UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

GENI PEREIRA CARDOSO

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: contribuições à constituição conceito de fração no 5º Ano do ensino fundamental

São Luís
2019

GENI PEREIRA CARDOSO

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA:
contribuições à constituição do conceito de fração no 5º Ano do ensino fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica para obtenção do título de Mestre em Gestão de Ensino de Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Luna Neres

São Luís

2019

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Cardoso, Geni Pereira
Registros de representação semiótica: contribuições à constituição conceito de fração no 5° Ano do ensino fundamental / Geni Pereira Cardoso. -2019.
182 f.: il.

Orientador(a): Raimundo Luna Neres

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica/CCSO, Universidade Federal do Maranhão, São Luís - MA, 2019.

1. Ensino Fundamental. 2. Fração. 3. Registro Semióticos. I. Neres, Raimundo Luna. II. Título

GENI PEREIRA CARDOSO

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA:

contribuições à constituição do conceito de fração no 5º Ano do ensino fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica para obtenção do título de Mestre em Gestão de Ensino de Educação Básica.

Aprovada em: / /

BANCA EXAMINADORA

Prof. Raimundo Luna Neres (Orientador)
Doutor em Educação
Universidade Federal do Maranhão

Prof. João Coelho Silva Filho (Examinador)
Doutor em Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

Prof.ª Drª. Vanja Maria Dominices Coutinho Fernandes (Examinador)
Doutora em Educação
Universidade Federal do Maranhão

AGRADECIMENTO

A Deus, o meu eterno agradecimento por ter me concedido forças e determinação para prosseguir nos momentos de dificuldades enfrentadas no decurso desse trabalho. Pelas lições aprendidas e principalmente por possibilitar a conclusão do mesmo, apesar dos obstáculos.

À minha família, especialmente minha mãe, Maria Rosa, por me motivar a sempre seguir em frente e não desistir de meus ideais e ao meu filho amado pelo companheirismo e apoio em todos os momentos.

Ao meu orientador Prof. Drª. Raimundo Luna Neres, que me abriu as portas do seu grupo de estudo; me incentivou a ingressar no Mestrado e por me acompanhar na realização dessa pesquisa.

À Prof.ª Dr. Vanja Maria Dominices Coutinho Fernandes pela disponibilidade em me ouvir, orientar nos momentos mais difíceis. Pelas palavras de conforto e ainda por sua ética, compromisso e seriedade que sempre foi um grande exemplo para mim como profissional.

Ao Prof. João Coelho Silva Filho, por aceitar participar da banca examinadora deste trabalho desde a qualificação e pelas contribuições dadas ao trabalho.

Ao Prof. Dr Antonio de Assis Cruz Nunes, por estar presente em minha vida desde a graduação e muito contribuiu para minha formação profissional. Foi quem me ensinou os primeiros passos a ser seguidos em uma pesquisa.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação Gestão da Ensino da Educação Básica, PPGEEB, pela contribuição deixada em cada disciplina ministrada durante o curso.

A todos os colegas de curso de mestrado com quem tive a oportunidade de conviver e aprender grandes lições que serão levadas para a vida.

Aos amigos de todas as horas que sempre me apoiam especialmente, Jordanilson Melo, pelas contribuições dadas sempre que necessito, Mailana Almeida, pelas palavras de incentivo nos momentos de desânimo, Maria do Livramento que contribuiu muito para minha capacitação profissional.

À Direção da escola municipal Odorico Câmara onde desenvolvi esta pesquisa, pela forma gentil como acolheu este trabalho. À professora colaboradora, Mirtes pela disponibilidade em abrir as portas de sua sala de aula e contribuir com a realização deste trabalho.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo geral elaborar uma proposta didática subsidiada por premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica que auxilie no processo de ensino aprendizagem da ideia de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se de uma pesquisa qualitativa com característica da pesquisa colaborativa realizada em uma escola da rede pública municipal de São Luís-Ma. Teve como colaboradora a professora do 5º Ano B do Ensino fundamental da escola Odorico Câmara e seus alunos. Utilizou-se como instrumento de coleta de dados a observação participante, entrevista com a professora e atividade diagnóstica com os alunos. A pesquisa revelou que a prática da professora era direcionada por uma concepção de ensino de fração distante de tendências atuais e que os conhecimentos que possuía a respeito desse conteúdo apresentavam lacunas consideráveis deixadas pela formação inicial. As noções dos alunos a respeito de conteúdos que envolviam operações fundamentais e noções sobre fração que eram bem elementares. Ao fim da proposta de intervenção os alunos demonstraram ter se apropriado da ideia de fração e ainda ampliaram a capacidade de compreensão de enunciados matemáticos e habilidades relacionadas ao conteúdo do bloco de números e operações. Concluiu-se que a professora necessitava de atualização e ampliação de conhecimentos relacionados a fração e seu ensino; que os alunos necessitavam consolidar habilidades relacionadas a conteúdo do bloco de Números e operações que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode oferecer contribuições significativas ao ensino de conteúdos sobre fração nos anos iniciais do Ensino fundamental.

Palavras chaves: Ensino fundamental. Fração. Registros semióticos.

ABSTRACT

This research had as its general objective to elaborate a didactic proposal subsidized by premises of the Semiotic Representation Records Theory that helps in the teaching process learning of the idea of fraction in the early years of elementary school. This is a qualitative research with the characteristic of collaborative research carried out in a school of the municipal public network of São Luís-Ma. The collaborator was the teacher of the 5th grade B of elementary school of the Odorico Câmara school and its students. Participatory observation, interview with the teacher and diagnostic activity with the students were used as a data collection instrument. The research revealed that the teacher's practice was guided by a conception of teaching from a fraction distant from current trends and that her knowledge about this content had considerable gaps left by the initial education. Students' notions of content that involved fundamental operations and notions of fraction that were quite elementary. At the end of the intervention proposal the students demonstrated to have appropriated the idea of fraction and also expanded the ability to understand mathematical statements and skills related to the number block and operations content. It was concluded that the teacher needed updating and expansion of knowledge related to the fraction and its teaching; that students needed to consolidate content related skills from the Number block and operations that Semiotic Representation Record Theory can make significant contributions to the teaching of fraction content in the early years of elementary school.

Keywords: Elementary school. Fraction. Semiotic records.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FOTOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O que se vai apresentar resulta de um processo longo que envolveu dificuldades, incertezas, angústias, dentre outros sentimentos, uma vez que exigiu tomada de posição diante de situações inesperadas para no final trazer um resultado contribuir no próprio aprimoramento pessoal profissional e, para emergência de novas práticas de ensino sobre fração nos anos iniciais do Ensino fundamental. A escolha da definição do tema de estudo e o envolvimento com ele decorreu de experiências vivenciadas com a Matemática desde a época da escolarização básica até a ocasião de chegada ao Mestrado, momento em que se passou a compreender a importância do papel que a pesquisa assume na formação do professor.

Nesse sentido, esta pesquisa, se configura como parte do esforço pessoal empreendido desde o início da carreira profissional visando ao aperfeiçoamento da prática de ensino por meio do aprofundamento de conhecimentos adquiridos durante a formação inicial. Sabendo que o exercício da docência demanda do professor exigências que tornam imprescindível o desenvolvimento de um repertorio de saberes cada vez maior, passou-se a dedicar tempo e recursos na formação profissional continuada. A fim de adquirir as habilidades necessárias ao exercício de uma ação docente que garanta uma aprendizagem satisfatória aos alunos.

No caso específico da disciplina de Matemática, observando diariamente as dificuldades enfrentadas por alunos e professores no processo de ensino aprendizagem dessas disciplinas; o desencanto com a forma automática como essa disciplina continua sendo ensinada nos dias atuais. No cotidiano escolar ainda predomina práticas de ensino de matemática fundamentadas em concepções obsoletas, que se caracterizam pela repetição e memorização de regras e procedimentos. São práticas de ensino que já vêm sendo criticadas há várias décadas por diversas pesquisas e reiteradas, desde os anos 90, pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática.

Desse modo, o anseio para ver emergir novas formas de ver e ensinar a Matemática foi o que conduziu questionar as práticas vigentes e buscar subsídios que possibilitassem a reformulação do fazer pedagógico e oportunizasse aos alunos uma aprendizagem mais consistente.

Movida por esse anseio, passou-se a dedicar tempo ao estudo de temas voltados para o ensino da matemática. Nesse percurso, dois momentos distintos da vida acadêmica e profissional foram decisivos para despertar interesse em investigar esta temática. O primeiro deles se relaciona à experiência como professora do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal, que possibilitou o contato direto com as dificuldades vivenciadas por alunos na aprendizagem dos conteúdos da Matemática e a angústia vivida pelos professores, em consequência da situação dos alunos.

O segundo momento se deu a partir de experiências vivenciadas como formadora de um programa de formação continuada criado no governo Dilma Roulsseff, Pacto Pela Alfabetização na Idade Certa (2013). Nessa ocasião, teve-se a oportunidade de conhecer aportes teóricos que defendiam um modelo de ensino de Matemática complemente distinto das práticas vivenciadas no cotidiano da sala de aula até aquele momento. Assim, as descobertas feitas durante as formações despertaram o interesse na pesquisadora para ingressar no Grupo de Estudo Educação Matemática, Ciências e Produção de Saberes em (2017), período no qual teve-se a oportunidade de estabelecer uma primeira aproximação com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, cujo aporte teórico direcionou o olhar na execução desta pesquisa.

O contato com essa teoria possibilitou um vislumbre de novas possibilidades de ensino e aprendizagem em Matemática pela importância conferida às representações semióticas na aprendizagem dessa disciplina e pelas contribuições significativas tanto em aspectos conceituais, já que auxiliam na compreensão de como se dá a aquisição do pensamento matemático, quanto aos aspectos metodológicos, uma vez que traça orientações que possibilitam um direcionamento das reflexões acerca de suas maneiras de ensinar e aprender, no sentido de encontrar alternativas concretas para o ensino de Matemática.

