem (A.4), (A.11) e (A.12) em (A.13), chega-se à decomposição evidenciada em (A.14).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_p \\ \boldsymbol{\lambda}_{q,ner} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} - \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} & -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \\ -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} & \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} - \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{p,ds} \\ \lambda_{q,er} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\mathbf{T}_{sp}^g)^T \\ (\mathbf{T}_{sq,ner}^g)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ &+ \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} [-\boldsymbol{\varphi}^{max} + \boldsymbol{\varphi}^{min}] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p,ds} \\ \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} \lambda_{p,ds} - \begin{bmatrix} \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \\ \frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \end{bmatrix} \lambda_{q,er} - \begin{bmatrix} (\mathbf{T}_{sp}^g)^T \\ (\mathbf{T}_{sq,ner}^g)^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ &- \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g} \right)^T \\ \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \right)^T \end{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \end{aligned} \tag{A.14}$$

É vital relembrar que os almeçados desmembramentos dos LMPs de potência ativa e reativa devem assumir as formas definidas em (4.56) e (4.57). Dessa modo, comparando-se (A.14), (4.56) e (4.57), é possível determinar, em conformidade com o exposto entre (A.15) e (A.19), as relações matemáticas que definem as diferentes componentes dos LMPs de potência ativa providas da formulação de FPO respaldada no modelo híbrido de especificação de referência energética. É fundamental recordar que tal modelo híbrido é formulado no âmbito do esquema de decomposição de LMPs alicerçado na diferenciação das equações de fluxo de potência ativa e reativa nas barras NER em relação às injeções de potência ativa e reativa também nas barras NER de um SEP

$$\boldsymbol{\lambda}_{p_e} = \mathbf{1}_{n \times 1} \lambda_{p,ds} \tag{A.15}$$

$$\lambda_{p_l p} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{p}_g} \lambda_{p_{ds}} \quad (\text{A.16})$$

$$\lambda_{q_l p} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{p}_g} \lambda_{q,er} \quad (\text{A.17})$$

$$\lambda_{s_c p} = -(\mathbf{T}_{sp}^g)^T \boldsymbol{\mu} \quad (\text{A.18})$$

$$\lambda_{x_c p} = -\left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{p}_g}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}] \quad (\text{A.19})$$

Ademais, semelhantemente ao constatado na subseção 4.4.1, o desmembramento dos LMPs de potência reativa depende do gênero das barras no que concerne à compensação da potência reativa em questão, ou seja, se tais barras são do tipo ER ou NER. Dessa maneira, as componentes dos LMPs de potência reativa associadas à barra ER provenientes do modelo de FPO em vigência são apresentados em (A.20) e (A.21).

$$\lambda_{q_e,er} = \lambda_{q,er} \quad (\text{A.20})$$

$$\lambda_{p_l q,er} = \lambda_{q_l q,er} = \lambda_{s_c q,er} = \lambda_{x_c q,er} = 0. \quad (\text{A.21})$$

Enfim, as componentes dos LMPs de potência reativa vinculadas às barras NER provindas do modelo de FPO em análise são descritas entre (A.22) e (A.26).

$$\lambda_{q_e,ner} = \mathbf{1}_{(n-1) \times 1} \lambda_{q,er} \quad (\text{A.22})$$

$$\lambda_{p_l q,ner} = -\frac{\partial p_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \lambda_{p_{ds}} \quad (\text{A.23})$$

$$\lambda_{q_l q,ner} = -\frac{\partial q_l}{\partial \mathbf{q}_{g,ner}} \lambda_{q,er} \quad (\text{A.24})$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{sq,ner} = -(\mathbf{T}_{sq,ner}^g)^T \boldsymbol{\mu} \quad (\text{A.25})$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{x_cq,ner} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{q}_{g,ner}}\right)^T [\boldsymbol{\varphi}^{max} - \boldsymbol{\varphi}^{min}]. \quad (\text{A.26})$$

