



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

Wilander Testone Pereira da Silva

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA:
TEORIA, FORMULAÇÃO E APLICAÇÕES DO ALGORITMO LMS**

**São Luís – MA
2016**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

Wilander Testone Pereira da Silva

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA:
TEORIA, FORMULAÇÃO E APLICAÇÕES DO ALGORITMO LMS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da UFMA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Eletricidade. Área de Concentração: Automação e Controle.

Orientador: Prof. João Viana da Fonseca Neto, Dr.

**São Luís – MA
2016**

Silva, Wilander Testone Pereira da

Modelagem Estocástica: Teoria, Formulação e Aplicações do Algoritmo LMS /
Wilander Testone Pereira da Silva. – São Luís, 2016.

107 f.

Orientador: João Viana da Fonseca Neto

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do
Maranhão, 2016.

1. Mínimos Quadrados Médio 2. Mínimos Quadrados Médio Normalizado
3. Mínimos Quadrados Médio Normalizado Proporcional 4. Modelagem
Estocástica 5. Filtragem Adaptativa 6. Antenas Inteligentes 7. Redes de
Sensores. I. Título

CDU 616.391

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA:
TEORIA, FORMULAÇÃO E APLICAÇÕES DO ALGORITMO LMS**

Wilander Testone Pereira da Silva

Dissertação aprovada em 11 de março de 2016.

Prof. João Viana da Fonseca Neto, Dr.
Orientador

Prof. Raimundo Carlos Silvério Freire, Dr.
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Allan Kardec Duailibe Barros Filho, Ph.D.
(Membro da Banca Examinadora)

**São Luís – MA
2016**

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela sabedoria e controle nos momentos de incerteza e desânimo.

Aos meus pais, Francisco José Marcos da Silva e Maria da Glória Pereira da Silva, que sempre acreditaram e continuam acreditando e torcendo pelo meu sucesso.

Ao professor João Viana, exemplo de humildade, pela assistência contínua, paciência e conhecimentos repassados durante todo o processo deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Raimundo Carlos Silvério Freire e ao Prof. Alan Kardec Duailibe Barros Filho, que tão gentilmente aceitaram participar e colaborar com esta dissertação. Ao Prof. Francisco das Chagas, agradeço pelo acompanhamento aos seminários e sugestões que foram importantíssimas também a este trabalho.

A Universidade Federal do Maranhão, pela oportunidade de cursar Pós-graduação em curso de excelência.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Eletricidade (PPGEE), funcionários e professores pela colaboração e apoio.

Aos meus irmãos Wesley Testone Pereira da Silva e Rhayza Pereira da Silva, por fazerem parte da minha vida.

À CAPES pela bolsa a mim concedida.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação, o meu sincero agradecimento.

“ Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá. ”

Ayrton Senna

Resumo

Nesta dissertação de mestrado apresenta-se uma investigação em aspectos de modelagem estocástica, convergência e aplicações dos algoritmos de mínimos quadrados médio (LMS), mínimos quadrados médio normalizado (NLMS) e mínimos quadrados médio normalizado proporcional (PNLMS). Particularmente, aborda-se o Algoritmo LMS em sua extensão, definindo conceitos, demonstrações de propriedades, algoritmos e análise de convergência, Curva de Aprendizagem e Desajuste do referido algoritmo. Dentro do contexto de redes de sensores e filtragem espacial avalia-se o desempenho dos algoritmos por meio da curva de aprendizagem dos referidos algoritmos para os arranjos de antenas adaptativas. No contexto intrínseco da aplicação em engenharia elétrica, isto é, na área de telecomunicações procura-se a melhor alternativa e almeja-se a otimização do processo de transmissão/recepção para eliminar interferências e a menor quantidade de elementos em arranjos de antenas adaptativas, que são conhecidas como antenas inteligentes, e que tem como objetivo atingir uma relação Sinal Ruído para valor pequeno, com número adequado de elementos. O desempenho do algoritmo LMS é avaliado em redes de sensores que é caracterizada por um arranjo de antenas. Resultados de simulações computacionais para diferentes cenários de operação mostram que os algoritmos apresentam bons resultados numéricos de convergência para uma escolha adequada dos parâmetros relacionados com a taxa de aprendizagem que são associadas com suas curvas médias e com a conformação de feixes do arranjo em antenas inteligentes.

Palavras-chave: Algoritmo LMS, Algoritmo NLMS, Algoritmo PNLMS, Filtragem Adaptativa, Modelagem Estocástica, Antenas Inteligentes, Redes de Sensores.

Abstract

In this dissertation we present a research in aspects of stochastic modeling, convergence and applications of least mean square (LMS) algorithm, normalized least mean square (NLMS) algorithm and proportionate normalized least mean square (PNLMS) algorithm. Specifically, the aim is to address the LMS algorithm in your extension, defining his concepts, demonstrations of properties, algorithms and analysis of convergence, Learning Curve and Misadjustment of the algorithm in question. Within of the context of sensor networks and spatial filtering is evaluated the performance of the algorithms by the learning curve of the referred algorithms for arrangements of adaptive antennas. In the intrinsic context of the application in electrical engineering, in area of telecommunications that seek the best alternative and aims to optimize the process of transmission/reception to eliminate interference, and the least amount of elements in adaptive antenna arrays, which they are known as smart antenna, which aims to reach a signal noise ratio for small value, with appropriate number of elements. The performance of the LMS algorithm is evaluated in sensor networks that is characterized by an antenna array. Results of computer simulations for different scenarios of operation show that the algorithms have good numerical results of convergence to a suitable choice of the parameters related with the rate of learning that are associated with their average curves and the beamforming of the smart antenna array.

Keywords: LMS algorithm, NLMS algorithm, PNLMS algorithm, Adaptive Filtering, Stochastic Modeling, Smart Antennas, Sensor Network.

Listas de Figuras

Figura 1: Fluxograma do processo de filtragem adaptativa	17
Figura 2: Sistema Adaptativo	23
Figura 2.1: Estrutura Filtro FIR (Adaptado de [52])	24
Figura 2.2: Diagrama de blocos de um filtro adaptativo considerando uma estrutura transversal de filtragem (Adaptado de [1] e [11])	25
Figura 2.3: Estrutura Filtro IIR (Adaptado de [52])	26
Figura 2.4: Esquema de Cancelamento de eco (Adaptado de [53])	28
Figura 2.5: Esquema da representação de Identificação de Sistema (Adaptado de [53])..	28
Figura 2.6: Esquema de predição onde $x(n) = d(L - n)$ é uma versão atrasada de $d(n)$ (Adaptado de [53]).....	28
Figura 2.7: a) Equalizador adaptativo em modo de treinamento e b) Equalizador adaptativo em modo de decisão direta (Adaptado de [53])	29
Figura 2.8: Arranjo de antenas uniformemente espaçado (Adaptado de [10])	30
Figura 3: Superfície do erro quadrático médio (Adaptado de [22])	33
Figura 3.1: Exemplo de uma Parabolóide.....	35
Figura 3.2: Gráfico de Convergência – LMS.....	40
Figura 3.3: Ilustração do erro quadrático médio (Adaptado de [9])	41
Figura 3.4: Curva de Aprendizagem idealizada do algoritmo LMS (Adaptado de [28])..	47
Figura 4: Exemplos de Sensores (A), (B) Cots Dust e (C) JPL com TINYOS [101,104].....	53
Figura 4.1: Antenas Inteligentes.....	56
Figura 4.2: Arranjo (Conjuntos) de Antenas linear uniforme.....	56
Figura 4.3: a) Diagrama de Radiação: lóbulos principais e secundários; b) Diagrama de Radiação em coordenadas polares; c) Diagrama de Radiação em coordenada cartesianas (Adaptado de [31])	57
Figura 4.4: Largura de banda representado, (A) em Coordenadas Polares e (B) Coordenadas Cartesianas (Adaptado de [33])	58
Figura 4.5: Representação da Largura de feixe em média potência, (a) Padrão de campo em escala linear; (b) Padrão de potência em escala linear; (c) Padrão de radiação em dB (Adaptado de [32])	58
Figura 4.6: Analogia de funcionamento das Antenas Inteligentes (Adaptado de [55])	59
Figura 4.7: Geometria de um arranjo (conjunto) de Antenas (Adaptado de [35])	60
Figura 4.8: Esquema representativo de um sistema de arranjo de Antenas.....	61
Figura 4.9: Combinação linear da saída dos sensores "Banda Estreita"	62
Figura 4.10: Combinação linear da saída dos sensores "Banda Larga"	62
Figura 4.11: Arranjo com linhas de atrasos que proporcionam uma amostragem de propagação das fontes espaço/tempo (Adaptado de [37])	63
Figura 4.12: Arranjo dos elementos para exemplificar a eliminação de interferência (Adaptado de [36])	64

Figura 4.13: Classificação dos Beamformers.....	65
Figura 4.14: Métodos dos Conformadores de Feixes Estatisticamente Ótimo.....	65
Figura 4.15: Realização da Rede Simulada com $r = 0.4$, (Adaptado de [118]).....	67
Figura 4.16: Desempenho do MSE de difusão e algoritmos LMS centralizados (à esquerda) e MSE do algoritmo de difusão proposto em cada sensor em diferentes cenários (à direita), (Adaptado de [118])	68
Figura 4.17: Desempenho do MSE de difusão dos algoritmos LMS com indicador de canal, (Adaptado de [118]).....	68
Figura 5: Diagrama de fluxo geral para algoritmos usados nas simulações.....	70
Figura 5.1: Sinais de entrada, caso particular: algoritmo LMS com SNR entrada=10dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta = \pi/6$	71
Figura 5.2: Sinais dos 4 primeiros elementos de um arranjo de 8 antenas.....	71
Figura 5.3: Sinais dos 4 últimos elementos de um arranjo de 8 antenas.....	72
Figura 5.4: Algoritmo LMS: $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta = \pi/6$ (esquerda); $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta = \pi/6$ (direita).....	73
Figura 5.5: Algoritmo NLMS: $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta = \pi/6$ (esquerda); $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta = \pi/6$ (direita).....	74
Figura 5.6: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.01$ e SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$	76
Figura 5.7: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com, $\mu_2 = 0.001$ e SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$	77
Figura 5.8: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_3 = 0.0001$, SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$	78
Figura 5.9: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.01$ e SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 100 iterações.....	78
Figura 5.10: MSE para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.01$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 100 e 1000 iterações, respectivamente.....	79
Figura 5.11: MSE para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_2 = 0.001$, $\mu_3 = 0.0001$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$ (esquerda para direita).....	80
Figura 5.12: vetor de peso para algoritmo NLMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 1000 iterações.....	81
Figura 5.13: vetor de peso para algoritmo NLMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 100 iterações.....	81
Figura 5.14: MSE para algoritmo NLMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso 100 e 1000 iterações, respectivamente.....	82
Figura 5.15: Algoritmo LMS: sinal de saída para um arranjo $M=8$ antenas; $\mu=0.01$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.25$ e $\theta = \pi/6$ (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de $M=24$ antenas; $\mu=0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$ (direita).....	83
Figura 5.16: Algoritmo LMS: sinal de saída para um arranjo $M=8$ antenas com $\mu=0.01$ $d/\lambda=0.25$, $\theta = \pi/6$, SNR entrada=5 dB (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de $M=24$	

antenas com $\mu=0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta=\pi/6$ (direita).....	84
Figura 5.17: Algoritmo NLMS: sinal de saída para um arranjo M=8 antenas; $\mu=0.01$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.25$ e $\theta=\pi/6$ (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de M=24 antenas; $\mu=0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta=\pi/6$ (direita).....	84
Figura 5.18: Algoritmo NLMS: sinal de saída para um arranjo M=8 antenas com $\mu=0.01$ $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$, SNR entrada=5 dB (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de M=24 antenas com $\mu=0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta=\pi/6$ (direita).....	85
Figura 5.19: Diagrama de irradiação com $N=8$ elementos com incidência do sinal desejado a 30° e interferência a 45°	86
Figura 5.20: Diagrama de irradiação com $N=16$ elementos com incidência do sinal desejado a 30° e interferência a 45°	87
Figura 5.21: Diagrama de irradiação com $N=24$ elementos com incidência do sinal desejado a 30° e interferência a 45°	87
Figura 5.22: Diagrama de irradiação com $d = \lambda/4$ ou 0.25λ (LMS e NLMS)	88
Figura 5.23: Diagrama de irradiação com $d = \lambda/2$ ou 0.5λ (LMS e NLMS)	89
Figura 5.24: Diagrama de irradiação com $d = 3\lambda/4$ ou 0.75λ (LMS e NLMS)	89
Figura 5.25: Algoritmo LMS Proporcional Normalizada: $\mu: 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005$; SNR entrada = 10 dB, $d/\lambda = 0.25$, $\theta = \pi/6$, $M = 8$ (esquerda), $\mu: 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$, $M = 24$ (direita)	104
Figura 5.26: Fator do Arranjo do algoritmo PNLMS quando AOA do sinal desejado é 30° e interferência 45°	105
Figura 5.27: Atualização dos Pesos do Algoritmo PNLMS.....	105
Figura 5.28: Erro Quadrático Médio do algoritmo PNLMS pelo número de iterações quando AOA do sinal desejado é 30° e interferência 45°	107

Listas de Tabelas

Tabela 1 – Algoritmo LMS	37
Tabela 2 – Custo computacional por iteração dos algoritmos LMS para valores reais e complexos (Adaptado de [10])	50
Tabela 3 – Parâmetros do Algoritmo LMS.....	72
Tabela 4 – Parâmetros do Algoritmo LMS Normalizado.....	73
Tabela 5 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 1	75
Tabela 6 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 2	76
Tabela 7 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 3	77
Tabela 8 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 100 iterações	79
Tabela 9 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo NLMS, caso de 1000 iterações.....	80
Tabela 10 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo NLMS, caso de 100 iterações.....	82
Tabela 11 – Parâmetros do Algoritmo LMS Normalizado Proporcional	103
Tabela 12 – Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo PNLMS	106

Listas de Acrônimos e Notação

DSP – Processador Digital de Sinais (*Digital Signal Processor*)
ECG – Eletrocardiograma
LMS – Mínimos Quadrados Médio (*Least Mean Square*)
NLMS – Mínimos Quadrados Médio Normalizado (*Normalized Least Mean Square*)
PNLMS – Mínimos Quadrados Médio Normalizado Proporcional (*Proportionate Normalized Least Mean Square*)
MMSE – Erro Quadrático Médio Mínimo (*Minimum Mean Square Error*)
MSE – Erro Quadrático Médio (*Mean Square Error*)
FIR – Resposta ao Impulso Finito (*Finite Impulse Response*)
IIR – Resposta ao Impulso Infinito (*Infinite Impulse Response*)
RLS – Mínimos Quadrados Recursivos (*Recursive Least Square*)
AP – Algoritmo de Projeções Afins (*Affine Projection Algorithm*)
PCL – Código Linear Preditivo
ALE – Linha de Adaptação
ISI – Interferência entre Símbolos
 $Tr[r]$ – Traço da Matriz
Excesso MSE - Erro Quadrático Médio em Excesso (*Excess Mean Square Error*)
BW – Largura do Feixe
HPBW – Largura do Feixe de Média Potência
DOA – Direção de Chegada (*Direction of Arrival*)
SNR – Relação Sinal Ruído (*Signal Noise Ratio*)
ULA – Arranjo Linear Uniforme (*Uniform Linear Array*)
dB – Decibel
AOA – Ângulo de Chegada (*Angle of Arrival*)
CDMA – Acesso Múltiplo por Divisão de Código (*Code Division Multiple Access*)
SDMA – Acesso Múltiplo por Divisão de Espaço (*Space Division Multiple Access*)
WCDMA – Acesso Múltiplo por Divisão de Código Banda larga (*Wideband Code Division Multiple Access*)
RSSF – Redes de Sensores Sem Fio (*Wireless Sensors Network*)
AWGN – Ruído Gaussiano Branco Aditivo (*Additive white Gaussian noise*)
AR – Processo Autoregressivo
MANETs – Redes Móveis *Ad-hoc* (*Mobile Ad-hoc Networks*)

SUMÁRIO

1	Introdução	16
1.1	Objetivos	19
1.1.1	Objetivo Geral	19
1.1.2	Objetivos Específicos	19
1.2	Justificativa	19
1.3	Contribuições	20
1.4	Estrutura da Dissertação	20
2	Sistemas de Filtragem Adaptativa	22
2.1	Filtragem Adaptativa	23
2.1.1	Estruturas de Filtragem Adaptativa	24
2.1.2	Fundamentos de Filtragem Adaptativa	26
2.1.3	Aplicações de Filtragem Adaptativa	27
2.2	Conformação de Feixes em Antenas	29
2.3	Conclusão	30
3	Algoritmo de Gradiente Estocástico	31
3.1	Filtro de Wiener	31
3.2	Método Descida mais Íngreme	33
3.2.1	Implementação do Método Descida mais Íngreme	33
3.3	Algoritmo LMS	35
3.4	Análise de Convergência do Algoritmo LMS, Visão Geral	37
3.4.1	Algoritmo LMS – Gráfico de Convergência	40
3.4.2	Desajuste do Erro Quadrático Médio	40
3.5	Propriedades do Algoritmo LMS	43
3.6	Curvas de Aprendizagem do Algoritmo LMS	46
3.7	Variantes do Algoritmo LMS	47
3.7.1	Algoritmo LMS Normalizado (NLMS)	48
3.7.2	Algoritmo LMS Normalizado Proporcional (PNLMS)	49
3.8	Vantagens e Desvantagens do Algoritmo LMS	50
3.8.1	Vantagens	50
3.8.2	Desvantagens	51
3.9	Conclusão	51
4	Redes de Sensores	52
4.1	Redes de Sensores sem Fios	52
4.1.1	Componentes das Redes de Sensores	53
4.1.2	Características das Redes de Sensores	53

4.1.3	Aplicações Gerais das Redes de Sensores	54
4.2	Antenas Inteligentes e Beamforming	55
4.2.1	Conceitos de Antenas Inteligentes	56
4.3	Classificação dos Sistemas de Arranjos de Antenas	59
4.3.1	Representação Matemática dos Arranjos de Antenas Inteligentes	59
4.4	Definição e Modelagem Matemática dos Beamformers	61
4.4.1	Desempenho de um Arranjo em um Beamformer	63
4.4.2	Classificação dos Beamformers.....	65
4.5	Aplicação de Redes de Sensores sem Fios (RSSFs) com Algoritmo LMS.....	66
4.6	Considerações Finais.....	69
5	Experimentos Computacionais	70
5.1	Considerações Gerais: Sinais de Entrada do Filtro	71
5.2	Simulações: Algoritmo Mínimos Quadrado Médio e Normalizado	72
5.2.1	Considerações	72
5.2.2	Curvas de Aprendizagem do algoritmo LMS e NLMS	73
5.3	Processo de Eliminação de Interferências (Vetor de Peso).....	74
5.3.1	A formação dos pesos em um Arranjo de Antenas	74
5.4	Eficiência Sinal com Ruído (SNR) Entrada vs. Saída para LMS e NLMS	83
5.5	Lóbulos de Radiação do algoritmo LMS e NLMS	85
5.5.1	Controle do SNR com arranjos Lineares e grandes diferenças de ângulos.....	85
5.5.2	Efeito da separação do Espaçamento do Arranjo de Antenas.....	88
5.6	Considerações Finais	90
6	Conclusão e Comentários.....	92
6.1	Trabalhos Futuros	92
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
	Apêndice	100
A	Estado da Arte	100
B	Simulações do Algoritmo PNLMS	103

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Do latim *filtru*, o termo filtro significa *feltro* que é um elemento que deixa passar ou barra determinado produto, elemento ou energia de acordo com o uso físico que se dá a este. Um filtro digital é um filtro que opera com sinais digitais, como é o caso de algumas aplicações biomédicas. Ele recebe uma sequência de números (sinal de entrada) e produz uma nova sequência de números (sinal de saída filtrado). Entre as principais vantagens dos filtros digitais podemos listar: apresentar a fase perfeitamente linear; O desempenho dos filtros analógicos não depende de componentes do circuito, isto é, sua resposta não é influenciada por mudanças ambientais (temperatura e umidade); A resposta em frequência do filtro digital pode ser mais facilmente modificada caso esteja implementada em software ou hardware programável; Com o avanço da tecnologia de fabricação eletrônica, os filtros digitais podem ser implementados em dispositivos cada vez menores e mais econômicos e os filtros digitais podem ser utilizados em sinais de frequência muito baixa [18], [20-21] e [57].

De fato, seu desempenho extraordinário é uma das razões chave pela qual o DSP se tornou popular. Como mencionado, filtros digitais possuem duas aplicações principais: restauração do sinal e separação do sinal. A separação do sinal é feita quando um sinal foi contaminado com alguma interferência, ruído, ou outros sinais. Como exemplo, imagine um dispositivo para medir a atividade elétrica do coração de um bebê (Eletrocardiograma ECG) quando ainda em gestação. O sinal provavelmente estará contaminado pela respiração e pelos batimentos do coração da mãe. Um filtro pode ser usado então para separar estes sinais de modo que possam individualmente ser analisados. Outro exemplo é a aquisição de uma imagem com uma lente imprópria focalizada, ou uma câmera trêmula.

Filtros podem ser lineares ou não-lineares. A característica mais básica de um sistema linear é que seu comportamento é governado pelo princípio da superposição. A maioria dos modelos que representam fenômenos físicos são lineares, assim se $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ são forças de diferentes origens que atuam sobre a mesma partícula e \vec{F} é a força resultante que atua sobre a partícula, temos que, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ onde a soma é vetorial (para $n = 2$, obedece a regra do paralelogramo). Este é um resultado experimental, conhecido como princípio da superposição de forças [58]. Em particular, um sistema linear é completamente caracterizado pela sua resposta ao impulso ou pela transformada de Fourier da sua resposta ao impulso, conhecida como função transferência. A função transferência de um sistema em qualquer frequência é igual ao seu ganho nessa frequência. Em outras palavras, pode-se dizer que a função transferência de um sistema determina como os vários componentes de uma frequência são ajustados pelo sistema [1].

Na abordagem estocástica, a função desempenho mais usada é a *mean square value* (valor médio quadrático) do sinal de erro. Para entradas estacionárias e sinais desejados, minimizar o *mean square error* (erro médio quadrático) resulta no conhecido filtro de Wiener, o qual é assim conhecido por ser ótimo no sentido *mean-square* (médio quadrático). Na abordagem determinística, uma escolha comum de função performance é a soma dos pesos do sinal de erro quadrático. Minimizar essa função resulta em um filtro ótimo para um conjunto de dados [1].

O estudo da filtragem adaptativa ganhou impulso com o desenvolvimento do algoritmo LMS por Widrow e Hopf em 1959, e tem recebido considerável atenção de muitos pesquisadores nas últimas décadas. Este interesse deve-se ao fato de muitos problemas práticos não poderem ser resolvidos de maneira satisfatória por meio da utilização de filtros digitais [17]. Assim, o uso de filtros adaptativos permite a expansão das capacidades de processamento que não seriam possíveis de outra forma. Na Figura 1 apresenta-se o fluxograma do processo de filtragem adaptativa que consiste na utilização de um filtro adaptativo para processar sinais resultantes, fornecendo na saída um sinal tratado que atende aos critérios do filtro adaptativo.



Figura 1: Fluxograma do processo de filtragem adaptativa.

Os filtros adaptativos são formados por estruturas dispostas para a análise de um sinal de entrada, e a partir da comparação deste com o sinal desejado pelo filtro, produzir o valor resultante desta diferença. Este valor da diferença, chamado de erro, influencia os coeficientes de ajuste do filtro, que permitem aproximar o resultado do filtro do sinal desejado, aproximando a nulo o valor do erro. Dentre os filtros adaptativos destacamos dois: o LMS (*Least Mean Square*) e o NLMS (*Normalized Least Mean Square*), caracterizados por sua baixa complexidade computacional e amplamente estudados, analisados e implementados na literatura [11].

Nas últimas décadas, a filtragem adaptativa vem se consolidando como um tópico de pesquisa cada vez mais relevante para a área de processamento digital de sinais. Tal relevância é corroborada pela popularização dos processadores digitais de sinais (*digital signal processors* – DSP) de alto desempenho. Os processadores digitais de sinais possibilitam a implementação de diferentes estruturas de filtragem como também diferentes algoritmos adaptativos para as mais diversas aplicações [1-2], tornando assim atrativas as aplicações resultantes devido à sua alta confiabilidade, robustez, exatidão, flexibilidade e baixo custo [3]. O uso de filtragem adaptativa tem se mostrado como uma solução interessante, especialmente, nos casos em que não se tem conhecimento *a priori* das estatísticas dos sinais envolvidos no processo e/ou quando os sinais envolvidos variam no tempo.

Tais características permitem o uso de filtros adaptativos em inúmeras aplicações práticas, ao longo das últimas quatro décadas, dentre as quais se destacam: cancelamento de eco acústico ou de rede (envolvendo voz ou dados) [4–9], [80-83], equalização de canal [1], [10-11], [70-73] cancelamento adaptativo de ruído [2], [4], [8-9], [68-69] controle ativo de ruído [1], [12], aprimoramento de linha [89-94], controle [95-98], codificação preditiva [1-2], [11], [13], conformação de feixe em arranjo de antenas [1-2], [10-11], [84-88] que aborda a aplicação desta dissertação e que envolve algoritmos adaptativos com utilização de sinais de entrada gaussianos, e muitas outras aplicações. De modo geral, em função da forma como os sinais envolvidos são caracterizados ou extraídos do ambiente de operação [3], todas as aplicações até então discutidas nas bibliografias podem ser divididas em quatro classes distintas (cada qual com suas peculiaridades) denominadas: identificação de sistema [74-79], modelagem de sistema inverso, predição e cancelamento de interferências [1-2], [11].

Devido ao seu vasto campo de aplicação, as pesquisas em filtragem adaptativa vêm despertando grande interesse e apresentando inúmeros desafios teóricos que persistem até o presente momento [10]. Dentre os principais tópicos de pesquisa na área, pode se destacar o desenvolvimento de novas estruturas de filtragem e de novos algoritmos adaptativos, a determinação de parâmetros ótimos para os algoritmos adaptativos e a modelagem estocástica de algoritmos adaptativos. A modelagem estocástica de algoritmos adaptativos visa determinar expressões analíticas, isto é, um modelo matemático que descreva da melhor forma possível (mais fielmente) o comportamento do algoritmo sob estudo.

Assim, para uma dada condição de operação, o modelo poderá prever (mesmo que de forma aproximada) o desempenho do algoritmo. Através dessa modelagem, uma análise mais detalhada do comportamento do algoritmo poderá ainda revelar possíveis situações indesejadas (anômalas), permitindo assim se propor modificações visando melhorar seu desempenho frente ao problema observado ou a alguma condição de operação específica. Além disso, a partir das expressões que descrevem o comportamento do algoritmo, podem ser derivadas também expressões para o seu comportamento em regime permanente, dessa forma, possibilitando o estabelecimento de relações de causa e efeito entre os parâmetros que controlam o algoritmo e algumas métricas usualmente utilizadas para avaliar seu desempenho.

O algoritmo LMS pertence à família de algoritmos de gradiente estocásticos. O LMS é um método que se baseia nos mesmos princípios como o método da descida mais íngreme. Aproximação do método de descida mais íngreme baseia-se no critério MMSE (Erro quadrático médio mínimo). O LMS é um algoritmo de formação adaptativo iterativo que utiliza a estimativa do gradiente a partir dos dados disponíveis. Este algoritmo faz correções sucessivas para o vetor peso na direção negativa do gradiente que finalmente conclui o erro quadrático médio (MSE). Esta correção sucessiva para o vetor peso é o ponto em que o valor ótimo w_o é obtido que depende da matriz de autocorrelação R e da matriz de correlação cruzada p do filtro.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta tese é abordar o algoritmo LMS com sua definição, demonstrações e aplicações na parte de Filtragem Adaptativa, reavendo-se aspectos numéricos na parte de modelagem estocástica e sua aplicação na análise de desempenho das Antenas Inteligentes.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Definir e Demonstrar as Propriedades do LMS, enfatizando a forma algorítmica de Implementação, Método de Descida mais Íngreme, Análise de Convergência, Curva de Aprendizagem e Desajuste do algoritmo LMS em Filtragem Adaptativa e suas variantes (NLMS e PNLMS).
- Definir conceitos, classificação e modelagem matemática dos Arranjos de Antenas e Beamforming.
- Mostrar aplicações envolvendo o algoritmo LMS, NLMS e PNLMS para análise de desempenho em Antenas Inteligentes.

1.2 Justificativa

A família do algoritmo LMS é um tema muito discutido e amplamente estudado na parte de filtragem adaptativa. Neste trabalho será realizada toda uma abordagem na parte de modelagem estocástica do algoritmo LMS. Para solucionar os problemas na parte de modelagem estocástica conhecer sua teoria e formulações para análise de convergência e propriedades são fundamentais para o processo, além das curvas de aprendizagem e desajuste do Algoritmo LMS.

Mostraremos aplicações relacionados ao algoritmo LMS para a análise de desempenho dos arranjos de antenas inteligentes sobre o processo de eliminação de interferências. É utilizado sinais de entrada gaussianos (Reais e Complexos) sendo fundamental para todo processo. Mínimos Quadrados Médio (LMS), Mínimos Quadrados Médio Normalizado (NLMS) e Mínimos Quadrados Médio Normalizado Proporcional (PNLMS) são os algoritmos adaptativos apresentados neste trabalho. As pesquisas sobre arranjos de antenas começaram na década de 1950 [59], mas o seu uso era inviável devido ao seu alto custo de implementação. Entretanto, ao longo do tempo, o processamento digital de sinais foi barateado e novos algoritmos tornaram o uso dessa tecnologia possível [60-62], com bons resultados e prognósticos promissores que justificam o seu uso em sistemas celulares [63]. O arranjo de antenas ainda permite controlar eletronicamente o seu padrão de irradiação de modo que o arranjo possa se adaptar às variações de comportamento do canal. Essa característica permitiu a construção de arranjos cujo comportamento se adapta

às necessidades momentâneas do sistema, chamados de Antenas Inteligentes (Smart Antennas) [62]. O uso desta tecnologia foi incorporado aos sistemas de terceira geração (3G) devido à demanda por uma taxa de transmissão de dados adequada aos serviços de Internet e multimídia. Na referência [62] é sugerido o uso desta tecnologia como técnica de minimização dos problemas associados à implementação do WCDMA (CDMA em banda larga). Nos Estados Unidos existe uma aplicação conhecida por E911 que consiste no uso de arranjos de antenas num sistema de localização de chamadas 911 realizadas por telefones celulares [64].

O controle adaptativo do padrão de irradiação induz à geração de uma classe especial de aplicações como SDMA (Space Division Multiple Access), Cancelamento de Interferência e Equalização Espacial [60], [62] e [65]. O cancelamento de interferência é baseado na capacidade de filtragem espacial do arranjo de antenas. Com o conhecimento do ângulo de chegada dos sinais interferentes (ângulos indesejados) sobre o arranjo de antenas, o algoritmo de controle das antenas pode produzir nulos no padrão de irradiação do arranjo nos ângulos indesejados. Esta capacidade de cancelamento de interferência pode ser usada, por exemplo, na redução da interferência co-canal [66]. Diferentemente da referência [67] adotou-se, nesse trabalho, o uso de um novo algoritmo, denominado PNLMS, para controlar as antenas visando o cancelamento dos percursos indesejados.

1.3 Contribuições

A partir de pontos de vista abrangentes da teoria e das aplicações, a principal contribuição desta pesquisa é a disponibilização de um arcabouço teórico-prático para o desenvolvimento de projeto de antenas inteligentes. Na sua abrangência a metodologia é facilmente aplicável no projeto de sistemas de sensores inteligentes. Especificamente, destaca-se as seguintes contribuições que este trabalho apresenta às aplicações e análise de desempenho no projeto de antenas inteligentes, usando algoritmo LMS e suas variantes NLMS e PNLMS:

1. Mostrar a viabilidade da utilização de algoritmo de baixo custo computacional e complexidade de hardware em problemas de arranjos de antenas inteligentes.
2. Tratar arranjos com número adequado de elementos, pois trabalhou-se com (8, 16 e 24) antenas para as devidas simulações;
3. Optar por um algoritmo ou outro, é levado em consideração além das questões acima referidas o fator econômico, de modo que se optaria por trabalhar com um algoritmo específico, ou uma estrutura combinada de ambos.
4. Procedimentos e algoritmos para realização do projeto de antenas inteligentes baseados na família do método LMS.
5. Procedimento para análise da convergência dos métodos.

1.4 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está organizada em capítulos para apresentação da metodologia desenvolvida e resultados obtidos da pesquisa para modelagem estocástica. De forma

conectada com as aplicações dos algoritmos LMS, NLMS e PNLMS e o projeto de antenas inteligentes, apresenta-se o desenvolvimento sistematizado da teoria e da formulação que embasam o procedimento para projeto da referida aplicação. Nos capítulos são apresentados o estado da arte, a união das teorias de filtragem adaptativa e a aplicabilidade tecnológica em antenas inteligentes.

O Capítulo 2, introduz toda a teoria geral de filtragem adaptativa, com sua estrutura e aplicações para o Cancelamento de interferências, Identificação de sistemas, Predição e Identificação de sistemas inversa, incluindo a conformação de feixes em antenas que é aplicação desse trabalho.

O Capítulo 3, aborda os algoritmos de gradiente estocástico com ênfase para o algoritmo LMS na parte estocástica: Análise de Convergência, suas Propriedades, Curvas de Aprendizagem e Desajuste, além de abordar as variantes NLMS e PNLMS. Destaquemos também o Filtro de Wiener e Método de Descida mais Íngreme.

O Capítulo 4, aborda a Redes de Sensores de forma conectada aos problemas de engenharia que é representado pelos conceitos, classificações e representações matemáticas das Antenas Inteligentes e Beamformers. Além de mostrar aplicação em redes de sensores com uso do algoritmo adaptativo LMS.

No Capítulo 5, são apresentados os resultados de simulação realizadas no *MATLAB* na parte de filtragem adaptativa envolvendo a análise de desempenho das Antenas Inteligentes e o processo de eliminação de interferências com uso do algoritmo LMS e suas variantes NLMS e PNLMS para arranjos de Antenas Inteligentes.

No Capítulo 6, mostramos a conclusão do trabalho que inclui comentários sobre os resultados obtidos e proposta futura.

Nas Referências Bibliográficas, lista-se o acervo utilizado na construção das bases sólidas necessárias ao desenvolvimento dessa dissertação. No Apêndice estão inseridos tópicos de estado da arte que auxiliam no processo de compreensão das técnicas aplicadas no desenvolvimento deste trabalho e as simulações do Algoritmo PNLMS.

Capítulo 2

Sistemas de Filtragem Adaptativa

Um sistema adaptativo é aquele cuja estrutura é alterável (através do ajuste dos seus coeficientes) de tal forma que seu comportamento melhore de acordo com algum critério de desempenho através da exposição ao ambiente no qual será inserido [17]. O ajuste dos coeficientes do filtro adaptativo é realizado através da implementação de um algoritmo, devidamente escolhido, cujo objetivo é atender a requisitos do sistema. Estes algoritmos são definidos como algoritmos adaptativos. Segundo [9], os sistemas adaptativos possuem todas ou algumas destas características abaixo listadas:

1. Adaptação automática à medida que ocorre a modificação do ambiente e/ou mudança das necessidades do sistema (auto otimização);
2. Possibilidade de serem treinados para desenvolver uma tarefa específica de filtragem ou decisão, ou seja, podem ser programados através de um processo de treinamento (auto programáveis);
3. Em virtude disso, não precisam de procedimentos elaborados de síntese (são basicamente auto programáveis);
4. Podem extrapolar o espaço de conhecimento e lidar com novas situações após o treinamento com um pequeno conjunto de padrões de entrada (auto aprendizado);
5. Até certo ponto podem reparar a si mesmos, ou seja, podem adaptar-se em regiões próximas da ótima mesmo quando sujeitos a certos tipos de defeitos ou limitações;
6. Geralmente são mais complexos e difíceis de analisar que sistemas não adaptativos, mas oferecem a possibilidade de um desempenho substancialmente melhor quando as características do ambiente são desconhecidas ou variantes no tempo.