Considerando os argumentos acima relatados e tendo em vista, as dificuldades enfrentadas por alunos e professores no processo de ensino aprendizagem da matemática; o inconformismo diante de tais dificuldades; as contribuições trazidas pela Teoria de Duval e o anseio pela emergência de novas formas de ver e conceber o ensino dessa disciplina, tudo isso foi o fio condutor ao seguinte problema de pesquisa: *Como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode subsidiar uma proposta de intervenção que auxilie os alunos na construção da ideia de fração no 5º ano do ensino fundamental?* E para melhor desenvolvimento dessa investigação elaborou-se as seguintes questões norteadoras: Como a coordenação/diversificação de registro de representação semiótica podem subsidiar os alunos do 5º Ano na construção da ideia de fração? Quais fatores interferem no processo de ensino que impossibilitam a aprendizagem da fração pelos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental? Como os registros de representação semiótica podem contribuir para a elaboração de uma proposta didática que auxiliem no ensino aprendizagem dos conteúdos que envolvem a ideia de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

A pesquisa teve como objetivo geral elaborar uma proposta didática subsidiada por premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica que auxilie no processo de ensino aprendizagem da ideia de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

E a partir das questões de pesquisa anunciadas acima, propõe-se os seguintes objetivos específicos: Compreender quais as contribuições da Teoria *dos Registros de Representação Semiótica podem subsidiar o ensino de fração do 5º ano do Ensino Fundamental;* identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no 5º ano do ensino fundamental na aprendizagem do conteúdo de fração; verificar quais fatores interferem no processo de ensino, impossibilitando a aprendizagem do conteúdo de fração aos alunos do 5º ano do ensino fundamental e desenvolver uma proposta de intervenção fundamentada nos pressupostos da Teoria dos Registros Representação Semiótica que colabore para aprendizagem dos conteúdos de fração no 5º ano do Ensino Fundamental.

Ressalta-se que o interesse em investigar esta temática provém de inquietações que surgiram durante as experiências vivenciadas nos momentos já relatados anteriormente; da percepção da necessidade de romper com velhas práticas que pouco tem contribuído para uma aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina e do anseio de fazer despontar novas concepções e práticas que conduzam os alunos na elaboração de conhecimentos que os capacitem a responder as exigências do contexto em que estão inseridos, tendo em vista que o conhecimento matemático assume papel importante na inserção do educando na vida em sociedade.

Convém destacar ainda que a escolha do conteúdo de fração se deve a observações feitas no cotidiano escolar, do quadro de dificuldades apresentadas por alunos e professores no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo, o que resulta em uma aprendizagem não satisfatória dos conteúdos de fração, gerando entraves a aprendizagens futuras.

Nesse sentido, a presente pesquisa toma como aporte teórico principal a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, por acreditar que essa teoria oferece elementos relevantes que podem contribuir para a proposição de uma metodologia que favoreça uma aprendizagem mais significativa do conteúdo de fração. Para isso tomou-se como base o fundamento teórico de Duval (2007, 2009, 2011, 2012a, 2012b) assim como produção de outros autores que vem desenvolvendo estudos baseados nessa teoria e na área da Matemática. Como D'Ambrosio (1989), Nunes e Bryant (1997), Damm (1999), Curi (2000, 2004, 2005), Moretti (2002), Machado (2003), Merlini (2005), Oliveira (2007), Nacarato (2009), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), Megid (2009) e outros.

Objetivando dar uma visão geral de como está organizado este trabalho apresenta-se uma pequena síntese de cada Seção com os seus respectivos temas, tentando mostrar a relação entre eles:

A seção 1, intitulada **INTRODUÇÃO**, traz uma breve descrição dos fatores (experiências pessoais e profissionais) que influenciaram para escolha do objeto de estudo e despertaram o interesse para a realização desta pesquisa. Essa seção contém os questionamentos que deram origem aos objetivos geral e específicos, que se pretendia alcançar durante a pesquisa e as principais fontes bibliográficas utilizadas como aporte teórico no trabalho e as expectativas de contribuições da pesquisa.

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIOTICA E SUAS CONTRIBUIÇÕES AO ENSINO DE FRAÇÃO, espaço destinado à seção 2 onde se apresenta de forma sintética, os elementos essenciais da Teoria de Raymond Duval; as críticas tecidas pelo autor à forma como tem sido conduzida o ensino da Matemática; as premissas que podem contribuir para o processo de ensino aprendizagem da Matemática e de fração e para ressignificação das práticas de ensino vigentes nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A seção 3, intitulada **IMPASSES QUE ENVOLVEM A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E O ENSINO DE FRAÇÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL,** traz os principais impasses que envolvem o ensino da Fração. Contudo, optou-se por iniciar a discussão partindo de um cenário mais geral, fazendo-se a caracterização do conhecimento matemático, ressaltando a importância que o mesmo assume no exercício da cidadania e na vida em sociedade nos dias atuais. Em seguida expõe-se de forma resumida os obstáculos que circundam a formação do professor polivalente e o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental; os desafios que são impostos aos formadores de professores. Conclui-se esta seção com uma análise dos impasses que envolvem o processo de ensino aprendizagem de fração nos anos iniciais e as dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem desse conteúdo.

DESENHO METODOLÓGICO DA PESQUISA é o título dado a seção 4, espaço no qual se delineia de modo preciso o caminho percorrido no desenvolvimento da pesquisa com a finalidade de alcançar os objetivos propostos. Dessa forma, descreve-se os rumos que a pesquisa tomou devido as necessidades de adequação a particularidades do contexto pesquisado que, por vezes, foi desfavorável ao desenvolvimento do trabalho; as etapas seguidas e como se deu cada uma delas. Posteriormente apresenta-se a abordagem teórico-metodológica que direcionou ações durante a pesquisa e serviram de lente para análise dos dados, o tipo de pesquisa, sujeitos da pesquisa, local da pesquisa, os instrumentos de coleta dos dados. Conclui-se esta seção, explicitando como se deu a conclusão da pesquisa: que foi a produção da dissertação e a criação de um caderno de recomendações didáticas para o ensino da fração.

A seção 5, intitulada **O ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL,** traz os dados coletados na pesquisa de campo e sua análise. Inicia-se com a apresentação e análise daquilo que foi possível perceber sobre a prática da professora; em seguida discute-se os dados coletados no diagnóstico feito com os alunos; apresenta-se o trabalho de intervenção desenvolvido na sala de aula pesquisada. Encerra-se esta seção, com uma avalição das contribuições deixadas pelo estudo para a prática da professora colaboradora e para a aprendizagem dos alunos.

A CONCLUSÃO, título dado a seção 6, oferece ao leitor um vislumbre do trabalho desenvolvido nesta pesquisa e dos resultados alcançados. Nesta seção faz-se uma breve retomada do principal objetivo deste estudo; os pressupostos teóricos que subsidiaram o trabalho; os passos seguidos para o alcance dos objetivos em cada etapa da pesquisa e as contribuições trazidas pelo estudo para a prática docente e para a aprendizagem discente.

Para finalizar, acredita-se que a relevância dessa pesquisa se justifica pela necessidade da emergência de estudos que façam brotar novas possibilidades de ensino da matemática e de fração que auxiliem professores e alunos na superação de obstáculos enfrentados no processo de ensino e aprendizagem, colaborando, assim para a aquisição de competências e habilidades necessárias ao exercício da cidadania e para a vida em sociedade.

2 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E SUAS CONTRIBUIÇÕES AO ENSINO DE FRAÇÃO

O primeiro objetivo estabelecido para ser alcançado nesta pesquisa visava compreender quais as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica podiam subsidiar o ensino da fração no 5º ano. Assim sendo, nesta seção, busca-se apresentar de forma sintética aquilo que se considera os principais elementos estruturantes desta teoria, tentando apontar como alguns desses elementos podem contribuir para o ensino do conteúdo de fração.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica traz contribuições teóricas relevantes as quais podem auxiliar pesquisadores na análise e compreensão das dificuldades que muitos alunos enfrentam na aprendizagem da Matemática. Ao mesmo tempo, traz orientações gerais que podem auxiliar na organização de atividades pedagógicas facilitadoras da aprendizagem em matemática. Essas contribuições verificam-se quando Duval (2007), defende que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento, especialmente o conhecimento matemático, sem recorrer à noção de representação e por defender que a diversificação de registros de representações de um mesmo objeto é essencial para a compreensão dos conceitos matemáticos.

No que se refere às contribuições teóricas para análise das dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem matemática Duval (2007), diz que para compreender a natureza das dificuldades muitas vezes insuperáveis que muitos alunos apresentam na compreensão da matemática não se pode restringir apenas ao campo da matemática e à sua história. É necessário adotar uma abordagem cognitiva, que permita descrever o que possibilita ao aluno compreender, porque em Matemática para aprender é necessário compreender.

Contudo, Duval (2012b) ressalta que a compressão do ponto de vista matemático não tem o mesmo significado que em outras áreas de conhecimento. No aspecto psicológico, por exemplo, a compreensão implica o desenvolvimento da capacidade de aprender a aprender. O que significa que a compreensão desenvolve uma capacidade de iniciativa e de controle em situações novas para o sujeito. Ou seja, possibilidade de transferência ou aplicação a outros contextos diferentes daquele que se fez aprendizado.

Já em Matemática, Duval (2012b, p. 309) destaca que existem dois pontos de vistas para determinar critérios de compreensão no aprendizado dessa disciplina que são igualmente irredutíveis:

> Do ponto de vista matemático do ponto de vista cognitivo. Do ponto de vista matemático a compreensão deve responder a exigência epistemológica de prova. Isto é, a compreensão começa com uma explicação que se baseia na utilização de propriedades matemáticas. Diz-se que alguém compreendeu quando é capaz de ao menos saber explicar como se chega a solução de um problema e porque uma solução dar certo e outras não podem dar certo.
> Do ponto de vista cognitivo, a compreensão é guiada pelo modo de acesso aos objetos estudados. Desse modo, compreender em matemática é antes de tudo reconhecer os objetos matemáticos representados. Reconhecer o mesmo objeto em uma de suas representações semióticas diferentes implica que, se uma representação é dada ao sujeito, ele é capaz de espontaneamente converte-las em outra e mesmo em uma terceira.