Apêndice B

Dados do sistema IEEE 30

Os estudos de caso concernentes às simulações computacionais descritas nas subseções 6.2 e 6.3 são conduzidos integralmente no âmbito do sistema-teste IEEE 30. Os parâmetros pertinentes às barra e a especificação da parcela dos dados referentes aos ramos que integram tal sistema considerados em todos os cenários propostos nos estudos de caso abordados nas subseções 6.2 e 6.3 são ilustrados, respectivamente, nas Tabelas B.1 e B.2. As informações acerca da demanda foram extraídas de (ZIMMERMAN), ao passo que a estipulação dos limiares impostos às magnitudes de tensão nas barras do sistema-teste IEEE 30 é oportunamente explicada na subseção 6.2.1. A adoção de faixas permissíveis de magnitudes de tensão não abrange a barra V_{θ} , que, no escopo de todos os cenários formulados nos estudos de caso conduzidos nas subseções 6.2 e 6.3, correspondem à barra 1. Já a parcela dos dados associados aos ramos do sistema-teste IEEE 30 que é sucessivamente sujeita a modificações impostas no decurso da presente pesquisa é devidamente discriminada e exposta na Tabela B.3. É importante frisar que os valores categorizados como originais na Tabela B.3 também foram coletados em (ZIMMERMAN). Os parâmetros técnico-econômicos das usinas que integram o portfólio de geração convencional considerado no estudo de caso da subseção 6.2 foram originalmente adquiridos em (ALSAC) e são apresentados na Tabela B.4. Finalmente, os parâmetros técnico-econômicos das plantas que compõem a matriz de geração mista empregada no estudo de caso da subseção 6.3 são expressos na Tabela B.5, na qual são apropriadamente distinguidos e descritos os dados associados tanto às centrais de geração convencional originalmente consideradas em (ALSAC) quanto à usina eólica proposta no contexto do estudo de caso em questão.

Tabela B.1: Dados das demandas nodais do sistema IEEE 30 considerados em todos os cenários propostos nos estudos de caso das subseções 6.2 e 6.3.

Número da barra	Demanda		Limites de tensão nas barras		Magnitude de tensão (p.u.)
	Potência ativa (MW)	Potência reativa (MVar)	Limite mínimo (p.u.)	Limite máximo (p.u.)	
1	0,0	0,0	-	-	1,0
2	21,7	12,7	0,9	1,1	-
3	2,4	1,2	0,9	1,1	-
4	7,6	1,6	0,9	1,1	-
5	0,0	19,0	0,9	1,1	-
6	0,0	0,0	0,9	1,1	-
7	22,8	10,9	0,9	1,1	-
8	30,0	30,0	0,9	1,1	-
9	0,0	0,0	0,9	1,1	-
10	5,8	2,0	0,9	1,1	-
11	0,0	0,0	0,9	1,1	-
12	11,2	7,5	0,9	1,1	-
13	0,0	0,0	0,9	1,1	-
14	6,2	1,6	0,9	1,1	-
15	8,2	2,5	0,9	1,1	-
16	3,5	1,8	0,9	1,1	-
17	9,0	5,8	0,9	1,1	-
18	3,2	0,9	0,9	1,1	-
19	9,5	3,4	0,9	1,1	-
20	2,2	0,7	0,9	1,1	-
21	17,5	11,2	0,9	1,1	-
22	0,0	0,0	0,9	1,1	-
23	3,2	1,6	0,9	1,1	-
24	8,7	6,7	0,9	1,1	-
25	0,0	0,0	0,9	1,1	-
26	3,5	2,3	0,9	1,1	-
27	0,0	0,0	0,9	1,1	-
28	0,0	0,0	0,9	1,1	-
29	2,4	0,9	0,9	1,1	-
30	10,6	1,9	0,9	1,1	-

Tabela B.2: Dados dos ramos do sistema IEEE 30 empregados em todos os cenários propostos nos estudos de caso das subseções 6.2 e 6.3.