A operação de um sistema de filtragem adaptativa envolve dois processos básicos: o processo de filtragem com o objetivo de produzir uma saída em resposta a uma sequência de entrada; e o processo adaptativo. O propósito é fornecer um mecanismo para ajuste de um conjunto de parâmetros utilizados no processo de filtragem [17].

Na Figura 2, a estrutura de um sistema adaptativo é representada. Neste sistema sua saída é modificada de tal forma que seu comportamento sofre alterações de acordo com o critério desejado. Neste exemplo observa-se um sistema em diagrama de blocos representando um sistema adaptativo, com uma sequência de entrada $x(n)$, um filtro qualquer e a saída $y(n)$: um sinal $d(n)$ que representa a resposta desejada, e que subtraindo do sinal $y(n)$ gera o valor de erro e , que é o valor da diferença entre o sinal desejado e a estimativa do filtro. A equação abaixo apresenta a expressão que representa o valor de erro, dada por:

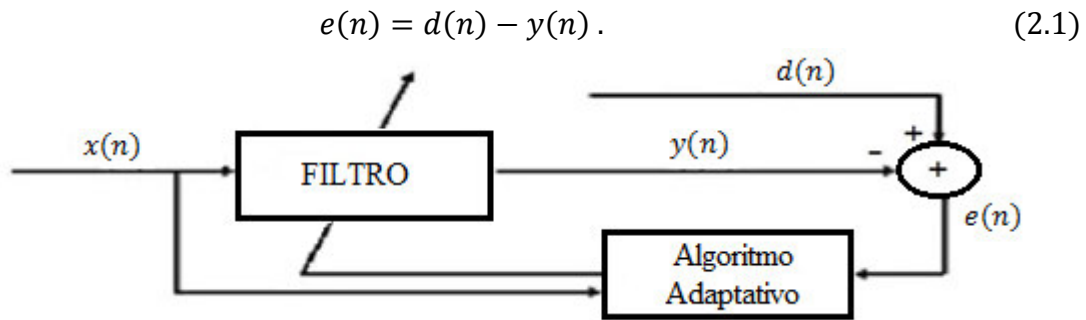


Figura 2: Sistema Adaptativo.

A partir desta percepção verifica-se que o objetivo final do filtro é estimar seu valor de saída, aproximando ao máximo este resultado com o valor desejado, até atingir o valor de erro nulo ou próximo de zero. A realimentação do filtro com o sinal de erro procura forçar o sistema a esta adaptação.

O funcionamento de um filtro adaptativo possui dois estágios, chamados convergência e regime. No estágio de convergência, o filtro adaptativo inicia de um conjunto inicial de parâmetros e converge para uma solução ótima. Após o estágio de convergência, o filtro adaptativo entra em regime, na qual a solução ótima é mantida, se essa for variante no tempo. Os critérios de desempenho mais importantes de um algoritmo de filtragem adaptativa são a velocidade de convergência (ou taxa de convergência) e o seu ajuste. A velocidade de convergência descreve o comportamento transitório do algoritmo no estágio de convergência. É definida como o número de iterações requerida pelo algoritmo para convergir até uma solução ótima. O ajuste descreve o comportamento do algoritmo no estágio de regime. É uma medida quantitativa pelo qual o valor da média final total do erro médio quadrático excede o mínimo erro médio quadrático produzido pelo filtro ótimo de Wiener [19].

2.1 Filtragem Adaptativa

Ao abordar filtragem adaptativa ela se relaciona diretamente com um ambiente em mudança ao longo do tempo devido à capacidade de adaptação que tem de inúmeras aplicações em tempo real que ocorre através da utilização de algoritmos resultantes de avanços tecnológicos em termos de capacidade computacional.

Estes algoritmos estão a ser um mecanismo de ajuste que fornece os coeficientes do filtro digital permitir uma auto modificação da mesma, a fim de executar de forma ótima a ordem proposta para minimizar a função de erro (função de custo). Em outras palavras, o sinal de erro é responsável pela adaptação dos respectivos parâmetros do filtro.

Vale ressaltar que, na prática, levando a informação a partir do ambiente em causa, não é disponível um conhecimento a priori das propriedades estatísticas do sinal de entrada para o filtro, razões pelo que se realizam aproximações muito próximos destas propriedades para alcançar os objetivos desejados.

Há, portanto, certos aspectos que definem um filtro adaptativo [22]:

- Tipo de Aplicação: depende exclusivamente do tipo de sinal de referência dadas do ambiente;
- Estrutura do filtro: é a maneira pela qual o sinal de saída do filtro é calculado a partir da entrada de sinal, sendo os principais o filtro de resposta ao impulso finito (FIR) para estruturas não-recursiva e de resposta ao impulso infinito (IIR) de estruturas recursivas;
- Algoritmo adaptativo: detalha a maneira em que os parâmetros são ajustados a qualquer momento ou de um instante ao outro.

2.1.1 Estruturas de Filtragem Adaptativa

Partindo da estrutura transversal básica definida como se segue [23]:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n) x(n-i). \quad (2.2)$$

Observa-se que a saída do filtro adaptativo é igual a uma combinação linear de amostras atrasadas provenientes da sequência de entrada $x(n-i)$ e os coeficientes (pesos) do sistema $\mathbf{w}_i(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$, os mesmos que são variáveis no tempo, são controlados por algoritmos adaptativos.

O real interesse reside em encontrar a menor relação linear possível entre os sinais de entrada e desejado, respectivamente. Assim, tratando-se da referida questão, tem-se os filtros de resposta finita (FIR) e de resposta infinita (IIR). Na Figura 2.1 observa-se a estrutura do filtro FIR, onde os atrasos são representados por z^{-1} . O que implica que é um filtro não recursivo, devido a utilização de amostras atuais e anteriores.

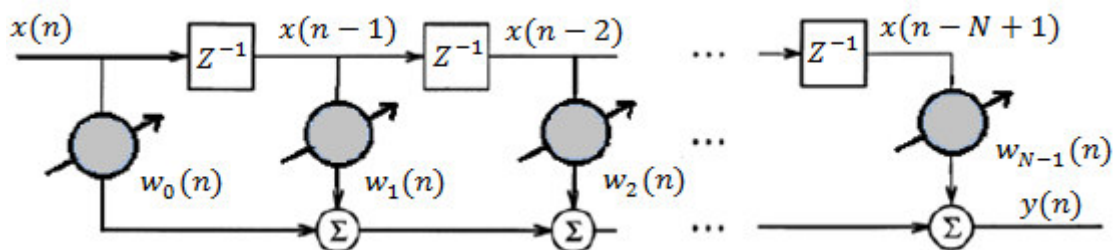


Figura 2.1: Estrutura Filtro FIR (Adaptado de [52]).

Filtros FIR

É um tipo de filtro digital caracterizado por uma resposta ao impulso que se torna nula após um tempo finito. As estruturas do filtro FIR têm se mostrado atrativas do ponto de vista prático, devido à inerente estabilidade e ao fato de que a respectiva função custo é geralmente convexa e tem um único mínimo [11]. Dentre tais estruturas, em função da sua versatilidade e facilidade de implementação, o filtro transversal (comumente denominado filtro de linha de retardo ou apenas filtro FIR) vem sendo a estrutura mais utilizada em implementações práticas de filtros adaptativos [1], [11], [14-15]. Essa estrutura, introduzida por H. E. Kallmann em 1940 [16], tem emergido como uma

ferramenta essencial para o processamento digital de sinais em uma vasta gama de aplicações, incluindo as que envolvem a filtragem adaptativa [1], [11].

A Figura 2.2 ilustra o diagrama de blocos de um filtro adaptativo considerando uma estrutura transversal de filtragem (destacada pela região pontilhada). Consta-se que o sinal de saída do filtro adaptativo, nesse caso a estimativa do sinal desejado $\hat{d}(n)$, é gerado como uma combinação linear das amostras atrasadas do sinal de entrada com os coeficientes do filtro adaptativo. Dessa forma, a relação de entrada e saída pode ser expressa como [1-3], [11], [14]:

$$\hat{d}(n) = \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{w}_k^*(n) \mathbf{x}(n-k) = \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n). \quad (2.3)$$

Sendo $\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \dots w_{M-1}(n)]^T$ denota o vetor de coeficientes do filtro adaptativo, $\mathbf{x}(n) = [x(n) \dots x(n-M+1)]^T$, o vetor com as amostras mais recentes do sinal de entrada (vetor do sinal de entrada), M , a ordem do filtro, $*$, o complexo-conjugado, $(\cdot)^H$, o complexo-conjugado transposto (hermitiano). Ainda referente à Figura 2.2, verifica-se que o sinal de erro (também denominado erro de estimação) pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - \hat{d}(n) \\ e(n) &= d(n) - \mathbf{w}^H(n) \mathbf{x}(n). \end{aligned} \quad (2.4)$$

A partir da Equação (2.4), assumindo que os coeficientes do filtro adaptativo são fixos, a solução de Wiener pode ser obtida através da minimização do Erro Quadrático Médio. E que a maioria dos algoritmos adaptativos podem ser obtidos através da minimização de alguma função custo.

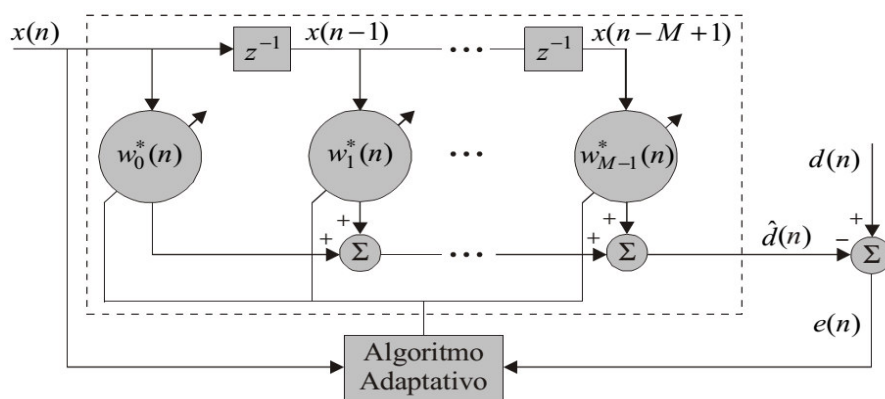


Figura 2.2: Diagrama de blocos de um filtro adaptativo considerando uma estrutura transversal de filtragem (Adaptado de [1] e [11]).

Os filtros IIR tem como base equações recursivas [23]:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n) x(n-i) + \sum_{i=0}^{M-1} b_i(n) y(n-i). \quad (2.5)$$

Sendo, $a_i(n)$ e $b_i(n)$ os pesos progressivos e de realimentação, respectivamente. Estes filtros têm limitações quando se trata da aplicação no domínio da filtragem adaptativa.

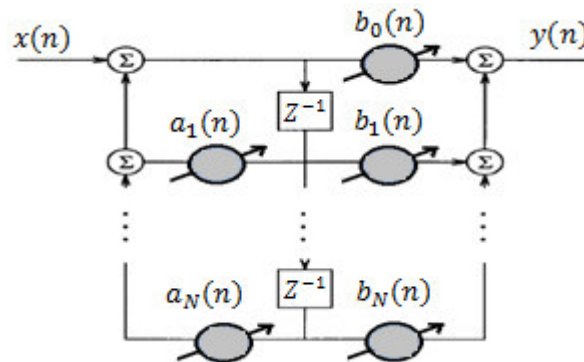


Figura 2.3: Estrutura Filtro IIR (Adaptado de [52]).

Vale realçar que os filtros IIR são de natureza recursiva; isto é, além do uso de valores de amostra atual e anterior, utilizam também os valores de saída anterior como uma contínua realimentação do filtro.

2.1.2 Fundamentos de Filtragem Adaptativa

O desempenho de um filtro adaptativo é diretamente dependente do algoritmo adaptativo utilizado no filtro. Os algoritmos de filtragem adaptativa têm diferentes velocidades de convergência e características de ajuste. Sem ter qualquer restrição no processo de entrada do filtro adaptativo, os algoritmos têm aumento na velocidade de convergência com aumento da complexidade computacional. Além disso, um algoritmo talvez tenha diferentes velocidades de convergência dependendo dos valores dos seus parâmetros de projeto. Normalmente, a um compromisso entre a velocidade de convergência atingível e os valores de ajuste. Quando os parâmetros são ajustados para obter uma convergência mais rápida, o ajuste se torna maior, e vice-versa. Um algoritmo que provê convergência rápida e ajuste mínimo é o ideal [19].

Entre os diversos algoritmos existentes na literatura, pode-se citar o *LMS*, o *Normalizado-LMS (NLMS)*, *Proporcional Normalizado-LMS (PNLMS)*, o *Mínimos Quadrados Recursivo (RLS)* e o *Projeção Afins (AP)* [17], entre outros. Cada um destes algoritmos apresenta características bem peculiares, o que faz com que a escolha de um deles seja baseada com o tipo de problema a que ele será aplicado [18].

Em particular, uma das aplicações onde a filtragem adaptativa tem permitido excelentes resultados é no cancelamento de eco acústico. O eco acústico é um fenômeno causado pela reflexão do som. Ele ocorre quando uma fonte emissora emite e recebe de volta, além do retorno direto, outra versão do som, refletido (e distorcido) por uma superfície, após um determinado intervalo de tempo, resultando em repetição do som original. Assim, quando ocorre o evento, surge uma dificuldade em estabelecer comunicação, em virtude deste retorno. Como exemplo clássico, temos as redes de telecomunicações, aonde o eco vem a ser a principal fonte de deterioração.

No processo de cancelamento de eco acústico, diversas estruturas de hardware são estudadas. Tais estruturas são baseadas em processadores digitais de sinais (DSP's) [18], [24]. Entretanto, conforme já mencionado, o melhor desempenho de um sistema adaptativo está diretamente relacionado ao algoritmo adaptativo implementado. Assim, além da implementação de variados algoritmos adaptativos, também é necessário ter o conhecimento das técnicas de redução de potência e de aumento de desempenho, a fim de alcançar métricas necessárias para o funcionamento.

O desempenho de um algoritmo adaptativo pode ser avaliado por um conjunto de características. Segundo [11], as principais são:

- Taxa de convergência: define o número de iterações necessárias para o algoritmo levar os coeficientes do filtro para um valor em torno da solução ótima do Wiener, no sentido médio quadrático;
- Desajuste: é a medida quantitativa da diferença entre o erro médio quadrático residual devido ao algoritmo e o erro médio quadrático mínimo, que é produzido pelo filtro de Wiener;
- Rastreamento: capacidade do algoritmo de acompanhar as variações das características estatísticas dos sinais em um meio não-estacionário. Seu desempenho é influenciado pela taxa de convergência e pelas flutuações em regime permanente;
- Robustez: capacidade do algoritmo operar satisfatoriamente com sinal de entrada mal condicionado;
- Complexidade Computacional: número de operações por iteração do algoritmo. Este fator pode determinar a viabilidade de sua implementação em tempo real;
- Estrutura: o filtro adaptativo pode ser implementado utilizando-se diversas estruturas, tais como treliças, forma transversal e outras;
- Estabilidade numérica: filtros adaptativos frequentemente precisam ser implementados em processadores digitais de sinais (DSP's), os quais operam com aritmética de precisão finita. Um algoritmo é considerado numericamente estável se o vetor de erro nos coeficientes do filtro permanece limitado ao longo do processamento com precisão finita.

2.1.3 Aplicações de Filtragem Adaptativa

Entre a ampla variedade de aplicações em filtragem adaptativa encontram-se em áreas como: biomedicina, radar, som, comunicações, engenharia, controle ativo de ruído, etc. Razão para o qual é possível agrupar as aplicações da seguinte maneira:

- Cancelamento de Interferência;
- Identificação de sistemas;
- Predição;
- Identificação de sistemas inversa.

Nos primeiros 3 grupos busca-se uma aproximação do sinal de saída $\hat{y}(n) \rightarrow y(n)$; diferindo no objetivo de cada aplicação. No cancelamento de interferência, o exemplo clássico é o Cancelador de eco; em que $x(n)$ é o sinal na extremidade mais distante (em

relação ao cancelador de eco) $y(n)$ é o eco, $v(n)$ é a voz da pessoa que utiliza as mãos livres (supondo o caso em que se fala por celular dentro do carro). Neste caso particular, deve ser tomado em consideração que o valor de erro não deve ser igual a zero, devido ao sinal que nos interessa recuperar, se perder; enquanto que a aproximação resultante da convergência não é tão precisa. Na Figura 2.4, observa-se o esquema de um Cancelamento de eco.

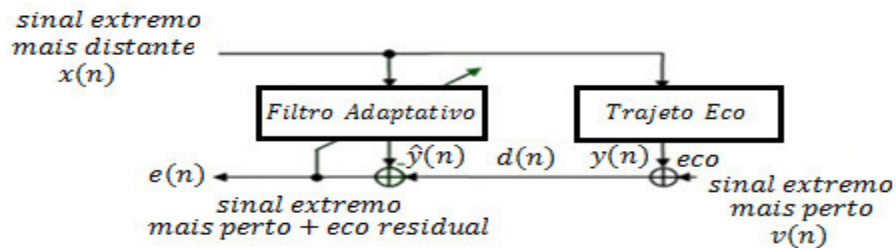


Figura 2.4: Esquema de Cancelamento de eco (Adaptado de [53]).

Em relação a aplicação de identificação de sistemas, obriga-nos a alcançar uma aproximação mais precisa possível para a relação da função de transferência que é desconhecido; a mesma que é apresentada na Figura 2.5; onde está representado o diagrama de identificação de sistemas. A diferença é que $y(n)$ é o sinal de saída desse sistema e o sinal de entrada $x(n)$ tem certos requisitos que devem ser satisfeitos, considerando-se que quanto menor for o valor do ruído, a modelagem do sistema será mais simples.

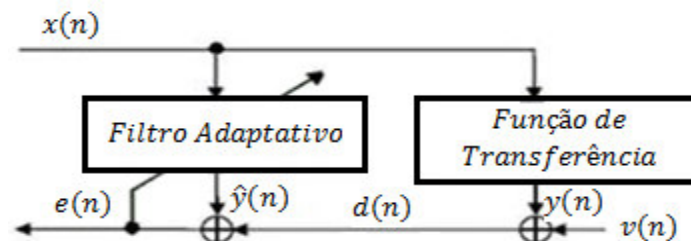


Figura 2.5: Esquema da representação de Identificação de Sistema (Adaptado de [53]).

No caso de predição, o objetivo é encontrar a relação entre as amostras atuais e anteriores do sinal desejado $d(n)$. Neste caso, o sinal de referência é uma versão atrasada do sinal desejado, que pode ser visto no gráfico do esquema de predição na Figura 2.6; Este sistema é aplicado em áreas como: código linear preditivo (PCL), análise espectral auto regressiva, etc.

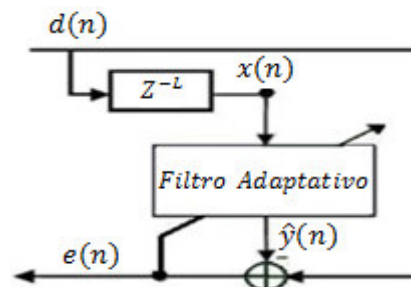


Figura 2.6: Esquema de predição onde $x(n) = d(L - n)$ é uma versão atrasada de $d(n)$ (Adaptado de [53]).

No gráfico anterior tem-se a clássica melhora na linha de adaptação (ALE), de onde busca-se separar um sinal de banda estreita $y(n)$ partindo de um sinal de banda larga $v(n)$.

Agora, no sistema de identificação inversa, encontra-se a equalização de um canal, aplicação muito popular no campo das comunicações. Essencialmente visa reduzir a interferência entre símbolos (ISI). Sendo $s(n)$ o sinal transmitido pelo canal, $\eta(n)$ representa o ruído, $H(z)$ é a função de transferência de um filtro FIR, $x(n)$ é o sinal do receptor e L representa amostras de atraso. Com isto, na denominada fase de treinamento o filtro se adaptará, enviando ao transmissor um sinal previamente combinado e envia-se uma sequência de treinamento, que vem sendo uma sequência atrasada do sinal transmitido $d(n) = s(n - L)$. Em seguida, na fase de decisão de modo direto, o sinal desejado transforma estimação na sequência de treinamento $d(n) = \tilde{s}(n - L)$. No entanto, o dispositivo de decisão, depende do agrupamento do sinal. Na Figura 2.7, pode-se observar o processo de modo de treinamento e decisão de modo direto para um equalizador adaptativo.

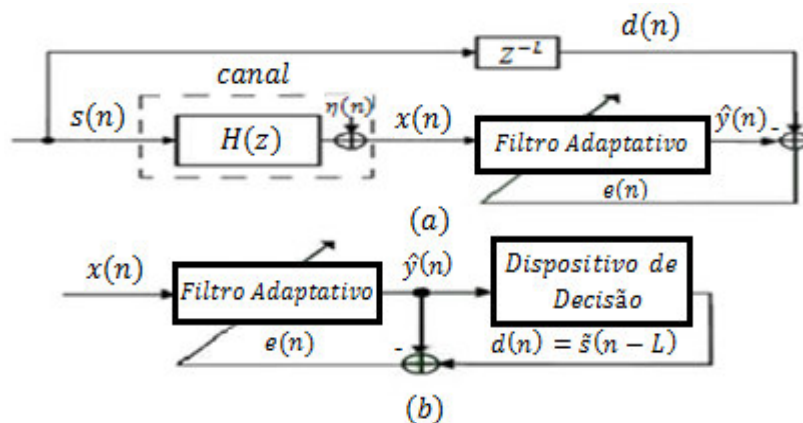


Figura 2.7: a) Equalizador adaptativo em modo de treinamento e b) Equalizador adaptativo em modo de decisão direta (Adaptado de [53]).

2.2 Conformação de Feixes em Antenas

A tecnologia Beamforming permite que as antenas irradiem o sinal de forma direcional, selecionando o caminho até o usuário, com melhor desempenho e roteando os sinais para contornar interferências. Sendo essa aplicação representada neste trabalho, dizemos que os arranjos de antenas adaptativos em comparação com as limitações que oferece um único elemento, permitem um aumento da capacidade em termos de diretividade. Utilizando algoritmos adaptativos proporcionam-se uma redução significativa dos sinais corrompidos e a presença de sinais interferentes na transmissão e recepção em diferentes sistemas de comunicações. Nesta aplicação deseja-se combinar os parâmetros de um arranjo de antenas para maximizar o seu ganho ao longo de uma direção particular. Na Figura 2.8 é mostrado um arranjo de antena adaptável.

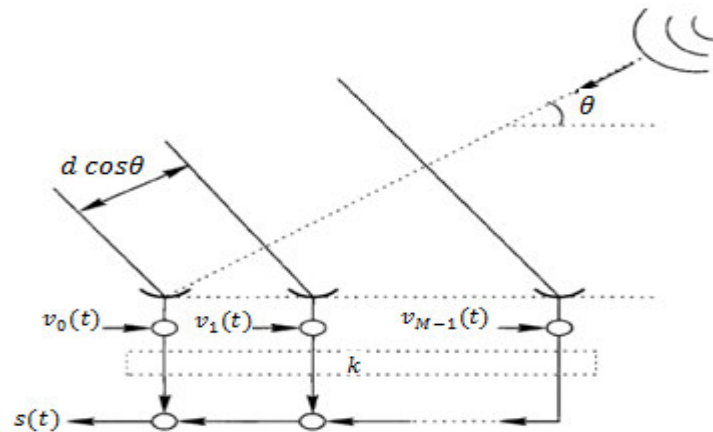


Figura 2.8: Arranjo de antenas uniformemente espaçado (Adaptado de [10]).

O arranjo linear mostrado na figura anterior se encontra uniformemente espaçados com separação d entre um par de elementos; além disso se assume que está longe da fonte de radiação eletromagnética, sendo representado por

$$r(t) = s(t)e^{jw_c t}, \quad (2.6)$$

sendo w_c a frequência carregada e $s(t)$ o sinal de base de banda. Em suma o que essa aplicação tem como objetivo, é reduzir a interferência e aumentar a diretividade [10]. Aplicando algoritmos adaptativos e com base em provas e a respectiva análise se escolherá para qualquer um dos casos o algoritmo mais apropriado, para nosso caso o algoritmo LMS e suas variantes (NLMS e PNLMS).

2.3 Conclusão

Neste capítulo abordou-se o Sistema Adaptativo com os processos de fundamentação de filtragem Adaptativa, com as aplicações em filtros adaptativos para cancelamento de eco, identificação de sistemas, predição, identificação de sistemas inversa que aborda a equalização de canal, aplicação popular na área de comunicações. Além disso apresenta-se a aplicação desse trabalho em conformação de feixes de antenas, que em resumo aborda a eliminação de interferências e busca da melhor diretividade através de algoritmos adaptativos.

Capítulo 3

Algoritmos de Gradiente Estocástico

Algoritmo de Gradiente Estocástico, o termo derivado de gradiente estocástico faz referência ao gradiente ruidoso, isto deve-se a direção do reajuste do algoritmo que está ligada a determinados movimentos aleatórios. Por esta razão que alcança um J_{min} que é o custo do filtro ótimo de Wiener, a isto adiciona um J_{ex} que é um excesso do erro quadrático ocasionado pelo gradiente ruidoso ou estocástico [25].

Os algoritmos de gradiente estocástico têm como meta minimizar o erro quadrático médio (MSE), para o qual pretendem realizar uma aproximação a solução de maneira recursiva, perseguindo a direção do gradiente da curva da superfície de erro [25]. Neste capítulo, apresenta-se o Filtro de Wiener, Método de Descida mais Íngreme, o algoritmo LMS e sua modelagem estocástica para Análise de Convergência, Desajuste, Propriedades e Curva de Aprendizagem, além de abordar as variantes NLMS e PNLMS.

3.1 Filtro de Wiener

Tendo como base a estrutura clássica de um filtro FIR transversal e tendo em conta as características de estabilidade e resposta de fase linear, o cálculo da saída será [25]:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{L-1} w_i[n] x[n-i]. \quad (3.1)$$

E sendo L conjunto de coeficientes $\mathbf{w}[n] = \{w_0[n], w_1[n], \dots, w_{L-1}[n]\}^T$, o sinal de entrada é definido como $\mathbf{x}[n] = \{x[n], x[n-1], \dots, x[n-L+1]\}^T$, pode ser representada vetorialmente por

$$\begin{aligned} y[n] &= \mathbf{w}^T[n] \mathbf{x}[n] \\ &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

O sinal de saída é comparado com sinal de desejado $d[n]$, originando o sinal de erro, portanto, representado por

$$\begin{aligned} e[n] &= d[n] - y[n] \\ &= d[n] - \mathbf{w}^T[n] \mathbf{x}[n]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

O que se busca, então, é minimizar o sinal de erro utilizando algoritmos adaptativo. Pretendendo encontrar o filtro ótimo, ou seja, o sistema que constitui a melhor solução de acordo com determinados critérios [26].

Como o objetivo é minimizar o erro quadrado médio (MSE) ou função de custo, ela é definida como:

$$j(n) = E\{(e(n))^2\} = E\{[d[n] - y[n]]^2\}. \quad (3.4)$$

Em que E é a esperança matemática. Considerando que $w[n]$ é uma sequência substituindo (3.3) temos:

$$\xi[n] = J[n] = E\{(d[n] - \mathbf{w}^T[n]\mathbf{x}[n])(d[n] - \mathbf{w}^T[n]\mathbf{x}[n])\} \quad (3.5)$$

Portanto:

$$\xi[n] = J[n] = E\{d^2[n]\} - 2P^T \mathbf{w}[n] + \mathbf{w}^T[n]R\mathbf{w}[n]. \quad (3.6)$$

De onde P é o vetor de correlação cruzada e R a matriz de autocorrelação, representada como se segue:

$$\begin{aligned} P &= E\{d[n]\mathbf{x}[n]\} \\ &= [r_{dx}(0)r_{dx}(1) \dots r_{dx}(L-1)]^T. \end{aligned} \quad (3.7)$$

E a representação da função de correlação cruzada é definida como se segue:

$$r_{dx}(k) = E\{d[n]\mathbf{x}[n-k]\}, \quad (3.8)$$

sendo:

$$\begin{aligned} R &= E\{\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n]\} \\ &= \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots & r_{xx}(L-1) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \dots & r_{xx}(L-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{xx}(L-1) & r_{xx}(L-2) & \dots & r_{xx}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$r_{xx}(k) = E\{\mathbf{x}[n]\mathbf{x}[n-k]\}, \quad (3.10)$$

a Equação (3.10) que representa a função de autocorrelação. Para encontrar o filtro ótimo é realizado através do emprego do gradiente, uma minimização do custo da função $\xi[n]$, que é igual a zero, logo:

$$\nabla \xi[n] = 2R\mathbf{w}[n] - 2P \quad (3.11)$$

$$R\mathbf{w}_0[n] = P \quad (3.12)$$

$$\mathbf{w}_0[n] = PR^{-1}. \quad (3.13)$$

Sendo w_0 o peso ótimo, então a equação acima simboliza a solução para filtro linear ótimo, e recebe nome de solução de Wiener [22].

A área de superfície de desempenho ou do erro quadrático médio é a representação gráfica da função de custo, que é apresentado na Figura 3.

Deve salientar-se que, sem o conhecimento dos parâmetros acima (sinal de estatística), o modelo da solução de Wiener não é prático.

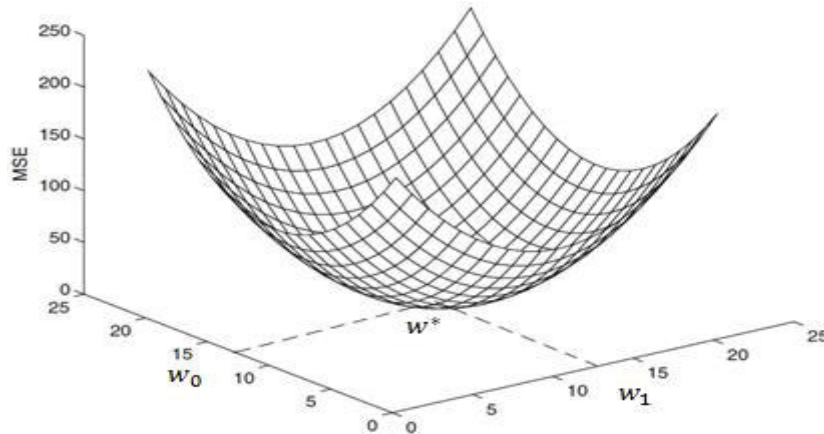


Figura 3: Superfície do erro quadrático médio (Adaptado de [22]).

Antes de abordar o algoritmo adaptativo LMS, descreveremos o Método de descida mais íngreme, com um exemplo prático.

3.2 Método Descida mais Íngreme

Algoritmo de descida mais íngreme é um método baseado no gradiente que emprega solução recursiva sobre o problema (função de custo). Se o vetor aberto é $\mathbf{w}(n)$ e o próximo vetor peso aberto $\mathbf{w}(n+1)$, podemos estimar vetor $\mathbf{w}(n+1)$ por essa aproximação [25]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial E\{e^2(n)\}}{\partial \mathbf{w}(n)} \Rightarrow$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 0.5\mu[-\nabla J(n)]. \quad (3.14)$$

Sendo $\frac{\partial E\{e^2(n)\}}{\partial \mathbf{w}(n)}$ o gradiente da função de erro em função dos pesos e μ representa o fator de convergência denominado tamanho do passo. O gradiente é um vetor que aponta no sentido da mudança de coeficientes do filtro que vai fazer com que ocorra o maior aumento no sinal de erro. Uma vez que o objetivo é o de minimizar o erro, no entanto, os coeficientes do filtro de atualização apresentam-se na direção oposta do gradiente; é por isso que o termo gradiente é negativa.

Depois de ajustar repetidamente cada coeficiente no sentido oposto ao gradiente do erro, deve convergir o filtro adaptativo.

3.2.1 Implementação do Método Descida mais Íngreme

O primeiro passo é avaliar as derivadas parciais da função de custo para os coeficientes do filtro (pesos) [25]:

$$\frac{\partial E\{e^2(n)\}}{\partial \mathbf{w}(n)} = E \left\{ \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{w}(n)} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
&= E \left\{ 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial \mathbf{w}(n)} \right\} \Rightarrow E \left\{ 2e(n) \frac{\partial (d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n))}{\partial \mathbf{w}(n)} \right\} \Rightarrow \\
&= -2E\{e(n)\mathbf{x}(n)\}.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Portanto, o algoritmo de descida mais íngreme é descrito como se segue:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu E\{e(n)\mathbf{x}(n)\}. \tag{3.16}$$

E em termos de correlação e correlação cruzada teremos:

$$\begin{aligned}
E\{e(n)\mathbf{x}(n)\} &= E\{\mathbf{x}(n)(d(n) - \hat{d}(n))\} \Rightarrow E\{(d(n)\mathbf{x}(n) - E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)\})\} \Rightarrow \\
&= P_{dx}(n) - R_{xx}(n)\mathbf{w}(n).
\end{aligned} \tag{3.17}$$

E finalmente:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu(P_{dx}(n) - R_{xx}(n)\mathbf{w}(n)). \tag{3.18}$$

Uma vez alcançado o mínimo, detém-se a atualização dos pesos. A principal desvantagem é a sua baixa velocidade de convergência, que se deve a uma alta correlação entre os dados do sinal de referência que traduz-se em valores de μ pequenos. Por outro lado, ao decidir usar tamanho do passo muito grande, existirão resultados errôneos.

Exemplo Descida mais Íngreme:

Dada a seguinte função que precisamos para obter o vetor que nos daria o mínimo absoluto:

$$Y(c_1, c_2) = c_1^2 + c_2^2 \tag{3.19}$$

É obvio $C_1 = C_2 = 0$ é dado como mínimo. Agora vamos encontrar a solução pelo método de descida mais íngreme:

Começamos por assumir ($C_1 = 5$, $C_2 = 7$). Selecione a constante μ . Se for muito grande, perdemos o mínimo. Se ele for muito pequeno, ele levaria muito tempo para conseguir o mínimo. Adotando $\mu = 0.1$, o vetor gradiente será:

$$\nabla_y = \begin{bmatrix} \frac{dy}{dc_1} \\ \frac{dy}{dc_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2C_1 \\ 2C_2 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

Portanto, a equação iterativa é:

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}_{[n+1]} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}_{[n]} - 0.5 * 0.1 * \nabla_y = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}_{[n]} - 0.1 \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}_{[n]} = 0.9 \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}_{[n]}$$

Estimativa inicial:

$$\begin{aligned} \text{Iteração 1: } & \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \\ \text{Iteração 2: } & \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5 \\ 6.3 \end{bmatrix} \\ \text{Iteração 3: } & \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.405 \\ 0.567 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

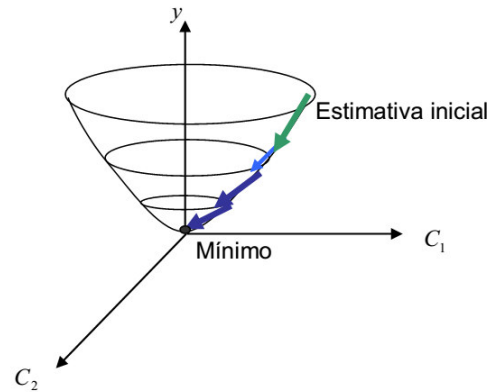


Figura 3.1: Exemplo de uma Parabolóide.

.....

$$\begin{aligned} \text{Iteração 60: } & \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.013 \end{bmatrix} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} & \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}_{[n]} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Como podemos ver, o vetor $[C_1, C_2]$ converge para o que iria produzir o mínimo da função e a velocidade de convergência esta depende de μ .

A razão pela qual os algoritmos de gradiente estocásticos são convenientes, é que incide sobre a sua natureza iterativa os parâmetros estatísticos dos sinais presentes no processo de filtragem, além de ajustar as alterações dos mesmos. Os algoritmos adaptativos mais populares são descritos a seguir: Least Mean Square (Mínimos Quadrados Médio) e Normalized Least Mean Square (Mínimos Quadrados Médio Normalizado).