Assim, analisar as dificuldades enfrentadas pelos alunos no processo de aprendizagem em Matemática requer a determinação de critérios precisos em dois níveis. O primeiro nível é aquele da avaliação matemática dos resultados, que considera as respostas corretas ou aceitáveis do ponto de vista matemático, seguida de uma justificação dos processos, das propriedades ou dos argumentos utilizados. Nesse caso, deve-se verificar se as respostas ou resultados são explicados com o uso de propriedades utilizadas que demostram como se chegou aos resultados, porque tais resultados dão certo e outra não.

O segundo nível seria a análise da compreensão do ponto de vista cognitivo, em que se verifica a capacidade do aluno em reconhecer um mesmo objeto matemático através de representações diferentes que podem ser dadas e se ele reconhece aquilo que é matematicamente diferente, quando se modifica alguma coisa na representação do objeto de estudo. Deve-se levar em consideração também se usam apenas tratamento, isto é, transformar uma representação semiótica no mesmo registro em que foi formado o enunciado matemático ou, se conseguem efetuar uma conversão quando necessário, ou seja, transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro.

Duval (2009), defende também que a aquisição do conhecimento matemático está diretamente relacionada à utilização de diversos registros de representações semióticas. Primeiro porque não é possível conhecer um objeto da matemática sem o auxílio de representações, pois objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos físicos. Os objetos de conhecimento da matemática são objetos abstratos, portanto, é preciso dar a eles representantes.

Segundo porque a possiblidade de efetuar o tratamento sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação utilizado. O autor acrescenta que basta considerar o caso do cálculo numérico para se convencer disso: os procedimentos, o seu custo, dependem do sistema de escrita escolhido. Assim, segundo Duval (2012c, p. 268), as representações semióticas desempenham papel fundamental na atividade matemática.

> Isso pode ser considerado, portanto, um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre os objetos matemáticos se torna possível. Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem. Como os sujeitos poderiam não confundir os objetos matemáticos com suas representações se eles tratam apenas com as representações. A impossibilidade de acesso direto aos objetos matemáticos fora da representação torna a confusão quase inevitável.

Conforme Duval (2012c) as representações semióticas são necessárias não somente para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento, uma vez que desempenham papel primordial, porque delas dependem todo o desenvolvimento de representações mentais. A interiorização de representações semióticas do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido. A realização de diferentes funções cognitivas como função de objetivação que é independente da função de comunicação e a função de tratamento, que não pode ser preenchida pelas representações mentais, pois estão diretamente ligadas à utilização de sistema semióticos, já que algumas atividades exigem isso. como por exemplo o cálculo.

Quanto a produção de conhecimentos: as representações semióticas permitem representações radicalmente diferentes de um mesmo objeto, na medida em que elas podem atender sistemas semióticos totalmente diferentes. Assim o desenvolvimento da ciência está ligado ao desenvolvimento de sistema semióticos cada vez mais específicos e independentes da língua natural.

O paradoxo cognitivo do pensamento matemático e as dificuldades que resultam para aprendizagem se dá pelo fato de que não há noesis sem semiose. Duval (2009), esclarece que para que ocorra a apreensão de um objeto matemático é necessário que a noesis (conceitualização) ocorra através de significativas semiosis (representações).

Desse modo, a apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação pelo sujeito que apreende de vários registros de representação. Assim, quanto, maior for a mobilidade com diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto, por isso é essencial na atividade matemática poder mobilizar muitos[1] registros de representação semiótica para que

---

[1] Duval (2007), define noesis como compreensão ou representação mental de um determinado objeto. As representações são aquelas que permitem uma visão do objeto na ausência de todo significado. Possibilita ao sujeito invocar mentalmente algo que está ausente.

ocorra uma apreensão conceitual do objeto e para que o objeto não seja confundido com sua representação.

Duval (2012c, p. 281-282), acrescenta ainda que a coordenação de diferentes registros de representação semiótica é importante para a aprendizagem matemática por três razões:

> **A primeira: economia de tratamento,** a existência de muitos registros permite a mudança de um deles e a mudança de registro tem por objetivo permitir a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e mais potencializada.
> **A segunda: a complementariedade de registros,** a natureza do registro semiótico que é escolhido para representar um (objeto, conceito ou situação) impõe uma seleção de elementos significativo ou informacionais do conteúdo que representa.
> **A terceira: a conceitualização implica coordenação de registros de representação,** se o registro de representação é bem escolhido, as representações desses registros são suficientes para permitir a compreensão do conteúdo conceitual representado e a compreensão conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação.

No que diz respeito a economia de tratamento, o autor argumenta que o conhecimento pode ser representado por registros diferentes, e conhecendo o funcionamento de cada um deles, é possível ao sujeito escolher o que lhe possibilita realizar o tratamento de forma mais econômica e rápida. Na efetivação do tratamento, ele pode escolher o registro que ele tem maior domínio. Ex: Se o aluno sabe que 0,25 corresponde a $\frac{1}{4}$ ele pode escolher entre um e outro para operar.

Já a necessidade de complementariedade de registros se justifica pelas limitações de representação próprias de cada registro. Cada registro permite apreensão parcial do objeto representado, pois os mesmos aspectos de um conteúdo ou situação não estão representados em representações diferentes.

No caso da conceitualização, segundo Duval (2012c), a atividade de conceituar implica uma coordenação de diferentes registros de representação para que a compreensão do aluno não fique restrita a um registro e não corra o risco de confundir representante e representado. Por isso, a aprendizagem da Matemática não pode ocorrer somente pela automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções. Mas pela coordenação de diferentes registros de representação que é a condição fundamental para a aprendizagem de base da referida disciplina.

Nesse cenário, a atividade de conversão assume grande relevância, uma vez que para verificar a aprendizagem em Matemática é necessário saber se o aluno consegue entender como se processa a conversão do registro de saída para o registro de chegada. Porém, cabe destacar que o importante não é a conversão em si, mas como ela se realiza e que significado tem no processo de ensino e aprendizagem.

2.1 Atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose

Duval (2009, 2012c) apresenta três tipos de atividades cognitivas inerentes à semiose, ou seja, para que um sistema semiótico possa ser considerado um registro de representação deve permitir três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose.

a) **Formação**: consiste em formar uma representação num registro semiótico particular para exprimir uma representação mental ou para evocar um objeto real, ou seja, constituir um traço ou um conjunto de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa dentro de um sistema determinado, devendo conter todos os elementos indispensáveis para a sua compreensão.

Essa formação pode se dar na língua materna (designação nominal, enunciado de uma frase), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, um código icônico de representação gráfica ou artística, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula geométrica, etc.

Todavia para que isso ocorra, é necessário que o sujeito conheça as regras de conformidade do sistema semiótico utilizado. A observância de tais regras é que permite identificar elementos ou traços como uma representação dentro de um sistema semiótico (BARRETO, 2009). As regras de conformidade dizem respeito às regras que regem o sistema semiótico utilizado, isto é, são as regras que permitem que o sujeito forme e utilize um determinado registro.

Caso essa formação ocorra de forma incorreta, haverá problemas na comunicação, pois o interlocutor será incapaz de compreender o número expresso e, no tratamento, será incapaz de operar sobre um número incorreto. Para a formação de uma representação em Língua Portuguesa é preciso conhecer as regras de funcionamento desse sistema simbólico e conhecer o alfabeto, saber articulá-lo, conhecer regras gramaticais e ortográficas, além das regras pertinentes à formação de uma produção escrita. A formação de uma representação implica a seleção de relações e de dados do conteúdo a representar e pode ser comparada à realização de uma tarefa de descrição.

As duas outras atividades cognitivas são diretamente ligadas à propriedade fundamental de representações semióticas, são elas: o Tratamento e a Conversão.

b) **Tratamento**: é a segunda atividade cognitiva ligada à semiose e consiste nas transformações intencionais que o sujeito necessita fazer dentro de um mesmo registro. Ou seja, é uma transformação interna que mobiliza apenas um registro de representação, o registro no qual o enunciado foi formado inicialmente, ficando no mesmo sistema de escrita ou de representação que pode ser uma escritura simbólica de algarismos e letras. O tratamento configura-se como função cognitiva e como atividade cognitiva. É uma atividade cognitiva de representação essencial à noesis (compreensão). Assim, o tratamento também ocupa espaço importante como atividade cognitiva inerente ao pensamento matemático. São exemplos de tratamento dentro do próprio registro: a resolução analítica de uma expressão numérica: efetuar um cálculo ou resolver uma equação; a paráfrase também é uma transformação interna ao registro do discurso na língua natural. Representações diferentes envolvem tratamentos diferentes para o mesmo objeto matemático, conforme se pode verificar nas seguintes adições $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$ e 0,25 + 0,6.

Embora se trate da adição dos mesmos elementos matemáticos, no primeiro caso, é necessário considerar os denominadores diferentes, transformar as frações em frações equivalentes e então adicioná-las, considerando que ao tratá-las, o denominador se manterá o mesmo. No segundo caso é necessário reconhecer que a primeira ordem depois da vírgula é sempre o décimo e assim sucessivamente e que somente se adicionam ordens iguais. Para realizar esta atividade cognitiva, o sujeito precisa conhecer as regras de expressão próprias de cada registro.

Duval (2009) considera que existem dois tipos de tratamento os quase-instantâneos e os intencionais. Os tratamentos quase-instantâneos são efetuados antes mesmo da tomada de consciência das significações e informações pelo sujeito. Eles são consequência da familiaridade, experiência ou prática do sujeito dentro de um determinado domínio. Por exemplo, um sujeito que conheça a operação de adição e tenha familiaridade com ela, ao se deparar com a operação 6 + 6+ 6, não terá dificuldades em concluir sobre o resultado da adição.

Já os tratamentos intencionais requerem o controle consciente sobre os dados observados e visão do objeto. Eles são oriundos de uma situação que apresente obstáculos e que exija a realização de esforço cognitivo mais intenso. Estes tratamentos são gerados a partir dos esquemas de tratamento quase-instantâneos do sujeito e a mesma operação anterior, quando se apresenta sob a forma de 3x6 para um sujeito nos primeiros contatos com a multiplicação, requer tratamento intencional de multiplicação.

c) **Conversão**: é a terceira atividade cognitiva de representação essencial ligados a semioses. A Conversão é definida como uma transformação externa que

> ocorre entre registros diferentes. Muda-se a forma de sua representação, conservando o objeto matemático, abandona-se o registro de representação inicial e passa-se a utilizar outro tipo de registro de representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação. A conversão possibilita a apreensão global e qualitativa dos objetos matemáticos e não devem ser confundidas com tratamentos. Do ponto de vista matemático este intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos ou, para obter um registro que serve de suporte aos tratamentos.