Número do ramo	Barra inicial do ramo	Barra final do ramo	Resistência (p.u.)	Reatância (p.u.)	Susceptância (p.u.)
1	1	2	0,02	0,06	0,03
2	1	3	0,05	0,19	0,02
3	2	4	0,06	0,17	0,02
4	3	4	0,01	0,04	0,00
5	2	5	0,05	0,20	0,02
6	2	6	0,06	0,18	0,02
7	4	6	0,01	0,04	0,00
8	5	7	0,05	0,12	0,01
9	6	7	0,03	0,08	0,01
10	6	8	0,01	0,04	0,00
11	6	9	0,00	0,21	0,00
12	6	10	0,00	0,56	0,00
13	9	11	0,00	0,21	0,00
14	9	10	0,00	0,11	0,00
15	4	12	0,00	0,26	0,00
16	12	13	0,00	0,14	0,00
17	12	14	0,12	0,26	0,00
18	12	15	0,07	0,13	0,00
19	12	16	0,09	0,20	0,00
20	14	15	0,22	0,20	0,00
21	16	17	0,08	0,19	0,00
22	15	18	0,11	0,22	0,00
23	18	19	0,06	0,13	0,00
24	19	20	0,03	0,07	0,00
25	10	20	0,09	0,21	0,00
26	10	17	0,03	0,08	0,00
27	10	21	0,03	0,07	0,00
28	10	22	0,07	0,15	0,00
29	21	22	0,01	0,02	0,00
30	15	23	0,10	0,20	0,00
31	22	24	0,12	0,18	0,00
32	23	24	0,13	0,27	0,00
33	24	25	0,19	0,33	0,00
34	25	26	0,25	0,38	0,00
35	25	27	0,11	0,21	0,00
36	28	27	0,00	0,40	0,00
37	27	29	0,22	0,42	0,00
38	27	30	0,32	0,60	0,00
39	29	30	0,24	0,45	0,00
40	8	28	0,06	0,20	0,02
41	6	28	0,02	0,06	0,01

Tabela B.3: Limites de fluxo de potência aparente dos ramos do sistema IEEE 30 especificados e discriminados por cenário considerado. Valores de limites distintos dos originais são realçados em negrito.

Número do ramo	Barra inicial do ramo	Barra final do ramo	Limite de fluxo de potência aparente (MVA)		
			Cenários da subseção 6.2.1	Cenários das subseções 6.2.2 e 6.3.1	Cenários das subseções 6.2.3 e 6.3.2
1	1	2	130	130	130
2	1	3	130	130	130
3	2	4	65	65	65
4	3	4	130	130	130
5	2	5	130	130	130
6	2	6	65	65	65
7	4	6	90	90	90
8	5	7	70	70	70
9	6	7	130	130	130
10	6	8	32	32	32
11	6	9	65	65	65
12	6	10	32	32	32
13	9	11	65	65	65
14	9	10	65	65	65
15	4	12	65	65	65
16	12	13	65	65	65
17	12	14	32	32	32
18	12	15	32	32	32
19	12	16	32	32	32
20	14	15	16	16	16
21	16	17	16	16	16
22	15	18	16	16	16
23	18	19	16	16	16
24	19	20	32	32	32
25	10	20	32	32	32
26	10	17	32	32	32
27	10	21	32	32	32
28	10	22	32	32	32
29	21	22	32	32	32
30	15	23	16	16	16
31	22	24	16	16	16
32	23	24	16	16	16
33	24	25	16	16	16
34	25	26	16	16	16
35	25	27	16	16	16
36	28	27	65	65	16
37	27	29	16	16	16
38	27	30	16	16	16
39	29	30	16	16	16
40	8	28	32	32	32
41	6	28	32	13	13

Referências

- ACKERMANN, T. **Wind power in power systems**. Chichester, GB: Wiley, 2005.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Limites máximo e mínimo do preço de liquidação das diferenças – PLD**. Brasília, DF: ANEEL, 2014. Nota Técnica nº 86/2014-SEM/ANEEL.
- ANDRIANESIS, P.; CARAMANIS, M. Distribution network marginal costs: enhanced AC OPF including transformer degradation. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 11, n. 5, p. 3910-3920, Sept. 2020.
- AIEN, M.; FOTUHI-FIRUZABAD, M.; RASHIDINEJAD, M. Probabilistic optimal power flow in correlated hybrid wind–photovoltaic power systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 5, n. 1, p. 130-138, Jan. 2014.
- ALSAC, O.; STOTT, B. Optimal load flow with steady-state security. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-93, n. 3, p. 745-751, May 1974.
- ALVARADO, F. L. Converting system limits to market signals. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 18, n. 2, p. 422–427, May 2003.
- AMARASINGHE, L. Y. C.; ANNAKAGE, U. D. Analysis of market signals in a competitive electricity market using components of network rental. **Electric Power Systems Research**, v. 79, n. 4, p. 635-644, Apr. 2009.
- BABIĆ, A. B.; SARIĆ, A. T.; RANKOVIĆ, A. Transmission expansion planning based on locational marginal prices and ellipsoidal approximation of uncertainties. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 53, p. 175-183, Dec. 2013.
- BAI, L.; WANG, J.; WANG, C.; CHEN, C.; LI, F. Distribution locational marginal pricing (DLMP) for congestion management and voltage support. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 4, p. 4061-4073, July 2018.
- BAI, X.; QU, L.; QIAO, W. Robust AC optimal power flow for power networks with wind power generation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31, n. 5, p. 4163-4164, Sept. 2016.
- BAUGHMAN, M. L.; SIDDIQI, S. N. Real-time pricing of reactive power: theory and case study results. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 6, n. 1, p. 23-29, Feb. 1991.
- BHARATWAJ, V. N.; ABHYANKAR, A. R.; BIJWE, P. R. Improved loss distribution and modeling in DCOPTF. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 53, p. 416-425, Dec. 2013.