3.3 Algoritmo LMS

O algoritmo LMS foi originalmente proposto por Widrow e Hoff em 1960 no contexto de um estudo sobre reconhecimento de padrões (comumente referido na literatura como *Adaline*) [38]. Posteriormente, em 1975, tal algoritmo foi estendido para lidar com o caso de dados complexos [39], exibindo um formato diferente do correntemente apresentado na literatura devido à forma como a matriz de autocorrelação é definida, (Widrow e outros autores basearam suas derivações na seguinte definição para a matriz de autocorrelação do sinal de entrada: $R = E[\mathbf{x}^*(n)\mathbf{x}^T(n)]$. Entretanto, atualmente tem-se adotado $R = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)]$ [11]. Em muitos aspectos, considera-se o algoritmo LMS como sendo um marco na teoria de filtragem adaptativa moderna. Desde a sua criação, esse algoritmo vem sendo estudado sob diferentes ângulos, sempre mostrando notável resiliência. Nas teorias de estimação e filtragem adaptativa, poucos algoritmos foram utilizados com tanto sucesso em tantas áreas distintas [10]. Atualmente, o algoritmo LMS é considerado por muitos como o mais utilizado em aplicações envolvendo filtragem

adaptativa [1], [3], [10-11], [14], sendo essa popularidade devida, principalmente, à sua robustez numérica e à baixa complexidade computacional; características bastante atrativas em aplicações práticas.

O desenvolvimento do algoritmo LMS, baseia-se nos mesmos princípios do método de descida mais íngreme, a diferença é que os parâmetros são estimados de maneira contínua; o que provoca um ruído de gradiente, que faz com que o algoritmo não atinja erro mínimo.

O que se pretende minimizar é o sinal do erro $E\{|e(n)|^2\}$, utilizando algoritmos adaptativos. À medida que avançamos para fazer uma estimativa da matriz de autocorrelação R e o vetor de correlação cruzada P [10]:

$$\hat{R}(n) = \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (3.21)$$

$$\hat{P}(n) = \mathbf{x}(n)d^*(n) \quad (3.22)$$

O método resultante é o Algoritmo de mínimos quadrado médio. O algoritmo utiliza uma aproximação estocástica do vetor gradiente $\nabla\hat{J}(n)$, obtida a partir de dados instantâneos disponíveis no sistema. Dessa forma,

$$\nabla\hat{J}(n) = \frac{\partial\hat{J}(n)}{\partial\hat{\mathbf{w}}^*(n)}, \quad (3.23)$$

com $\hat{J}(n) = |e(n)|^2$, desenvolvendo a Equação (3.23) e utilizando a regra da cadeia na derivada, tem-se:

$$\nabla\hat{J}(n) = e(n)\frac{\partial e^*(n)}{\partial\mathbf{w}^*(n)} + e^*(n)\frac{\partial e(n)}{\partial\mathbf{w}^*(n)}. \quad (3.24)$$

Considerando agora: $e(n) = d(n) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(n)$, as derivadas parciais presente na Equação (3.24) são obtidas como:

$$\frac{\partial e^*(n)}{\partial\mathbf{w}^*(n)} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{w}^*(n)} [d(n) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(n)] = 0 \quad (3.25)$$

e

$$\frac{\partial e(n)}{\partial\mathbf{w}^*(n)} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{w}^*(n)} [d(n) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{x}(n)] = -\mathbf{x}(n) \quad (3.26)$$

Logo, substituindo (3.25) e (3.26) em (3.24), a estimativa do vetor gradiente é:

$$\nabla\hat{J}(n) = -e^*(n)\mathbf{x}(n). \quad (3.27)$$

Finalmente, a partir da equação da descida mais íngreme, $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu\nabla J_n$ e da Equação (3.27), a equação de atualização dos coeficientes do algoritmo LMS, considerando a forma complexa, pode ser vista como [1], [3], [11], [14]:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}(n) e^*(n). \quad (3.28)$$

Salienta-se que o desenvolvimento conduzido aqui na derivação do algoritmo LMS se baseia na concepção clássica introduzida em [9], [38-39], a qual é motivada pela escassez de informações sobre as estatísticas dos sinais envolvidos. No entanto, outra abordagem largamente usada na derivação do algoritmo LMS se dá através de um processo de otimização com restrição, considerando o princípio do mínimo distúrbio [10].

No algoritmo LMS, a velocidade de convergência é afetada diretamente pelas variações de amplitude do sinal de entrada, isto é, quando o nível de potência do sinal de entrada é alto, o algoritmo amplifica o ruído de gradiente podendo acarretar certa instabilidade no sistema. Por outro lado, quando o nível de potência do sinal de entrada é baixo, a convergência torna-se lenta [10-11]. Além disso, visando reduzir o efeito do ruído de gradiente, muitas vezes o passo de adaptação é mantido pequeno de forma que o algoritmo convirja mais lentamente [11]. Outra desvantagem do algoritmo LMS é que sua velocidade de convergência também é afetada (tornando-se mais lenta) com o aumento da dispersão dos autovalores da matriz de autocorrelação do sinal de entrada [1], [10-11]. Assim, visando contornar tais problemas, diversas estratégias vêm sendo propostas na literatura, resultando em algoritmos mais aprimorados (tais como o algoritmo NLMS) [40].

Para a implementação do algoritmo LMS, emprega-se o algoritmo que consta na tabela abaixo:

Inicializar:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = \mathbf{0}$$

escolher μ no intervalo $0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}}$

para $n = 1, 2, 3, \dots$

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e(n)\mathbf{x}(n)$$

Tabela 1: algoritmo LMS

3.4 Análise de Convergência do Algoritmo LMS

A convergência do algoritmo LMS é avaliada com respeito a dois pontos de vista, o primeiro é caracterizado pela convergência média dos pesos estimados $\hat{\mathbf{w}}$ e da convergência média quadrática do erro $e(n)$ entre o sinal de entrada e a sua estimativa [50]. A convergência pela média dos pesos é representada por

$$E[\hat{\mathbf{w}}(n)] \rightarrow \mathbf{w}_0, \text{ quando } \mu \rightarrow \infty, \quad (3.29)$$

sendo $\hat{\mathbf{w}}(n)$ o peso estimado e \mathbf{w}_0 o peso ótimo do filtro de Wiener. A relação a seguir

avalia o desempenho de convergência algoritmo LMS através do erro quadrado médio:

$$E[e(n)^2] \rightarrow k \quad \text{quando} \quad \mu \rightarrow \infty, \quad (3.30)$$

sendo $E[e(n)^2]$ o erro quadrático médio produzido pelo algoritmo LMS e k seu valor final, denominado constante. Para cumprir este critério μ deve satisfazer certas condições em relação com autovalores da matriz de autocorrelação. O procedimento de análise para o LMS tem por base a estabilidade dos sistemas em malha fechada. Após a substituição das matrizes de correlação, a equação de atualização dos pesos é dada por

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = (I - \mu \mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^T)\hat{\mathbf{w}}(n) + \mu \mathbf{x}(n)d(n)^T. \quad (3.31)$$

Desenvolvendo as equações de convergência pela média, inicialmente tem-se a premissa que o vetor de pesos é não correlacionado com o vetor de entradas. Consequentemente,

$$E[\hat{\mathbf{w}}\mathbf{x}(n)] = 0. \quad (3.32)$$

Aplicando o operador esperança na Eq.(3.31), a nova equação é expressa em termos das matrizes de correlação que é dada por

$$E[\hat{\mathbf{w}}(n+1)] = (I - \mu R_x)E[\hat{\mathbf{w}}(n)] + \mu r_{dx}, \quad (3.33)$$

sendo R_x a matriz de correlação das entradas que é dada por

$$R_x = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^T], \quad (3.34)$$

e r_{dx} o vetor de correlação das entradas e saídas que é dado por

$$r_{dx} = E[\mathbf{x}(n)d(n)]. \quad (3.35)$$

A fim de obtermos as condições de convergência pelo valor médio dos pesos, aplica-se a transformação de similaridade ortogonal $Q^T Q = I$ na matriz R_x e a equação de Wiener-Hopf do filtro ótimo que é dada por

$$R_x w_o = r_{dx}, \quad (3.36)$$

sendo w_o o peso ótimo.

Aplicando a transformação de similaridade na matriz R_x multiplicando a direita e à esquerda pela matriz de transformação, tem-se que

$$Q^T R_x Q = \Lambda. \quad (3.37)$$

Substituindo as Equações (3.36) e (3.37) na Eq.(3.33), obtém-se a equação do algoritmo LMS em função dos autovalores Λ e dos pesos ótimos w_o que é dada por

$$Q^T E[\hat{\mathbf{w}}(n+1)] = (I - \mu \Lambda)Q^T E[\hat{\mathbf{w}}(n)] + \mu Q^T w_o. \quad (3.38)$$

Agora, define-se um novo vetor que representa a transformação do desvio entre a média $E[\hat{\mathbf{w}}]$ e a solução ótima de Wiener. Este novo vetor é dado por

$$\mathbf{v}(n) = Q^T(E[\hat{\mathbf{w}}(n)] - \mathbf{w}_o). \quad (3.39)$$

Multiplicando a Eq.(3.39) pela matriz Q de transformação e após manipulações algébricas, tem-se que o valor esperado do vetor de pesos é dado por

$$E[\hat{\mathbf{w}}(n)] = Q\mathbf{v}(n) + \mathbf{w}_o. \quad (3.40)$$

Substituindo o resultado da Eq.(3.40) na Eq.(3.38), obtém-se a equação LMS em função da taxa de aprendizado e dos autovalores da matriz de correlação. Então, a referida equação é dada por

$$\mathbf{v}(n+1) = (I - \mu\Lambda)\mathbf{v}(n). \quad (3.41)$$

A equação vetorial recursiva (3.41) representa um sistema de equações diferenciais desacopladas de primeira ordem. Esta equação na forma de equações escalares é dada por

$$\mathbf{v}_k(n+1) = (I - \mu\Lambda_k)\mathbf{v}_k(n), \text{ quando } k = 1, 2, \dots, p, \quad (3.42)$$

sendo Λ_k os autovalores de R_x e $\mathbf{v}_k(n)$ o k -ésimo elemento do vetor $\mathbf{v}(n)$.

Para determinar as condições de convergência pela média, determina-se a solução da Eq.(3.42) para a condição inicial $\mathbf{v}_k(0)$. Então, a solução é dada por

$$\mathbf{v}_k(n+1) = (I - \mu\Lambda_k)^n \mathbf{v}_k(0), \text{ quando } k = 1, 2, \dots, p. \quad (3.43)$$

Aplicando as condições que garantem a estabilidade de (3.43), a fim de garantir que o algoritmo LMS seja convergente pela média é necessário que para qualquer escolha arbitrária de $\mathbf{v}_k(0)$ a seguinte desigualdade seja satisfeita:

$$(I - \mu\Lambda_k) < 1, \text{ quando } k = 1, 2, \dots, p. \quad (3.44)$$

Se a condição (3.44) é satisfeita, tem-se a garantia de que $\mathbf{v}_k(n)$ tende a zero quando n tende a infinito.

Após considerações e manipulações algébricas, tem-se que a condição de convergência pela média, é representada por

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad (3.45)$$

sendo λ_{max} é o maior autovalor da matriz de correlação de R_x .

A referência [51] apresenta a dedução das relações de convergência pela média quadrática. A seguir apresenta-se as principais relações entre o parâmetro μ da taxa de

treinamento e os traços dos autovalores da matriz de correlação. Então, segundo [9] a relação é dada por

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{tr}[R_x]}, \quad (3.46)$$

sendo $\text{tr}[R_x]$ o traço da matriz de correlação.

Analisando as relações dos critérios (3.45) e (3.46), verifica-se que se o parâmetro μ satisfaz a condição (3.46) de convergência pela média quadrática do erro, a condição (3.45) de convergência pela média também é satisfeita [51]. Para a dedução adota-se μ em vez de η para taxa de aprendizado.

3.4.1 Algoritmo LMS - Gráfico de Convergência

Exemplo para o Canal Desconhecido de 2nd ordem:



Figura 3.2: Gráfico de Convergência – LMS.

Na Figura 3.2 ilustra o gráfico de convergência do algoritmo LMS. Primeiro vamos começar a partir de adivinhar os pesos, como mostrado anteriormente pelo método de descida mais íngreme. Em seguida, utiliza-se o vetor gradiente para calcular os próximos passos, ou seja, cada iteração, e assim por diante, até chegarmos ao MMSE, ou seja, o MSE é 0 ou um valor muito próximo a ele. (Na prática, não podemos começar exatamente do erro 0 porque o ruído é um processo aleatório, só pode diminuir o erro abaixo do mínimo desejado).

3.4.2 Desajuste do Erro Quadrático Médio

A partir da equação $M \triangleq \frac{(\text{excesso MSE})}{\xi_{\min}}$ sabe-se que o desajuste em um processo adaptativo é definido como a razão do excesso do erro quadrático médio para o erro quadrático médio mínimo, sendo, portanto, uma medida de quão perto o processo adaptativo controla a verdadeira solução de Wiener, ou seja, uma medida de "custo de adaptabilidade". O excesso de erro quadrático médio é ilustrado na Figura 3.3, é dada como [9]:

$$\text{excesso MSE} = E[\mathbf{V}_k^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}_k]. \quad (3.47)$$

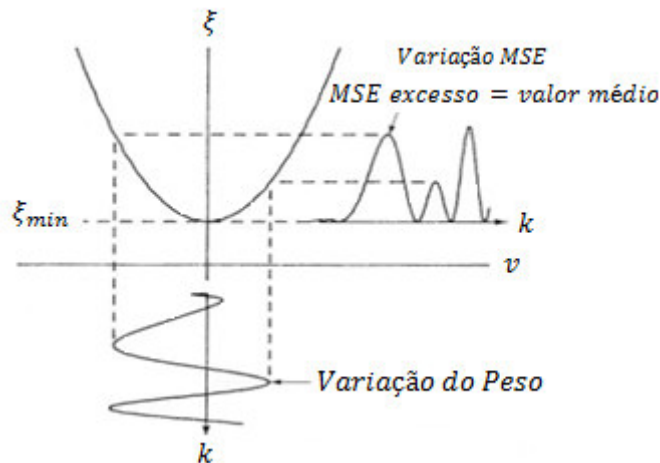


Figura 3.3: Ilustração do erro quadrático médio (Adaptado de [9]).

Se usarmos os $L + 1$ elementos de \mathbf{V}'_k e notar que Λ é a matriz diagonal, podemos expressar a Equação (3.47) em termos de soma:

$$\text{excesso MSE} = \sum_{n=0}^L \lambda_n E[v'_{nk}]^2. \quad (3.48)$$

Se assumirmos que o transitório de adaptação foi excluído, portanto, o erro quadrado está perto do peso ótimo, logo podemos assumir que $E[v'_{nk}]$ na Equação (3.48) é um elemento de $\text{cov}[\mathbf{V}'_k]$ em $\text{cov}[\mathbf{V}'_k] = \mu \xi_{\min} \mathbf{I}$. Usando $\text{cov}[\mathbf{V}'_k] = \mu \xi_{\min} \mathbf{I}$ na Equação (3.48) então é dado a seguinte aproximação:

$$\begin{aligned} \text{Excesso MSE} &= \mu \xi_{\min} \sum_{n=0}^L \lambda_n \\ &= \mu \xi_{\min} \text{tr}[\mathbf{R}]. \end{aligned} \quad (3.49)$$

A equação resultante é o que definimos do excesso do erro quadrático médio, *Excesso MSE*, como a diferença entre o erro quadrático médio atual (ξ_k) e o erro quadrático médio mínimo [9]:

$$\begin{aligned} \text{Excesso MSE} &= E[\xi_k - \xi_{\min}] \\ &= \mu E[n_k^2] \text{tr}[\mathbf{R}], \end{aligned} \quad (3.50)$$

sendo o $\text{tr}[\mathbf{R}]$ o traço da matriz e n_k um sinal de ruído. A partir da Equação (3.49), pode-se calcular o desajuste, definido acima, como:

$$\begin{aligned} M &= \frac{\text{excesso MSE}}{\xi_{\min}} \\ &= \mu \text{tr}[\mathbf{R}]. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Podemos ver na Equação (3.51) que o desajuste, M , é diretamente proporcional ao

ganho adaptativo constante, μ . Assim, há uma troca entre o desajuste e da taxa de adaptação. Para ver esta troca com mais clareza, lembremo-nos que a constante de tempo para o modo da curva de aprendizagem n é dada por

$$(\tau_{mse})_n = \frac{1}{4\mu\lambda_n}. \quad (3.52)$$

Deste o traço de R pode ser escrita [9]:

$$\begin{aligned} tr[R] &= \sum_{n=0}^L \lambda_n = \\ &= \frac{1}{4\mu} \sum_{n=0}^L \frac{1}{(\tau_{mse})_n} = \frac{L+1}{4\mu} \left(\frac{1}{\tau_{mse}} \right)_{av}. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Usando o resultado na Equação (3.51), temos:

$$M = \mu * \frac{L+1}{4\mu} \left(\frac{1}{\tau_{mse}} \right)_{av}. \quad (3.54)$$

No caso especial em que todos os valores próprios são iguais, a Equação (3.54) reduz-se:

$$M = \frac{L+1}{4\tau_{mse}}. \quad (3.55)$$

A experiência demonstra a expressão para a relação entre o desajuste, constante de tempo da curva de aprendizagem, e número de pesos mesmo quando os valores próprios não são iguais. Essa relação é necessária na concepção de um sistema adaptativo, quando os valores próprios são desconhecidos.

Uma vez que o traço da matriz- R é a potência total das entradas para os pesos, que geralmente é conhecida, pode-se utilizar a Equação (3.51) na escolha de um valor de μ que produz um valor desejado de M . Por conseguinte, pode-se combinar a Equação (3.55) e (3.51) para se obter uma expressão geral para a curva constante de tempo com valores próprios iguais:

$$\tau_{mse} = \frac{L+1}{4\mu tr[R]}. \quad (3.56)$$

Esta expressão é também uma boa aproximação, em muitos casos, quando os valores próprios da matriz- R são desiguais. A Equação (3.55) pode ser utilizado para obter a seguinte regra:

Desajuste é igual ao número de pesos dividido pelo tempo de estabilização, quando os valores próprios são iguais.

Operação com 10 por cento de desajuste, é satisfatória em muitas aplicações, pode geralmente ser alcançada com um tempo de sedimentação adaptativo igual a 10 vezes a

extensão do filtro transversal adaptativo em tempo de memória [9].

3.5 Propriedades do Algoritmo LMS

Propriedade 1: A componente transitória do erro quadrático médio $j(n)$ é excluído; isto é, o algoritmo LMS é convergente na média quadrática, se e somente se, o parâmetro do tamanho passo μ satisfaz a condição [27]:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}} \quad (3.57)$$

sendo λ_{max} o maior autovalor da correlação da matriz R .

Seja uma matriz B de ordem $M \times M$ onde:

$$b_{ij} = \begin{cases} (1 - \mu\lambda_i)^2, & i = j \\ \mu^2\lambda_i\lambda_j, & i \neq j \end{cases} \quad (3.58)$$

Para que esta propriedade seja válida, todos os autovalores da matriz B deve ser menor que 1 em magnitude. Seja \mathbf{g} sendo um autovetor da matriz B , associado com autovalor c , então, por definição, nós temos:

$$B\mathbf{g} = c\mathbf{g} \quad (3.59)$$

Igualmente, podemos representar:

$$\sum_{j=1}^M b_{ij}g_j = cg_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \quad (3.60)$$

sendo g_i são os autovalores de \mathbf{g} . Usando a Equação (3.58) para os elementos da matriz B na Equação (3.59), teremos:

$$(1 - \mu\lambda_i)^2 g_i + \mu^2 \lambda_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j = cg_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (3.61)$$

Resolvendo a Equação (3.61) para g_i , tem-se:

$$\begin{aligned} (1 - \mu\lambda_i)^2 g_i + \mu^2 \lambda_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j &= cg_i \Rightarrow \\ cg_i - (1 - \mu\lambda_i)^2 g_i &= \mu^2 \lambda_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow \end{aligned}$$

Colocando g_i em evidência o primeiro termo:

$$g_i [c - (1 - \mu\lambda_i)^2] = \mu^2 \lambda_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{c - (1 - \mu\lambda_i)^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j,$$

sendo escrita como:

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{c - (1 - \mu \lambda_i)^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j, i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (3.62)$$

Em seguida, reconhecemos o fato de que a matriz quadrada B é uma matriz positiva desde que todos os seus elementos são positivos. Isso significa que podemos usar o teorema de Perron's, que é também chamado de teorema Perron-Frobenius, que afirma, dado uma matriz real quadrada com entradas positivas tem um único maior autovalor e que o correspondente autovetor tem componentes estritamente positivos, além disso afirma uma declaração semelhante para certas classes de matrizes não negativas e que se aplica para matriz quadrada positiva [27].

Se B é uma matriz quadrada positiva, existe um único autovalor de B que tem a maior magnitude. Este autovalor é positivo e simples (isto é, de multiplicidade 1), e seu autovetor associado consiste inteiramente de elementos positivos.

Por conseguinte, podemos associar um autovetor positivo (isto é, um vetor consiste inteiramente de elementos positivos) com o especial autovalor da matriz B que tem a maior magnitude. Estabelecendo assim o autovalor c igual a 1 na Equação (3.62), e, em seguida, simplificando [27]:

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{c - (1 - \mu \lambda_i)^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow$$

Sendo $A = (1 - \mu \lambda_i)^2$, desenvolvendo, temos:

$$(1 - \mu \lambda_i)(1 - \mu \lambda_i) = 1 - 2\mu \lambda_i + (\mu \lambda_i)^2 = A$$

Logo:

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{c - (1 - \mu \lambda_i)^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{c - [1 - 2\mu \lambda_i + (\mu \lambda_i)^2]} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow$$

sendo $c = 1$, temos:

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{1 - [1 - 2\mu \lambda_i + (\mu \lambda_i)^2]} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{1 - 1 + 2\mu \lambda_i - (\mu \lambda_i)^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow$$

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{2\mu \lambda_i - \mu^2 \lambda_i^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow$$

Colocando em evidência $\mu \lambda_i$ no denominador, temos:

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{2\mu\lambda_i - \mu^2 \lambda_i^2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow$$

$$g_i = \frac{\mu^2 \lambda_i}{\mu\lambda_i(2 - \mu\lambda_i)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \Rightarrow g_i = \frac{\mu}{(2 - \mu\lambda_i)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j$$

Logo:

$$g_i = \frac{\mu}{(2 - \mu\lambda_i)} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \lambda_j g_j \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \quad (3.63)$$

a partir do qual nós praticamente vemos que para g_i ser positivo para todo i , o parâmetro do tamanho do passo μ , deve ser supremo delimitado como na Equação (3.57).

Essa mesma propriedade converge para o mesmo intervalo como o método de descida mais íngreme.

Propriedade 2: O valor final do excesso do erro médio quadrático é menor que o mínimo erro médio quadrático se o parâmetro do tamanho do passo μ satisfaz a condição [27]:

$$\sum_{i=1}^M \frac{2\lambda_i}{2 - \mu\lambda_i} < 1 \quad (3.64)$$

sendo λ_i os autovalores da matriz de correlação R , onde $i = 1, 2, \dots, M$.

Dado que o algoritmo LMS é convergente no sentido médio quadrático e, portanto, detém a propriedade 1, encontramos como número de iterações se aproxima do infinito [27]:

$$J_{ex}(\infty) = J(\infty) - J_{min}. \quad (3.65)$$

Sendo o valor final do excesso do erro quadrático médio, $J_{ex}(\infty)$, utiliza-se a equação $x_i(n+1) = (1 - \mu\lambda_i)^2 x_i(n) + \mu^2 J_{min} \lambda_i$. Em particular, adota-se $n = \infty$ e, em seguida, resolvendo a equação resultante para $x_i(\infty)$, nós temos:

$$x_i(\infty) = \frac{\mu J_{min}}{2 - \mu\lambda_i}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (3.66)$$

Assim, a avaliação da equação $J_{ex}(n) = \sum_{i=1}^M \lambda_i x_i(n)$ para $n = \infty$ e, em seguida, substituindo a Equação (3.66) na resultante, nós temos:

$$J_{ex}(\infty) = \sum_{i=1}^M \lambda_i x_i(\infty) \Rightarrow$$

$$J_{ex}(\infty) = J_{min} \sum_{i=1}^M \frac{\mu\lambda_i}{2 - \mu\lambda_i}. \quad (3.67)$$

A partir desta equação prontamente vemos que $J_{ex}(\infty)$ é de fato menor que J_{min} desde que o parâmetro do tamanho passo μ , satisfaça a condição descrita na Equação (3.64).

Propriedade 3: O desajuste é definido como a razão entre o valor em estado estacionário do excesso de erro médio quadrático $J_{ex}(\infty)$ para o erro médio quadrático mínimo J_{min} , logo [27]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{J_{ex}(\infty)}{J_{min}} \Rightarrow \\ &= \sum_{i=1}^M \frac{\mu \lambda_i}{2 - \mu \lambda_i}. \end{aligned} \quad (3.68)$$

Sendo a menor unidade se o parâmetro de tamanho do passo μ satisfaz a condição da Equação (3.64). A formula para \mathcal{M} dado na Equação (3.68) segue imediatamente da Equação (3.67).

Desajuste $\mathcal{M} = \frac{J_{ex}(\infty)}{J_{min}}$ é uma medida de quão perto a solução ideal do LMS (no sentido médio quadrático).

3.6 Curvas de Aprendizagem do LMS

Um dos fatores que se utilizam para a convergência do algoritmo LMS são o vetor de entrada \mathbf{X}_k e a taxa de aprendizagem " μ ". Isto é, para uma dada entrada \mathbf{X}_k é necessário cuidado na escolha da taxa de aprendizado " μ " para que o algoritmo seja convergente. Como visto nas bibliografias existem várias demonstrações sobre a convergência do algoritmo LMS e ela será convergente sempre que:

$$\frac{2}{(tr R)} > \mu > 0, \quad (3.69)$$

sendo a variável " μ " corresponde a taxa de aprendizagem e " $tr R$ " representa o traço da matriz " R ". O traço da matriz " R " é definido como sendo uma função matricial que corresponde a soma da diagonal da matriz " R ", isto é, $tr R = x_{1k}x_{1k} + x_{2k}x_{2k} \dots x_{nk}x_{nk}$.

Uma maneira de identificar o comportamento de convergência do algoritmo LMS, ou de um filtro adaptativo é traçar-se a curva de aprendizagem do filtro, que é um gráfico do MSE, em função do número de iterações " n ". A curva de aprendizagem é um gráfico do valor médio quadrado do erro estimado $\varepsilon_{med}(n)$, em função desse mesmo número de iterações " n ".

Para [28] sempre que a curva de aprendizagem convergir para uma constante, na medida em que o número de iterações tender ao infinito o algoritmo LMS também irá convergir, isto é, a convergência do algoritmo LMS é dado por:

$$E[\varepsilon_k^2(n)] \rightarrow \text{constante quando } n \rightarrow \infty. \quad (3.70)$$

Na Figura 3.4 é mostrado a curva de aprendizagem idealizada do algoritmo LMS. Devida à natureza inerentemente estocástica do filtro adaptativo, a curva de aprendizagem consiste de exponenciais ruidosas. Para suavizar os efeitos do ruído calcula-se a média das curvas de aprendizagem das amostras sobre o grupo de filtros utilizados no experimento. Na Figura 3.4 representando a curva de aprendizagem se visualiza então a média das amostras do $E[\varepsilon_k^2(n)]$ do grupo de filtros adaptativos em função do número de iterações [28].

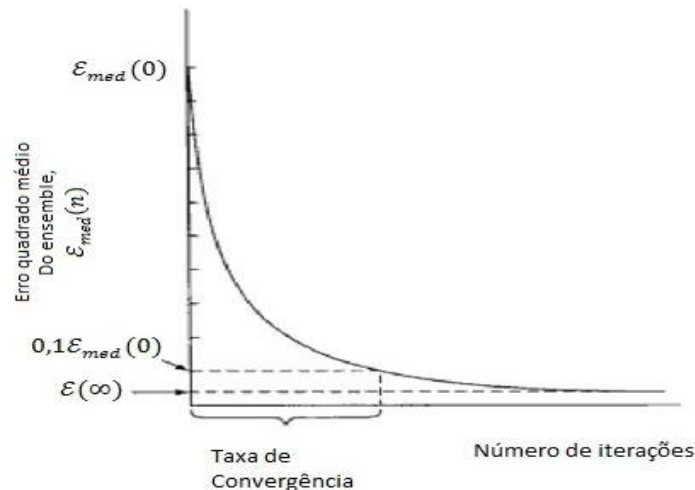


Figura 3.4: Curva de Aprendizagem idealizada do algoritmo LMS (Adaptado de [28]).

Observando-se o gráfico da aprendizagem da Figura 3.4 constata-se que a curva de aprendizagem média começa em um valor muito alto em $E[0]$ que é determinado pelas condições iniciais e decresce a uma taxa que depende do filtro utilizado e finalmente converge para um valor estável para $E[\infty]$.

Outra característica útil que pode ser deduzida da curva de aprendizagem é o desajuste, definido como:

$$\Delta = \left(\frac{E[\infty]}{E[.]} - 1 \right) 100. \quad (3.71)$$

Sendo:

- Δ é a taxa de desajuste em porcentagem;
- $E[\infty]$ é o MSE quando "n" tende a infinito;
- $E[.]$ é o erro quadrático mínimo produzido pelo filtro de Wiener correspondente.

Quanto menor for " Δ " mais exata será a ação de filtragem adaptativa do algoritmo. De acordo com [28] na maioria das aplicações um desajustamento é considerado satisfatório.

3.7 Variantes do Algoritmo LMS

Nesta seção é apresentada as variantes do algoritmo LMS, com destaque para o LMS normalizado e NLMS normalizado, denominado NLMS e PNLMS, respectivamente. Essas variantes são denominadas padrões do algoritmo LMS.

3.7.1 Algoritmo LMS Normalizado (NLMS)

O algoritmo NLMS foi originalmente proposto por Kaczmarz [49] como um algoritmo de projeções em 1937 [41-43]. No entanto, na literatura corrente, essa descoberta é atribuída a Nagumo e Noda [44] e/ou Albert e Gardner [45] que, de forma independente, apresentaram o mesmo resultado em 1967. A terminologia atual de algoritmo LMS normalizado (NLMS) foi cunhada por Bitmead e Anderson [46] em 1980, em função da única distinção entre o algoritmo LMS e NLMS residir na normalização do passo de adaptação pela norma euclidiana ao quadrado do vetor de sinal de entrada [11], [47]. Tal procedimento reduz a sensibilidade do algoritmo a variações na potência do sinal de entrada [43], [48], tornando assim o NLMS atrativo para aplicações como o cancelamento adaptativo de ruído, cancelamento de eco de rede e arranjos de antenas inteligentes, [5], [10] e [43]. A sua robustez também pode ser verificada para sinais altamente correlacionados, nos quais o efeito da normalização se reflete através da redução da dispersão de autovalores da matriz de autocorrelação do sinal de entrada [42].

No algoritmo NLMS, para resolver o problema do gradiente de amplificação de ruído de gradiente presente no algoritmo LMS, realiza-se a atualização normalizada dos pesos com respeito à norma quadrada do vetor de entrada (norma euclidiana ao quadrado), isto é, a estimação da potência do sinal de referência [29]. Outro ponto de vista é a de considerar que o tamanho do passo não é constante, mas depende da potência do sinal de referência. O tamanho do passo para o vetor de atualização se encontra representado por [29]:

$$\mu(n) = \frac{\beta}{c + \|\mathbf{x}(n)\|^2}, \quad (3.72)$$

sendo β (é o tamanho do passo normalizado $0 < \beta < 2$), c é uma constante positiva de valor pequeno, denominada como “parâmetro de regularização”(evita a divisão por zero e estabiliza a solução).

Como sabemos há dificuldade em selecionar o tamanho do passo adequado para o algoritmo LMS, de modo a evitar problemas relacionados à falta de informações sobre limites tem-se:

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{Traço}(\mathbf{R}_x)}, \quad (3.73)$$

sendo, $\text{Traço}(\mathbf{R}_x) = (p + 1)E\{|x(n)|^2\}$, considerando $p = 0, 1, 2, \dots$ e $E\{|x(n)|^2\}$ sendo a potência do sinal de entrada, ao empregar um estimador de potência e realizando as substituições do caso, tem-se:

$$0 < \mu < \frac{2}{\mathbf{x}^H(n)\mathbf{x}(n)}. \quad (3.74)$$

Agora, substituindo pesos de atualização na equação do algoritmo LMS, a Equação (3.28), temos:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\beta}{\|\mathbf{x}(n)\|^2} \mathbf{x}(n)e^*(n). \quad (3.75)$$

Para evitar a mudança do vetor de peso, dependendo do sinal de entrada, é adicionada uma constante que irá impedir os cálculos com pequenos valores de $\mathbf{x}(n)$, logo a equação do algoritmo NLMS é dada por

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\beta}{c + \|\mathbf{x}(n)\|^2} \mathbf{x}(n)e^*(n). \quad (3.76)$$

Para o ε -NLMS, diversas abordagens podem ser utilizadas para se obter a equação de atualização dos coeficientes desse algoritmo, podendo-se citar como principais: a solução de um problema de otimização com restrição (utilizando o princípio do mínimo distúrbio) [10-11] e [42]; a aproximação estocástica do método de Newton [10]; a minimização do erro *a posteriori* [1]; ou ainda como um caso particular do algoritmo de projeções afins (*affine projection algorithm* - APA), considerando apenas um vetor de dados [43]. Como características do algoritmo NLMS podemos citar:

- Possui maior velocidade de convergência que o LMS.
- É um pouco mais complexo que o LMS, mas ainda assim possui baixa complexidade, se comparado com outros algoritmos apresentados na literatura.
- É imune a alterações da potência do sinal de entrada, pois normaliza a entrada do sinal.
- E assim como o LMS apresenta baixa taxa de convergência para sinais de entrada correlacionados.

3.7.2 Algoritmo LMS Proporcional Normalizado (PNLMS)

Em 2000, Donald L. Duttweiler propôs uma variante do algoritmo NLMS, aqui denominado NLMS proporcional (PNLMS) original. O algoritmo PNLMS mostra-se diferente para o qual o passo de adaptação associado ao i -ésimo coeficiente é proporcional à magnitude do correspondente coeficiente [5] e [56].

Para os pesos, a recursividade do algoritmo PNLMS [10], [29], pode ser descrito como:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu/M}{c/M + \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{x}^2(n-k)/M} \mathbf{x}(n)e^*(n), \quad (3.77)$$

sendo, M refere-se ao peso do filtro (ou seja, o número de coeficientes (pesos), que vai definir a dimensão) que permite a substituição na alimentação pela potência do sinal estimado, representado por $p(i)$ do seguinte modo:

$$p(i) = \beta p(i-1) + (1-\beta)|x(i)|^2 p(-1) = 0, \quad (3.78)$$

sendo, β é um valor escalar positivo dentro do intervalo $0 < \beta < 1$; portanto, substituindo a Equação (3.78) em (3.77), temos:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu}{\alpha + p(i)} \mathbf{x}(n)e^*(n). \quad (3.79)$$

Os valores relativos μ e α deve ser M vezes inferior ao NLMS convencional. O parâmetro β adiciona memória na potência estimada recursiva $p(i)$, de modo que o sinal de entrada no passado remoto tem menos peso do que os dados mais recentes.

Como características do algoritmo PNLMS, podemos citar:

- É relativamente de difícil ajuste;
- Maior velocidade de convergência em relação ao LMS e NLMS;
- Aumento do custo computacional em comparação com o LMS e NLMS;
- Complexidade computacional moderada, entre outros.

A Tabela 2, mostra o custo computacional por iteração para o algoritmo apresentado neste trabalho com suas variantes NLMS e PNLMS.