Como se observa, as duas atividades de transformação estão diretamente ligadas à propriedade fundamental de representação semiótica, que não correspondem à mesma atividade cognitiva, porque na conversão ocorre uma transformação em outras representações semióticas, conservando todo o conteúdo inicial, ou uma parte dele. No tratamento, a transformação ocorrer no interior do mesmo registro.

São exemplos de conversão: ler uma situação problema que está expressa em língua natural e transformar em uma expressão numérica para resolver a situação; as ilustrações (conversão da representação linguística para figural); traduções (conversões linguísticas de uma língua para outra) e descrições (conversões de representações não verbais para representações linguísticas); nas transposição e interpretação efetua-se também uma conversão.

Nesse sentido Duval (2009, p. 39), afirma que:

> Nos sujeitos, para uma representação poder verdadeiramente funcionar como representação, quer dizer, dar-lhe acesso ao objeto representado apenas quando duas condições são preenchidas: que eles disponham de ao menos dois sistemas semióticos diferentes para a representação de um objeto, de uma situação, de um processo e que eles possam converter expostamente de um sistema semiótico a outro, mesmo sem perceber as representações produzidas. Quando essas duas condições não são preenchidas, a representação e o objeto representado são confundidos, e duas representações de um mesmo objeto não podem ser reconhecidas como sendo representações do mesmo objeto.

Segundo Duval (2009), a questão da coordenação dos registros e os fatores suscetíveis de favorece-la aparecem como questões centrais para as aprendizagens intelectuais. Do mesmo modo, a conversão das representações é para a aprendizagem uma atividade tão fundamental quanto a formação e o tratamento. Porque ela, sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representação.

Embora a atividade de conversão não chame muita atenção como sendo a verdadeira atividade matemática, observações de aulas e experiências de aprendizagem mostram que a atividade de conversão constitui atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos, além disso a ausência de coordenação entre diferentes registros cria com frequência deficiências para aprendizagens conceituais. Entretanto uma atividade centrada na mudança e coordenação de diferentes registros de representação produz efeitos espetaculares nas macro tarefas de produção e de compreensão.

Contudo, o autor chama atenção para dois tipos de fenômenos que caracterizam a atividade de conversão: a) as variações de congruência e de não-congruência. b) a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão.

Os níveis de congruência entre dois registros de representação diferentes referem-se à proximidade ou distanciamento entre o registro de partida e o de chegada. O autor aponta fatores que permitem verificar se duas representações são congruentes:

O primeiro deles é quando há correspondência semântica entre suas unidades significantes, isso pode ser verificado quando a análise das unidades significativas presentes no registro de partida, guarda a mesma significação, quando efetuada a conversão para o registro de chegada. Essa situação pode ser exemplificada com a seguinte situação*:*

Maria doou vinte livros para a biblioteca de sua escola em 2006 e doou treze livros em 2007. Quantos livros Maria doou ao final dos dois anos?

Observa-se que não existe correspondência semântica, pois o verbo doar tem o sentido de subtração e não o de adição, conforme impõe a situação-problema.

O segundo fator é quando há unicidade semântica terminal: necessidade de que cada uma das unidades significantes do registro de partida corresponda a apenas uma unidade significante no registro de chegada. Na situação problema anterior, a unicidade semântica se configura porque cada unidade significante em língua materna *(Doou vinte, doou treze. Quantos livros ao final dos dois anos?)* corresponde a apenas uma unidade de significado no registro numérico: 20 + 13 = 33. quando há conservação da mesma ordem das unidades de significado: correspondência necessária entre a ordem em que as unidades significantes aparecem no registro de partida e aquela em que elas vão ser organizadas no registro de chegada.

Contudo, Duval (2007), acrescenta que pode não haver correspondência para nenhum desses critérios, para dois ou somente para um. Quando a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação pode-se dizer que há congruência. Quando ela não transparece absolutamente não ocorre a congruência. Duval (2012a, p. 101) afirma que:

> Um dos obstáculos encontrados por muitos alunos na aprendizagem de matemática está ligado ao fato de que a equivalência referencial se destaca da congruência semântica e, no entanto, o funcionamento espontâneo do pensamento segue

> prioritariamente a congruência semântica. A substituição de uma expressão, que pertence a uma rede semântica, para uma expressão de outra rede semântica, se apresenta, às vezes, como um salto dificilmente transponível.

Ainda segundo Duval (2012a), a dificuldade da conversão de uma representação depende do grau de não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada. Essas dificuldades na conversão podem também ser agravadas pelo desconhecimento de um dos registros de representação. É o caso dos diferentes registros bidimensionais, como os gráficos cartesianos, as figuras geométricas ou as tabelas, registros que se admite que é suficiente ver as curvas ou, aquilo que os desenhos mostram. E ainda quando é necessário para efetuar a conversão inversa. Como, por exemplo, quando a conversão se efetua no sentido de uma escritura algébrica de uma equação a um gráfico nenhuma dificuldade parece surgir, mas tudo muda quando é preciso realizar a conversão inversa.

Em relação ao fenômeno da heterogeneidade dos dois sentidos da conversão Duval (2007), afirma que para a concretização da aprendizagem a partir da coordenação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático não basta realizar conversões apenas em um sentido. Converter da língua natural para o registro numérico não garante que a elaboração do enunciado de uma situação-problema, em língua natural a partir de uma expressão numérica, aconteça espontaneamente. Isto é, que a conversão do registro numérico para a língua natural seja evidente.

Na opinião de Duval (2012c), as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão intervêm diretamente nas tarefas de produção e compreensão em matemática. Todavia, é sobre a atividade de conversão que recai grande parte das dificuldades dos alunos quanto ao aprendizado da matemática, porém pouca atenção tem sido dada a ela na escola, por concebê-la como mera tradução para gerar menor custo de tratamento. No entanto, as dificuldades e fracassos dos alunos estão ligados à necessidade de mudança de registro de representação (conversão), de mobilização simultânea de dois registros, e, ainda, ligadas a conversões não-congruentes.

Desse modo, a atividade de conversão ocupa importante papel no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. Porque é por meio dela que o aluno transitará entre dois ou mais registros de representação diferentes para compreender o conceito ali representado. Quando ele compreende que 0,25, $\frac{1}{4}$, 25% representam o mesmo número, ele tem compreensão suficiente para usá-los em qualquer algoritmo, porque essas representações semióticas estão carregadas de significado para ele.

Duval (2012c) argumenta que o ensino centrado em procedimentos de tratamentos (mudanças dentro do mesmo registro numérico) limita a compreensão dos alunos. É um ensino baseado no fazer mecânico, no uso correto dos algoritmos, onde cálculos com números são feitos repetidas vezes da mesma forma, apenas mudando valores não levando o aluno a perceber que o objeto matemático pode ser representado na forma de duas ou mais representações matemáticas.

A ausência da coordenação entre os registros de representação distintos impede a compreensão global da matemática em estudo. Desse modo, se essa compreensão fica restrita ao contexto semiótico de um único registro, a aprendizagem fica restrita também, além de impedir o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em representações diferentes limita a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos restringe as suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, assim como, reduz a capacidade de compreensão e aprendizagem de conceitos.

É necessário, portanto pensar uma aprendizagem matemática baseada na coordenação de diferentes registros de representação, em que se proponha atividades, situações didáticas com esse fim. Entretanto, este não é um processo que acontece espontaneamente e para que isso ocorra, o professor deve ter clareza do objeto matemático a ser trabalhado, pois disso depende a escolha dos registros de representação e das atividades de conversão e tratamento a serem executados. O fato de apresentar diferentes representações de um mesmo objeto matemático não é, por si só, suficiente para gerar a compreensão conceitual desse objeto.

Damm (2003, p. 47) afirma que:

> A utilização de diferentes registros de representação semiótica é uma maneira didática/metodológica que o professor pode usar quando busca a conceptualização, a aquisição de conhecimento. Mas é importante lembrar que o essencial não são os registros de representação que estão sendo utilizados, mas a maneira como estão sendo utilizados.

Nesse sentido o professor necessita ter clareza do objeto de conhecimento da Matemática trabalhada, para escolher os registros de representação adequados, assim como o momento de trabalhar atividades de conversão e/ou tratamento. Nas situações de ensino é essencial, para a aprendizagem, levar o aluno a perceber a relação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático, coordenando-as, para que ele conceitue esse objeto representado pelas diferentes representações semióticas.

Compreender um objeto matemático consiste em reconhecer suas propriedades e representações características, relacioná-lo com outros objetos matemáticos e usá-los em situações problemas que lhe são propostos na sala de aula e fora dela. Representações semióticas são ferramentas que viabilizam mais facilmente a aprendizagem da matemática, uma vez que possibilita ao sujeito, tornar presente algo que é substituído pelo representado. Por isso, o aluno precisa não só ter contato com diferentes tipos de registros semióticos, mas também ser capaz de passar de um a outro naturalmente.

Desse modo, para que o aluno consiga converter um enunciado de um problema, por exemplo, da linguagem natural para uma escrita numérica ou figural, que realize tratamento e encontre o resultado da operação realizada, ligando os significados em ambas as representações, as situações de ensino aprendizagem devem possibilitar o exercício dessa habilidade, porque a conversão não ocorrerá naturalmente.