BOOTH, A. L. Wage determination and imperfect competition. **Labour Economics**, v. 30, p. 53-58, Jun. 2014.

CAIN, M. B.; O'NEILL, R. P.; CASTILLO, A. **Optimal power flow papers: paper 1. history of optimal power flow and formulations**. Washington, DC: Federal Energy Regulatory Commission (FERC), 2013.

CARDELL, J. B. Marginal loss pricing for hours with transmission congestion. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1466-1474, Nov. 2007.

CASTILLO, A.; LAIRD, C.; SILVA-MONROY, C. A.; WATSON, J.; O'NEILL, R. P. The unit commitment problem with AC optimal power flow constraints. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31, n. 6, p. 4853-4866, Nov. 2016a.

CASTILLO, A.; LIPKA, P.; WATSON, J.; OREN, S. S.; O'NEILL, R. P. A successive linear programming approach to solving the IV-ACOPF. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31, n. 4, p. 2752-2763, Jul. 2016b.

CHEN, L.; SUZUKI, H.; WACHI, T.; SHIMURA, Y. Components of nodal prices for electric power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 17, n. 1, p. 41-49, Feb. 2002.

CHENG, X.; OVERBY, T. J. An energy reference bus independent LMP decomposition algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 21, n. 3, p. 1041-1049, Aug. 2006.

DING, Y.; WANG, P. A penalty scheme for reducing electricity price volatility. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, n. 1, p. 223-233, Feb. 2010.

EL-KEIB, A. A.; MA, X. Calculating short-run marginal costs of active and reactive power production. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, n. 2, p. 559-565, May 1997.

FAQIRY, M. N.; EDMONDS, L.; WU, H.; PAHWA, A. Distribution locational marginal price-based transactive day-ahead market with variable renewable generation. **Applied Energy**, v. 259, p. 1-10, Feb. 2020.

FINNEY, J. D.; OTHMAN, H. A.; RUTZ, W. L. Evaluating transmission congestion constraints in system planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, n. 3, p. 1143-1150, Aug. 1997.

GARCÍA-ROMÁN, J. I. Analysis and decomposition of the electricity market active and reactive power spot price under centralized management. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 43, n. 1, p. 1179-1184, Dec. 2012.

GASCH, R.; TWELE, J. **Wind power plants: fundamentals, design, construction and operation**. 2nd ed. Berlin/Heidelberg, DE: Springer-Verlag, 2012.

GE RENEWABLE ENERGY. **Haliade X offshore turbine**. Paris, FR, [20--]. Disponível em: <https://www.ge.com/renewableenergy/wind-energy/offshore-wind/haliade-x-offshore-turbine>. Acesso em: 15 jan. 2020.

HAJIABADI, M. E.; MASHHADI, H. R. LMP decomposition: a novel approach for structural market power monitoring. **Electric Power Systems Research**, v. 99, p. 30-37, June 2013.

HANIF, S.; ZHANG, K.; HACKL, C. M.; BARATI, M.; GOOI, H. B. Decomposition and equilibrium achieving distribution locational marginal prices using trust-region method. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 10, n. 3, p. 3269-3281, May 2019a.

HANIF, S.; CREUTZBURG, P.; GOOI, H. B.; HAMACHER, T. Pricing mechanism for flexible loads using distribution grid hedging rights. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 34, n. 5, p. 4048-4059, Sept. 2019b.

HAUSMAN, E.; FAGAN, R.; WHITE, D.; TAKAHASHI, K.; NAPOLEON, A. **LMP electricity markets: market operations, market power, and value for consumers**. Cambridge, MA: Synapse Energy Economics, 2006.

HAZRA, J.; SINHA, A. K. Congestion management using multiobjective particle swarm optimization. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1726-1734, Nov. 2007.