VALORES REAIS			
ALGORITMO	MULTIPLICAÇÃO	ADIÇÃO	DIVISÃO
LMS	2M+1 (2M)	2M	
NLMS	3M+1 (3M)	3M	1
PNLMS	2M+4 (2M+1)	2M+2	1
VALORES COMPLEXOS			
ALGORITMO	MULTIPLICAÇÃO	ADIÇÃO	DIVISÃO
LMS	8M+2 (8M)	8M	
NLMS	10M+2 (10M)	10M	1
PNLMS	8M+6 (8M+2)	8M+4	1

Tabela 2: Custo computacional por iteração dos algoritmos LMS para valores reais e complexos (Adaptado de [10]).

3.8 Vantagens e Desvantagens do Algoritmo LMS

3.8.1 Vantagens

- Simplicidade de implementação.
- LMS possui a habilidade de funcionar tanto em um ambiente estacionário como em um ambiente não-estacionário, que apesar de sua simplicidade, independente do modelo e de sua consequente robustez, o que significa que pequenas incertezas e perturbações resultam em poucos erros de estimativa.
- Ignora a necessidade de calcular uma matriz inversa.

3.8.2 Desvantagens

- As principais limitações do LMS são a sua taxa de convergência lenta e a sua sensibilidade a variações na auto estrutura da entrada.
- O LMS requer tipicamente um número de iterações cerca de 10 vezes a dimensionalidade do espaço de entrada para alcançar uma condição de estabilidade [11].
- A lenta taxa de convergência se torna particularmente séria quando a dimensionalidade do espaço de entrada é alta.

3.9 Conclusão

Neste capítulo apresentamos os principais pontos do algoritmo LMS, incluindo a análise de convergência na visão geral da modelagem estocástica e a dedução do próprio algoritmo LMS. Dentro desse tópico é visto as vantagens e desvantagens do algoritmo LMS, as suas propriedades com suas respectivas demonstrações e sua forma de implementação. Destaque-se também o Desajuste e a Curva de Aprendizagem que serve de referência comparativa com outros algoritmos adaptativos. Além de abordar o Filtro de Wiener, Método de Descida mais Íngreme e as suas variantes NLMS e PNLMS.

Capítulo 4

Redes de Sensores

Neste Capítulo apresenta-se a aplicação dos sistemas de filtragem adaptativa que são baseados nos algoritmos LMS para redes de sensores. Na Seção 4.1 apresenta-se os conceitos básicos de Redes de Sensores e as principais aplicações. Na Seção 4.2 a 4.4 apresenta-se o processo e o problema de engenharia em questão, isto é, o arranjo de antenas inteligentes e beamforming. A avaliação de desempenho do algoritmo é realizada em termos da análise de convergência. Além disso é apresentado na Seção 4.5 um estudo de caso para aplicação em redes de sensores sem fio com uso do algoritmo adaptativo (LMS) para um canal não ideal.

4.1 Redes de Sensores sem Fios (RSSFs)

Redes de Sensores Sem Fios (RSSFs) constituem uma tecnologia emergente, em que pequenos dispositivos denominados sensores são utilizados com intuito de monitorar áreas de difícil acesso ou inóspitas, tais como oceanos, desertos, vulcões, florestas, áreas industriais, etc. Os sensores reunidos formam uma rede sem fio de coleta de dados, processando localmente as informações e disseminando os dados resultantes de um ponto para outro [100]. Com as premissas da comunicação visam utilizar os algoritmos adaptativos para redução da comunicação de largura de banda e principalmente obter estabilidade da rede, entende-se que as Redes de Sensores Sem Fio (RSSFs) apresentam-se como uma excelente ferramenta para o cumprimento destas tarefas.

Antes de abordar a simulação do algoritmo adaptativo LMS, apresentamos a seção de redes de sensores sem fio onde destaca-se os componentes, as características e as suas aplicações gerais.

De acordo com [99-102], entre outros, avanços recentes na tecnologia de sensores podem ser observados no desenho de novos sistemas operacionais, na transmissão de dados em RF (Radiofrequência) com baixo consumo de energia e no uso da tecnologia de microssistemas elétrico mecânicos (MEMS – *Micro-Electro-Mechanical Systems*), que é capaz de prover sensores compactos, confiáveis e de baixo custo.

As referências [99-100] definem sensores como pequenos dispositivos, com baixo consumo de energia, capazes de auto-organização, cooperação, processamento, comunicação e monitoramento de objetos, animais, condições meteorológicas, etc. Colônias de sensores podem ser lançadas ou estrategicamente posicionadas em locais inóspitos ao ser humano, provendo informações cruciais para a tomada de decisão ou para pesquisas científicas. A Figura 4 apresenta alguns exemplos de sensores.

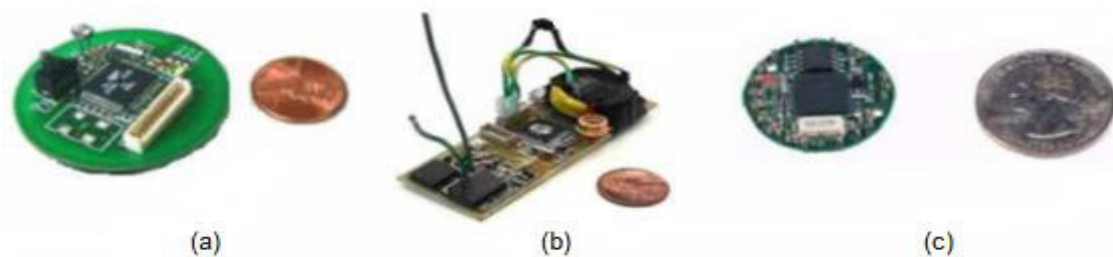


Figura 4: Exemplos de Sensores (A), (B) Cots Dust e (C) JPL com TINYOS [101,104].

A tecnologia para o desenvolvimento de sensores para RSSFs encontra-se disponível no meio acadêmico e comercial. Entre os projetos em desenvolvimento, podemos citar o Smart Dust, Macro Motes e Mica Motes da Universidade de Berkeley, MicroAmps do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*), WINS da UCLA (*University of Califórnia, Los Angeles*), Sensor Web do JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) e do *Califórnia Institute of Technology*, SCADDS (*Scalable Coordination Architectures for Deeply Distributed Systems*), etc [102].

4.1.1 Componentes das Redes de Sensores

Uma rede de sensores pode ser formada por centenas ou até milhares de sensores posicionados dentro do fenômeno a ser observado ou próximo a ele, que são, de fato, dispositivos compostos de transceptor, fonte de energia, unidade de sensoriamento, processador e memória. Os principais elementos de uma RSSF são: o sensor, o observador e o fenômeno observado [105]. O sensor é um dispositivo que tem por finalidade fazer uma monitoração de um determinado fenômeno e efetuar a transmissão das medidas observadas através de uma comunicação sem fio. Os sensores fonte podem ser equipados com vários tipos de sensores, tais como acústico, sísmico, infravermelho, calor, temperatura, pressão, etc. Um sensor fonte consiste, tipicamente, de uma unidade de sensoriamento (sensor), memória, bateria, processador embarcado e um transmissor-receptor [101] e [106]; O observador caracteriza-se pelo usuário final que deseja obter informações disseminadas pela rede de sensores sobre o fenômeno observado. Cabe ao observador determinar interesses (consultas) à rede de sensores e receber respostas às solicitações. Múltiplos observadores podem coexistir em uma rede de sensores [106]. Enquanto o fenômeno é caracterizado pela entidade cujo observador mantém interesse e que está sendo monitorada pela rede de sensores. As informações coletadas podem ser analisadas e filtradas pela rede de sensores, assim como é possível a observação concorrente de múltiplos fenômenos em uma única rede de sensores [106].

4.1.2 Características das Redes de Sensores

Por se tratar de uma variação de redes ad hoc, algumas características são compartilhadas entre as RSSFs e as MANETs (*Mobile Ad-hoc Networks*) [107-108], tais como:

- Topologia Dinâmica – Os sensores de uma RSSFs podem se deslocar de forma dinâmica e imprevisível, continuamente ou em movimentos esparsos, alterando constantemente a topologia da rede e estabelecendo enlaces de comunicação simétricos e assimétricos. A mudança da topologia decorrente da mobilidade de algum sensor deve ser identificada, em algum momento, pelos demais sensores da rede;
- Largura de Banda Limitada – Quando comparada com as redes cabeadas, as redes sem fio apresentam, de fato, uma largura de banda limitada. Além disso, a variedade da capacidade dos enlaces de comunicação, os efeitos provenientes do compartilhamento de acesso ao meio de transmissão e as interferências afetam, de forma significativa, a taxa máxima de transmissão dos rádios transmissores;
- Capacidade Limitada de Energia – Alguns sensores de uma RSSF podem ter sido dispostos em locais de difícil acesso ou inóspitos e, desta forma, a única fonte de energia pode advir de baterias. Como a substituição destas baterias muitas vezes é impossível ou inviável, o consumo de energia torna-se um dos principais quesitos a ser contabilizado pelos protocolos;
- Segurança – O fato de muitos sensores de redes sem fio estarem localizados em áreas externas ou do sinal da rede alcançar áreas externas torna as redes sem fio mais vulneráveis que as redes cabeadas;
- Rede Descentralizada – O fato de não haver um ponto central nas redes ad hoc implica a possibilidade de múltiplos caminhos entre um remetente e um destinatário, aumentando a robustez da rede em caso de falhas dos sensores.

Uma relação abrangente de características de redes de sensores, tais como composição, organização, mobilidade, densidade, tipo de coleta de dados, etc, pode ser encontrada em [102].

4.1.3 Aplicações Gerais das Redes de Sensores

As referências [99], [101-103] destacam que as redes de sensores podem ser constituídas de vários tipos de sensores com objetivo de monitorar inúmeros fenômenos, tais como:

- Aplicações Militares – A facilidade com que as redes de sensores podem ser constituídas, adicionada às características de auto-organização, coordenação e tolerância a falhas tornam as redes de sensores apropriadas para uso militar. Sensores podem ser lançados através de aeronaves em campos de batalha, possibilitando a identificação e/ou o monitoramento de ações de tropas amigas ou inimigas. Como tipicamente as redes de sensores são densamente povoadas, a destruição de alguns sensores por ações inimigas, por perda de energia, etc, possivelmente não implicará perda de conectividade;
- Aplicações Ambientais – O monitoramento do processo migratório de pássaros, insetos ou de pequenos animais pode ser realizado através de redes de sensores. Além disso, milhões de sensores dispostos em uma floresta possibilitam a

identificação de inundações e a identificação exata da origem de incêndios (naturais ou criminosos) e de queimadas antes que o fogo possa ficar descontrolado, eventos estes que podem causar inúmeros prejuízos à população e à natureza. O uso de pesticidas acima do limite permitido ou a presença de insetos nocivos à cultura de uma determinada lavoura são eventos passíveis de serem monitoradas através das RSSFs;

- Aplicações Médicas – Órgãos vitais dos seres vivos podem ser monitorados através de introdução de sensores nos organismos, identificando a presença de alguma substância específica ou o surgimento de algum problema biológico;
- Aplicações Diversas – Na produção industrial, as RSSFs podem ser utilizadas para controlar métricas importantes, tais como fluxo, pressão, temperatura, umidade, nível, possibilitando a identificação de vazamento, aquecimento, etc. Essas métricas são essencialmente úteis para fornecedores e distribuidores de água, gás, energia elétrica, etc.

4.2 Antenas Inteligentes e Beamforming

A manipulação e estudo dos arranjos (conjuntos) de antenas para receber e transmitir sinais é hoje considerada uma característica que traz um certo número de benefícios, uma vez que permite controlar sinais de interferência e ruídos que estão presentes no meio de comunicações. Devido a oferecer uma maior qualidade, supera-se as limitações relacionadas com a largura de banda e a interferência com um único elemento [30].

Atualmente, os arranjos junto com os algoritmos adaptativos de mesma classe estão sujeitos a um estudo abrangente, além da vantagem do poder de computação de alto desempenho e processamento de sinais de modo a atingir os objetivos mais precisos. A ideia básica é a de filtrar os sinais de processamento adaptativo por meio de sensores, gerando assim, um lóbulo principal na direção de interesse; ou seja, a atualização dos pesos torna-se adaptativa, isto é, em poucas palavras o conceito geral de antena inteligente. Antenas Inteligentes são sistemas (conjuntos) de antenas que reagem às mudanças do ambiente dinamicamente, com o objetivo de fornecer um sinal de maior qualidade e gerar um melhor aproveitamento das faixas de frequência nas comunicações sem fio.

Para atingir este objetivo, baseado em algoritmos adaptativos são utilizados métodos de mínimos quadrados médio, mínimos quadrados médio normalizado e mínimos quadrados médio proporcional normalizado. E é por meio do erro mínimo quadrado médio, que os arranjos (conjuntos) são capazes de se adaptar à disposição [10], [22]. A utilização de algoritmos mais eficientes, aliado a melhorias significantes do hardware, fez com que o uso de Antenas Inteligentes aumentasse consideravelmente na última década. As comunicações sem fio acabaram se tornando a área mais promissora para aplicação das antenas, devido à qualidade das pesquisas que vêm sendo feitas, e à demanda daquele serviço por parte da população.

4.2.1 Conceitos de Antenas Inteligentes

Uma antena inteligente é a soma de um conjunto de antenas e um processador digital de sinal (DSP), como apresentado na Figura 4.1.



Figura 4.1: Antenas Inteligentes.

Arranjo de Antenas Uniformes: É um conjunto ou formação de elementos (antenas) de características idênticas separadas por uma distância fixa. Ver Figura 4.2.

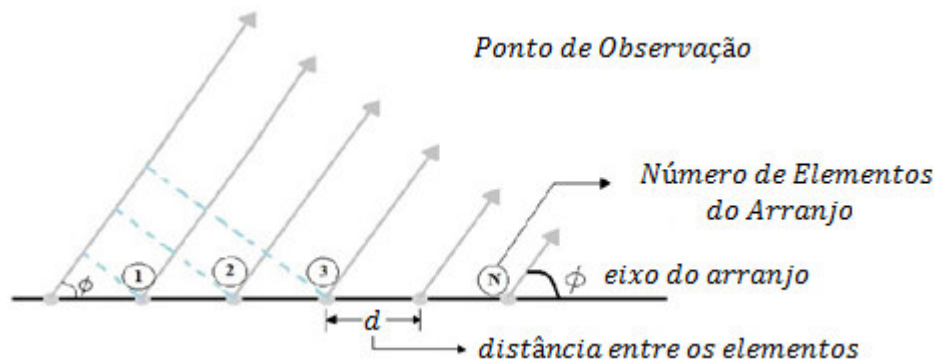


Figura 4.2: Arranjo (Conjuntos) de Antenas linear uniforme.

Fator do Arranjo (Matriz): Define um parâmetro do efeito resultante da combinação de elementos de radiação. Se cada elemento da matriz é uma fonte pontual isotrópica (mesma radiação em todas as direções), então o padrão de radiação do conjunto de antenas, dependerá apenas da geometria da matriz e das mudanças de amplitude e fase da onda incidente. Para a geometria de uma matriz linear de N elementos com um espaçamento d entre os mesmos, que é o que nos diz respeito; Ele é representado como segue

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{jnkdcos(\theta)}, \quad (4.1)$$

sendo, w_n um arranjo complexo de pesos com elemento n , θ é o ângulo de incidência de um plano de onda eletromagnética do eixo do arranjo, k é igual $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)$ e λ é o comprimento de onda. Quando o fator do arranjo é adaptável, ela é conhecida como arranjo de antenas inteligentes ou adaptativas.

Padrão de radiação: é um gráfico em que as diferentes intensidades de campo se encontram em diferentes pontos do plano horizontal ou vertical, no qual se diferenciam os lóbulos principais (radiação máxima) e os lóbulos secundários (máximo de valor inferior do que o principal). A representação do diagrama se faz por coordenadas polares ou cartesianas ver Figura 4.3; o primeiro ângulo representado é o raio, mostrando a força

do campo elétrico ou densidade de potência radiada; enquanto que no segundo o ângulo mostrado na abcissa é o campo ou a densidade de potência na ordenada [31].

Vale a pena notar que o padrão de radiação assume diferentes formas, as mesmas que estão diretamente relacionadas com a distância que se encontra a antena ao ponto de observação, sendo estas regiões em ordem de aumento da distância: região próximo do campo, região de Fresnel e região de campo distante.

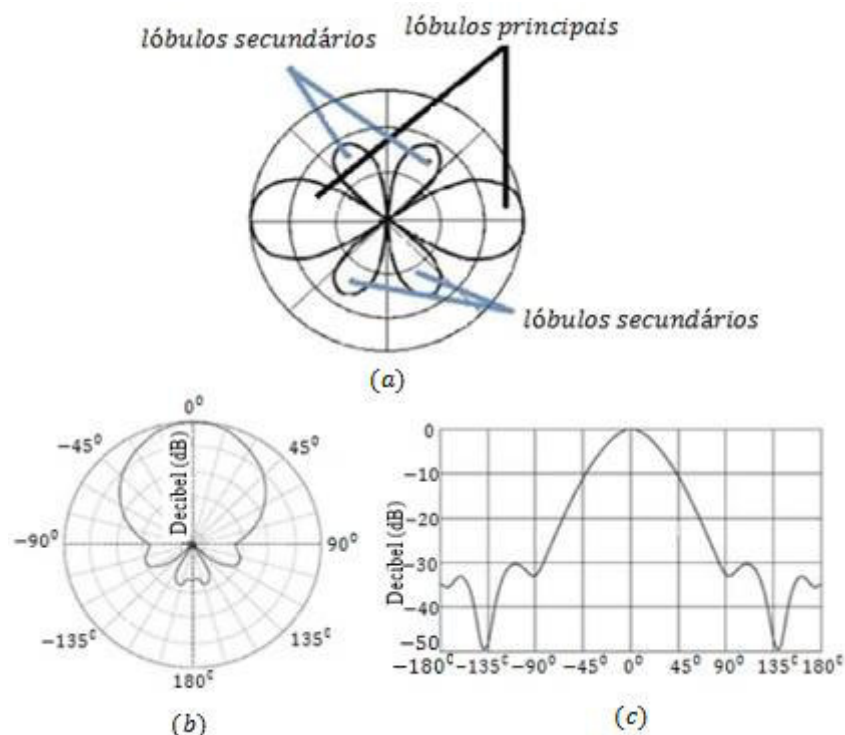


Figura 4.3: (a) Diagrama de Radiação: lóbulos principais e secundários; (b) Diagrama de Radiação em coordenadas polares; (c) Diagrama de Radiação em coordenada cartesianas (Adaptado de [31]).

Ganho: é a concentração de energia em uma determinada área; ou seja, o raio de intensidade em uma dada direção, a intensidade de radiação que deve ser obtida se a energia fosse irradiada isotropicamente [32].

Diretividade: é a característica que tem uma antena para receber e transmitir energia irradiada num determinado sentido.

Largura do feixe (BW): é a largura angular em graus entre os dois pontos em todo o lóbulo principal de um padrão de radiação [33], como mostrado na Figura 4.4.

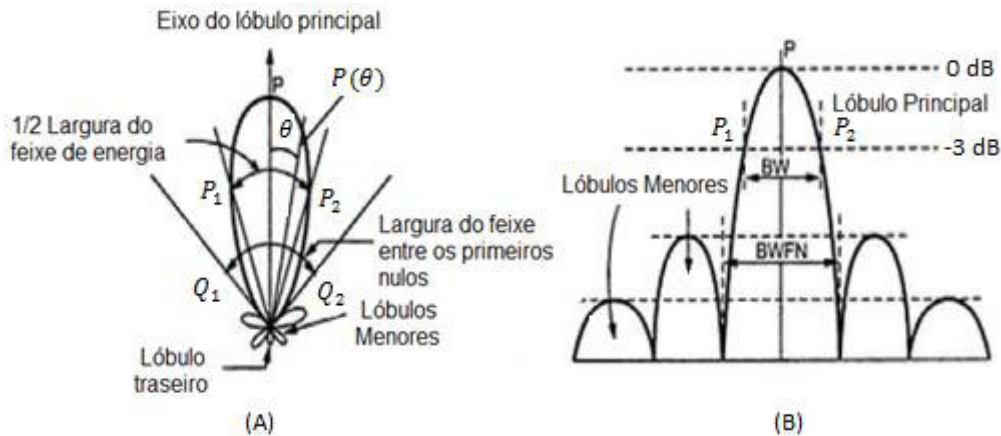


Figura 4.4: Largura de banda representado, (A) em Coordenadas Polares e (B) Coordenadas Cartesianas (Adaptado de [33]).

Largura do feixe de média potência (HPBW): Existem maneiras de especificar a largura angular de um lóbulos principal, entre elas está a largura do feixe a -3 dB (HPBW), que é a largura angular entre os pontos do diagrama de onde se irradia a metade da potência máxima, sendo um valor pequeno quando o diagrama será muito diretivo.

Na Figura 4.5, se observa a representação da largura do feixe em média potência, onde a representação da diferença de campo padrão no qual o gráfico resultante é a magnitude do campo elétrico ou magnético, como uma função do espaço angular, o segundo gráfico do padrão de potência em escala linear, é o gráfico do quadrado da magnitude do campo elétrico ou magnético. E por último, há a representação gráfica do padrão de potência em dB, que mostra a magnitude do campo elétrico ou magnético desta unidade [32].

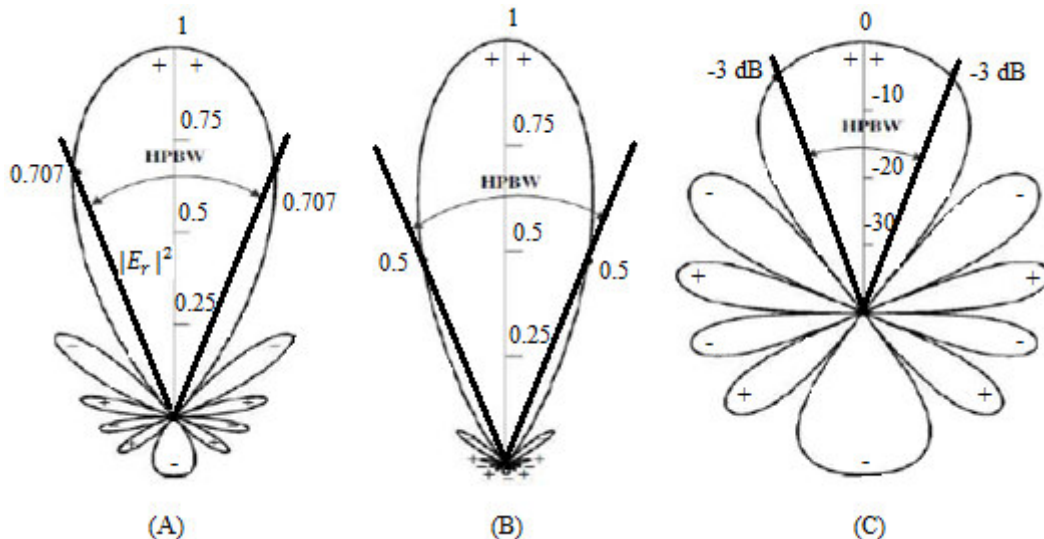


Figura 4.5: Representação da Largura de feixe em média potência, (A) Padrão de campo em escala linear; (B) Padrão de potência em escala linear; (C) Padrão de radiação em dB (Adaptado de [32]).

A antena inteligente funciona como o sistema auditivo humano, como se segue; imaginemos que o cérebro humano atua as vezes como um "processador de sinal", numa sala isolada em que duas pessoas falando e uma terceira que é capaz de determinar a localização do que fala através dos sensores, ou seja, cada orelha considera que o tom de

voz alcança cada "sensor" em um tempo diferente. Então é o cérebro, responsável por determinar de onde vem a voz; deixando de lado os atrasos de recepção, e em seguida, adiciona-se a força do sinal de cada orelha para concentrar-se no som da direção calculada, ou seja, de onde vem a voz; E mesmo modo, o cérebro humano é capaz de reconhecer a voz falada de interesse, distinguindo entre várias. Isto significa que você pode se concentrar em uma conversa ignorando as interferências para ser capaz de responder, o ouvinte, guiando seu transmissor (boca) a voz do locutor [34]; como pode ser visto na Figura 4.6.



Figura 4.6: Analogia de funcionamento das Antenas Inteligentes (Adaptado de [55]).

Por conseguinte, a pessoa é capaz de determinar a direção de chegada (DOA) para o sinal de interesse, desta maneira produzindo um padrão de radiação sobre ela.

4.3 Classificação dos Sistemas de Arranjos de Antenas

O arranjo de antenas é um conjunto de elementos irradiantes cujo padrão de irradiação total depende da combinação do campo de cada antena. Existem dois principais tipos de configurações em sistemas de arranjos de antenas [34]:

a) Feixe Comutado: basicamente o que realiza é um padrão pré-definido e existente, faz com que a seleção de um entre vários sinais fixos é estabelecida de modo a melhorar o sinal recebido. Um exemplo é a segmentação do trabalho de telefonia móvel.

b) Matriz adaptativa: possuem um número infinito de padrões teoricamente, pois eles podem ser adaptados em tempo real de acordo com as alterações espaciais com base no sinal de interesse e sinais de interferência.

4.3.1 Representação Matemática dos Arranjos de Antenas Inteligentes

A representação matemática do arranjo de antenas abrange os sinais de saída e de entrada de fator da matriz de sistema de filtragem adaptativa. De acordo com [10], a relação matemática do sinal $s(t)e^{j\omega_c t}$ a partir de uma fonte de onda eletromagnética distante, quando atinge a antena no n -ésimo instante de tempo t e $s(t)$ tem uma fonte variando lentamente tal como $s(t) \approx s(t + \Delta t)$, assume a seguinte forma:

$$s_n(t) = s(t)e^{j\omega_c t} e^{j\frac{2\pi n}{\lambda} d \cos\theta}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (4.2)$$

sendo ω_c a frequência carregada, $s(t)$ o sinal base de banda, θ o ângulo em que o sinal incidente chega e d o espaçamento entre elementos.

Os sinais de incidentes são processados na base de banda. Tendo em conta este fato, a antena recebe sinais sem o componente carregado que é dada por

$$s_n(t) = s(t)e^{j\frac{2\pi n}{\lambda} d \cos\theta}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4.3)$$

De acordo com [4], [6] e [10], o ruído instantâneo do sinal de base de banda nas antenas M é dado por:

$$x = s(t) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi d \cos\theta / \lambda} \\ e^{j4\pi d \cos\theta / \lambda} \\ \vdots \\ e^{j(M-1)\pi d \cos\theta / \lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_{M-1}(t) \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

sendo $v_n(t)$ o ruído no n -ésimo elemento do arranjo. Em termos de componentes do vetor x , o sinal incidente na n -ésima antena da matriz é dado por

$$x_n(t) = s(t)e^{j2\pi d \cos\theta / \lambda} + v_n(t) \quad n = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4.5)$$

Na Equação (4.5), o sinal de interferência é adicionado ao sinal de interesse (desejado).

Na Figura 4.7, encontra-se incorporado ao arranjo linear, conjunto de antenas uniformemente espaçadas, onde S_1 é o sinal envolvente e S_M se refere aos sinais incidentes do arranjo nas direções θ_1, θ_2 e θ_M .

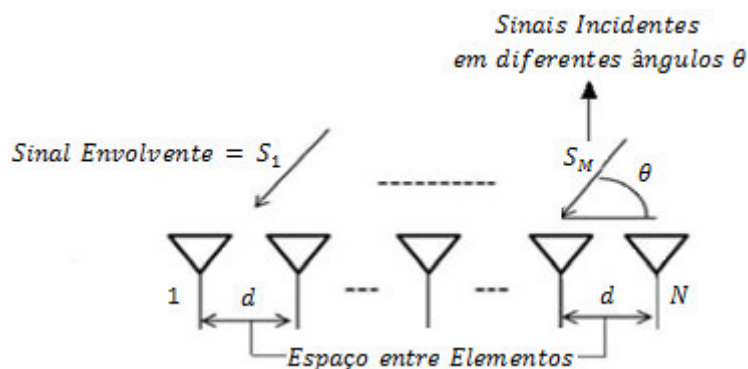


Figura 4.7: Geometria de um arranjo (conjunto) de Antenas (Adaptado de [35]).

A saída total do arranjo é mostrada a seguir:

$$y(t) = \mathbf{w}^H(t)\mathbf{x}(t), \quad (4.6)$$

sendo, $\mathbf{w}^H(t)$ o conjugado e transposto do vetor de pesos da matriz e $\mathbf{x}(t)$ o vetor de entrada do arranjo. O vetor de peso é escolhido para que o sistema encontre determinado

critério. No caso, geralmente, o critério é o cancelamento de lóbulos laterais. Isso faz com que o sistema fique menos vulnerável às interferências de sinais não desejados. Esta técnica é conhecida do inglês como *Sidelobe Canceling*. E este possui grande aplicação em sistemas adaptativos.

Em seguida através da utilização de algoritmos de otimização anteriormente estudados, é necessário a adaptação contínua dos pesos respectivos para obter sinal desejado, como é mostrado na Figura 4.8.

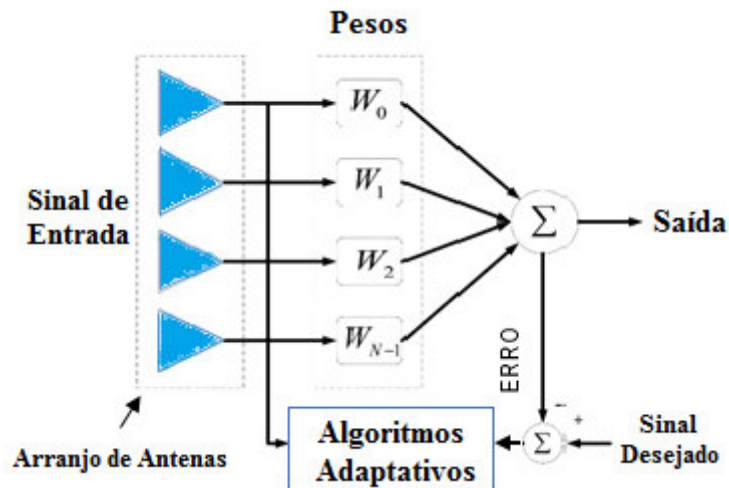


Figura 4.8: Esquema representativo de um sistema de arranjo de Antenas.

4.4 Definição e Modelagem Matemática dos Beamformers

Um dos principais subsistemas de um arranjo adaptativo é o Beamformer. Não se encontra definição específica para um Beamformer, que na sua forma literal funcione como formador de diagramas de irradiação. Beamforming é uma técnica de processamento de sinal usado em conjuntos de sensores para transmissão de sinal direcional ou recepção. Geralmente, o *beamforming* tem um número igual de entradas e saídas. Um *beamforming* geralmente tem predefinido quantos sinais ele pode receber na entrada do arranjo de antenas. O exemplo mais completo seria um *beamforming* que tivesse a capacidade de receber múltiplos sinais e ainda possuísse múltiplas entradas e saídas.

A construção eletrônica dos *beamformers* não será abordada aqui. De qualquer modo é importante frisar que eles são construídos a partir de circuitos deslocadores de fase. Esses circuitos em muitos casos são construídos com circuitos de microfita em microondas [54].

Na Figura 4.9 é apresentado um beamformer que é comumente usado para processamento de sinais de banda estreita; o mesmo é mostrado do campo de ondas no espaço.

Representado pela equação:

$$y(n) = \sum_{l=1}^L w_l^* x_l(n) , \quad (4.7)$$

em que * se refere ao valor complexo conjugado, uma vez que é assumido que os dados de entrada e os pesos são conjugados em certas aplicações.

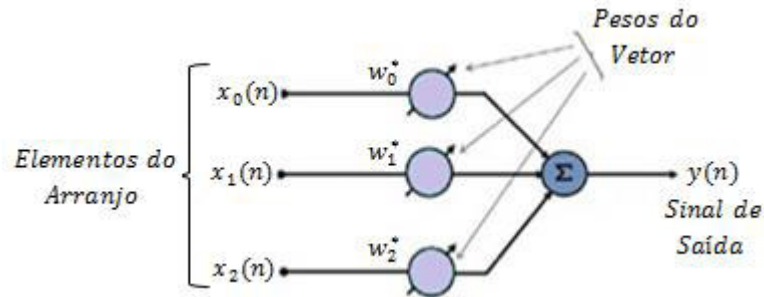


Figura 4.9: Combinação linear da saída dos sensores "Banda Estreita".

Na Figura 4.10, em seu lugar, observa-se um beamformer para sinais de banda larga, as amostras do campo de ondas que se propagam no tempo e no espaço. Ele geralmente é usado quando se tem interesse em sinais com alta frequência [37].

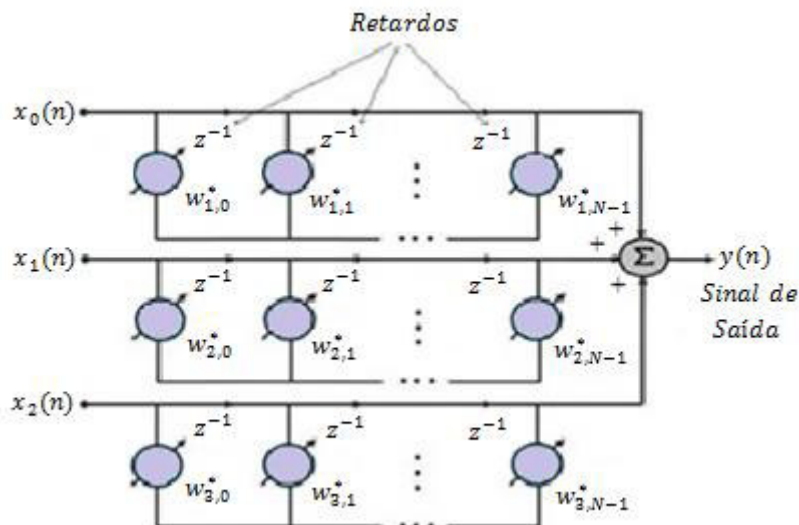


Figura 4.10: Combinação linear da saída dos sensores "Banda Larga".

É representado pela equação:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{p=0}^{K-1} w_{l,p}^* x_l(n-p) , \quad (4.8)$$

sendo, $K - 1$ o número de retardos em cada um dos sensores. Nota-se que o beamformer é a representação de várias entradas com uma única saída.

A resposta de um beamformer é, basicamente, a amplitude e fase de uma onda complexa, dependendo da localização e frequência, respectivamente. Muitas vezes, o

foco está em uma direção de chegada (do inglês Direction of Arrival), ou DOA (θ) e a frequência (ω).

A Figura 4.11 ilustra a amostragem de uma onda plana com um determinado DOA θ , mediante um arranjo. Sendo $T(\theta)$ o período de tempo desde a primeira amostra do primeiro sensor, para o último (abertura temporal da observação da fonte em θ) em função de DOA e z^{-1} os retardos, tem-se em consideração que os efeitos da amostragem temporal são idênticos a amostragem espacial, a fim de evitar problemas que possam surgir é essencial lidar com um espaçamento adequado dos elementos da matriz.

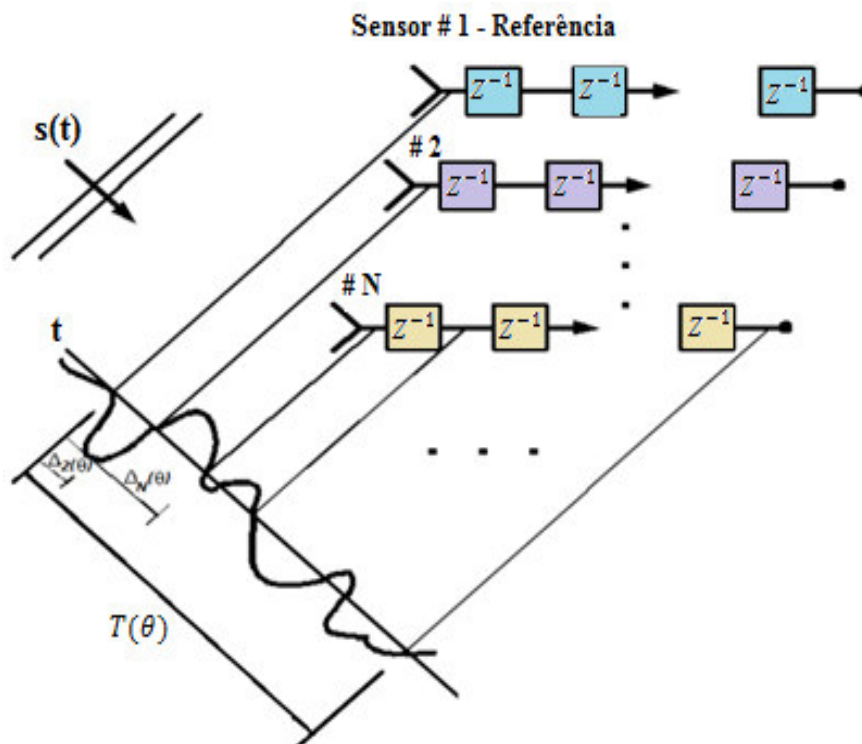


Figura 4.11: Arranjo com linhas de atrasos que proporcionam uma amostragem de propagação das fontes espaço/tempo (Adaptado de [37]).