2.2 Classificação dos registros de representação semiótica

Os Registros de Representação Semiótica, de acordo com Durval (2007), são classificados em quatro tipos diferentes (quadro 1). São eles:

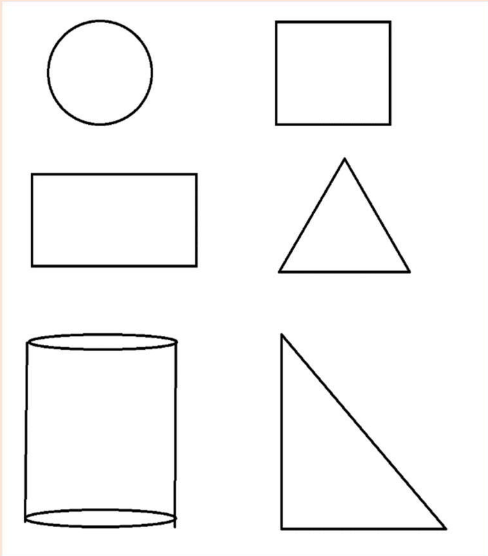
Quadro 1 - Classificação de diferentes registros semióticos

REGISTROS MULTIFUNCINAIS	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
Os tratamentos não são algoritimizáveis. Apresentam dificuldades mais sérias para tratamento e conversão.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: Argumentações a partir de observações, de crenças...	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0,1,2, ou 3)

Fonte: Duval (2007)

Os registros multifuncionais: são registros que propiciam diferentes tipos de interpretação, mas não se pode observar neles um discurso completo, a partir de seus signos, como por exemplo figuras geométricas, desenhos. Assim, por não ter um discurso completo esse registro necessita, normalmente, de uma complementação de representações discursivas. As representações discursivas contêm um discurso articulado, que permite variadas interpretações. As representações não-discursivas propiciam diferentes tipos de interpretações (quadro 2).

Quadro 2 - Imagens de registros multifuncionais

REGISTRO MULTIFUNCIONAIS	
Representação Discursiva	**Representação não discursiva**
IMAGINE A SEGUINTE SITUAÇÃO: **VOCÊ TEM DOZE BALÕES E VAI DIVIDI-LOS IGUALMENTE ENTRE VOCÊ E DOIS AMIGOS. COM QUANTOS BALÕES CADA UM FICARÁ**	

Fonte: Plano... (2017) e Google Imagens.

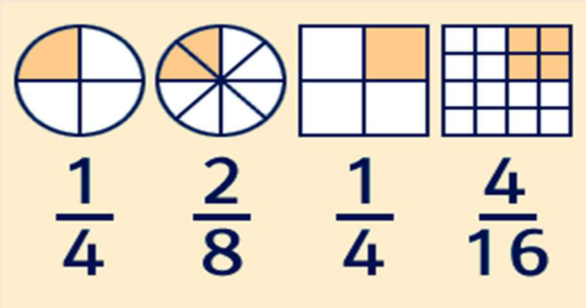
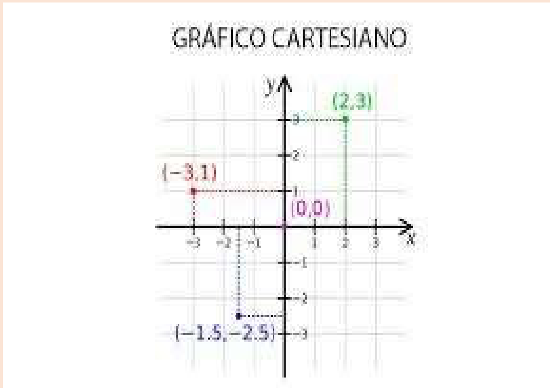
Registros Monofuncionais: são registros que exigem uma interpretação exata dos signos ali presentes. Como exemplo de registros monofuncionais na representação discursiva podem ser citados os sistemas de escritas numéricas algébricas e simbólicas. Na representação não discursiva encontram-se os gráficos, incluindo as mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação e símbolos (quadros 3 e 4).

Quadro 3 - Classificação de diferentes registros semióticos

REGISTROS MONOFUNCIONAIS	**REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA**	**REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA**
Os tratamentos são principalmente algoritmos. Foram desenvolvidos com	Sistema de escritas: Numérica (binária, decimal, fracionário....) Algébricas; Simbólicas (línguas formais	Gráficos cartesianos Mudança de sistema de coordenadas Interpolação, extrapolação

Fonte: Duval (2007)

Quadro 4 - Imagens de Registros Monofuncionais

REGISTRO MONOFUNCIONAIS	
Representação discursiva	**Representação não discursiva**
 a) $x + y$ c) $\frac{2}{3}x$ e) $\frac{5x}{3}$ b) $\frac{1}{2x+3}$ d) $\frac{1}{x}$	

Fonte: Google Imagens.

Os quadros 1 a 4 permitem visualizar a diversidade de registros que podem ser mobilizados na atividade matemática, afim de proporcionar aos estudantes a aquisição de conceitos dessa disciplina de forma mais ampla.

Nesse contexto, conclui-se esta seção acrescentando que, compreende-se que a teoria de Duval traz contribuições relevantes para ensino da Matemática, ao demonstrar que a mudança de registro constitui uma variável cognitiva que se revela indispensável em didática porque facilita consideravelmente a aprendizagem, ou oferece os procedimentos de interpretação necessários ao aprendizado de conteúdos dessa ciência.

Assim, julga-se essencial no ensino de fração no Ensino Fundamental conduzir os alunos a mobilizar muitos registros de representação semiótica como figuras, escritas simbólicas e língua natural e no decorrer do mesmo passo poder usar um registro no lugar de outro.

3 IMPASSES QUE ENVOLVEM A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E O ENSINO DE FRAÇÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A presente seção estrutura-se em três subseções, nas quais se buscou identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental na aprendizagem do conteúdo de fração. Visando o alcance dessa finalidade, partiu-se de um panorama mais geral, discutindo-se os impasses que envolvem o ensino da Matemática e a formação de professores nos anos iniciais do ensino fundamental para, em seguida, situar a problemática de fração.

Sabe-se que a Matemática é componente curricular importante para a formação cidadã dos estudantes, uma vez que desenvolve habilidades cognitivas indispensáveis à participação na vida em sociedade de forma mais consciente. A Matemática se revela nas mais diversas atividades da vida cotidiana do homem, como contar, calcular, medir, argumentar e tratar informações estatisticamente. Por isso, assume papel de grande relevância para o exercício da cidadania e para vida em sociedade.

Desde a sua origem a Matemática está relacionada às necessidades cotidianas das pessoas como, compreender as quantidades, as formas dos objetos, a contagem de animais, e a elaboração de calendários agrícolas e está presente na vida do homem desde os tempos mais remotos da história da humanidade. Segundo Gasperi e Pacheco (2011), caracteriza-se como uma construção humana, que foi sendo desenvolvida ao longo do tempo e é parte constitutiva da cultura humana. apresenta-se, como um conhecimento historicamente em construção que vem sendo produzido nas e pelas relações sociais e, como tal, tem seu pensamento e sua linguagem.

Os PCNs destacam que a constatação da sua importância se apoia no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno (BRASIL, 1998).

Assim, considerando a importância desse componente curricular para a construção da cidadania, defende-se que a Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente. O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, conscientes de suas responsabilidades sociais. Espera-se que os alunos desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, 2017).

Mas para desenvolver tais habilidades nos alunos, o ensino e aprendizagem dessa disciplina precisa se dar de forma mais reflexiva e menos mecânica, baseada na cópia e repetição de procedimentos sem muita utilidade. Um ensino que tenha como propósito o letramento matemático visando o desenvolvimento de capacidades intelectuais, a estruturação do pensamento, a aplicação do raciocínio a problemas, situações da vida cotidiana e o apoio ao aprendizado em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998).

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) ressalta que o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. Assim, é o letramento matemático pode assegurar aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (BRASIL, 2017).

Porém o desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem Matemática. Fato que requer tomar como base a análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. A aprendizagem em Matemática precisa está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos.

Para desenvolver um ensino que privilegie a compreensão do significado, o professor deve ter clareza do papel que a Matemática desempenha no corpo de conhecimento sistematizado. Segundo Machado (2007), a falta de clareza sobre o papel que a Matemática deve desempenhar no corpo de conhecimentos sistematizados pode ser o principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino.

Nesse sentido, o ensino dessa ciência exige estratégias formativas que amplie o olhar do professor sobre a Matemática; que o leve a romper com certas ideias construídas a respeito dessa disciplina no percurso formativo e que promova a emergência de novas concepções e práticas de ensino, uma vez que, segundo Fiorentini (1995, p. 5):

> Por trás de cada modo de ensinar esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de matemática e de educação. O modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da Matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e além disso da visão que tem de mundo de sociedade e de homem.

Em outras palavras, a forma como o professor vê e entende a Matemática tem fortes implicações no modo como entende e pratica o ensino dessa disciplina, ou seja, o professor que concebe a Matemática como uma ciência exata logicamente organizada, a- histórica, pronta e acabada, certamente terá uma prática pedagógica diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica, historicamente construída pelos homens atendendo a determinados interesses e necessidades sociais.

De igual modo, o professor que acredita que o aluno aprende Matemática através da memorização de fatos, regras ou princípios transmitidos pelo professor ou pela repetição exaustiva de exercícios, também terá uma prática diferente daquele que acredita que o aluno aprende construindo os conceitos a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades ou a partir de situações problema e problematizações do saber matemático.

Fiorentini (1995), afirma que existem diversos modos de conceber o ensino da Matemática que foram historicamente produzidos no Brasil. Esses modos de ver o ensino da Matemática continuam bem presentes na configuração do ideário da Educação Matemática em nosso país e na prática de muitos professores.

Para Fiorentini (1995), ainda hoje se observa no cotidiano escolar a predominância de uma concepção de ensino dessa disciplina baseada na visão de que o professor detém o saber e que seu papel no processo de ensino é de transmissor e expositor do conteúdo, enquanto o aluno assume papel passivo, cabendo-lhe a tarefa de reproduzir o que é ensinado pelo docente. As aulas são marcadas pela memorização, reprodução imitação/repetição dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor e pelos livros.

Acrescenta-se que durante a vivência na escola observou-se que a prática de muitos docentes no ensino desse componente curricular ainda se caracteriza como descrito por Skovsmose (2014), com predomínio da tradicional aula expositiva, o professor expõe ideias matemáticas com alguns exemplos, e reproduz para a lousa um resumo daquilo que considera importante e suficiente. Para o referido autor, o aluno apenas faz cópias dos conteúdos do quadro e tenta resolver uma incansável lista de exercícios quase sempre retiradas dos livros didáticos e que não passam de uma cópia daquilo que foi resolvido pelo professor. Na etapa seguinte o professor, numa concepção absolutista de matemática na qual prevalece o certo e o errado, faz a correção e dá seu veredito. Pois, sua preocupação centra-se em olhar se a resposta dada pela criança está certa ou errada. É a necessidade de rotular, logo não há a preocupação em entender os procedimentos que foram utilizados, sua lógica e coerência com a situação proposta.