HETZER, J.; YU, D. C.; BATTHARAI, K. An economic dispatch model incorporating wind power. **IEEE Trans. Energy Conversion**, v. 23, n. 2, p. 603-611, Jun. 2008.

HOGAN, W. W. Contract networks for electric power transmission. **J. Reg. Econ.**, v. 4, n. 3, p. 211-242, Sept. 1992.

HU, Z.; CHENG, H.; YAN, Z.; LI, F. An iterative LMP calculation method considering loss distributions. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, n. 3, p. 1469-1477, Aug. 2010.

HUANG, S.; SUN, Y.; WU, Q. Stochastic economic dispatch with wind using versatile probability distribution and L-BFGS-B based dual decomposition. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 6, p. 6254-6263, Nov. 2018.

HUNT, S. **Making competition work in electricity**. New York, NY: Wiley, 2002.

JAGHARGH, M. J. P.; MASHHADI, H. R. An analytical approach to estimate structural and behavioral impact of renewable energy power plants on LMP. **Renewable Energy**, v. 163, p. 1012-1022, Jan. 2021.

JOSKOW, P. Lessons learned from electricity market liberalization. **Energy J.**, v. 29, n. 2, p. 9-42, 2008.

- KIRAN, D.; ABHYANKAR, A. R.; PANIGRAHI, B. K. Decomposition of market-settlement surplus using pseudo-IV-optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 4, p. 3812-3821, Jul. 2018.
- KIRSCHEN, D. S.; STRBAC, G. **Fundamentals of power system economics**. 1st ed. Chichester, GB: Wiley, 2004.
- KOUTITAS, G.; TASSIULAS, L. Smart grid technologies for future radio and data center networks. **IEEE Communications Magazine**, v. 52, n. 4, p. 120-128, May 2014.
- KRUGMAN, P.; WELLS, R. **Economics**. 4th ed. New York, NY: Worth Publishers, 2015.
- LAVAEI, J.; LOW, S. H. Zero duality gap in optimal power flow problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 27, n. 1, p. 92-107, Feb. 2012.
- LI, C.; HEDMAN, K. W.; ZHANG, M. Market pricing with single-generator-failure security constraints. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 11, n. 7, p. 1777-1785, May 2017.
- LI, F. Continuous locational marginal pricing (CLMP). **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1638-1646, Nov. 2007.
- LI, F.; BO, R. DCOPF-based LMP simulation: algorithm, comparison with ACOPF, and sensitivity. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1475-1485, Nov. 2007.
- LI, F. Fully reference-independent LMP decomposition using reference-independent loss factors. **Electric Power Systems Research**, v. 81, n. 11, p. 1995-2004, Nov. 2011.
- LI, Y.; LI, W.; YAN, W.; YU, J.; ZHAO, X. Probabilistic optimal power flow considering correlations of wind speeds following different distributions. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 4, p. 1847-1854, Jul. 2014.
- LI, Y. Z.; WU, Q. H. Downside risk constrained probabilistic optimal power flow with wind power integrated. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31, n. 2, p. 1649-1650, Mar. 2016a.
- LI, Y. Z.; WU, Q. H.; JIANG, L.; YANG, J. B.; XU, D. L. Optimal power system dispatch with wind power integrated using nonlinear interval optimization and evidential reasoning approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31, n. 3, p. 2246-2254, May 2016b.
- LI, Z.; LAI, C. S.; XU, X.; ZHAO, Z.; LAI, L. L. Electricity trading based on distribution locational marginal price. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 124, p. 1-13, Jan. 2021.