4.4.1 Desempenho de um Arranjo em um Beamformer

Um arranjo de antenas, juntamente com um conformador de feixe (processador de sinal), fornece a capacidade de executar diversas tarefas em uma, além de melhorar o desempenho de um determinado processo de recepção, ao mesmo tempo alcança também suprimir interferências indesejadas e também mantém um sinal de interesse. Quanto ao conjunto de antenas existem alguns fatores a considerar, entre eles estão: capacidade de resolução, a cobertura angular, o número de elementos da matriz e do nível dos lóbulos laterais [36].

Embora o número de elementos da matriz seja mais substancial deve-se evitar a degradação da cobertura angular desejada. Saiba também que a existência de certa compensação entre os parâmetros mencionados acima vai além de uma relação

diretamente proporcional entre a melhoria e custo.

Para ilustrar a compensação por meio da seleção adequada do valor de um peso complexo e atingir o objetivo de um melhoramento na direção, cobertura angular desejada e supressão de interferência da Figura 4.12 é exibida:

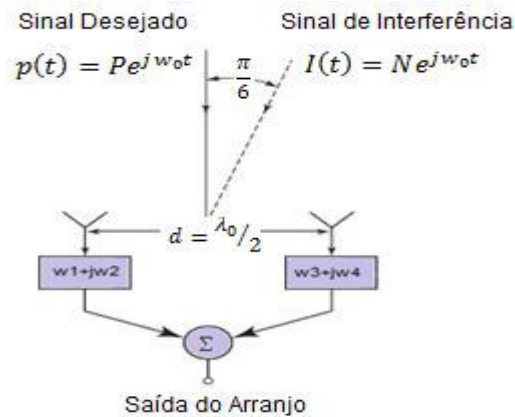


Figura 4.12: Arranjo dos elementos para exemplificar a eliminação de interferência (Adaptado de [36]).

Sejam as seguintes considerações: o sinal de interferência como o sinal desejado possuem a mesma frequência f_0 , a direção de incidência do sinal desejado é um ângulo $\theta = 0^\circ$, o sinal de interferência chega a um ângulo $\theta = 30^\circ$ e ambos se encontram em fase. Sendo $p(t)$ o sinal desejado e $I(t)$ o sinal interferente tem-se [36]:

$$Pe^{j\omega_0 t} \{ [w_1 + w_3] + j[w_2 + w_4] \}. \quad (4.9)$$

Quando se trata de melhorar o desempenho da recepção do sinal desejado $p(t)$, o sinal de interferência $I(t)$ é rejeitado. Então, para atingir $p(t) = Pe^{j\omega_0 t}$ deve-se:

$$\begin{cases} w_1 + w_3 = 1 \\ w_2 + w_4 = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Observe para o fato de que o sinal de ruído de interferência mostra um avanço de fase ao incidir com o valor do peso $w_3 + jw_4$ igual a $2\pi \left(\frac{1}{4}\right) \text{sen} \left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi/4$ e um atraso de fase ao colidir com um outro peso complexo alcançando um valor igual a $-\pi/4$. Então, a saída do arranjo considerando o ruído incidente é dado por:

$$Ne^{j(\omega_0 t - \pi/4)} [w_1 + jw_2] + Ne^{j(\omega_0 t + \pi/4)} [w_3 + jw_4], \quad (4.11)$$

sendo, $e^{j(\omega_0 t - \pi/4)} = 1/\sqrt{2} [e^{j\omega_0 t} (1 - j)]$ e $e^{j(\omega_0 t + \pi/4)} = 1/\sqrt{2} [e^{j\omega_0 t} (1 + j)]$.

Portanto, para que a resposta do ruído seja igual a zero, é necessário que:

$$\begin{cases} w_1 + w_2 + w_3 - w_4 = 0 \\ -w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

E para resolver as equações (4.10) e (4.12) obtém-se:

$$w_1 = \frac{1}{2}, w_2 = -\frac{1}{2}, w_3 = \frac{1}{2}, w_4 = \frac{1}{2} \quad (4.13)$$

Desta maneira consegue-se melhorar o desempenho rejeitando o ruído e ao mesmo tempo conservar o sinal de interesse.

4.4.2 Classificação dos Beamformers

De acordo como são selecionados os pesos, a Figura 4.13 representa a classificação dos beamformers.

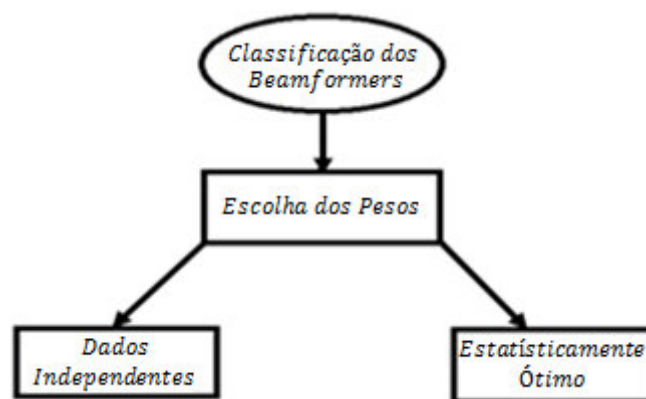


Figura 4.13: Classificação dos Beamformers.

Os beamformers encontradas na categoria de dados independentes, são concebidos de modo que a resposta para a saída do mesmo não depende das características dos dados de entrada da matriz, e pode ser escolhido para apresentar uma resposta específica (desejada).

Enquanto os que pertencem à categoria dos estatisticamente ótimo são selecionados com base nas estatísticas dos dados recebidos, melhorando a resposta do beamformer, de modo que o sinal de saída possua contribuições mínimas de ruído e de sinais de interferência provenientes de direções indesejadas. Portanto, há métodos diferentes que são exibidas na Figura 4.14.

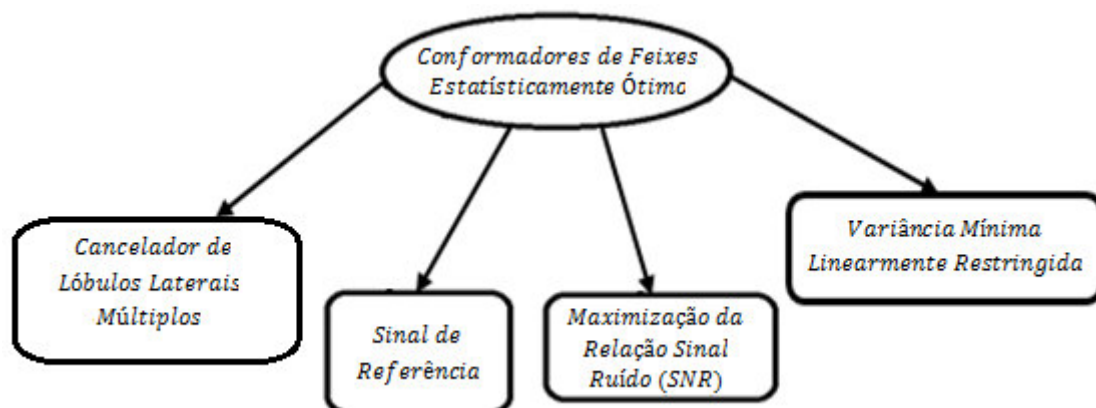


Figura 4.14: Métodos dos Conformadores de Feixes Estatisticamente Ótimo.

- Cancelador de Lóbulos Laterais Múltiplos: consiste de um feixe principal que aponta para a direção desejada e de outros auxílios que registram os sinais de interferência. O que se busca é a anulação do componente de interferência no feixe principal.
- Sinal de Referência: através do conhecimento do sinal desejado ou realizando uma aproximação do sinal de referência o que se busca é minimizar o erro mínimo entre a saída e o sinal desejado do beamformer.
- Maximização da Relação Sinal Ruído (SNR): sabe-se que os distúrbios indesejados são atenuados pelo fenômeno da seletividade espacial ou diretividade da matriz.
- Variância Mínima Linearmente Restringida: refere-se à utilização de restrições lineares no peso do vetor; desta maneira se tem baixo controle a resposta adaptada do conformador de feixe.

4.5 Aplicação de Redes de Sensores sem Fio (RSSFs) com Algoritmo LMS

Esta aplicação apresenta a difusão de algoritmos adaptativos (caso LMS), para redes sensores de um canal sem fio não ideal. Em [114-115], a difusão com base em algoritmos adaptativos foi introduzida para melhorar a estabilidade da rede. Desde então, diferentes versões e melhorias destes algoritmos têm sido propostos, entre os quais estão a difusão da filtragem de Kalman [116] e a difusão de algoritmos adaptativos com combinador adaptativo [117]. Em teoria de otimização, algoritmos iterativos distribuídos baseados no gradiente gradual, esquemas têm sido propostos para resolver problemas de mínimos quadrados [109]. Mais tarde, algoritmos iterativos distribuídos têm sido investigados para o processamento em rede para reduzir a comunicação de largura de banda e energia requisitos gerais de redes de sensores [110]. Recentemente, algoritmos adaptativos incrementais baseados em LMS e nos mínimos quadrados recursivos (RLS) foram relatados [111-113] para minimizar ainda mais a utilização dos recursos de rede. Nestes algoritmos, a troca de informações entre os sensores é alcançada através de um ciclo hamiltoniano.

Nesta aplicação, os algoritmos propostos são obtidos como uma combinação da difusão do LMS e das abordagens de estimativa linear. Os algoritmos adaptativos distribuídos desenvolvidos estimam e acompanham o sistema subjacente dos parâmetros em cada sensor, explorando a medição da corrente do mesmo e os dados disponíveis obtidos a partir dos sensores vizinhos. Estes dados são mostrados de acordo com uma combinação convexa cujos coeficientes dependem da informação do estado do canal, as estatísticas de ruído e o erro de saída do filtro adaptativo local [118]. Experimentos numéricos confirmam a eficiência dos algoritmos propostos.

Em [118] é proposto a formulação do problema e modelo do sistema. A rede tem como objetivo estimar um vetor processando o conjunto de sensores e as medições obtidas no espaço e no tempo, por meio de um algoritmo adaptativo LMS. Além disso é apresentado

através da programação recorrente os algoritmos propostos. É tratado:

- Difusão do Algoritmo LMS para canal ruído gaussiano branco aditivo;
- Difusão do LMS para canal tipo I Rayleigh;
- Difusão do LMS para canal tipo II Rayleigh;

Os experimentos computacionais ou numéricos são mostrados através de um processo autoregressivo (AR). Para as experiências realizadas em [118], uma rede de sensores ligado sem fios ad hoc com $n = 20$ sensores é gerado como uma realização de um gráfico geométrico aleatório numa unidade quadrada, com o máximo de amplitude de comunicação normalizada de $r = 0.4$ como mostrado na Figura 4.15.

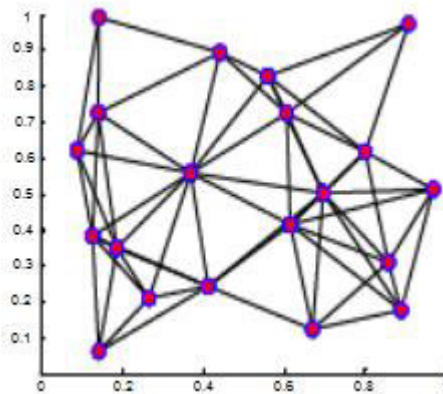


Figura 4.15: Realização da Rede Simulada com $r = 0.4$, (Adaptado de [118]).

Nesta abordagem, os sensores são implantados de maneira uniforme e aleatoriamente em $[0,1]^2$ em duas dimensões; uma extremidade de união em dois sensores é desenhada, sempre que a distância euclidiana não exceda r [118].

Nos quatros experimentos os algoritmos propostos são comparados aos algoritmos LMS centralizados, que é utilizado como um ponto de referência na avaliação.

Os desempenhos do MSE dos vários algoritmos são mostrados na Figura 4.16, que mostra o desempenho do MSE em estado estacionário dos algoritmos LMS de difusão para toda a rede. Para os dois casos, o algoritmo LMS de difusão em canais AWGN mostra o desempenho superior ao LMS de difusão em canais Rayleigh [118].

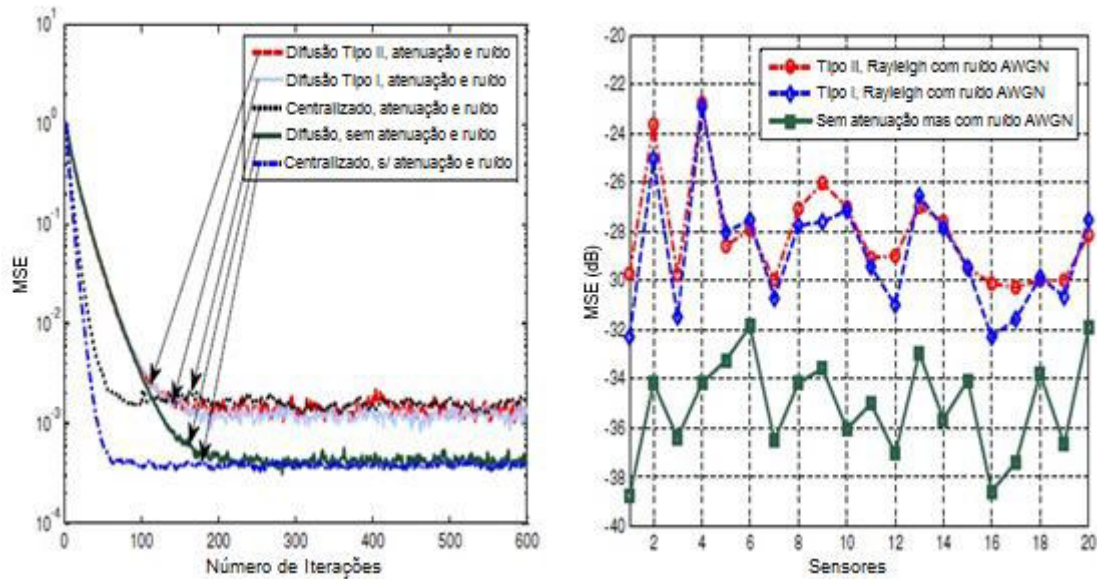


Figura 4.16: Desempenho do MSE de difusão e algoritmos LMS centralizados (à esquerda) e MSE do algoritmo de difusão proposto em cada sensor em diferentes cenários (à direita), (Adaptado de [118]).

Por fim, a Figura 4.17 mostra os resultados da aplicação em indicadores de qualidade de canal sobre o desempenho dos algoritmos desenvolvidos. Os resultados de [118] sugerem, neste cenário que os algoritmos podem alcançar um nível significativamente menor de erro residual.

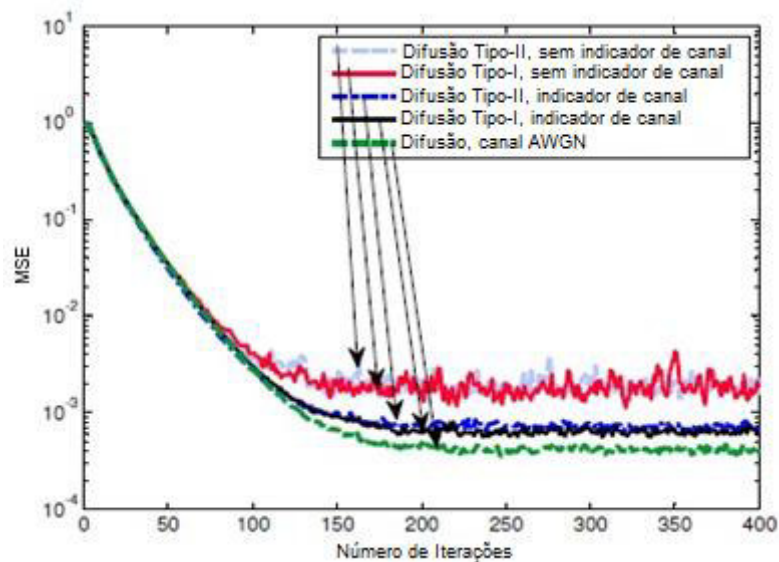


Figura 4.17: Desempenho do MSE de difusão dos algoritmos LMS com indicador de canal (Adaptado de [118]).

Portanto, nesta aplicação mostra-se o algoritmo LMS em conjunto com uma rede de sensores sem fio para um canal não ideal.

4.6 Considerações Finais

Neste capítulo apresentamos a definição e aplicações das redes de sensores sem fio destacando-se um estudo de caso com aplicação do algoritmo adaptativo LMS. Destaca-se o processo e o problema de engenharia em questão, ou seja, o arranjo de antenas inteligentes e beamforming onde é apresentado a classificação e representação matemática das Antenas Inteligentes e Beamformers, assim como todo um resumo das antenas adaptativas, que a partir do fator do arranjo sendo ele adaptável, denominamos arranjos de antenas inteligentes. Além disso, apresentamos o desempenho do arranjo de antenas em conjunto com um beamformer para o processo de eliminação de interferências, em que o objetivo era atingir um melhoramento na direção, cobertura angular desejada e supressão de interferência através da representação dos pesos. Ficou constatado a melhora no desempenho de um arranjo, rejeitando o ruído e ao mesmo tempo conservando o sinal desejado. A aplicação abordada para a rede de sensores através da utilização de algoritmos adaptativos, visa estabelecer a redução da comunicação de banda larga e obter estabilidade do sistema.

Capítulo 5

Experimentos Computacionais

Aplicando os conhecimentos previamente analisado e com base no algoritmo padrão para o conhecimento de arranjos de antenas, apresenta-se uma comparação entre a parte conceitual frente aos resultados simulados.

Basicamente o algoritmo mostrado tem a seguinte estrutura geral, independentemente da característica particular que distingue de outros algoritmos, por exemplo, NLMS e PNLMS, a mesma que é mostrada na Figura 5.

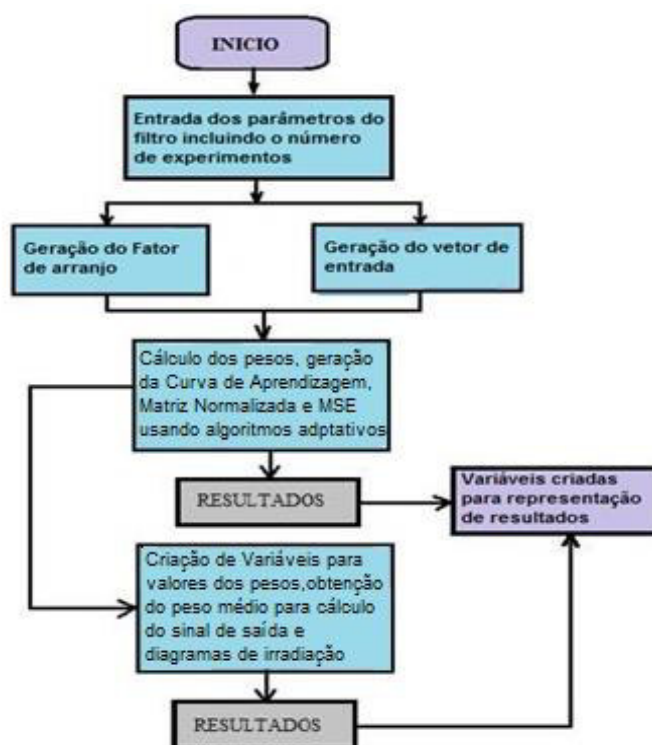


Figura 5: Diagrama de fluxo geral para algoritmos usados nas simulações.

O software utilizado para a simulação de casos a serem expostos é o laboratório de engenharia usando (MATLAB® R2011b). Para extrair resultados desses algoritmos foram utilizadas rotinas que será mostrado em anexo (Algoritmo LMS). Foram criadas rotinas, em que os sinais envolvidos no processo irão incluir todos os algoritmos, independentemente do tipo, em que é mostrado o vetor de entrada com o número de antenas em que se trabalha (rotina 01). É mostrado também a curva de aprendizagem da função custo, o erro médio quadrático (MSE) e o fator da matriz normalizada que plota os diagramas de irradiação (rotina 02). Ambas as rotinas trabalham da mesma forma; elas estabelecem parâmetros – os pesos para eliminação de interferências – criando um nulo na direção destas.

Resultados: Neste Capítulo são apresentados resultados obtidos neste trabalho. Em

todos eles foram considerados dois sinais, sendo um desejado e o outro a interferência.

5.1 Considerações Gerais: Sinais de Entrada do Filtro

Nesta seção é apresentado os sinais de entrada do filtro, em que esses sinais têm uma particularidade de envolver todo e qualquer algoritmo, independentemente do tipo. A seguir pode ser visto que os sinais envolvidos no processo irão incluir o algoritmo LMS.

Na Figura 5.1 mostra o vetor de entrada com sinal desejado, sinal de interferência, sinal desejado mais interferência e sinal de ruído com seus respectivos pesos. Caso particular é mostrado para 8 antenas.

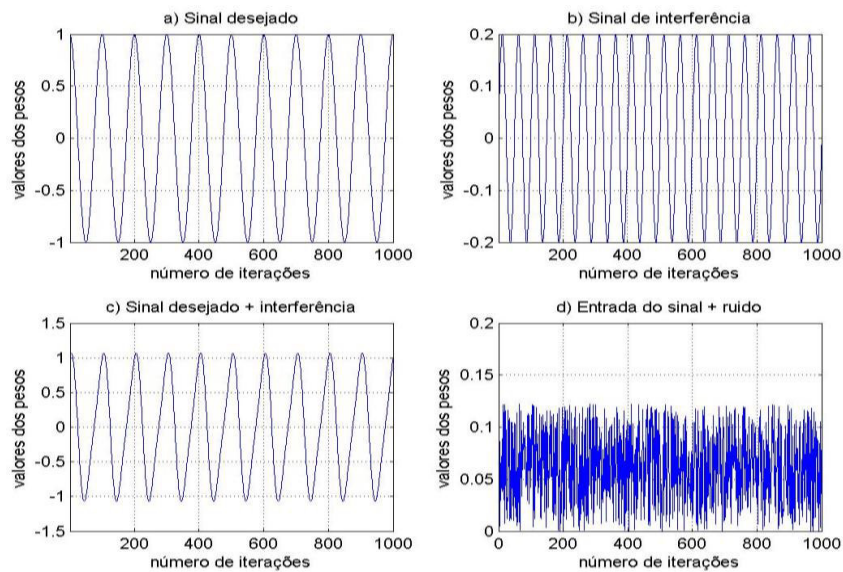


Figura 5.1: Sinais de entrada, caso particular: algoritmo LMS com SNR entrada=10dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta=\pi/6$.

Nas Figuras 5.2 e 5.3, é mostrado o número de antenas com as quais se trabalha. Para um arranjo de 8 antenas é mostrado sinais dos oito primeiros elementos. Em cada antena tem-se as partes real e imaginária.

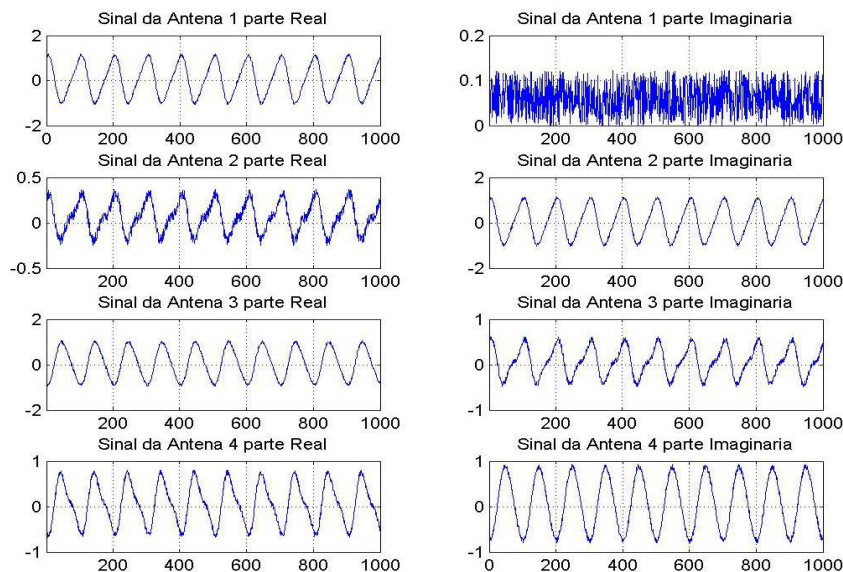


Figura 5.2: Sinais dos 4 primeiros elementos de um arranjo de 8 antenas.

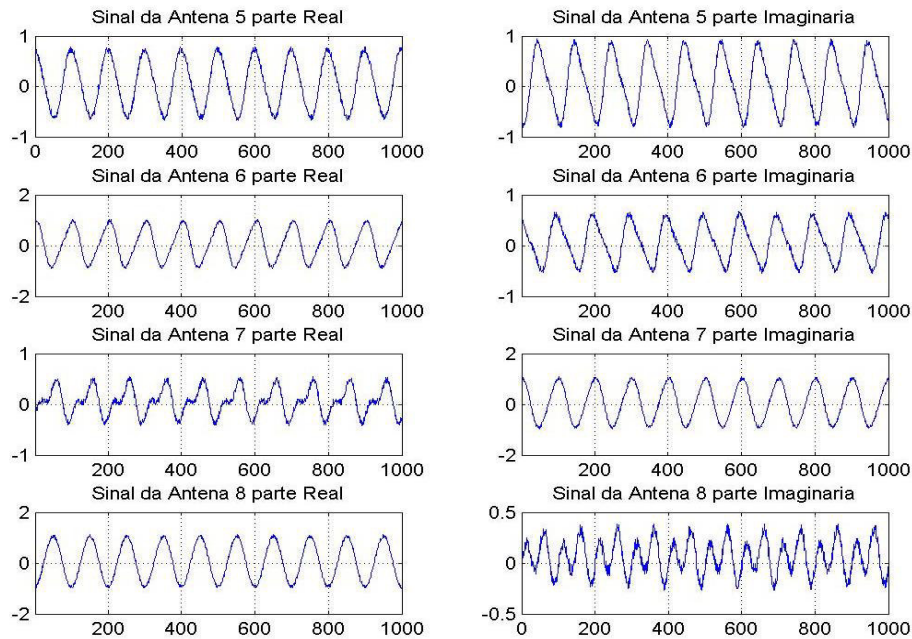


Figura 5.3: Sinais dos 4 últimos elementos de um arranjo de 8 antenas.

5.2 Simulações: Algoritmo Mínimos Quadrado Médio e Normalizado

Nesta Seção, apresenta-se as simulações dos algoritmos LMS e NLMS em formato de tabelas com dados disponíveis dos algoritmos implementados.

5.2.1 Considerações

Para as respectivas simulações é considerada uma antena com agrupamento linear uniforme, além dos vetores do peso inicializados em zero, e os seguintes dados das Tabelas 3 e 4. Em termos de variação de ruído iremos trabalhar com valores de entrada SNR = 10 dB e 5 dB significa ter 0,03 e 0,14 de contaminação que se traduz trabalhar inicialmente com uma quantidade mínima de ruído.

ALGORITMO MÍNIMOS QUADRADO MÉDIO (LMS)

PARÂMETRO	VALOR
μ =Tamanho do passo	0,01;0,001;0,0001;0,03;0,05;0,07
SNR entrada= Relação sinal ruído	5, 10 dB
M= Número de antenas no arranjo	8; 16; 24
d/λ = Longitude de onda	1/4; 1/2; 3/4
N= Número de iterações	100, 1000
testes= Número de experimentos	120
θ = Ângulo de incidência sinal desejado	$\pi/6$
θ_2 = Ângulo de incidência sinal interferência	$\pi/4$
$A_1 + S_1$ = Amplitude + Sinal de interesse	$\text{Cos}(2\pi)$
$A_2 + S_2$ = Amplitude+ Sinal interferente	$0,2\text{Sen}(4\pi)$

Tabela 3: Parâmetros do Algoritmo LMS.

Os resultados obtidos para o algoritmo de mínimos quadrados médio normalizado (Normalized Least Mean Square) são analisados. Os seguintes parâmetros são utilizados, ver Tabela 4:

ALGORITMO MÍNIMOS QUADRADO MÉDIO NORMALIZADO (NLMS)

PARÂMETRO	VALOR
μ =Tamanho do passo	0,01; 0,03;0,05;0,07
ϵ = constante positiva mínima	0,002
SNR entrada= Relação sinal ruído	5, 10 dB
M= Número de antenas no arranjo	8; 16; 24
d/λ = Longitude de onda	1/4; 1/2; 3/4
N= Número de iterações	100, 1000
testes= Número de experimentos	120
θ = Ângulo de incidência sinal desejado	$\pi/6$
θ_2 = Ângulo de incidência sinal interferência	$\pi/4$
$A_1 + S_1$ = Amplitude + Sinal de interesse	$\text{Cos}(2\pi)$
$A_2 + S_2$ = Amplitude+ Sinal interferente	$0,2\text{Sen}(4\pi)$

Tabela 4: Parâmetros do Algoritmo LMS Normalizado.

Observa-se a adição de uma constante ϵ , denominada "parâmetro de regularização" (evita a divisão por zero e estabiliza a solução), particularmente neste algoritmo evita os mesmos erros de precisão, além de oferecer certas vantagens, o mesmo mencionado posteriormente. Na Seção B.1 do Apêndice é mostrado a tabela do Algoritmo PNLMS.

5.2.2 Curvas de Aprendizagem do Algoritmo LMS e NLMS

As curvas médias de aprendizagem são mostrados para os seguintes casos, veja Figura 5.4 e 5.5.

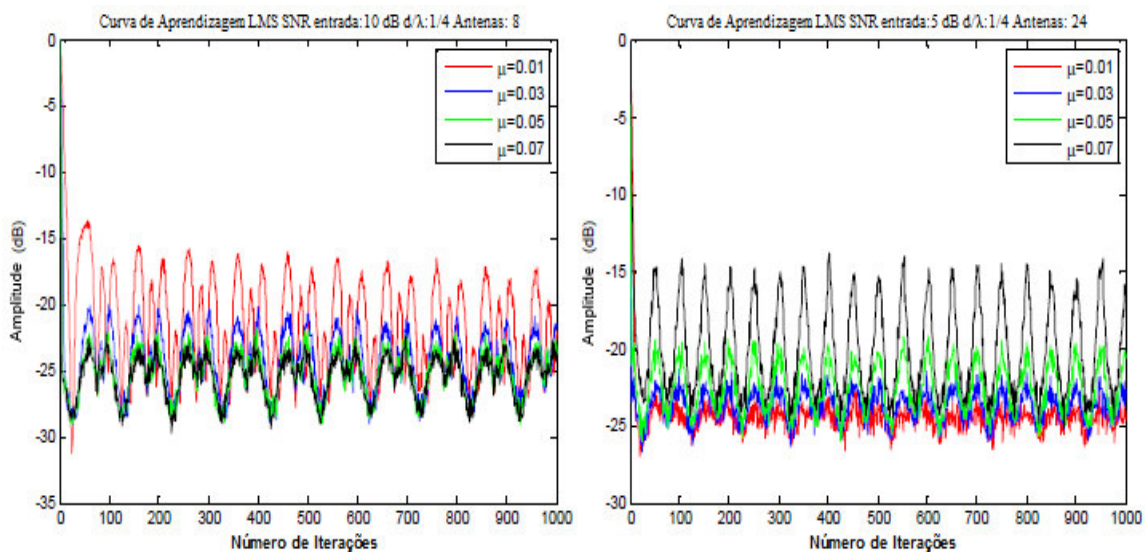


Figura 5.4: Algoritmo LMS: $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta = \pi/6$ (esquerda); $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta = \pi/6$ (direita).

Observa-se a notável melhora nas curvas médias de aprendizagem ao aumentar o número de elementos dos arranjos (8 para 24), assim como a influência do tamanho do passo (μ).

As curvas médias de aprendizagem do algoritmo NLMS mostram-se para o seguinte valor angular de interesse de $\theta = \mu/6$, ver Figura 5.5.

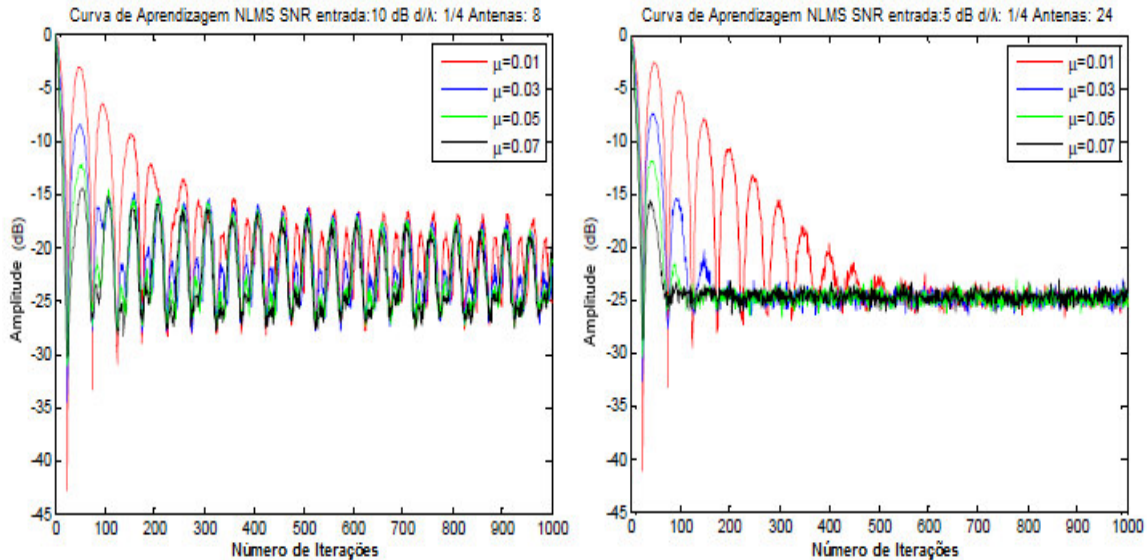


Figura 5.5: Algoritmo NLMS: $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta = \pi/6$ (esquerda); $\mu = 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta = \pi/6$ (direita).

A diferença para o algoritmo LMS, existe uma constante denominada épsilon $\epsilon=0.002$ cujo valor é pequeno e deve ser também positivo [10], permitindo assim, realizar uma estimação da potência do sinal de entrada, ao selecionar o valor independentemente. Nas simulações se trabalha com 0.002. Este algoritmo apresenta teoricamente mais robustez que o algoritmo LMS. Na seção B.2 do apêndice é apresentado a curva de aprendizagem do algoritmo PNLMS.

5.3 Processo de Eliminação de Interferência (Vetor de Peso)

Nesta Seção, mostra-se a formação dos pesos pelos algoritmos implementados.

5.3.1 A formação dos Pesos em um arranjo de Antenas

O processo de eliminação de interferências das Antenas se dar de duas formas:

a) Determinística: Ela é formada por funções ou melhor seus pesos são formados por funções de série formuladas. Exemplo: série de Blackman, Hamming, Binomial, etc. Não serão abordadas neste trabalho.

b) Automática: Os pesos envolvem algoritmos beamforming (conformador de feixes) e são adaptativos, ou seja, eles se adaptam as novas condições de entrada ou ainda melhor, quando o cenário em que o sistema está inserido mudar seu comportamento também modifica para que as mesmas condições sejam atendidas. É possível dizer que os sistemas

com essa característica são considerados modernos, pois visam a utilização cada vez mais de: menos potência, maior taxa de transmissão, menor vulnerabilidade às interferências, dentre outras.