Segundo D' Ambrosio (1999), esse procedimento conduz o aluno a supervalorizar o poder da Matemática formal e perder a autoconfiança em sua intuição matemática, diminuindo a cada dia seu raciocínio matemático e assim, não conseguindo associar a solução do problema encontrada matematicamente com a solução do mesmo problema numa situação real. Outras vezes, o aluno nem tenta resolver o exercício proposto por medo de cometer falhas.

No entendimento do autor, esse tipo de prática do ensino revela a concepção de que é possível aprender Matemática por meio de um processo de transmissão de conhecimento. E mais ainda, de que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor. Porém, deve-se ressaltar que há diferentes propostas para romper com esse paradigma e proporcionar um processo de ensino e de aprendizagem da matemática satisfatório, mesmo porque a Matemática ensinada em sala de aula passa a ser vista por muitos, como difícil e os alunos questionam o porquê e para que aprender certos conteúdos.

Segundo Nacarato (2009, p. 28), "Romper com essa concepção implica criar estratégias de formação que possam (des) construir os saberes que foram apropriados durante a trajetória estudantil na escola básica" e que façam emergir metodologias diferenciadas que sejam atrativas e que possibilite uma melhoria da aprendizagem aos educandos, afim de desenvolver nos alunos a capacidade de raciocinar, de representar, de comunicar, argumentar matematicamente e a formulação e resolução de problemas em diversos contextos e situações, onde a matemática seja concebida não como saber pronto e acabado.

> Mas ao contrário como um saber vivo, dinâmico e que historicamente vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas de ampliação de conceitos. Um processo de ensino de Matemática que possibilite ao aluno a compreensão dos significados, o estabelecimento de relações com experiências anteriormente vivenciadas e a formulação de problemas de algum modo desafiantes. (FIORENTINI, 1995, p. 31).

A aprendizagem em Matemática não ocorre por repetições e mecanizações, pois trata-se de uma prática social que requer envolvimento do aluno em atividades significativas (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009).

Começar o ensino de um tópico específico da Matemática pelo produto de sua gênese, isto é, pelas definições acabadas, dissociada do verdadeiro processo de formação do pensamento, como geralmente acontecem nas tendências formalistas e tecnicistas, significa sonegar ao aluno o acesso efetivo a esse conhecimento, ou seja, é a esta forma especial de pensamento e linguagem e, portanto, a essa forma especial de leitura do mundo (FIORENTINI, 1995).

Do ponto de vista histórico-critico a aprendizagem da Matemática real não consiste apenas no desenvolvimento de habilidades como cálculos e resolução de problemas, ou fixação de alguns conceitos através da memorização, ou da realização de uma série de exercícios como entende a pedagogia tradicional e tecnicista. O aluno aprende significativamente a Matemática quando consegue, atribuir sentido e significado às ideias matemáticas.

Para tanto, torna-se necessário criar um ambiente de aprendizagem onde o diálogo faz-se essencial, onde a ideologia da certeza possa ser desafiada; as estratégias dos alunos precisam ser valorizadas e o absolutismo do certo e errado precisa dar lugar à discussão. Assim é necessário dar voz e ouvir o que os alunos têm a dizer, analisar aquilo que a princípio possa parecer um erro da parte deles e tentar compreender o raciocino feito na construção das suas respostas. Considerar que o erro constitui conhecimento e, por fim, elaborar intervenções didática que desestabilizem as certezas, levando os estudantes ao questionamento sobre suas respostas (CURI, 2005).

Torna-se imprescindível, portanto, o advento de um processo de ensino de Matemática que possibilite ao aluno a compreensão dos significados, o estabelecimento de relações com experiências anteriormente vivenciadas e a formulação de problemas de algum modo desafiantes. Isso levará a criança a avançar com competência no processo de construção do conhecimento, assim como evitar a construção de crenças que tragam bloqueios em relação a esse componente curricular

Nessa conjuntura Oliveira (2007) destaca que é importante que diferentes estratégias metodológicas sejam testadas, de maneira a evidenciar que o conhecimento matemático é relevante para que o aluno desenvolva importantes recursos cognitivos que influem no seu processo de aprendizagem como um todo.

3.1 Formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e o reflexo no processo de ensino aprendizagem

Segundo Cury e Pires (2004), a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais tem sido objeto de estudo e discussão há décadas entre professores e pesquisadores. O interesse pela temática se deve à relevância que a mesma assume para a atuação docente. Sabe-se que a formação docente é algo fundamental para o processo de ensino aprendizagem, visto que a qualidade da formação recebida pelo professor tem relação direta com a qualidade do trabalho pedagógico desenvolvido por este sujeito. Espera-se que durante a formação inicial o professor se aproprie dos conhecimentos teóricos e práticos necessários ao exercício da docência.

Entretanto, Nacarato (2009) comenta que apesar de todas as discussões que têm sido realizadas sobre a temática e as reformas curriculares para o ensino da matemática implementadas nos últimos 30 anos, ainda há muito para se avançar no sentido de um maior aprimoramento da formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nacarato (2009) afirma que nos últimos 30 anos o Brasil assistiu a um intenso movimento de reformas curriculares para o ensino da matemática, visando acompanhar o movimento mundial de reformas educacionais, decorrentes da Conferência Mundial de Educação para Todos. Nesse movimento de reforma destaca-se a criação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei 9.394/96) que entre outras medidas instituiu a formação em nível superior da professora dos anos iniciais (professora polivalente) em cursos de pedagogia ou normal superior. E a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), que no documento relativo a Matemática, traz questões inovadoras sobre essa disciplina e seu ensino.

Nesse documento a Matemática é colocada como instrumento de compreensão e leitura de mundo, é reconhece essa disciplina como área do conhecimento estimuladora do interesse, curiosidade, espírito de investigação e desenvolvimento da capacidade de resolver problemas ao estimular a ruptura com a linearidade do currículo, uma vez que defende a importância de estabelecer conexões entre os diferentes blocos de conteúdo da matemática e as demais disciplinas. Desse modo, incentiva a lançar mão de estratégias, como projetos, para buscar a articulação e a contextualização dos conteúdos, pois, o referido documento enfatiza também a importância de trabalhar nas aulas dessa disciplina tanto com conceitos quanto procedimentos matemáticos. Sugere, estimular a argumentação e comunicação de ideias nas aulas de matemática.

Assim, por exemplo, segundo Nacarato (2009), com as reformas curriculares realizadas nas últimas décadas, o ensino da Matemática avançou trazendo consigo novas formas de conceber o ensino desse componente curricular como: o reconhecimento da importância do raciocínio combinatório no ensino da Matemática; a percepção de que a função da matemática escolar é preparar o cidadão para uma atuação na sociedade em que vive e um esforço para embasar a proposta em estudos recentes de educação matemática dentre outros.

Contudo, Curi (2000) relata que apesar de todas as discussões que têm sido realizadas nos últimos anos, poucas mudanças foram introduzidas nos cursos de formação do professor polivalente. O estudo realizado sobre as grades curriculares e os temas desenvolvidos nas disciplinas da área de Matemática dos Cursos de Pedagogia revelaram um quadro bastante preocupante a esse respeito, conforme se verifica nas palavras do autor:

> A disciplina que aparece com mais frequência nas grades curriculares dos cursos analisados é Metodologia de Ensino de Matemática (66%). Se considerarmos que outros 25% dos cursos têm na grade curricular a disciplina Conteúdos e Metodologia de Ensino de Matemática é possível afirmar que cerca de 90% dos cursos de Pedagogia demonstram ter preocupação com a Metodologia do Ensino de Matemática. No entanto, consideramos a carga horária desses cursos bastante reduzida (36 a 72 horas, menos de 4% da carga horária do curso de 2.200 horas). (CURI, 2000, p. 6).

No entendimento da referida autora, nos cursos atuais de formação de professores polivalentes, salvo raras exceções, dá-se mais ênfase ao “saber ensinar” os conteúdos, sem preocupação com a sua ampliação e aprofundamento; os cursos de formação de professores polivalentes geralmente caracterizam-se por não tratar ou tratar apenas superficialmente os conhecimentos sobre objetos de ensino com os quais o futuro professor irá trabalhar (CURI, 2006).

Gatti (2010) compartilha com o entendimento de Curi (2005) ao afirmar que há carência formativa para o desenvolvimento do trabalho em sala de aula, visto que os conteúdos das disciplinas ministradas nos anos iniciais da Educação Básica são abordados de forma geral e superficial, sem associação com a prática docente.

Percebe-se pelos argumentos mencionados, acima que a formação do professor polivalente se encontra bem aquém do que preconiza os documentos curriculares para a formação desse docente e distante das inovações trazidas para o ensino da matemática. Verifica-se que ainda há um certo distanciamento desse ideal de formação preconizado pelas novas tendências.

Nesse sentido, Nacarato (2009), após fazer uma retrospectiva sobre o intenso movimento de reformas curriculares para o ensino da Matemática realizado no Brasil nas últimas três décadas e analisando como essas novas tendências foram incorporadas pelos cursos de formação de professores dos anos iniciais, destaca que: a formação matemática das professoras polivalente está distante das atuais tendências curriculares.

Na opinião do referido autor, se os cursos de habilitação em Magistério pouco contribuíram com a formação matemática das futuras professoras polivalentes, os cursos de Pedagogia, na maioria de instituições superiores, mostravam-se ainda mais insuficientes, pois nas grades curriculares dos cursos de pedagogia raramente são encontradas disciplinas voltadas à formação matemática específicas dessas professoras.

Nacarato (2009) comenta que essa formação matemática insuficiente baseada apenas no saber ensinar os conteúdos não garante uma compreensão dos conceitos matemáticos que possibilite o trato adequado dos conteúdos dessa disciplina. A má formação dos professores tem consequências graves no processo de ensino aprendizagem, uma vez que está apontada como responsável pelo fracasso de muitos alunos e pelos sentimentos negativos construídos em relação à disciplina de Matemática.