- LIPKA, P.; OREN, S.; O'NEILL, R.; CASTILLO, A. Running a more complete market with the SLP-IV-ACOPF. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 32, n. 2, p. 1139–1148, Mar. 2017.
- LITVINOV, E.; ZHENG, T.; ROSENWALD, G.; SHAMSOLLAHI, P. Marginal loss modeling in LMP calculation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 2, p. 880–888, May 2004.
- LIU, X.; XU, W. Minimum emission dispatch constrained by stochastic wind power availability and cost. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, n. 3, p. 1705–1713, Aug. 2010.
- LORCA, A.; SUN, X. A. Adaptive robust optimization with dynamic uncertainty sets for multi-period economic dispatch under significant wind. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 4, p. 1702–1713, Jul. 2015.
- LU, W.; LIU, M.; LIN, S.; LI, L. Fully decentralized optimal power flow of multi-area interconnected power systems based on distributed interior point method. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 1, p. 901–910, Jan. 2018.
- LUBIN, M.; DVORKIN, Y.; ROALD, L. Chance constraints for improving the security of AC optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 34, n. 3, p. 1908–1917, May 2019.
- MANKIW, N. G. **Principles of microeconomics**. 5th ed. Mason, OH: Cengage Learning, 2009.
- MARZANO, L. G. B. **Otimização de portfólio de contratos de energia em sistemas hidrotérmicos com despacho centralizado**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.
- MASIELLO, R.; VENKATA, S. S. M. Microgrids: there may be one in your future. **IEEE Power and Energy Magazine**, v. 11, n. 4, p. 14–93, Jun. 2013.
- MCCONNELL, C. R.; BRUE, S. L.; FLYNN, S. M. **Microeconomics: principles, problems, and policies**. 20th ed. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015.
- MEISEL, J. System incremental cost calculations using the participation factor load-flow formulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 8, n. 1, p. 885–895, Feb. 1993.
- MHI VESTAS OFFSHORE WIND. **Turbines & innovations**. Aarhus, DK, [20--]. Disponível em: <https://mhivestasoffshore.com/innovations/>. Acesso em: 15 jan. 2020.

- MIRANDA, V.; HANG, P. S. Economic dispatch model with fuzzy wind constraints and attitudes of dispatchers. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 4, p. 2143-2145, Nov. 2005.
- MONTOYA, M.; SHERICK, R.; HARALSON, P.; NEAL, R.; YINGER, R. Islands in the storm: integrating microgrids into the larger grid. **IEEE Power and Energy Magazine**, v. 11, n. 4, p. 33-39, Jun. 2013.
- O'NEILL, R. P.; DAUTEL, T.; KRALL, E. **Recent ISO software enhancements and future software and modeling plans**. Washington, DC: Federal Energy Regulatory Commission (FERC), 2011.
- ORFANOIANNI, T.; GROSS, G. A general formulation for LMP evaluation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 3, p. 1163-1173, Aug. 2007.
- PANDI, V. R.; ZEINELDIN, H. H.; XIAO, W. Determining optimal location and size of distributed generation resources considering harmonic and protection coordination limits. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 2, p. 1245-1254, May 2013.
- PAPALEXOPOULOS, A.; FROWD, R.; BIRBAS, A. On the development of organized nodal local energy markets and a framework for the TSO-DSO coordination. **Electric Power Systems Research**, v. 189, p. 1-6, Dec. 2020.
- PAPAVASILIOU, A. Analysis of distribution locational marginal prices. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 9, n. 5, p. 4872-4882, Sept. 2018.
- PENG, J. C.; JIANG, H.; XU, G.; LUO, A.; HUANG, C. Independent marginal losses with application to locational marginal price calculation. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 3, n. 7, p. 679-689, July 2009.
- REGULATORY ASSISTANCE PROJECT. **Electricity regulation in the US: a guide**. Montpelier, VT: RAP, 2011.
- RIVIER, M.; PÉREZ-ARRIAGA, I. J. Computation and decomposition of spot prices for transmission pricing. *In: POWER SYSTEM COMPUTATION CONFERENCE*, 11., 1993, Avignon, FR. **Proceedings [...]**. Avignon, 1993. p. 371-378.
- SAMADI, M.; HAJIABADI, M. E. Assessment of the collusion possibility and profitability in the electricity market: a new analytical approach. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 112, p. 381-392, Nov. 2019.
- SARKAR, V.; KHAPARDE, S. A. Optimal LMP decomposition for the ACOPF calculation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 3, p. 1714-1723, Aug. 2011.