Dependendo do cenário, o algoritmo buscará uma forma para que os pesos cumpram uma função no sistema. O caso mais comum é quando se quer eliminar interferências, pois os pesos são ajustados para que seja criado um nulo no ângulo de incidência do sinal de interferência.

O algoritmo LMS, como afirmado anteriormente, converge para a solução em Wiener em média com tamanho do passo μ , que controla a taxa de convergência e a estabilidade do algoritmo. A convergência do algoritmo LMS para o problema em questão mostra que está diretamente associado com o passo de adaptação.

Na Figura 5.6, mostra-se o desempenho do vetor de peso ótimo. Observa-se que quanto menor o tamanho do passo, mais lento será a convergência. Contudo, o tamanho do passo, tem de satisfazer a condição $0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}$, a fim de ter um sistema estável. Neste caso concreto, quando $\mu_1 = 0.01$, o sistema precisa de pelo menos 100 iterações em ordem para obter o vetor de peso ótimo.

A atualização dos pesos do algoritmo LMS é dado na Equação (3.8). Antena inteligente incorpora esses algoritmos em forma codificada, que calcula pesos reais e complexos de acordo com o ambiente do sinal. Nas Tabelas 5, 6 e 7 a análise dos pesos para $N = 8$ ULA (Arranjo Linear Uniforme) para três casos distintos e sendo W'_n a representação dos pesos, logo:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	
W'_2	0.73547+0.69058il
W'_3	0.0076954+1.1198il
W'_4	-0.88916+0.74558il
W'_5	-1.1776-0.26756il
W'_6	-0.48579-0.99163il
W'_7	0.37341-0.9595il
W'_8	0.86926-0.42058il

Tabela 5: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 1.

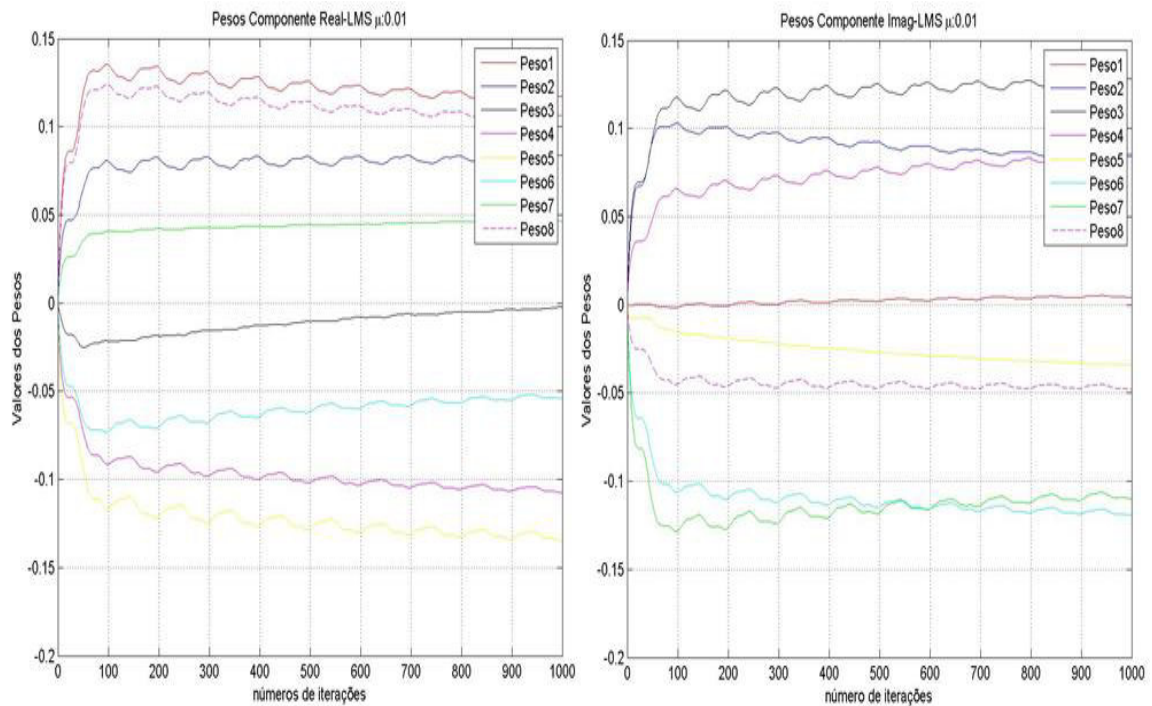


Figura 5.6: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.01$ e SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$.

Na Tabela 6, a análise dos pesos para $N = 8$ ULA são:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	11
W'_2	0.66763+0.73221i
W'_3	-0.098286+0.992i
W'_4	-0.81281+0.58594i
W'_5	-0.98409-0.21542i
W'_6	-0.48704-0.88587i
W'_7	0.33477-0.93773i
W'_8	0.92149-0.38421i

Tabela 6: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 2.

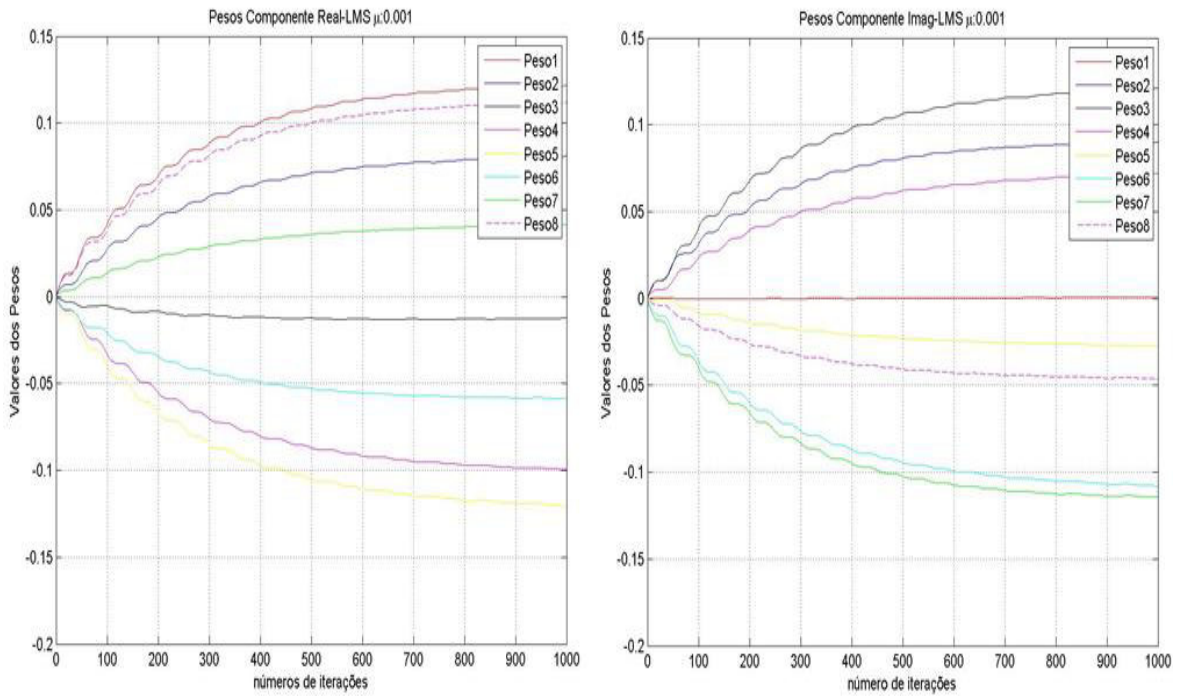


Figura 5.7: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com, $\mu_2 = 0.001$ e SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$.

Na Tabela 7, a análise dos pesos para $N = 8$ ULA são:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	111
W'_2	0.66933+0.74751i
W'_3	-0.1118+0.99811i
W'_4	-0.81331+0.58082i
W'_5	-0.97404-0.22458i
W'_6	-0.48285-0.87406i
W'_7	0.33174-0.94563i
W'_8	0.92547-0.37978i

Tabela 7: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 3.

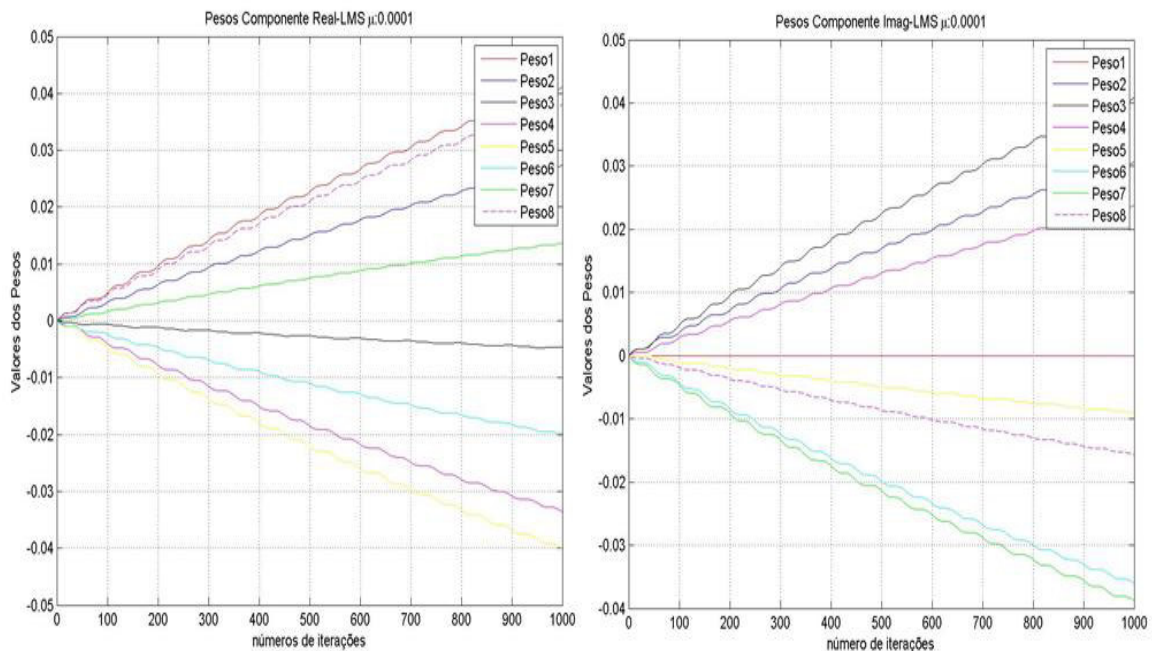


Figura 5.8: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_3 = 0.0001$, SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$.

Três diferentes parâmetros μ foram considerados em ordem para estudar a taxa de convergência em um conjunto de Antenas com 1000 iterações. Sendo mostrados os pesos, tanto na parte real quanto complexa. De acordo com a relação (3.9) é mostrado nas Figuras 5.6 a 5.8 que o LMS tem sua convergência pelo erro quadrático.

Para caso de 100 iterações, com mesmo dados da Figura 5.6 o vetor de peso e atualização dos pesos para LMS é dado por:

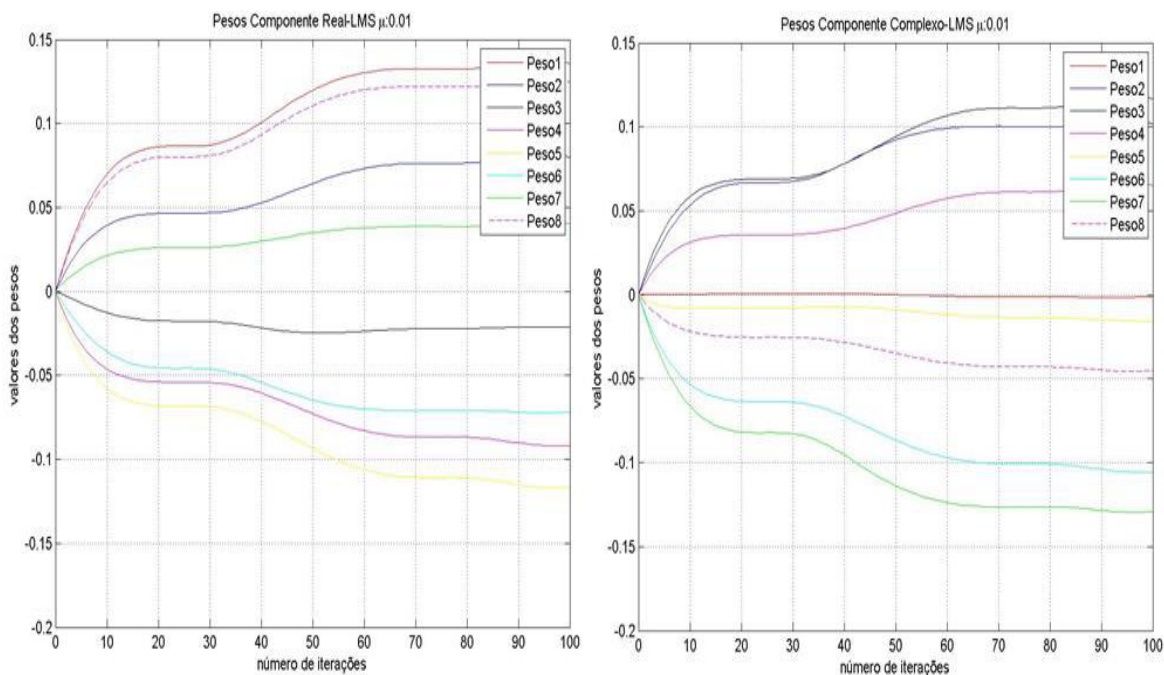


Figura 5.9: vetor de peso para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.01$ e SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 100 iterações.

Na Tabela 8, a análise dos pesos para $N = 8$ ULA são:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	1
W'_2	0.56354+0.73725i
W'_3	-0.16898+0.83571i
W'_4	-0.68041+0.46845i
W'_5	-0.84217-0.10879i
W'_6	-0.49189-0.76196i
W'_7	0.29485-0.93387i
W'_8	0.91416-0.309i

Tabela 8: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo LMS, caso 100 iterações.

Na Figura 5.10, é mostrado o erro quadrático médio para o tamanho passo $\mu_1 = 0.01$ para caso de 100 e 1000 iterações, é verificado em estado estacionário o MSE. O erro médio quadrático está diretamente relacionado ao vetor de peso; quando o sistema converge para os valores do vetor de peso ótimo, o erro médio quadrático assintoticamente converge para o erro mínimo, como pode ser visto na Figura 5.10. Desta forma, o comportamento do MSE atende Equação (3.10).

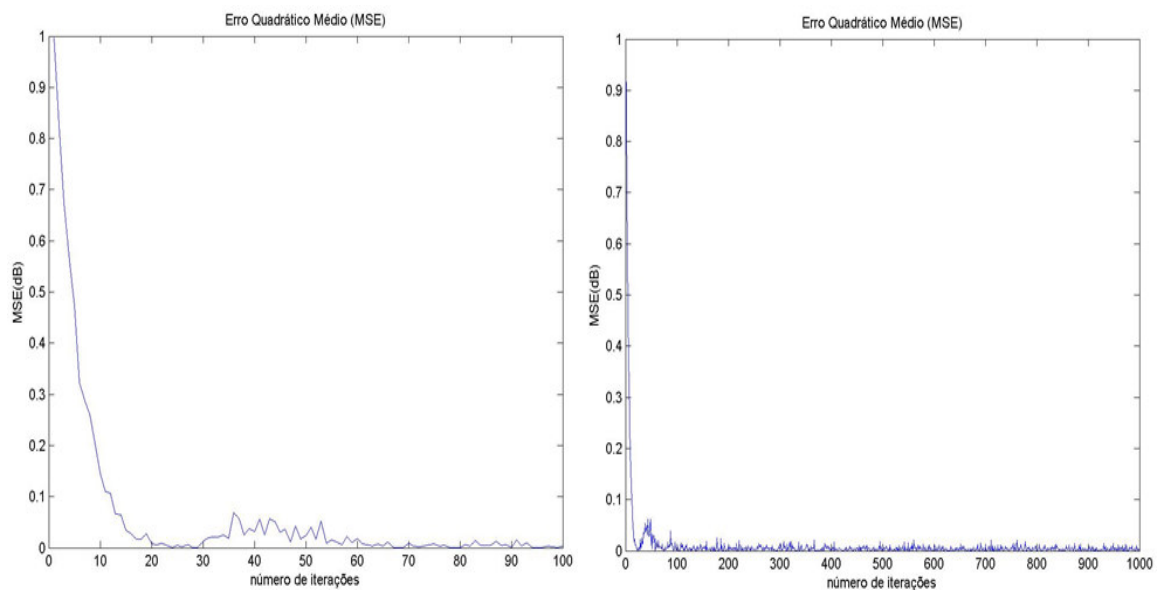


Figura 5.10: MSE para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.01$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 100 e 1000 iterações, respectivamente.

Portanto, verifica-se o erro quadrático médio (MSE) em cada iteração. Observa-se que o MSE diminui a cada iteração e converge para gráfico a esquerda a partir de 60 iterações e do gráfico a direita após 100 iterações.

Na Figura 5.11, quando $\mu_2 = 0.001$, o sistema precisa de pelo menos 600 iterações em ordem para obter o vetor de peso ótimo, ou seja, precisa desse número de iterações para obter a convergência do algoritmo, quando $\mu_3 = 0.0001$, o sistema precisa de mais

de 1000 iterações em ordem para obter o vetor de peso ótimo, ou seja, para obter convergência.

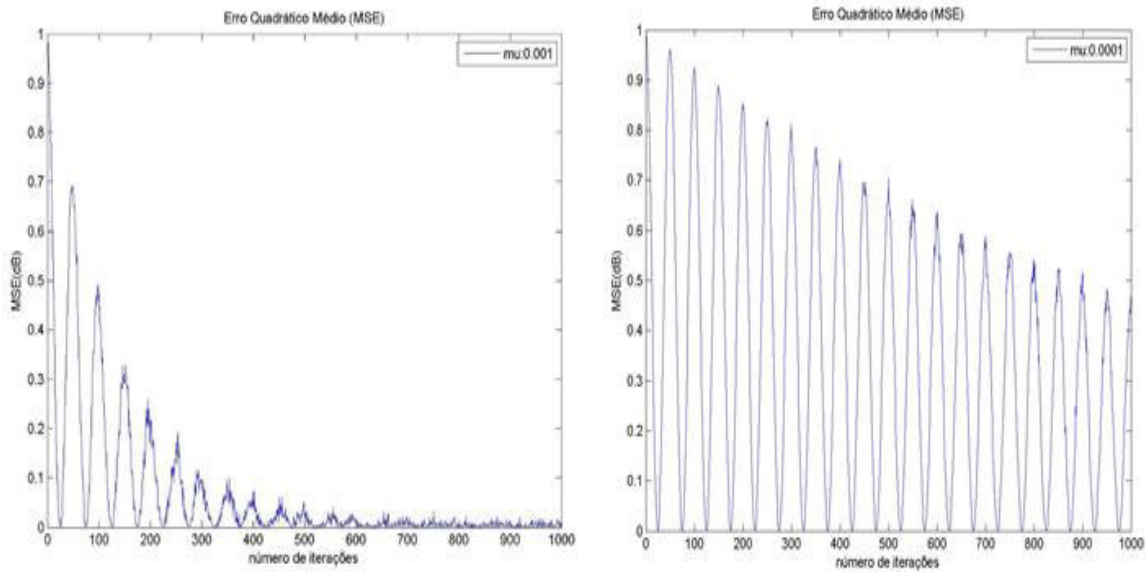


Figura 5.11: MSE para algoritmo LMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_2 = 0.001$, $\mu_3 = 0.0001$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$ (esquerda para direita).

Logo, podemos concluir que quanto menor tamanho do passo mais lento será a convergência. Se aumentarmos o tamanho do passo, teremos uma rápida convergência do algoritmo LMS. Além disso se aumentarmos os números de elementos no arranjo de antenas, teremos igualmente uma lenta ou rápida convergência do algoritmo, dependente do passo de adaptação.

O algoritmo NLMS tem diferenças em comparação com a velocidade de convergência LMS e uma maior complexidade em comparação com os outros algoritmos. A diferença entre o algoritmo LMS e NLMS é somente o peso de atualização. A atualização dos pesos do algoritmo NLMS é dado na Equação (3.56). Na Tabela 9, a análise dos pesos para $N = 8$ ULA para caso de 1000 iterações usando algoritmo NLMS são:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	1
W'_2	0.99925+0.0016396i
W'_3	0.99752+0.0021119i
W'_4	0.99614+0.0011169i
W'_5	0.99596-0.000472i
W'_6	0.99703-0.0019526i
W'_7	0.99875-0.0020718i
W'_8	0.99994-0.00069179i

Tabela 9: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo NLMS, caso de 1000 iterações.

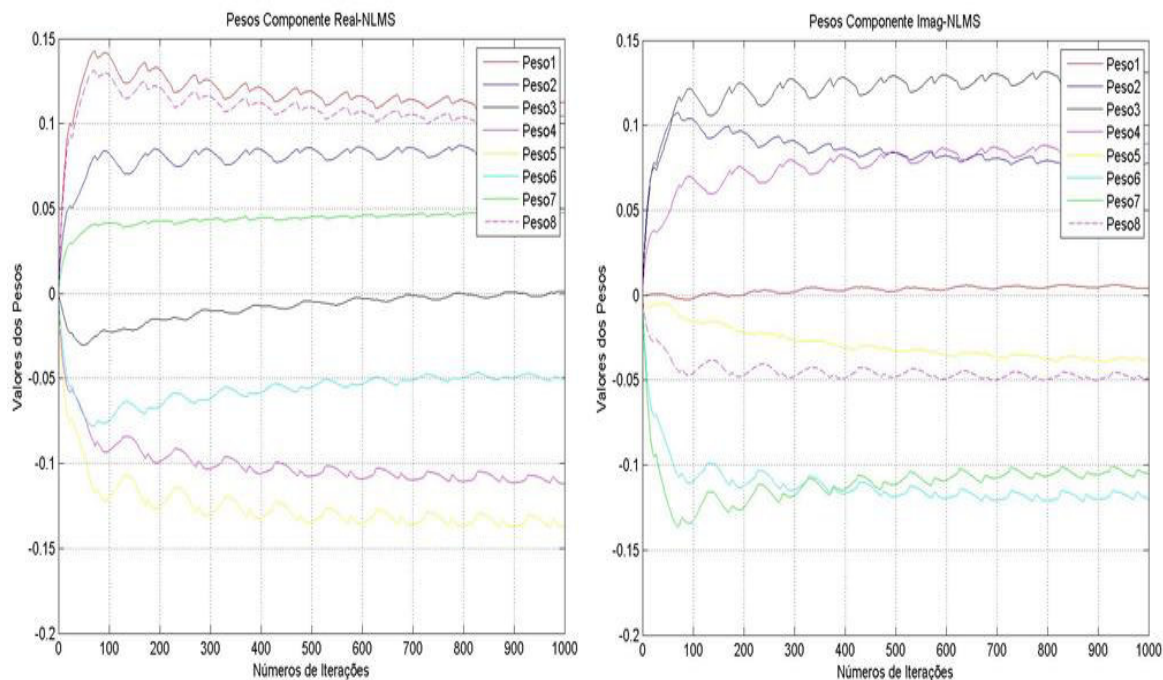


Figura 5.12: vetor de peso para algoritmo NLMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 1000 iterações.

Para caso de 100 iterações, o vetor de peso e atualização dos pesos para algoritmo NLMS é dado por:

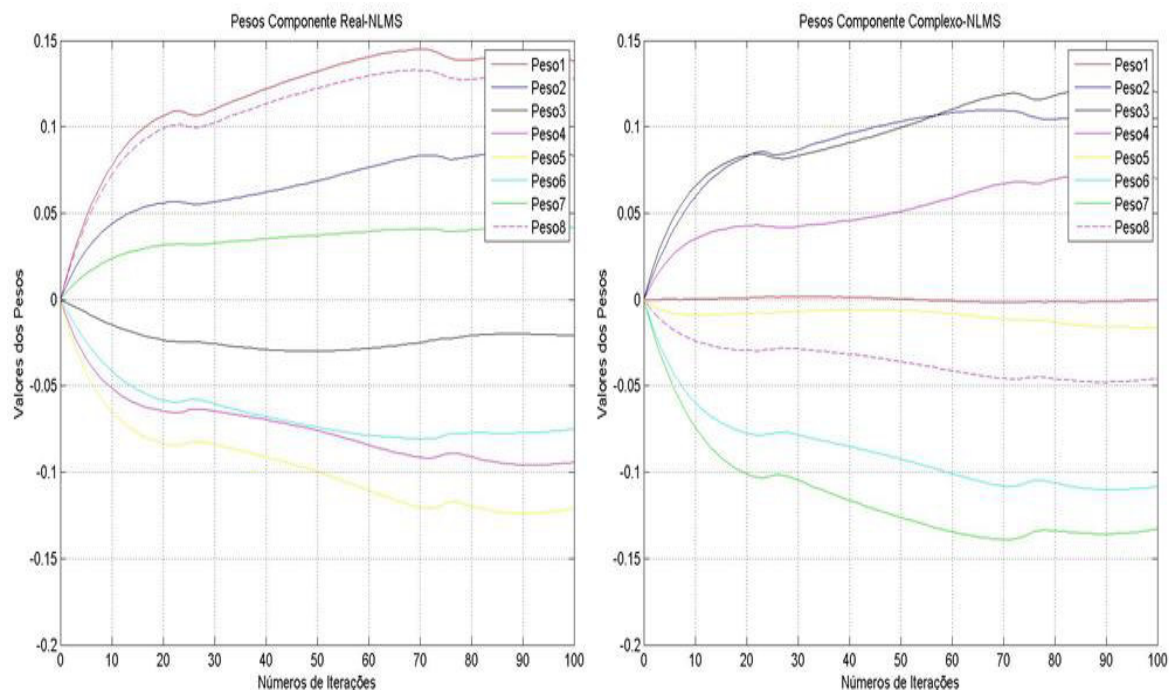


Figura 5.13: vetor de peso para algoritmo NLMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso de 100 iterações.

Na Tabela 10, a análise dos pesos para $N = 8$ ULA são:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	111
W'_2	$ 0.99435+0.011742i $
W'_3	$ 0.9831+0.013136i $
W'_4	$ 0.97569+0.0078217i $
W'_5	$ 0.97286-0.0014354i $
W'_6	$ 0.97612-0.011954i $
W'_7	$ 0.99004-0.014426i $
W'_8	$ 0.99869-0.0047206i $

Tabela 10: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo NLMS, caso de 100 iterações.

O erro quadrático médio do algoritmo NLMS reduz rápido, em comparação com LMS. O gráfico entre o erro quadrático médio (dB) e número de iterações é mostrado abaixo:

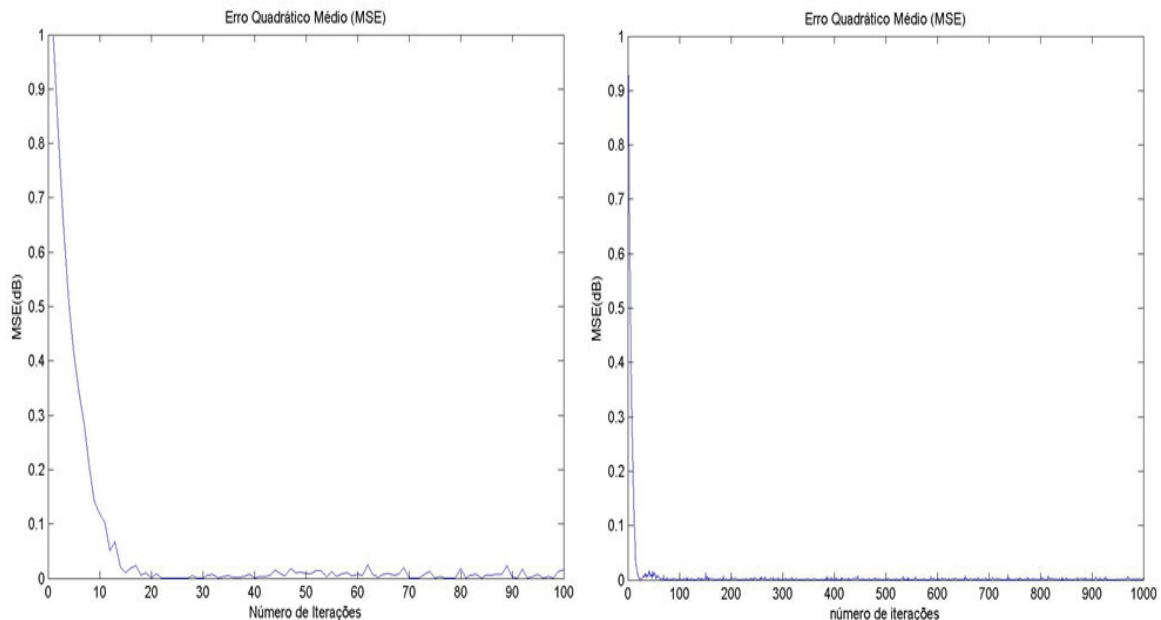


Figura 5.14: MSE para algoritmo NLMS em um arranjo $M=8$ antenas com $\mu_1 = 0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta = \pi/6$, caso 100 e 1000 iterações, respectivamente.

Na Figura 5.14, mostra-se que a velocidade de convergência do NLMS é maior, em comparação com LMS, apesar do tamanho do passo diferente do algoritmo. Observa-se que o MSE diminui a cada iteração e converge para gráfico a esquerda a partir de 20 iterações e do gráfico a direita após 30 iterações. Quanto mais elementos na antena e o maior número de iterações mais se aproximará do regime estacionário. Devido ao parâmetro de regularização, devemos fazer o ajuste correto para obter a convergência do algoritmo em questão, no caso o NLMS. Pode-se observar que o LMS tem até um bom desempenho para minimizar o MSE em comparação com NLMS, apesar de ser mais lento em relação a convergência. Logo, o LMS e NLMS são os algoritmos encontrados mais eficientes e mais utilizados para implementar no ambiente de

comunicação móvel e para minimizar o MSE e na capacidade de aprendizado. Na Seção B.3 do Apêndice é mostrado o vetor de peso e o MSE do Algoritmo PNLMS, pode-se observar que diferentemente dos algoritmos convencionais (LMS e NLMS), ela apresenta uma maior velocidade de convergência através dos vetores de peso e igualmente para minimizar o MSE sendo também útil para sistemas de comunicação móveis e que apresentou melhores resultados em termos de convergência.

5.4 Eficiência Sinal com Ruído (SNR) Entrada vs. Saída para LMS e NLMS

A continuação mostra-se o sinal recuperado (capacidade de recuperação do sinal desejado) depois de realizado o processo adaptativo com o algoritmo de Mínimos Quadrados Médio (Least Mean Square), isto é, após a aplicação dos pesos ótimos obtidos, veja Figura 5.15.

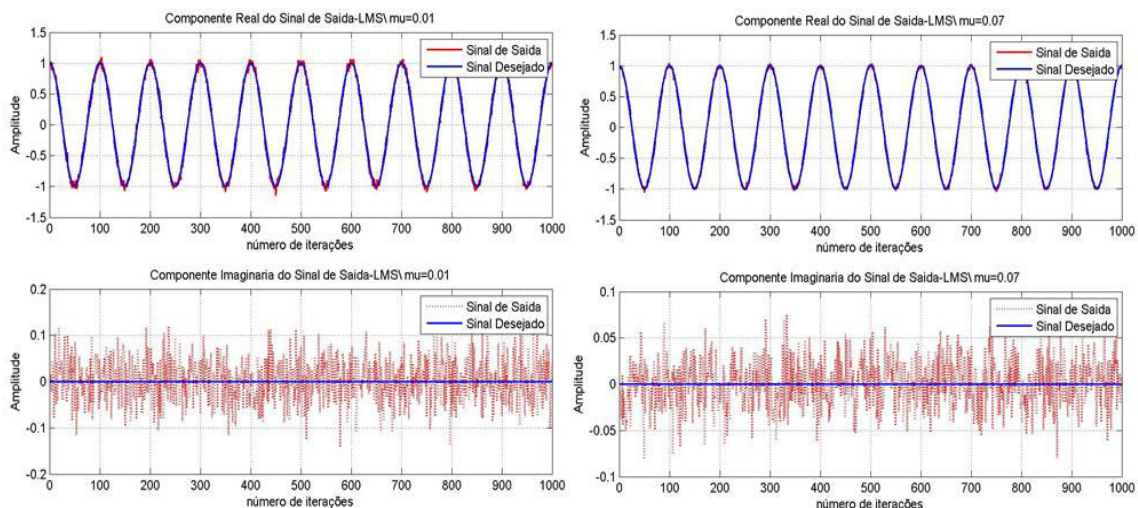


Figura 5.15: Algoritmo LMS: sinal de saída para um arranjo $M=8$ antenas; $\mu=0.01$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.25$ e $\theta= \pi/6$ (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de $M=24$ antenas; $\mu=0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta= \pi/6$ (direita).

No gráfico anterior se observa, que a parte real do sinal recuperado representa uma maior precisão utilizando um maior número de elementos no arranjo e tamanho do passo. Também é mostrado que ao trabalhar com um valor de variação pequeno (10 dB) comparado com um superior (5 dB) apresentam-se oscilações mais visíveis neste último, as mesmas vão diminuindo ao usar 24 elementos no arranjo (Figura 5.16).

Enquanto que a parte imaginária não existe uma dispersão marcada na recuperação do sinal, encontram-se presente oscilações que se traduzem em uma diferença de amplitude, quando o número de elementos do arranjo diminui e o valor de μ cresce. Para um valor de SNR de entrada de 10 dB a diferença de amplitude entre 8 e 24 elementos é menor (± 0.1) em comparação com SNR de entrada de 5 dB (± 0.2) (Figura 5.16).

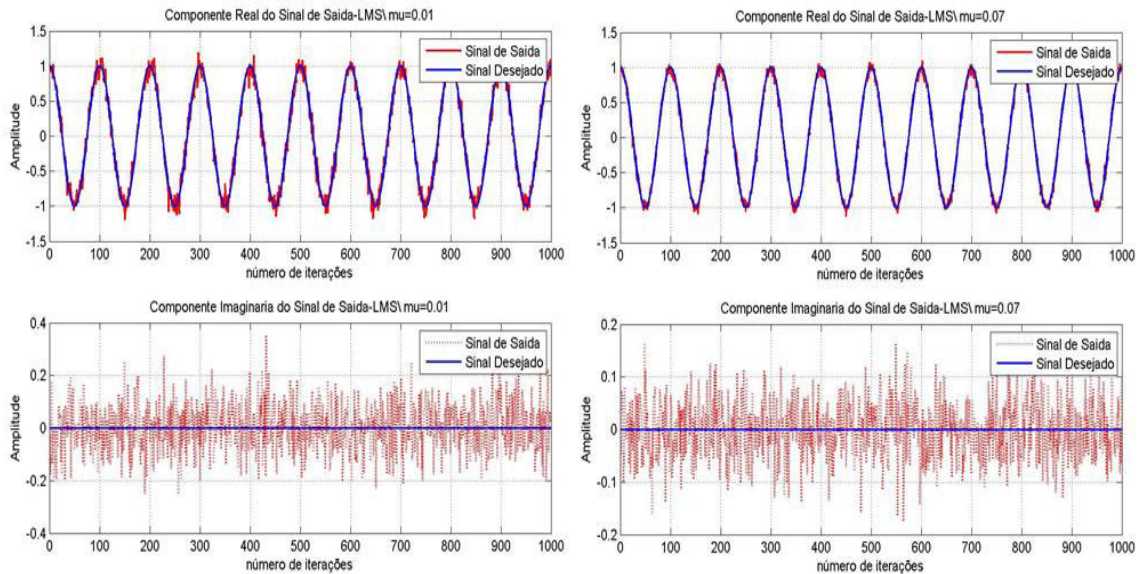


Figura 5.16: Algoritmo LMS: sinal de saída para um arranjo $M=8$ antenas com $\mu=0.01$, $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$, SNR entrada=5 dB (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de $M=24$ antenas com $\mu=0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta=\pi/6$ (direita).