Para Nacarato (2009), as consequências desse distanciamento entre os princípios defendidos pelas propostas curriculares e as práticas de formação ainda vigentes em muitos cursos de Pedagogia têm reflexo direto no trabalho desenvolvido em sala de aula, porque a prática de ensino de muitos professores continua sendo orientada por crenças arraigadas sobre o que seja a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Crenças construídas no contexto escolar, com os modelos de ensino vivenciados principalmente, ao longo da vida estudantil e que que lhes foram transmitidas pelos docentes com os quais conviveram, visto que o professor, ao ensinar Matemática acaba por ensinar implicitamente, valores sobre essa área do conhecimento e seu ensino seja, por ações e discursos ou, na própria transmissão do conteúdo matemático.

Atualmente se sabe que essas crenças contribuem para a constituição da prática profissional, reproduzindo modelos vivenciados. A reprodução desses modelos contribui não só para a consolidação de uma cultura de aula pautada em uma rotina quase homogênea do modo de ensinar a Matemática, mas também consolida um currículo praticado em sala de aula muito distante das discussões contemporâneas no campo da educação matemática.

Isso ocorre porque, segundo Maranhão e Carvalho (2008), como a relação entre a formação teórica e prática do professor de matemática é precária no sentido de que não prepara o professor para desenvolver novos esquemas de trabalho, ele acaba por reproduzir suas experiências adquiridas como aluno, ou seja, ele ensina da forma como aprendeu. Revisitar sua formação significa um ponto primordial para a compreensão de como o trabalho docente se apresenta nesse contexto e para a sua ressignificação.

Diante desse cenário, Nacarato, Cármen e Dione (2004) e Nacarato (2009) afirmam que um dos grandes desafios que se coloca para os formadores de professores que ensinam ou ensinarão Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental reside em romper barreiras e bloqueios que os docentes trazem de sua formação matemática da Escola Básica (conduzindo-os a tomar consciência desses fatos, para que possam ser objeto de reflexão e superação), criar contextos para que as crenças que os docentes construíram ao longo da formação possam ser problematizadas e colocadas em reflexão visando a sua ressignificação, levando-os a tomar contato com os fundamentos da Matemática de forma integrada ás questões pedagógicas, dentro das atuais tendências em educação matemática.

O processo de formação inicial requer também que sejam discutidas numa dimensão mais ampla, envolvendo teorias da educação questões que dizem respeito principalmente às dificuldades encontradas frente à matemática, o sentimento de impotência para sua aprendizagem que, muitas vezes, foi permeada por histórias de fracasso. Megid (2009, p. 55) afirma que:

> Não são raras as vezes em que os estudantes de Pedagogia, ao se depararem com disciplinas que envolvem a matemática, sentem-se desconfortáveis. [...] muitas alunas relatam sobre seus dissabores com a matemática. Dessa maneira, nosso primeiro desafio consiste em desconstruir essa imagem que têm de si próprias, para que se sintam seguras em aprender e ensinar matemática

Do mesmo modo, é importante conhecer o tipo de formação que os profissionais obtiveram em nível inicial, e também é fundamental saber quais experiências com essa disciplina os docentes vivenciaram durante a escolarização, uma vez que são influenciados por modelos com os quais conviveram durante a trajetória estudantil (NACARATO, 2009).

Ressalta-se que esses docentes serão os primeiros profissionais a apresentar a Matemática escolar para as crianças nos anos iniciais e dificilmente alguém que tem medo da disciplina, e uma formação Matemática fragmentada, conseguirá articular as ideias matemáticas, compreender processos matemáticos, e se quer conseguir provocar um primeiro contato dos alunos com essa área do conhecimento de forma agradável e significativa.

Quanto à formação continuada, o autor adverte que cursos centrados em sugestões de novas abordagens para a sala de aula nada tem contribuído para a formação profissional docente. É necessário que as práticas docentes sejam objetos de discussão, pois as práticas pedagógicas que forem questionadas, refletidas e investigadas poderão contribuir para as mudanças de crenças e saberes dessas professoras.

Darsie (1996) argumenta que a formação do professor deve passar pela reflexão do seu saber fazer e do seu saber, assim como diante de nova aprendizagem, refletir sobre ela e sua utilização. Teorias, práticas e experiências escolares passadas deverão ser contempladas como objeto de estudo e de reflexão, pois elas são indissociáveis e a mudança de uma delas implica o repensar e o mudar de outra. O que Schön (1992) denomina de reflexão sobre a ação e que Gomez (1992) defende que seria mais correta as denominações de reflexão sobre as representações ou reconstrução a *posteriore* da ação.

Contudo, segundo Chaves (2009), a formação matemática em cursos de formação de professores ainda tem sido marcada por uma concepção dualista de formação de professores das anos iniciais, motivados por ideia ambíguas sobre o papel da teoria e da prática, do saber e do saber fazer, do domínio dos conteúdos e dos conhecimentos pedagógicos. Esses cursos de alguma maneira marcaram a formação desses professores e essas marcas manifestam-se em sua prática de ensino.

Os currículos desses cursos são apoiados na concepção de professor como um profissional que deverá aplicar conhecimentos adquiridos em situações específicas. Professores que, em sala de aula, apenas reproduzem de forma automática os conhecimentos adquiridos em sua formação, ou seja, são meros transmissores de conhecimentos (CHAVES 2009).

Em contrassenso à sua formação, espera-se que o professor em sala de aula, seja criativo, cative os alunos, que prenda a atenção deles de modo que possam ter uma aprendizagem mais efetiva. Cobra-se do docente iniciativas para buscar alternativas didáticas e levar o aluno a ter interesse por investigar, explorar e interpretar em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas de conhecimentos os conceitos e procedimentos matemáticos (BRASIL, 1998).

Contudo, impor a alguém que cresceu em um sistema de ensino dito tradicional, vendo professores palestrando e resolvendo imensas listas de exercícios porque iria cair idênticos na prova que vá para a sala de aula e faça algo diferente é algo impossível. Para ser um bom professor é necessário primeiro receber uma boa formação, com os meios acadêmicos bem mais próximos da realidade do docente (BARRETTO, 2010).

A discussão feita até aqui sobre a Matemática, seu ensino e a formação de professores aponta a necessidade de consolidação de um paradigma de formação docente, baseado no pressuposto de que a qualificação docente deve articular teoria e prática, valorizando uma atitude critico-reflexiva como elemento vital num fazer pedagógico situado na prática social, em contraposição ao modelo ainda vigente.

Diante das divergências e exigências entre a formação e prática docente encontra-se o desafio de reverter um ensino da Matemática centrado em procedimentos mecânicos, destituídos de qualquer compreensão e significado para o aluno. Reverter esse quadro implica reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que a sociedade reclama nos dias de hoje para ensino dessa disciplina.

Sabe-se que a matemática é uma ciência abstrata e para ensiná-la o professor deve conhecê-la bem. Por isso, é importante que a formação inicial do professor para o ensino de Matemática contemple também conteúdos, metodologias e teorias de aprendizagem, e que esses estudos venham contribuir de forma eficaz para subsidiar a relação da teoria com a prática, fazendo-os vivenciar experiências que lhes possibilitem associar o que aprendem na academia com a realidade das salas de aula (SANTOS, 2012).

De acordo com Shulman (1986), para ensinar o docente deve possuir três categorias de saberes: o saber disciplinar, o saber pedagógico-disciplinar e o saber curricular. Isso porque o professor deve compreender a disciplina que vai ensinar a partir de diferentes perspectivas e estabelecer relações entre vários tópicos do conteúdo disciplinar e outras áreas do conhecimento. Em outras palavras, o professor deve conhecer bem o conteúdo da disciplina que vai ensinar; conhecer o modo de ensinar a disciplina a fim de, torná-la compreensível para o aluno; conhecer também o currículo da disciplina o que engloba a compreensão do programa e o conhecimento dos materiais que o professor disponibiliza para ensinar sua disciplina, a capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo a ser ensinado, a história da evolução curricular do conteúdo que irá ensinar.

Nesse sentido, uma formação que prepare o professor para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, deve: proporcionar situações que leve o professor a romper com crenças adquiridas ao longo de sua formação; obter o domínio do saber disciplinar; obter domínio do saber pedagógico- disciplinar e do saber curricular, uma vez que ensinar Matemática não é uma tarefa fácil de ser realizada e a dificuldade se torna bem mais acentuada no ensino e aprendizagem de alguns conteúdos, como no caso dos números fracionários, que será objeto de análise e discussão nas páginas a seguir.

3.2 Impasses que envolvem o ensino de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Segundo o *Dicionário Aurélio* a palavra fração vem do verbo fracionar que significa dividir em partes ou frações (FERREIRA, 2008). Segundo Silva (2005), a palavra árabe que designa fração é *al-kasr*, derivada do verbo que significa quebrar. Com o passar do tempo, levou ao termo “número quebrado”. Isso provavelmente se deve ao fato de as aritméticas antigas utilizarem o termo número quebrado para distinguir as frações ordinárias das frações decimais.

Machado (2007) relata que as frações surgiram nas civilizações antigas, antes dos números decimais, a partir da necessidade de representar quantidades não inteiras, muitas vezes ligadas às medidas. Pois o homem precisava medir suas terras, trabalhar com obras de irrigação e com a arquitetura. Ainda segundo o autor, os números fracionários surgiram da mesma forma como a Matemática surgiu, isto é, da necessidade da resolução de problemas da vida cotidiana, ou seja, onde não era possível realizar quantificação ou medição utilizando apenas os números naturais precisou-se buscar outro tipo de número. Como exemplo, se tem o caso dos geômetros dos faraós do Egito que marcavam as terras férteis às margens do rio Nilo para a população cultivar. As marcações eram feitas com pedras que durante as cheias eram levadas e quando as enchentes baixavam, os funcionários do governo traçavam novamente os limites. Como nem sempre a medida da grandeza podia ser feita com um número inteiro, surgiu a necessidade da utilização de um outro tipo de número.

Essa informação é reforçada por Silva (2008), quando afirma que no Egito as terras precisavam ser medidas para posteriormente serem cedidas ao povo para cultivo, o que resultava em cobranças de tributos para o faraó pelas colheitas. Quando era medido um comprimento ou área e havia uma sobra inferior à unidade tomada, os homens eram obrigados a dividir a unidade em um número de partes iguais. Para o autor, esse fato histórico não somente liga o uso das frações às questões de medidas, mas explica o porquê do uso tão frequente das figuras geométricas planas na introdução do conceito de fração nos dias atuais.