- SAUNDERS, C. S. Point estimate method addressing correlated wind power for probabilistic optimal power flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 3, p. 1045-1054, May 2014.
- SCHWEPPE, F. C.; CARAMANIS, M. C.; TABORS, R. D.; BOHN, R. E. **Spot pricing of electricity**. Norwell, MA: Kluwer, 1988.
- SHI, L.; WANG, C.; YAO, L.; NI, Y.; BAZARGAN, M. Optimal power flow solution incorporating wind power. **IEEE Systems Journal**, v. 6, n. 2, p. 233-241, June 2012.
- SHUTTLEWORTH, G.; MCKENZIE, I. **A comparative study of the electricity markets in UK, Spain and Nord Pool**. Rome, IT: NERA Economic Consulting, 2002.
- SIEMENS GAMESA RENEWABLE ENERGY. **SG 14-222 DD**. Zamudio, ES, [20--]. Disponível em: <https://www.siemensgamesa.com/en-int/products-and-services/offshore/wind-turbine-sg-14-222-dd>. Acesso em: 15 jan. 2020.
- SINGH, K.; PADHY, N. P.; SHARMA, J. Influence of price responsive demand shifting bidding on congestion and LMP in pool-based day-ahead electricity markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 2, p. 886-896, May 2011.
- SIOHANSI, F. P.; PFAFFENBERGER, W. **Electricity market reform**. New York, NY: Elsevier, 2006.
- STAMTSIS, G. C.; ERLICH, I. Congestion analysis and participants' behaviour in a pool market. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, v. 151, n. 1, p. 127-131, Jan. 2004.
- STOFT, S. **Power system economics: designing markets for electricity**. 1st ed. New York, NY: Wiley-IEEE Press, 2002.
- TANG, C.; XU, J.; SUN, Y.; LIU, J.; LI, X.; KE, D.; YANG, J.; PENG, X. Look-ahead economic dispatch with adjustable confidence interval based on a truncated versatile distribution model for wind power. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 2, p. 1755-1767, Mar. 2018.
- TANG, C.; XU, J.; TAN, Y.; SUN, Y.; ZHANG, B. Lagrangian relaxation with incremental proximal method for economic dispatch with large numbers of wind power scenarios. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 34, n. 4, p. 2685-2695, Jul. 2019.
- UNITED STATES DEPARTMENT OF ENERGY. **The value of economic dispatch**. Washington, DC: United States Department of Energy, 2005. A Report to Congress Pursuant to Section 1234 of the Energy Policy Act of 2005.

- VASKOVSKAYA, T.; THAKURTA, P. G.; BIALEK, J. Contribution of transmission and voltage constraints to the formation of locational marginal prices. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 101, p. 491-499, Oct. 2018.
- WANG, L.; MAZUMDAR, M. Using a system model to decompose the effects of influential factors on locational marginal prices. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1456-1465, Nov. 2007.
- WANG, Y.; CHENG, H.; WANG, C.; HU, Z.; YAO, L. Pareto optimality-based multi-objective transmission planning considering transmission congestion. **Electric Power Systems Research**, v. 78, n. 9, p. 1619-1626, Sept. 2008.
- WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. **Power generation, operation, and control**. 3rd ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2014.
- WU, T.; ALAYWAN, Z.; PAPALEXOPOULOS, A. D. Locational marginal price calculations using the distributed-slack power-flow formulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 2, p. 1188-1190, May 2005.
- XIE, K.; SONG, Y. H.; STONHAM, J.; YU, E.; LIU, G. Decomposition model and interior point methods for optimal spot pricing of electricity in deregulation environments. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 15, n. 1, p. 39-50, Feb. 2000.
- XIE, K.; SONG, Y. H.; ZHANG, D.; NAKANISHI, Y.; NAKAZAWA, C. Calculation and decomposition of spot price using interior point nonlinear optimisation methods. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 26, n. 5, p. 349-356, June 2004.
- XIE, L.; GU, Y.; ZHU, X.; GENTON, M. G. Short-term spatio-temporal wind power forecast in robust look-ahead power system dispatch. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 5, n. 1, p. 511-520, Jan. 2014.
- XIE, Z. Q.; JI, T. Y.; LI, M. S.; WU, Q. H. Quasi-monte carlo based probabilistic optimal power flow considering the correlation of wind speeds using copula function. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, n. 2, p. 2239-2247, Mar. 2018.
- ZARABIE, A. K.; DAS, S.; FAQIRY, M. N. Fairness-regularized DLMP-based bilevel transactive energy mechanism in distribution systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 10, n. 6, p. 6029-6040, Nov. 2019.
- ZHANG, K.; HANIF, S.; HACKL, C. M.; HAMACHER, T. A framework for multi-regional real-time pricing in distribution grids. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 10, n. 6, p. 6826-6838, Nov. 2019.
- ZHU, J. **Optimization of power system operation**. 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley-IEEE Press, 2015.

ZIMMERMAN, R. D.; MURILLO-SÁNCHEZ, C. E.; THOMAS, R. J. MATPOWER: steady-state operations, planning and analysis tools for power systems research and education. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 1, p. 12-19, Feb. 2011.