Seguidamente apresenta-se a recuperação do sinal da execução do algoritmo NLMS.

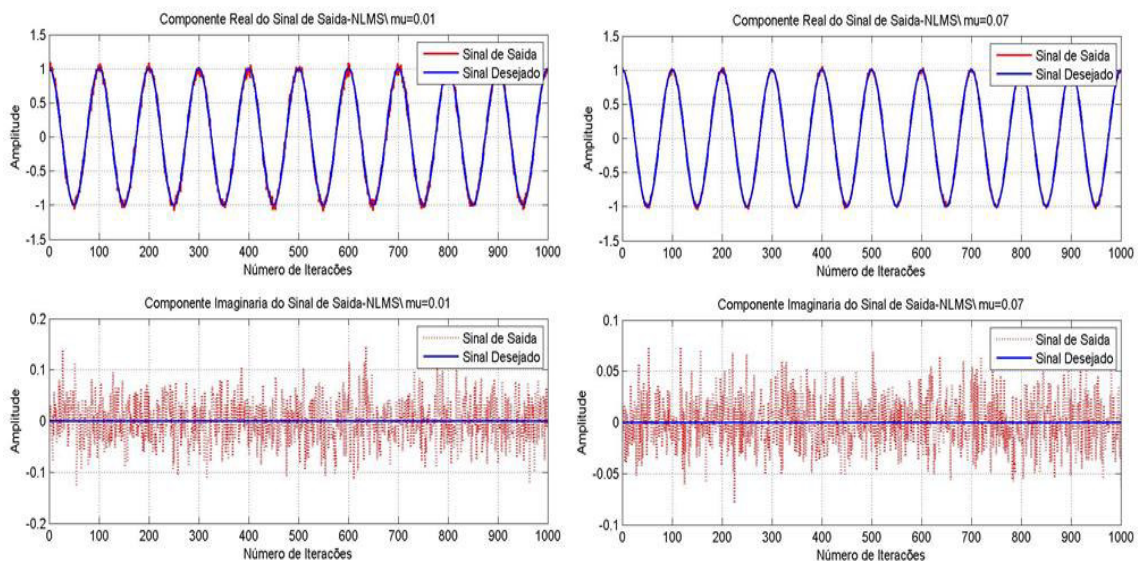


Figura 5.17: Algoritmo NLMS: sinal de saída para um arranjo $M=8$ antenas; $\mu=0.01$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.25$ e $\theta=\pi/6$ (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de $M=24$ antenas; $\mu=0.07$; SNR entrada=10dB; $d/\lambda=0.5$ e $\theta=\pi/6$ (direita).

Nota-se que na parte real, o sinal de saída apresenta oscilações exibidas menos presentes com um maior número de elementos no arranjo, o sinal é quase completamente recuperado com um tamanho de passo de 0.07. Em quanto a parte imaginária a diferença de amplitude com $\mu=0.01$ e 0.07 com SNR de entrada igual a 10 dB é de ± 0.1 e com $\mu=0.01$, $\mu=0.07$ e SNR de entrada de 5 dB é de ± 0.2 . Diminuindo em cada caso.

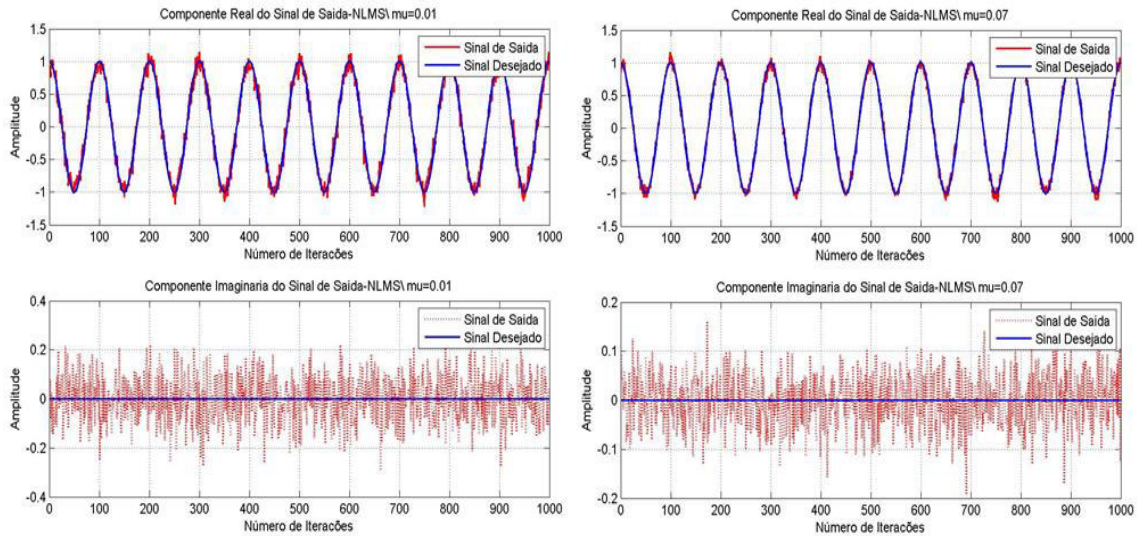


Figura 5.18: Algoritmo NLMS: sinal de saída para um arranjo $M=8$ antenas com $\mu=0.01$ $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$, SNR entrada=5 dB (esquerda) e sinal de saída para um arranjo de $M=24$ antenas com $\mu=0.07$; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta=\pi/6$ (direita).

5.5 Lóbulos de Radiação do Algoritmo LMS e NLMS

BeamFormer: Denominado como Formador de Lóbulos; funciona como um conformador de diagrama de irradiação. Da concepção de circuitos eletrônicos, seria uma rede de alimentação, esta rede poderá alimentar simultaneamente os vários elementos de um arranjo de Antenas com diferentes sinais para com isto produzir lóbulos em diferentes direções. Sua função basicamente é receber os sinais do arranjo linear e entregá-los à rede de processamento de sinais para um apropriado gerenciamento dos mesmos. Quando se refere à separação dos sinais, quase sempre se está tratando da separação dos sinais de interferência dos sinais desejados, ou seja, sinais para comunicação. A melhor técnica de se fazer isso é com algoritmo beamforming. Mínimos Quadrados Médio (LMS) e as suas variantes são algoritmos adaptativos que são apresentados neste trabalho. Neste trabalho, busca-se a otimização do número de antenas num arranjo, tendo como objetivo principal manter da taxa de sinal ruído (SNR), com valor pequeno.

Os resultados das simulações mostram que os algoritmos propostos têm alta resolução para a conformação de feixe.

5.5.1 Controle do SNR com arranjos lineares e grande diferença de ângulos de incidência

Foi verificado, através de simulações com arranjos de antenas adaptativas, que existe uma relação entre o número de elementos do arranjo de antenas necessários para atingir a SNR desejado e com a proximidade entre os sinais.

Inicialmente, deve-se perceber que quanto mais próximos estiverem o sinal de interferência e o sinal desejado, mais difícil é para o sistema atenuar o sinal indesejado e aumentar o sinal desejado.

Esta dificuldade pode ser contornada aumentando o número N de elementos de antenas no arranjo. Com isto, a largura do lóbulo principal é reduzida e são criados mais lóbulos secundários com níveis muito baixos; estes podem estar na direção do sinal interferente.

Para nosso caso serão tratadas diferenças grandes que são boas para o sistema, pois dessa maneira, tornam fácil a separação de sinais desejados e interferências.

É importante comentar que o diagrama de irradiação é mais diretivo devido ao lóbulo principal se tornar mais delgado, ou seja, mais estreito.

Deste modo, é possível livrar-se de sinais de interferências indesejados na entrada da antena.

Existe uma grande relação entre a defasagem do ângulo de chegada do sinal desejado e o sinal interferente com a quantidade de elementos de antenas no arranjo.

Para isto, é possível mostrar os diagramas de irradiação com uma diferença de 15° entre o AOA (Ângulo de Chegada) do sinal desejado e indesejado, sendo esta defasagem considerada como um ângulo ótimo na eliminação da interferência. Assim, faz-se o sinal desejado incidir em 30° e o sinal interferência incidir em 45° .

A seguir é possível observar diagramas de irradiação para $N = 8, 16$ e 24 elementos. É interessante observar o estreitamento do lóbulo principal e diretividade para 30° e nulo em 45° .

Considerando uma diferença de 15° entre os sinais, desejado e interferente, tem-se nas Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 os diagramas de irradiação para arranjo com vários tamanhos de N .

A seguir, a partir da Figura 5.19, é possível ver os diagramas de irradiação para $N = 8, 16$ e 24 elementos:

Tem-se o diagrama de irradiação para um arranjo com $N=8$ elementos com ângulo de incidência do sinal desejado em 30° e ângulo de incidência do sinal interferência a 45° , ver Figura 5.19. Nota-se um espaçamento relativo para não captação de interferência, ou seja, diferenças grandes são boas para o sistema, pois dessa maneira, tornam fácil a separação de sinais desejados e interferências.

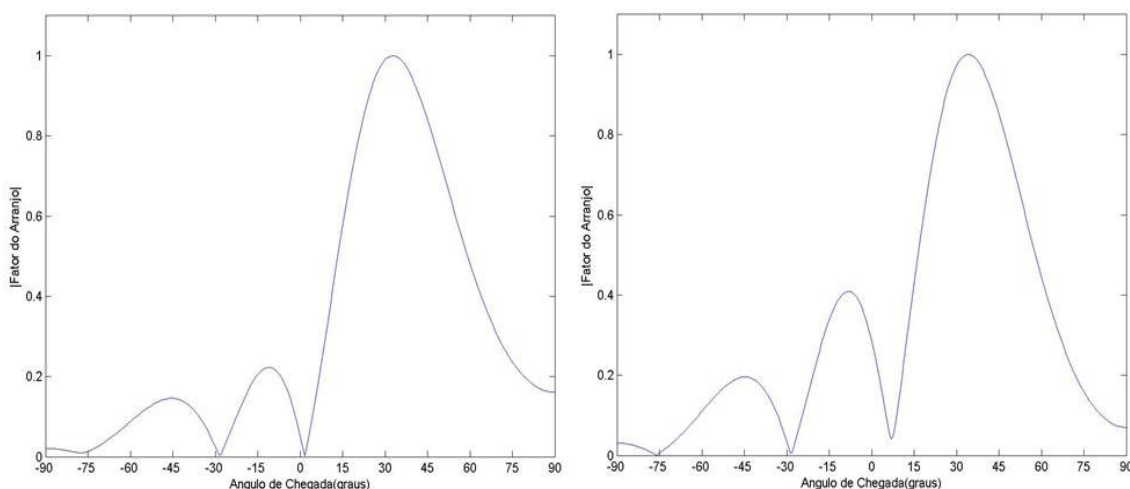


Figura 5.19: Diagrama de irradiação com $N=8$ elementos com incidência do sinal desejado a 30° e interferência a 45° (LMS e NLMS).

Da mesma forma, tem-se o diagrama de irradiação para um arranjo com $N=16$ elementos com ângulo de incidência do sinal desejado em 30° e ângulo de incidência do sinal interferência a 45° , ver Figura 5.20.

Pode-se observar que o aumento de N implica em uma maior diretividade, porém também ocorrem mais lóbulos laterais. A presença de mais lóbulos implica em maior possibilidade de captar sinais indesejados, contudo, para antenas inteligentes representam uma função importante, pois com eles é possível suprimir as interferências.

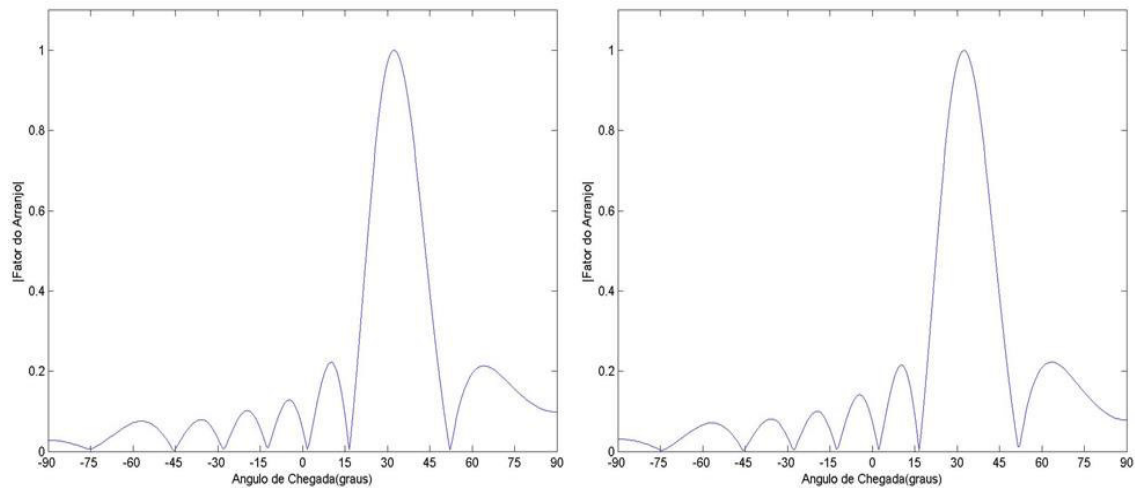


Figura 5.20: Diagrama de irradiação com $N=16$ elementos com incidência do sinal desejado a 30° e interferência a 45° (LMS e NLMS).

Por fim, o diagrama de irradiação com $N=24$ elementos é obtido. Nota-se, na Figura 5.21, que o feixe central é bastante diretivo e que o sinal de interferência em 45° é mais atenuado, sempre lembrando que a técnica de eliminação de sinais indesejados é realizada limitando feixes no ângulo de incidência deste sinal. Ver Figura 5.21.

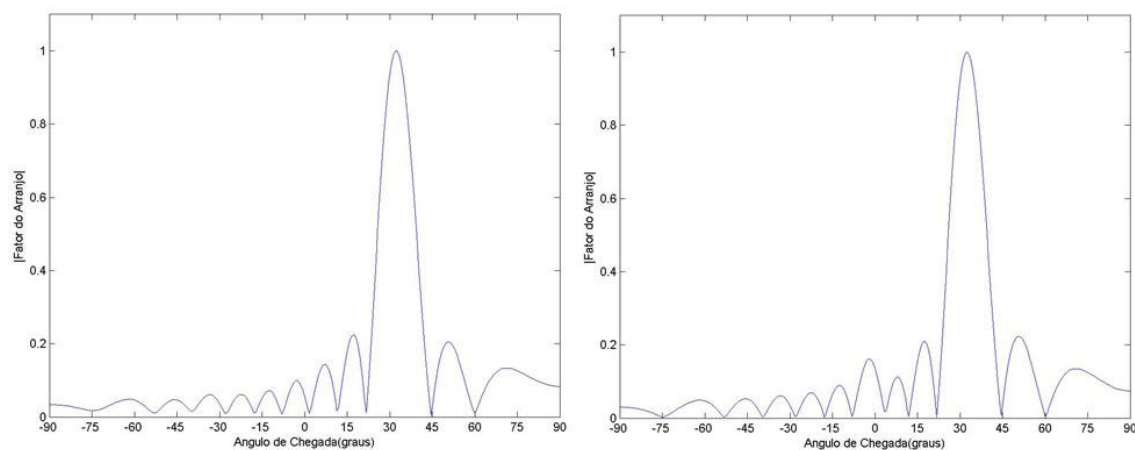


Figura 5.21: Diagrama de irradiação com $N=24$ elementos com incidência do sinal desejado a 30° e interferência a 45° (LMS e NLMS).

Nota-se a quantidade de lóbulos laterais e a redução da interferência para este caso devido ao uso de muitos elementos no arranjo de antenas.

A diferença de AOA dos sinais que chegam ao arranjo continua grande neste caso. Diferenças grandes são boas para o sistema como já explicado anteriormente, pois dessa maneira, tornam fácil a separação de sinais desejados e interferências. Nota-se estreitamento relativo do sinal da antena e uma maior diretividade em comparação a 8 e 24 elementos. Na Seção B.3 é mostrado o lóbulo de radiação do Algoritmo PNLMS para essa devida simulação, com número elevado de elementos nas antenas (caso 24), foi constatado boa diretividade para captação do sinal desejado.

5.5.2 Efeito da separação do Espaçamento do Arranjo de Antenas

Nesta seção será analisado o resultado da distância entre os elementos do arranjo de Antenas. Considera-se que o sinal desejado incide em 10° e o sinal de interferência incide a 20° . Neste caso, o valor de espaçamento de onda é o parâmetro que irá variar para o arranjo de Antenas. Para todos os casos, a *SNR (Relação Sinal Ruído)* manteve-se constante a 10 dB, valor relativamente baixo que é um dos nossos objetivos.

Não obstante os resultados ótimos para o distanciamento dos elementos do arranjo, não é interessante, do ponto de vista prático, utiliza-se sempre do artifício de distanciar os elementos do arranjo para otimizar o valor da SNR, pois se aumentaria bastante o tamanho total do arranjo. Contudo, é muito importante, para o projeto de antenas, analisar qual a distância entre elementos deve-se configurar o arranjo. Desse modo espera-se um consenso, ou um comprometimento, entre o tamanho final do arranjo e a melhoria da SNR. Desse modo, quase nunca é desejado um arranjo de tamanho consideravelmente grande; contudo, quando é necessário fazer o ajuste ou melhorias na relação sinal ruído, deve-se então alterar o tamanho do arranjo para se alcançar uma SNR maior.

A seguir é possível observar, nas Figuras 5.22, 5.23 e 5.24 os gráficos das três situações onde se tem $d = \lambda/4$ ou 0.25λ ; $d = \lambda/2$ ou 0.5λ ; $d = 3\lambda/4$ ou 0.75λ , respectivamente. Considera-se que os sinais estão a uma distância angular de 10° , com um número de elementos do arranjo igual a 8.

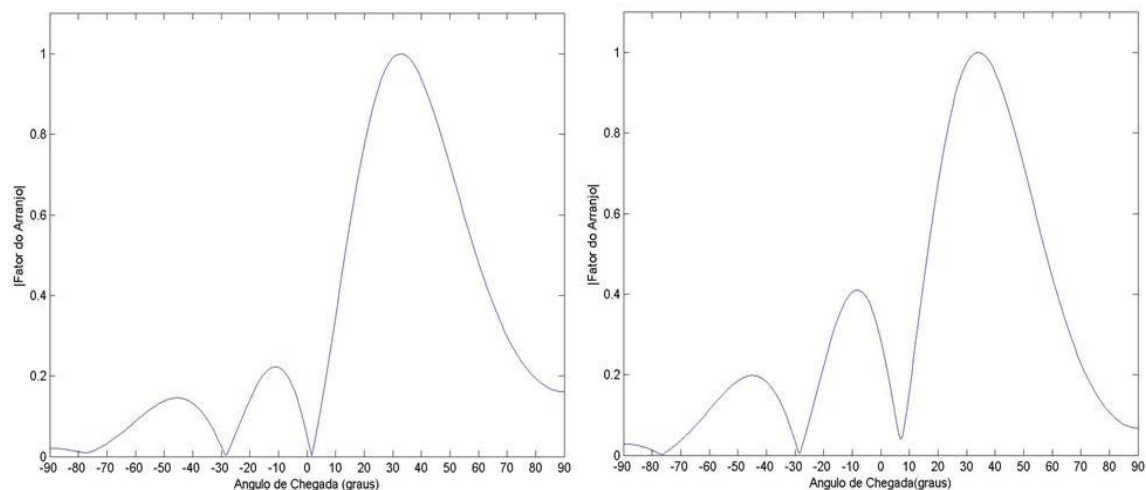


Figura 5.22: Diagrama de irradiação com $d = \lambda/4$ ou 0.25λ (LMS e NLMS).

É possível notar claramente que o lóbulo vai se estreitando com o aumento de d . Desse modo fica mais fácil para o sistema capturar exatamente o sinal desejado e eliminar sinais de interferências incidindo nas antenas.

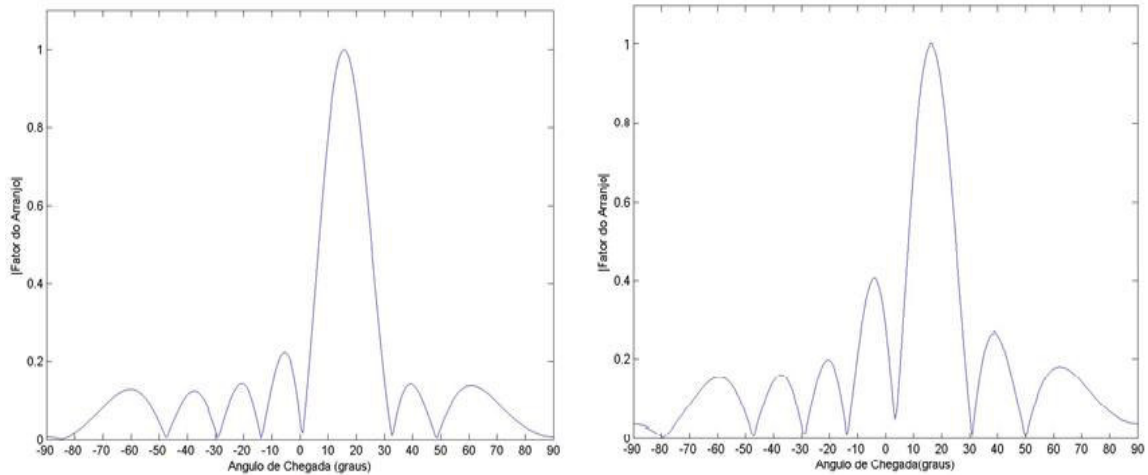


Figura 5.23: Diagrama de irradiação com $d = \lambda/2$ ou 0.5λ (LMS e NLMS).

Neste último gráfico, observa-se uma largura de feixe muito estreita em relação aos demais.

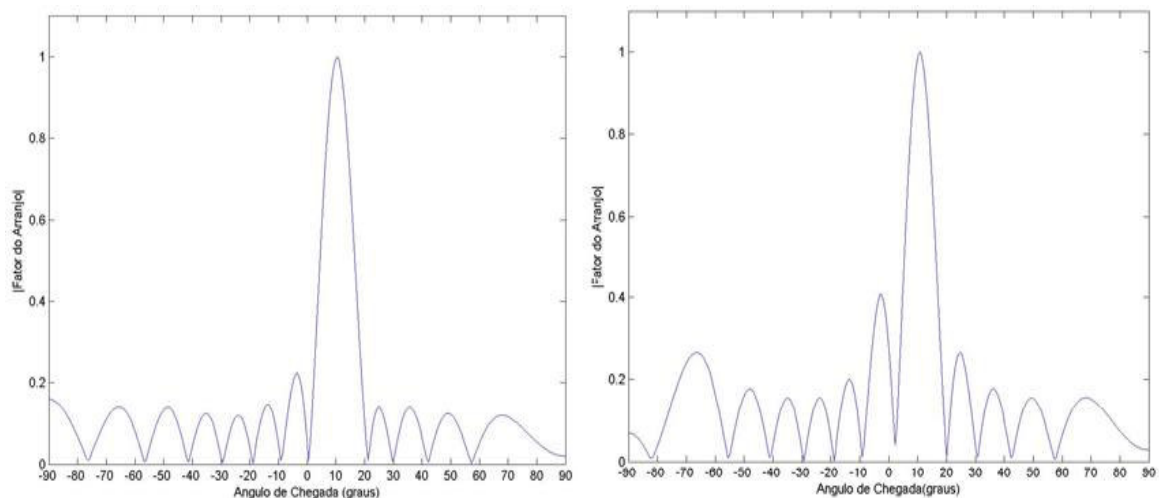


Figura 5.24: Diagrama de irradiação com $d = 3\lambda/4$ ou 0.75λ (LMS e NLMS).

Claramente visualiza-se que com uma longitude de onda de $1/4$, $1/2$ e $3/4$, os lóbulos iniciam sua busca do ângulo para qual foram programados e ao trabalhar com esses espaçamentos os lóbulos se tornaram mais diretivos para cada caso representado.

De acordo com os resultados obtidos, percebe-se que quando os sinais estão mais afastados um do outro, o processo de eliminação de interferências é facilitado. Contudo, não se esperava que, o caso do com menos elementos pudesse fornecer resultados mais satisfatórios que com muitos elementos do arranjo de antenas.

5.6 Considerações Finais

Neste capítulo abordamos toda parte dos experimentos computacionais com destaque para sinais de entrada do filtro que envolve todo e qualquer algoritmo no conjunto de antenas, as curvas de aprendizagem que determinam a parte de estabilidade e que o maior número de elementos na antena assim como tamanho do passo determina a melhora nas curvas médias de aprendizagem e na eficiência do (SNR) para LMS e NLMS, são mostradas também todo processo da formação de pesos das antenas inteligentes que a partir dele determina o processo de eliminação de interferências. São calculados os pesos reais e complexos de acordo com ambiente de sinal, a partir desses mesmos pesos determinaremos o erro médio quadrático (MSE), pois estão diretamente relacionados ao vetor peso. Por fim, simulamos os diagramas de irradiação para o caso de sinais de modo grande e razoável, sendo caso de número maior de elementos na antena (24 elementos) e número reduzido (8 elementos), foi constatado resultados satisfatórios para com menos elementos no arranjo de antenas.

Neste trabalho foram estudadas técnicas de *beamforming* (conformador de feixes) em antenas inteligentes, e assim processos de eliminação de sinais de interferências. Algoritmos *beamforming* foram executados para diversas situações e tendo sido estimado o parâmetro SNR para valor fixo de 10 dB.

Esse parâmetro é fundamental para o algoritmo se adaptar ao cenário. Considerando inicialmente o caso em que o sinal desejado incide distante ao sinal de interferência, ou seja, a diferença entre os AOA's desses sinais é grande, verificou-se que, com o aumento do número de antenas, a SNR foi admitida com valor consideravelmente baixo, por isso ao trabalhar com taxa de ruído a 10dB.

A realizar a comparação enquanto a eficiência do SNR (relação sinal ruído) do sinal de entrada versus sinal de saída, a saída do arranjo de antenas inteligentes com valores variantes de ruído de entrada nota-se claramente que o algoritmo NLMS fornece uma robustez maior em relação ao algoritmo LMS.

Para a primeira simulação dos gráficos de diagrama de irradiação foram mostrados para verificar o deslocamento do lóbulo principal quando existe interferência distante ao sinal desejado (15 graus). Isso acontece porque o sistema tenta garantir que a SNR seja o menor valor possível.

Para a segunda simulação foi mostrado o efeito da separação do espaçamento do arranjo de antenas a partir do deslocamento do lóbulo principal quando existe separação razoável do sinal desejado ao sinal interferente (10 graus). Para o mesmo caso a SNR é adotada para menor valor possível.

Geralmente, com a geração do lóbulo de radiação conclui-se que:

- Um maior número de elementos na matriz melhora a representação gráfica tanto para curvas de aprendizagem como para os lóbulos de radiação; onde se indica que você está gerando a conformação de feixes na direção desejada, contudo para o caso de menos elementos foi verificado também resultados satisfatórios.

- Os lóbulos mostram uma diretividade muito melhor devido ao aumento do número de elementos e também ao seu espaçamento em termos de comprimento de onda.
- Ao trabalhar com valores pequenos de ruído de entrada (10 dB) têm-se um valor de potência maior que vai diminuindo ao aumentar os níveis de ruído (5dB).

A qualidade do filtro é notavelmente elevada à medida que os elementos da matriz aumentam. O estudo e análise dos vários algoritmos adaptativos tem permitido elevar a base para o trabalho futuro na área de processamento digital de sinais. Pois estes tornaram-se o pilar para o desenvolvimento de algoritmos mais robustos, permitindo assim uma combinação adaptativa entre eles. Para aplicação desenvolvida ao longo deste trabalho é aconselhável tratar arranjos com um número adequado de elementos; desde que, no momento de se optar por um algoritmo ou outro, é levado em consideração, além das razões acima referidas o fator econômico de modo que se optaria por trabalhar com um algoritmo específico, ou uma estrutura combinada de ambos.

Capítulo 6

Conclusão e Comentários

Neste trabalho apresentamos a modelagem estocástica do algoritmo LMS, envolvendo a análise de convergência, suas propriedades, curva de aprendizagem, desajuste e as suas variantes NLMS e PNLMS. Dos algoritmos utilizados neste trabalho na parte de aplicação, têm-se o mais simples em relação ao custo computacional e estrutura matemática utilizada ser o Mínimos Quadrados Médio (LMS), que precisa de um maior número de iterações para atingir a convergência. Para a variação do algoritmo LMS, sendo no caso o algoritmo de Mínimos Quadrados Médio Normalizado (NLMS), necessita de um número maior de iterações para atingir a convergência, devido a normalização (norma quadrática do vetor de entrada), embora mostra-se mais robusto que o LMS, devido seu custo computacional ser mais elevado. Para o algoritmo PNLMS, necessita-se número considerável de iterações para atingir convergência.

É apresentado neste trabalho o processo de eliminação de interferências através do vetor de peso, sendo ela de fundamental importância para o processo. Através dos pesos é possível determinar o erro médio quadrático (MSE) que diminui a cada iteração até encontrar ponto de convergência e através dos mesmos pesos podemos calcular o fator da matriz normalizada para determinar os diagramas de irradiação. Esses diagramas quanto mais delgado for, ou seja, mais estreito, melhor sua diretividade, isto é, melhor a antena será para receber e transmitir energia irradiada num determinado sentido e mais é possível livrar-se de sinais de interferências indesejados na entrada da antena.

A partir da análise dos três algoritmos, conclui-se que o algoritmo PNLMS é muito melhor em comparação com o algoritmo LMS e NLMS na comunicação móvel, apesar do aumento do custo computacional, em comparação com os algoritmos LMS e NLMS. O algoritmo LMS é o método básico para atualizar os vetores de pesos, o NLMS e PNLMS são algoritmos que obtêm uma rápida convergência relacionados por suas próprias equações. O algoritmo PNLMS dá melhores características de convergência que o algoritmo LMS e NLMS, porque ele reduz o aumento de ruído dividindo consideravelmente parâmetro de tamanho do passo pelo peso do filtro, ou seja, o número de coeficientes dos pesos. Portanto, conclui-se que o algoritmo PNLMS é mais útil para o sistema de comunicação móvel, devido ao fator de convergência do vetor peso e ao MSE apresentar melhores resultados. Além disso foi apresentado um estudo de caso para redes de sensores com uso do algoritmo LMS. O uso de algoritmos adaptativos a essas redes dar-se devido a redução da comunicação e obtenção da estabilidade da rede.

6.1 Trabalhos Futuros

A proposta para trabalhos futuros é simular o algoritmo mínimos quadrados (LS) e o algoritmo de mínimos quadrados recursivo (RLS) para Arranjos de Antenas Inteligentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FARHANG-BOROJENY, B. Adaptive Filters: Theory and Applications. 1998.
- [2] MANOLAKIS, Dimitris G.; INGLE, Vinay K.; KOGON, Stephen M. **Statistical and adaptive signal processing: spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering, and array processing**. Norwood: Artech House, 2005.
- [3] DINIZ, Paulo SR. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation. 2008.
- [4] GAY, Steven L.; BENESTY, Jacob (Ed.). **Acoustic signal processing for telecommunication**. Springer Science & Business Media, 2012.
- [5] SONDHI, Man Mohan. The history of echo cancellation. **IEEE Signal Process. Mag.**, vol. 23, no. 5, pp. 95–102, Sept. 2006.
- [6] SONDHI, Man Mohan; BERKLEY, David A. Silencing echoes on the telephone network. **Proceedings of the IEEE**, v. 68, n. 8, p. 948-963, 1980.
- [7] MESSERSCHMITT, David G. Echo cancellation in speech and data transmission. **Selected Areas in Communications, IEEE Journal on**, v. 2, n. 2, p. 283-297, 1984.
- [8] HONIG, M. et al. Adaptive Filters; Structures, Algorithms, and Applications by M. Honig and D. Messerschmitt. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 81, n. 2, p. 578-578, 1987.
- [9] WIDROW, Bernard; STEARNS, Samuel D. Adaptive signal processing. **Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1985, 491 p.**, v. 1, 1985.
- [10] SAYED, Ali H. **Adaptive filters**. John Wiley & Sons, 2011.
- [11] SIMON, Haykin. Adaptive filter theory. **Prentice Hall**, v. 2, p. 478-481, 2002.
- [12] KUO, Sen M.; MORGAN, Dennis R. Active noise control: a tutorial review. **Proceedings of the IEEE**, v. 87, n. 6, p. 943-973, 1999.
- [13] HUANG, Yiteng Arden; BENESTY, Jacob (Ed.). **Audio signal processing for next-generation multimedia communication systems**. Springer Science & Business Media, 2007.
- [14] POULARIKAS, Alexander D.; RAMADAN, Zayed M. **Adaptive filtering primer with MATLAB**. CRC Press, 2006.
- [15] BATISTA, Eduardo Luiz Ortiz et al. Filtros volterra adaptativos: estruturas interpoladas e modelos estocásticos. 2009.
- [16] KALLMANN, Heinz E. Transversal filters. **Proceedings of the IRE**, v. 28, n. 7, p. 302-310, 1940.
- [17] ALMEIDA, Sérgio José Melo de et al. Análise estatística do comportamento de uma classe de algoritmos de projeções afins. 2004.
- [18] MITRA, Sanjit Kumar; KUO, Yonghong. **Digital signal processing: a computer-based approach**. New York: McGraw-Hill, 2006.
- [19] ÇABUK, Murat. **Adaptive step size and exponentially weighted affine projection algorithms**. 2002. Tese de Doutorado. Boğaziçi University.

- [20] DINIZ, P. S. R., da Silva, E. A. B. e LIMA NETTO, S. Processamento digital de sinais. Bookman, 2004.
- [21] WEEKS, M. Processamento digital de sinais. LTC, 2011.
- [22] DINIZ, Paulo SR. **Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation**. Springer Science & Business Media, 2012.
- [23] FARHANG-BOROUJENY, Behrouz. **Adaptive filters: theory and applications**. John Wiley & Sons, 2013.
- [24] COSTA, Eduardo Antônio Cesar da. Operadores aritméticos de baixo consumo para arquiteturas de circuitos DSP. 2002.
- [25] MATHEWS, V. John; DOUGLAS, Scott C. Adaptive Filters. **University of Utah, Salt Lake City**, 2003.
- [26] AZPICUETA RUIZ, Luis Antonio. Aplicación de algoritmos combinados de filtrado adaptativo a acústica de salas. 2011.
- [27] HAYKIN, Simon et al. Adaptive filtering theory. **Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall**, 1996.
- [28] HAYKIN, S. Neural networks: a comprehensive foundation. 1999.
- [29] VILLALOBOS, DURAN; ALBERTO, CARLOS. **IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO NLMS EN UN DSP**. 2012. Tese de Doutorado.
- [30] OROZCO-TUPACYUPANQUI, Walter; NAKANO-MIYATAKE, Mariko; PÉREZ-MEANA, Héctor. Filtro híbrido adaptativo en cascada para arreglos lineales uniformes de antenas. **Información tecnológica**, v. 25, n. 4, p. 103-122, 2014.
- [31] CARDAMA, Ángel et al. Antenas. **Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya**, 2002.
- [32] CONSTANTINE, A. Balanis. Antenna theory: analysis and design. **MICROSTRIP ANTENNAS, third edition, John wiley & sons**, 2005.
- [33] BAKSHI, U. A.; BAKSHI, A. V. **Antenna and Wave Propagation**. Technical Publications, 2009.
- [34] BALANIS, Constantine A.; IOANNIDES, Panayiotis I. Introduction to smart antennas. **Synthesis Lectures on Antennas**, v. 2, n. 1, p. 1-175, 2007.
- [35] RAO, Amara Prakasa; SARMA, N. V. S. N. Adaptive Beamforming Algorithms for Smart Antenna Systems. **WSEAS Transactions on Communications**, v. 13, p. 44-50, 2014.
- [36] MONZINGO, Robert A., HAUPT, Randy and MILLER, Thomas W. **Introduction to Adaptive Arrays**. 2nd ed., SciTech Publishing, 2011.
- [37] VAN VEEN, Barry; BUCKLEY, K. Beamforming techniques for spatial filtering. **Digital Signal Processing Handbook**, p. 61.1-61.20, 1997.
- [38] WIDROW, B.; HOFF, M. E. **ADAPTIVE SWITCHING CIRCUITS**. STANFORD UNIV CA STANFORD ELECTRONICS LABS, 1960.
- [39] WIDROW, Bernard; MCCOOL, John; BALL, Michael. The complex LMS algorithm. In: **IEEE Proceedings**. p. 719, 1975.
- [40] KOLODZIEJ, Javier Ernesto et al. Algoritmos adaptativos com sinal de entrada

normalizado: modelagem estatística e aprimoramentos. 2010.

- [41] SLOCK, Dirk. On the convergence behavior of the LMS and the normalized LMS algorithms. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 41, n. 9, p. 2811-2825, 1993.
- [42] AN, P. E.; BROWN, Martin; HARRIS, Chris J. On the convergence rate performance of the normalized least-mean-square adaptation. **Neural Networks, IEEE Transactions on**, v. 8, n. 5, p. 1211-1214, 1997.
- [43] MORGAN, Dennis R.; KRATZER, Steven G. On a class of computationally efficient, rapidly converging, generalized NLMS algorithms. **Signal Processing Letters, IEEE**, v. 3, n. 8, p. 245-247, 1996.
- [44] NAGUMO, Jin-Ichi; NODA, Atsuhiko. A learning method for system identification. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 12, n. 3, p. 282-287, 1967.
- [45] ALBERT, Arthur E.; GARDNER, Leland A. **Stochastic approximation and nonlinear regression**. MIT-Pr., 1967.
- [46] BITMEAD, Robert R.; ANDERSON, Brian. Performance of adaptive estimation algorithms in dependent random environments. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 25, n. 4, p. 788-794, 1980.
- [47] BERSHAD, Neil J. Analysis of the normalized LMS algorithm with Gaussian inputs. **Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 34, n. 4, p. 793-806, 1986.
- [48] EWEDA, Eweda. A new approach for analyzing the limiting behavior of the normalized LMS algorithm under weak assumptions. **Signal Processing**, v. 89, n. 11, p. 2143-2151, 2009.
- [49] KACZMARZ, Stefan. Angenäherte auflösung von systemen linearer gleichungen. **Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences et des Lettres**, v. 35, p. 355-357, 1937.
- [50] HAYKIN, Simon. **Neural networks, A comprehensive Foundation**. 1994.
- [51] HAYKIN, Simon. **Adaptive filter theory**. 1991.
- [52] MADISSETTI, Vijay; WILLIAMS, Douglas (Ed.). **Digital signal processing handbook on CD-ROM**. CRC Press, 1999.
- [53] NASCIMENTO, Vítor H.; SILVA, Magno TM. Adaptive filters. **Signal Processing Theory and Machine Learning**, p. 619-761, 2013.
- [54] HALIM, M. A. **Adaptive array measurements in communications**. Artech House, 2001.
- [55] ROKATA, Max; (Espanha, 2014). **A Encruzilhada sistêmica: A atomização social e o individualismo isolacionista**.
- [56] DUTTWEILER, Donald L. Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancelers. **Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on**, v. 8, n. 5, p. 508-518, 2000.
- [57] ANTONIOU, A., **Digital Signal Processing**. McGraw-Hill, 2006.
- [58] NUSSENZVEIG, H. Moysés. **Curso de Física básica - vol. 1 / - 4ª edição - - São Paulo: Editora Blucher, 2002.**

- [59] OSORIO, Alexandre Freire da Silva. **Antenas Adaptativas: Conceitos e Aplicações em Comunicações Móveis**. Dissertação de Mestrado. 1998.
- [60] BONEK, Ernst. **Smart Antennas for Second Third Generation Mobile Communications Systems**. Ph.D. Thesis, Technische Universitat Wien, im Marz, 1997.
- [61] PÉREZ-NEIRA, Ana; MESTRE, Xavier; FONOLLOSA, Javier Rodriguez. Smart antennas in software radio base stations. **Communications Magazine, IEEE**, v. 39, n. 2, p. 166-173, 2001.
- [62] WINTERS, Jack H. Smart antennas for wireless systems. **Personal Communications, IEEE**, v. 5, n. 1, p. 23-27, 1998.
- [63] FULGHUM, Tracy L.; MOLNAR, Karl J.; DUEL-HALLEN, Alexandra. The Jakes fading model for antenna arrays incorporating azimuth spread. **Vehicular Technology, IEEE Transactions on**, v. 51, n. 5, p. 968-977, 2002.
- [64] BIRCHLER, M. A. E911 Phase II location technologies. **IEEE Vehicular Technology Society News**, p. 4-9, 2002.
- [65] BHOBE, Alpesh U.; PERINI, Patrick L. An overview of smart antenna technology for wireless communication. In: **Aerospace Conference, 2001, IEEE Proceedings**. p. 2/875-2/883 vol. 2, 2001.
- [66] CAVALCANTI, Francisco Rodrigo P. Et al. Performance evaluation of sub-space techniques for array processing in TDMA systems. In: **Vehicular Technology Conference, 2001. VTC 2001 Fall. IEEE VTS 54th**. p. 1264-1268, 2001.
- [67] SINGH, Satgur, KAUR, Er. Mandeep. **A LMS and NLMS Algorithm Analysis for Smart Antenna**. IJARCSSE, vol. 5, issue 4, 2015.
- [68] BEEEX, A. A.; ZEIDLER, James R. Interference suppression with minimal signal distortion. In: **Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP'03). IEEE International Conference on**. p. VI-225-8, vol. 6, 2003.
- [69] WIDROW, Bernard et al. Adaptive noise cancelling: Principles and applications. **Proceedings of the IEEE**, v. 63, n. 12, p. 1692-1716, 1975.
- [70] CHOI, Sooyong; LEE, Te-Won. A negentropy minimization approach to adaptive equalization for digital communication systems. **Neural Networks, IEEE Transactions on**, v. 15, n. 4, p. 928-936, 2004.
- [71] GITLIN, Richard D.; HO, E. Y.; MAZO, J. E. Passband Equalization of Differentially Phase-Modulated Data Signals. **Bell System Technical Journal**, v. 52, n. 2, p. 219-238, 1973.
- [72] J. G. Proakis, **Digital Communications**, ch. 11. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [73] QURESHI, Shahid. Adaptive equalization. **Communications Magazine, IEEE**, v. 20, n. 2, p. 9-16, 1978.
- [74] SULYMAN, Ahmed I.; ZERGUINE, Azzedine. Convergence and steady-state analysis of a variable step-size NLMS algorithm. **Signal Processing**, v. 83, n. 6, p. 1255-1273, 2003.

- [75] SHIN, Hyun-Chool; SAYED, Ali H.; SONG, Woo-Jin. Variable step-size NLMS and affine projection algorithms. **IEEE signal processing letters**, v. 11, n. 2, p. 132-135, 2004.
- [76] FARHANG-BOROJENY, Behrouz. On statistical efficiency of the LMS algorithm in system modeling. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 41, n. 5, p. 1947-1951, 1993.
- [77] MBOUP, Mamadou; BONNET, Madeleine; BERSHAD, Neil. LMS coupled adaptive prediction and system identification: a statistical model and transient mean analysis. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 42, n. 10, p. 2607-2615, 1994.
- [78] THEODORIDIS, Sergios. Adaptive filtering algorithms. In: **Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE**. p. 1497-1501, 2001.
- [79] WIDROW, Bernard. Adaptive filters. **Aspects of network and system theory**, p. 563-587, 1971.
- [80] STEWART, Victoria; COWAN, Colin FN; SEZER, Sakir. Adaptive echo cancellation for packet-based networks. In: **Telecommunications and Networking-ICT 2004**. Springer Berlin Heidelberg, p. 516-525, 2004.
- [81] DUTTWEILER, Donald L. A twelve-channel digital echo canceler. **Communications, IEEE Transactions on**, v. 26, n. 5, p. 647-653, 1978.
- [82] HO, K. C. Performance of multiple LMS adaptive filters in tandem. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 49, n. 11, p. 2762-2773, 2001.
- [83] KOLL, V. G.; WEINSTEIN, Stephen B. Simultaneous two-way data transmission over a two-wire circuit. **Communications, IEEE Transactions on**, v. 21, n. 2, p. 143-147, 1973.
- [84] AFFES, Sofiène; GAZOR, Saeed; GRENIER, Yves. An algorithm for multisource beamforming and multitarget tracking. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 44, n. 6, p. 1512-1522, 1996.
- [85] GODARA, Lal C. Improved LMS algorithm for adaptive beamforming. **Antennas and Propagation, IEEE Transactions on**, v. 38, n. 10, p. 1631-1635, 1990.
- [86] KO, C. C. A simple, fast adaptive algorithm for broad-band null steering arrays. **Antennas and Propagation, IEEE Transactions on**, v. 39, n. 1, p. 122-125, 1991.
- [87] MASSA, Andrea et al. Planar antenna array control with genetic algorithms and adaptive array theory. **Antennas and Propagation, IEEE Transactions on**, v. 52, n. 11, p. 2919-2924, 2004.
- [88] WIDROW, B. et al. Adaptive antenna systems. **Proceedings of the IEEE**, v. 55, n. 12, p. 2143-2159, 1967.
- [89] MACHHI, Odile M.; BERSHAD, Neil J. Adaptive recovery of a chirped sinusoid in noise, Pt. II: Performance of the LMS algorithm. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, vol. 39, p. 595-602, 1991.

- [90] CAMPBELL, R. L.; YOUNAN, Nicolas H.; GU, J. Performance analysis of the adaptive line enhancer with multiple sinusoids in noisy environment. **Signal processing**, v. 82, n. 1, p. 93-101, 2002.
- [91] GHOGHO, Mounir; IBNKAHLA, Mohamed; BERSHAD, Neil J. Analytic behavior of the LMS adaptive line enhancer for sinusoids corrupted by multiplicative and additive noise. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 46, n. 9, p. 2386-2393, 1998.
- [92] RICKARD, John T. et al. A performance analysis of adaptive line enhancer-augmented spectral detectors. **Circuits and Systems, IEEE Transactions on**, v. 28, n. 6, p. 534-541, 1981.
- [93] TREICHLER, John R. Transient and convergent behavior of the adaptive line enhancer. **Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 27, n. 1, p. 53-62, 1979.
- [94] ZEIDLER, James R. et al. Adaptive enhancement of multiple sinusoids in uncorrelated noise. **Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 26, n. 3, p. 240-254, 1978.
- [95] PLETT, Gregory L. Adaptive inverse control of unmodeled stable SISO and MIMO linear systems. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, v. 16, n. 4, p. 243-272, 2002.
- [96] PLETT, Gregory L. Adaptive inverse control of linear and nonlinear systems using dynamic neural networks. **Neural Networks, IEEE Transactions on**, v. 14, n. 2, p. 360-376, 2003.
- [97] SHAFIQ, Muhammad. Adaptive inverse control: Internal model control structure. **IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences**, v. 87, n. 8, p. 2164-2167, 2004.
- [98] WIDROW, B. E Walach. **Adaptive Inverse Control**. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [99] AKYILDIZ, Ian F. et al. Wireless sensor networks: a survey. **Computer networks**, v. 38, n. 4, p. 393-422, 2002.
- [100] INTANAGONWIWAT, Chalermek; GOVINDAN, Ramesh; ESTRIN, Deborah. Directed diffusion: a scalable and robust communication paradigm for sensor networks. In: **Proceedings of the 6th annual international conference on Mobile computing and networking**. ACM, 2000. p. 56-67.
- [101] LOUREIRO, Antonio AF et al. Redes de sensores sem fio. In: **Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores (SBRC)**. sn, p. 179-226, 2003.
- [102] RUIZ, Linnyer Beatrys et al. Arquiteturas para Redes de Sensores Sem Fio1. 2004.
- [103] ESTRIN, Deborah et al. Next century challenges: Scalable coordination in sensor networks. In: **Proceedings of the 5th annual ACM/IEEE international conference on Mobile computing and networking**. ACM, p. 263-270, 1999.
- [104] University of Siegen. “Zess – IP – Research: Master Student Topics”. Disponível em: http://www.zess.uni-siegen.de/cms/front_content.php?idcat=76, acessado em março de 2016.

- [105] PEREIRA, Marluce R.; DE AMORIM, Cláudio L.; DE CASTRO, Maria Clicia Stelling. Tutorial sobre redes de sensores. **Cadernos do IME-Série Informática**, v. 14, p. 39-53, 2013.
- [106] TILAK, Sameer; ABU-GHAZALEH, Nael B.; HEINZELMAN, Wendi. A taxonomy of wireless micro-sensor network models. **ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review**, v. 6, n. 2, p. 28-36, 2002.
- [107] BANSAL, Meenakshi; RAJPUT, Rachna; GUPTA, Gaurav. Mobile ad hoc networking (MANET): Routing protocol performance issues and evaluation considerations. **The internet society**, 1999.
- [108] DE MORAIS CORDEIRO, Carlos; AGRAWAL, Dharma P. Mobile ad hoc networking. **Center for Distributed and Mobile Computing, ECECS, University of Cincinnati**, p. 1-63, 2002.
- [109] BERTSEKAS, Dimitri P. A new class of incremental gradient methods for least squares problems. **SIAM Journal on Optimization**, v. 7, n. 4, p. 913-926, 1997.
- [110] RABBAT, Michael G.; NOWAK, Robert D. Quantized incremental algorithms for distributed optimization. **Selected Areas in Communications, IEEE Journal on**, v. 23, n. 4, p. 798-808, 2005.
- [111] SAYED, Ali H.; LOPES, Cassio G. Distributed recursive least-squares strategies over adaptive networks. In: **Signals, Systems and Computers, 2006. ACSSC'06. Fortieth Asilomar Conference on**. IEEE, 2006. p. 233-237.
- [112] LOPES, Cassio G.; SAYED, Ali H. Incremental adaptive strategies over distributed networks. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 55, n. 8, p. 4064-4077, 2007.
- [113] ABDOLLEE, Reza; CHAMPAGNE, Benoit. Distributed blind adaptive algorithms based on constant modulus for wireless sensor networks. In: **Wireless and Mobile Communications (ICWMC), 2010 6th International Conference on**. IEEE, p. 303-308, 2010.
- [114] LOPES, Cassio G.; SAYED, Ali H. Diffusion least-mean squares over adaptive networks. In: **2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing-ICASSP'07**, 2007.
- [115] CATTIVELLI, Federico S.; LOPES, Cassio G.; SAYED, Ali H. Diffusion recursive least-squares for distributed estimation over adaptive networks. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 56, n. 5, p. 1865-1877, 2008.
- [116] CATTIVELLI, Federico S.; SAYED, Ali H. Diffusion strategies for distributed Kalman filtering and smoothing. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 55, n. 9, p. 2069-2084, 2010.
- [117] TAKAHASHI, Noriyuki; YAMADA, Isao; SAYED, Ali H. Diffusion least-mean squares with adaptive combiners: Formulation and performance analysis. **Signal Processing, IEEE Transactions on**, v. 58, n. 9, p. 4795-4810, 2010.
- [118] ABDOLLEE, Reza; CHAMPAGNE, Benoit. Diffusion LMS algorithms for sensor networks over non-ideal inter-sensor wireless channels. In: **Distributed Computing in Sensor Systems and Workshops (DCOSS), International Conference on**. p. 1-6, 2011.

Apêndice A

Estado da Arte

Nesta seção são apresentados trabalhos seminal e recentes, das pesquisas realizadas pela comunidade científica internacional na área de Modelagem Estocástica, com ênfase na teoria, formulação e aplicações do algoritmo LMS e sua variante NLMS e no Sistema de Antenas Inteligentes. Esta pesquisa está sendo realizada nos Laboratórios de Sistemas Embarcados e Controle Inteligente (LABSECI) e Controle de Processos (LCP), da Universidade Federal do Maranhão.

A.1 Relevantes no Contexto

1. [Priyanka, et al., 2013] – A Comparative Beamforming Analysis of LMS and NLMS Algorithms for Smart Antenna.

Esse artigo apresenta comparativo entre dois algoritmos convencionais LMS e NLMS para análise do Beamforming em Antenas Inteligentes. O objetivo geral deste artigo é criar feixe estreito para uma melhor direção desejada, em que o padrão de radiação dar-se na forma polar. Sobre esse comparativo, apresenta-se que o algoritmo NLMS é mais robusto que o LMS, e que devido as suas características, tem sido em aplicações em tempo real.

2. [Singh et al., 2015] – A LMS and NLMS Algorithm Analysis for Smart Antenna.

Esse artigo é verificado a análise dos algoritmos convencionais LMS e NLMS, é abordado a diferença que trata o desempenho através do vetor peso que é calculado de acordo com as equações do algoritmo LMS. Mostra-se o melhor resultado para o Erro Quadrático Médio (MSE) para algoritmo mais robusto, denominado NLMS. Para nossa aplicação é artigo base.

3. [Motiur et al., 2013] – Least Mean Square (LMS) for Smart Antenna.

Este artigo aborda o algoritmo LMS tradicional, em que não faz comparativo com outro algoritmo em si, mas com ele próprio. É feita análise da convergência através do MSE que a partir de dada iteração a condição é satisfeita.

A.2 Geral

1. [Haykin, 1994] – Neural Networks: a Comprehensive Foundation.
2. [Haykin, 2008] – Neural Networks and Learning Machines.
3. [Mendel, 1995] – Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications and Control.
4. [Simon Haykin, 2010] – Handbook on Array Processing and Sensor Networks.

Aqui apresentam-se uma lista de bibliografias referenciadas de acordo com as

pesquisas realizadas para a análise de convergência do algoritmo LMS e para arranjo de Antenas Inteligentes.

A.2.1 Seminal – Teoria-LMS

1. [Godavarti and Hero, 2005] – Partial update LMS Algorithms.

Este artigo apresenta uma abordagem estocástica da análise de convergência das classes sequenciais da atualização parcial do algoritmo LMS (S-LMS), SPU-LMS e P-LMS. No decorrer do artigo são apresentadas características para cada sistema e são produzidos resultados numéricos a cada algoritmo para taxa de convergência e para erro quadrático médio em estado estacionário.

2. [Widrow and Kamenetsky, 2003] – On the Statistical Efficiency of the LMS Family of Adaptive Algorithms.

Neste artigo faz-se a comparação entre algoritmo LMS convencional e o algoritmo LMS/Newton para algoritmo de gradiente descendente. O LMS/Newton é realizado através do Método de Newton e do próprio LMS padrão, e pode ser implementado em muitas aplicações práticas. O desempenho desses dois algoritmos é comparado e para os mesmos são ditos iguais, ou seja, apresentam resultados semelhantes para sinais de entrada não estacionário e tempos de amostragem.

A.2.2 LMS – Aplicações

1. [Huang et al., 2013] – Regularization Selection Method for LMS-Type Sparse Multipath Channel Estimation.

Neste artigo é apresentado o algoritmo esparso adaptativo LMS-type para estimação do canal Multipath (Caminhos Múltiplos) devido a duas vantagens: baixo custo computacional e confiabilidade. Nele a relação matemática entre o tamanho do passo e o próprio Algoritmo LMS-type. É realizado simulações computacionais baseado em Monte Carlo para os algoritmos (ZA-LMS) e (RZA-LMS).

2. [King et al., 2012] – Empirical-Stochastic LMS-MIMO Channel Model Implementation and Validation.

Este artigo apresenta as redes LMS formando uma componente chave para Internet Móvel, em que utiliza técnicas MIMO para melhorar a eficiência do espectro e interrupções do sistema. As redes LMS-MIMO podem ser obtidas usando satélites com polarização das Antenas. É mostrado os passos requerido para implementar uma simples polarização circular LMS-MIMO para modelo de canal de banda estreita.

A.3 Antenas Inteligentes

A.3.1 Algoritmo LMS para Antenas Inteligentes

1. [Patra et al., 2015] – Power Pattern Synthesis of Smart Antenna Array Using different Adaptive Algorithms.

Este artigo faz uma abordagem sobre estudo comparativo de três algoritmos, LMS, SMI e RLS. É constatado através do algoritmo RLS o melhor desempenho quanto a convergência do algoritmo, através das técnicas Beamforming em Antenas Inteligentes.

2. [Rani et al., 2009] – LMS and RLS Algorithms for Smart Antennas in a W-CDMA Mobile Communication Environment.

Neste artigo é apresentado dois algoritmos, LMS e RLS para Beamforming adaptativos em Antenas Inteligentes, com foco usados para calcular os pesos complexos que determina o MSE. É analisado a velocidade de convergência dos respectivos algoritmos, e através dela mostra que o RLS é mais eficiente no ambiente de comunicação de móvel.

A.3.2 Geral – Arranjo de Antenas Inteligentes.

1. [Salunke and Kawitkar, 2013] – Analysis of LMS, NLMS and MUSIC Algorithms for Adaptive Array Antenna System.

Este artigo apresenta a análise de desempenho dos algoritmos convencionais LMS e NLMS, sendo que o algoritmo NLMS apresenta melhor resultado de convergência que LMS. O algoritmo MUSIC é apresentado como referência aos convencionais que indica também localização dos usuários desejados para sistema de Antenas Inteligentes.

A.3.3 Conformadores de Feixes em Antenas Inteligentes

1. [Rao and Sarma, 2014] – Adaptive Beamforming Algorithms for Smart Antenna Systems.

Neste artigo é tratado vários algoritmos usados para adaptar os pesos dos arranjos de Antenas Inteligentes. Destaque-se o LMS, CMA e o RLS. Diferentes tipos de arranjos são tratados entre eles circular e planar. Os resultados de simulações mostram que o RLS é o melhor para análise de convergência através do MSE para comunicação móvel.

2. [Kumbar, 2015] – Adaptive Beamforming Smart Antenna for Wireless Communication System.

Neste artigo apresenta-se o estudo de dois algoritmos, MUSIC e RLS. Ambos tem elevada taxa de convergência para reduzir o erro quadrático médio e baixa complexidade computacional. Os pesos obtidos são usados para orientar o feixe da antena na direção desejada. Os resultados apresentados mostram que o desempenho melhora com alta taxa SNR e que o MUSIC forma alta resolução e adicionará novas possibilidades da separação do usuário e ser usado frequentemente no projeto de Sistemas em Antenas Inteligentes.

Apêndice B

Simulações do Algoritmo PNLMS

Nesta seção é apresentado os resultados de simulação do Algoritmo PNLMS conforme Capítulo 5.

B.1 Tabela do Algoritmo PNLMS

Para as devidas simulações, adota-se certos parâmetros a utilizar para o desenvolvimento do presente algoritmo.

ALGORITMO MÍNIMOS QUADRADO MÉDIO NORMALIZADO PROPORCIONAL (PNLMS)

PARÂMETRO	VALOR
μ =Tamanho do passo	0,0008; 0,001; 0,003; 0,005
ε = constante positiva mínima	0,002
β = constante escalar positiva de intervalo $0 < \beta \leq 1$	0,99
SNR entrada= Relação sinal ruído	5, 10 dB
M= Número de antenas no arranjo	8; 16; 24
d/λ = Longitude de onda	1/4; 1/2
N= Número de iterações	100, 1000; 5000
testes= Número de experimentos	120
θ = Ângulo de incidência sinal desejado	$\pi/6$
θ_2 = Ângulo de incidência sinal interferência	$\pi/4$
$A_1 + S_1$ = Amplitude + Sinal de interesse	$\text{Cos}(2\pi)$
$A_2 + S_2$ = Amplitude+ Sinal interferente	$0,2\text{Sen}(4\pi)$

Tabela 11: Parâmetros do Algoritmo LMS Normalizado Proporcional.

Cabe realçar que se adiciona a constante β , relacionada com a recursão necessária para alcançar o vetor de pesos ótimos, sendo a principal diferença para o algoritmo convencional NLMS.

Também é importante mencionar que em certos casos o número de iterações usados aumenta-se; isto é, devido a razões que são detalhadas posteriormente.

B.2 Curvas de Aprendizagem do Algoritmo PNLMS

Os gráficos das curvas médias de aprendizagem representado para cada um dos valores do tamanho do passo para um arranjo de 8 e 24 antenas são mostrados a seguir:

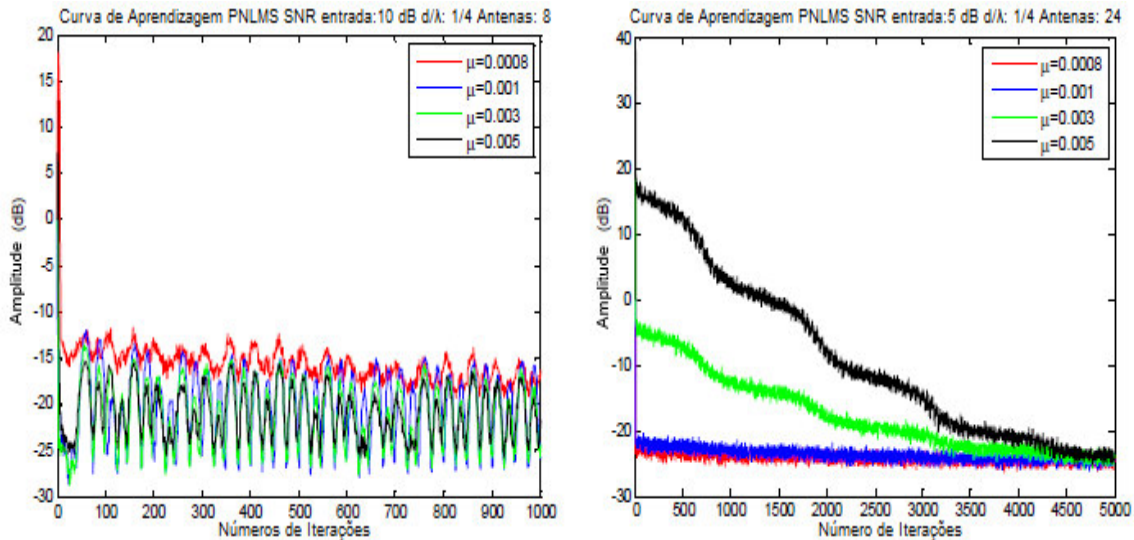


Figura 5.25: Algoritmo LMS Proporcional Normalizada: μ : 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005; SNR entrada = 10 dB, $d/\lambda = 0.25$, $\theta = \pi/6$, $M = 8$ (esquerda), μ : 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005; SNR entrada=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta = \pi/6$, $M = 24$ (direita).

Na Figura 5.25 observa-se um aumento nas iterações ($M = 24$ elementos) e ($N = 5000$ iterações), devido a um aumento do número de antenas, há uma tendência para não atingir o estado estacionário, de modo que um arranjo de 24 elementos mostra-se para valores $\mu = 0,003$ e $0,005$, o algoritmo nas circunstâncias descritas acima não fornecem uma solução aceitável.

Determina-se que a medida que o número de elementos aumenta, o estado estacionário das curvas se alcança com número maior de iterações. Então a partir de $N = 5000$ iterações observa-se, para um valor de tamanho do passo que está crescendo começa sua estabilização, ao contrário de valores μ pequeno (0,0008 e 0,001), atingindo um valor menor de iterações uma possível solução para o algoritmo.

É importante notar que o tamanho do passo de valor neste algoritmo é diretamente afetado pelo valor de M ; deve-se ter $\mu < M$, em comparação com os valores utilizados no algoritmo NLMS.

B.3 Lóbulos de Radiação, Vetor de Peso e MSE do Algoritmo PNLMS

Nesta Seção o Algoritmo PNLMS é representado como uma outra variante do LMS, sendo de complexidade computacional moderado, pois existe uma dificuldade relativa no seu parâmetro de ajuste. O algoritmo PNLMS tem diferenças em comparação com a velocidade de convergência do algoritmo LMS e NLMS e sua maior complexidade em comparação com os outros algoritmos. A diferença entre o algoritmo PNLMS com outros algoritmos convencionais LMS e NLMS é apenas a atualização do peso. A atualização do peso do algoritmo PNLMS é dado na Equação (3.79).

Na Figura 5.26, mostra-se a direção de chegada do sinal desejado e o sinal de interferência:

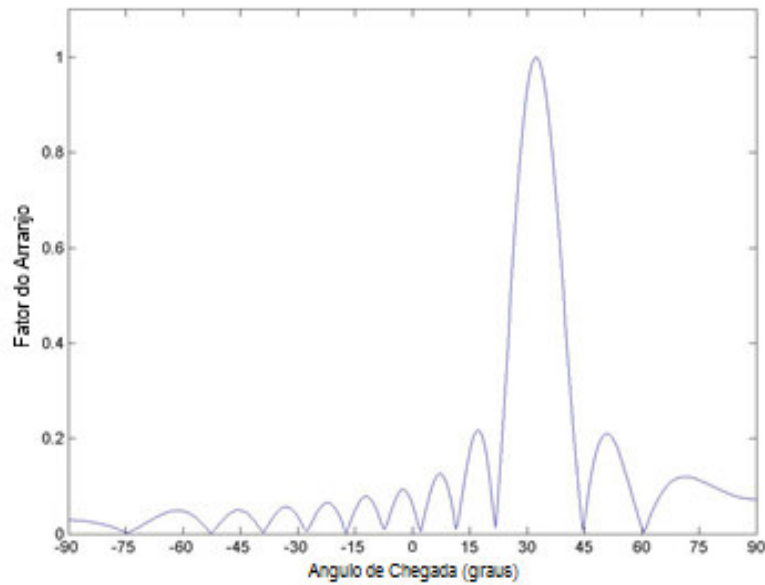


Figura 5.26: Fator do Arranjo do algoritmo PNLMS quando AOA do sinal desejado é 30° e interferência 45° .

Na Figura 5.26 mostra-se o feixe da antena principal na direção desejada e nulos que estão na direção de interferência. Nota-se que quando se trabalha com números de antenas (no caso 24 elementos), observou-se elevado número de lóbulos laterais como explicado anteriormente é bom para sistemas de antenas inteligentes.

A atualização dos pesos do algoritmo PNLMS é mais rápido do que o algoritmo LMS e NLMS, que é mostrada na Figura 5.27:

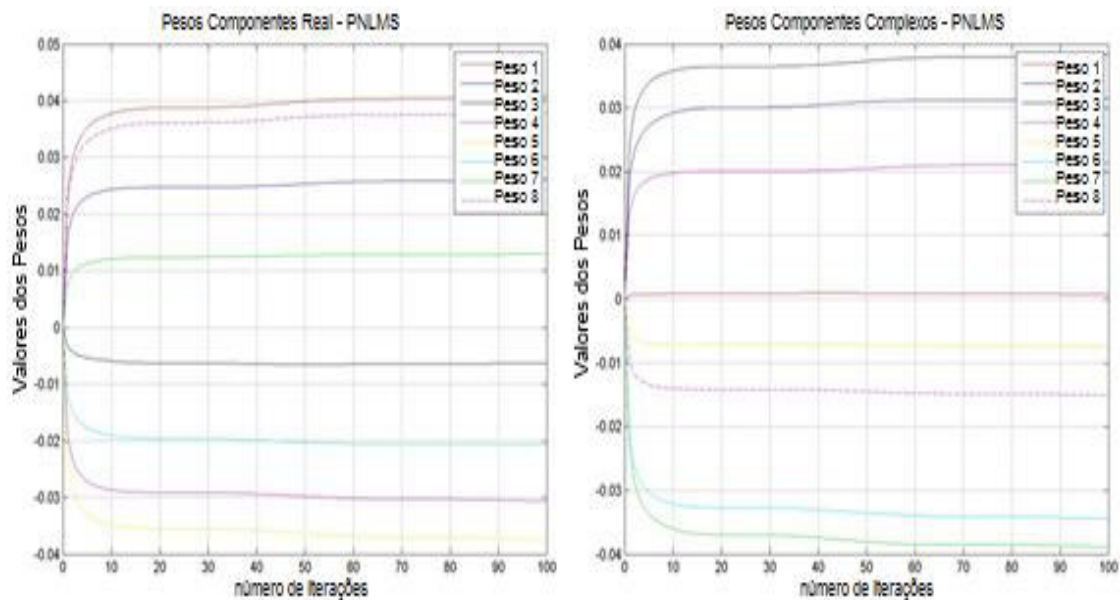


Figura 5.27: Atualização dos Pesos do Algoritmo PNLMS.

A atualização dos pesos do Algoritmo PNLMS é dado na Equação (3.79). Na Tabela 12, a análise dos pesos para $N = 24$ ULA são:

<i>Pesos</i>	<i>Real e Complexo</i>
W'_1	111
W'_2	10.65507+0.75801il
W'_3	1-0.13575+0.94462il
W'_4	1-0.74213+0.54107il
W'_5	1-0.92484-0.16375il
W'_6	1-0.52557-0.83524il
W'_7	10.30096-0.95794il
W'_8	10.92206-0.38872il
W'_9	10.85158+0.44446il
W'_{10}	10.25307+0.87768il
W'_{11}	1-0.4537+0.79821il
W'_{12}	1-0.93034+0.23666il
W'_{13}	1-0.8082-0.59676il
W'_{14}	1-0.052753-1.0127il
W'_{15}	10.70888-0.66493il
W'_{16}	10.93161+0.070612il
W'_{17}	10.60431+0.6888il
W'_{18}	1-0.11056+0.93681il
W'_{19}	1-0.83485+0.57149il
W'_{20}	1-0.96927-0.27627il
W'_{21}	1-0.40692-0.89976il
W'_{22}	10.38265-0.8695il
W'_{23}	10.85142-0.3175il
W'_{24}	10.85535+0.41053il

Tabela 12: Análise dos pesos reais e complexos para algoritmo PNLMS.

O Erro Quadrático Médio do algoritmo PNLMS reduz muito rápido, em comparação com LMS e NLMS. Na Figura 5.28, o gráfico entre o Erro Quadrático Médio (dB) e número de iterações é mostrado abaixo:

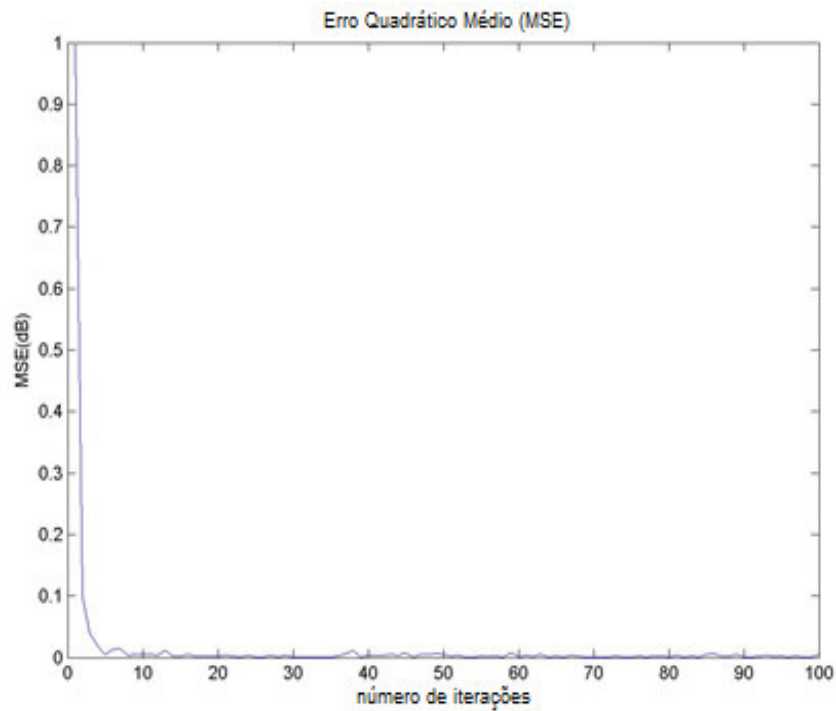


Figura 5.28: Erro Quadrático Médio do algoritmo PNLMS pelo número de iterações quando AOA do sinal desejado é 30° e interferência 45° .

Na Figura 5.28, mostra ainda que a velocidade de convergência do PNLMS é maior, em comparação com o algoritmo LMS e NLMS. Observa-se que o MSE diminui a cada iteração e converge para gráfico a partir de 10 iterações. Devido ao elevado número de elementos na matriz, a convergência do vetor de peso e MSE foi muito mais rápido.