Dessa forma, foi a necessidade de medir com mais precisão que levou os egípcios a criarem um novo tipo de número, denominado de número fracionário e para representá-lo eram utilizadas as frações e durante muito tempo os egípcios usavam apenas frações unitárias. Os babilônios também utilizavam as frações, mas, foram os egípcios os primeiros a atribuírem uma notação racional a elas. Ou seja, era representado por uma parte inteira e outra fracionária, quociente de dois inteiros. Os babilônios usavam as frações para suas transações comerciais, representando com os mesmos valores monetários próprios de sua cultura. Por exemplo, metade ou um meio ($\frac{1}{2}$) chamavam de ardalha e a quarta parte ou um quarto ($\frac{1}{4}$) chamavam de pada. Comumente usavam frações que tinha denominador sexagenal. Já os romanos utilizavam as frações, mas com denominador 12 (MACHADO, 2007).

A notação moderna de frações ordinária (frações menores que a unidade) se deve aos hindus, que devido à sua numeração decimal de posição chegaram a simbolizar as frações de um modo muito próximo do modo como se utiliza hoje.

Sabe-se que atualmente a fração é considerada um conteúdo importante para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, pois o seu entendimento está ligado a uma das premissas mais importantes da Matemática: o de estabelecer relações, são relações que se situam sobretudo, entre o numerador e o denominador das frações. Porém, o ensino de fração tem se caracterizado pela valorização de um conjunto de regras e procedimentos visando a realização de operações básicas em detrimento da ideia de relação.

Segundo Silva (2008), o conceito de número fracionário é suficientemente complexo para que uma criança possa assimilar de forma rápida. Seu desenvolvimento foi um processo longo e gradual pelo qual algumas civilizações passaram e da mesma forma, para construir ideia de fração a criança passa por um processo longo e enfrenta inúmeros obstáculos.

De acordo com algumas pesquisas consultadas, Nunes *et al*. (2003), Magina, Bezerra e Spinillo (2009), Santana (2012) e outros, esses obstáculos podem estar relacionados a:

a) Complexidade que envolve o conceito de fração

A respeito da complexidade que envolve o conceito de fração observou-se durante os estudos feitos que há um certo consenso entre pesquisadores a respeito do assunto. Santana (2012), por exemplo, afirma que diversos estudos apontam que as dificuldades enfrentadas pelos alunos para a construção do conceito de fração se devem também à complexidade e diversidade de conceitos que envolvem a aprendizagem de frações e chama atenção para o fato de que a construção deste conceito não ocorre de forma natural. Magina, Bezerra e Spinillo (2009, p. 12) relatam que:

> Os obstáculos para aprendizagem de fração são atribuídos principalmente a aspectos como: os diferentes significados que a fração pode assumir, os princípios de equivalência e ordenação, sua associação com outros conceitos matemáticos, a pluralidade de representações do número fracionário e do fato de aplicarem o conhecimento que possuem acerca dos números inteiros às frações, acreditando que: a representação simbólica a/b nada mais é do que dois números inteiros, um sobre o outro; e 1/3 é menor do que 1/4, porque três é menor do que quatro.

Uma leitura atenta da fala dos autores acima citados permite perceber que quando se trata de ensinar o conteúdo de fração é preciso considerar que o professor está trabalhando não com um conceito, mas com uma multiplicidade de conceitos e relações que não são assimiláveis de forma simples. Além dos cinco significados que a fração pode assumir em situações do cotidiano, o seu ensino pressupõe que seja considerado o princípio de equivalência, ordenação e associação com outros conceitos e pluralidade de representação. Dessa afirmação conclui-se que para ensinar esse conteúdo de forma satisfatória o professor precisa ter domínio não apenas do conteúdo de fração, mas, também necessita dominar outros conteúdos matemáticos, para que, assim tenha condições de estabelecer as relações necessárias e pensar em estratégias capazes de facilitar o aprendizado por parte dos alunos.

Nunes *et al*. (2003) afirmam que uma aprendizagem do conceito de fração pode ser obtida com maior êxito quando esse conceito é explorado por meio de cinco significados a saber: Número, Parte-todo, Quociente, Medida, Operador multiplicativo. Além desses cinco significados já apontados por Nunes, a fração também pode assumir o significado de

Número. Segundo Santana (2012), este significado refere-se ao fato de as frações, assim como os números inteiros, se constituírem como números, pois não precisam, necessariamente, se referir a quantidades específicas. Ou seja, as frações são números que não precisam referir-se a quantidades específicas ou a um conjunto de situações particulares.

Assim ao solicitar ao aluno que "converta o número decimal 0,5 para sua representação fracionária", ou ainda que represente na reta numérica $\frac{2}{3}$ não é preciso que o aluno seja remetido a nenhum referencial específico para compreender o que é solicitado. Nem fazer referência ao contexto das quantidades contínuas e discretas. O aluno deverá reconhecer $\frac{2}{3}$ como um número e não como uma superposição de dois números naturais e reconhecer que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica e sua localização depende do princípio de ordenação (MERLINI, 2005). Além disso, é necessária a compreensão das propriedades que fazem parte dos números racionais e ainda que se perceba a relação destes com os números naturais para que, assim seja possível localizar uma fração em uma reta numérica. Estes aspectos supõem a apropriação do princípio da ordenação (invariante) que permitirá o entendimento de que entre uma fração e outra existem infinitos números.

Segundo Merlini (2005), admitir este significado implica na compreensão do que esse número quantifica e considerar algumas percepções. A primeira delas é a de que o uso de fração possibilita uma ampliação do que era suscetível de ser quantificado com os números naturais, ou seja, esses números surgiram da necessidade de subdividir a unidade num certo número de partes iguais, constituindo-se, dessa forma, em frações da unidade. A partir desta percepção é necessário que se reconheça que é possível comparar, em termos de quantidade representada, esses números entre si e com os números naturais, isto é, as frações são números que estão intercalados entre os números naturais.

Em síntese, compreender a fração como número requer a compreensão dos novos objetos, propriedades, relações e representações que a constituem. E são esses conhecimentos que servirão de suporte para a compreensão dos outros significados da fração.

Merlini (2005) comenta que esta abordagem quase não é utilizada pelos livros didáticos, o que prejudica a organização do conceito, pois o aluno tende a não identificar a fração como um número. É importante que ele reconheça este significado, visualizar seu posicionamento na reta numérica, e compreender que este número também pode ser representado como um decimal.

b) Dificuldades de rompimento com conhecimentos construídos anteriormente

Outro obstáculo encontrado pelos alunos na aprendizagem de fração, segundo os PCN de Matemática, relaciona-se à dificuldade de romper com conhecimentos adquiridos no percurso escolar a respeito de números e operações e se apropriar da ideia de fração. A aprendizagem dos números fracionários supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada, porque ao raciocinar sobre os números racionais como se fossem naturais, os alunos acabam tendo que enfrentar vários obstáculos. Os PCN informam que:

> Um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9 e 4/12 são diferentes representações de um mesmo número;
> Outro obstáculo diz respeito a comparação entre racionais: acostumado com a relação 3 >2 terão que construir uma escrita que parece contraditória, ou seja, $< \frac{1}{2}$,
> Se o “tamanho” da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais (8.345 > 41), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
> Se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 e 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1 2, se surpreenderão ao ver que o resultado é menor que 10.
> Se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quais quer é sempre possível encontrar outro racional; assim o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números com 0,81, 0,815 ou 0,87. (BRASIL, 1998, p. 67).

Desse modo, pode-se inferir que a construção da ideia de fração precisa de uma desconstrução de certas noções elaboradas na trajetória escolar. Noções estas que se poderia até classificar como equivocadas. Uma das ideias que precisa ser desconstruída está relacionada à noção de representação numérica, visto desde que seu primeiro contato com a Matemática a única forma de representação numérica que é apresentada às crianças são os números naturais, portanto para construir a ideia de número fracionário é necessário levá-las a perceber que certas verdades que lhes foram passadas ao longo do percurso escolar não são tão absolutas quanto pareciam. Elas precisam compreender que existem situações em que os números naturais não são suficientes para exprimir uma determinada medida.

Outra ideia a ser desconstruída, é um caso bastante recorrente nas aulas de matemática, segundo Silva (1997) é que a medida que os estudos avançam, os alunos vão se deparando com situações que eles têm certas dificuldades em aceitar, por exemplo, quando no processo de divisão o dividendo seja menor que o divisor. Isso ocorre porque quando a criança começa a estudar divisão ela aprende que a divisão somente é possível quando o dividendo é maior que o divisor. Por isso, é muito comum o professor se deparar com uma atitude de surpresa por parte dos alunos quando propõe, por exemplo que dividam 2 por 5.

Frequentemente, as crianças respondem de imediato que não pode, mesmo que não consigam explicar por que não podem efetuar essa divisão, elas têm convicção da impossibilidade de realizar a operação.

Do mesmo modo, quando os alunos são convidados a comparar números racionais e dizer se $\frac{1}{3}$ é maior ou menor que $\frac{1}{4,}$, frequentemente apresentam dificuldades para realizar essa atividade. Isso ocorre porque a lógica seguida para comparar e ordenar números naturais não se aplica aos números fracionários.

A evidência desses obstáculos aponta a necessidade de se repensar a forma como vem sendo transmitidas certas noções matemáticas aos alunos. Ainda é muito comum a concepção da matemática como sendo uma ciência das verdades absolutas, do certo ou errado. Para que ocorra uma mudança nesse sentido e para que o professor possa desempenhar o seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno ele precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de matemática como ciência, que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998).

c) Dificuldades ligadas à formação e prática docente

O terceiro obstáculo que mais se destaca como sendo um dos grandes responsáveis pela aprendizagem deficitária do conteúdo de fração relaciona-se à forma como o ensino vem se realizando nas escolas (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009), pois além da complexidade inerente a esse conceito, a abordagem aplicada pelo professor no ensino desse conteúdo na escola pouco tem contribuído para a aprendizagem eficaz.

Esse entendimento é reforçado pelos PCN, ao afirmar que a prática de ensino que predomina até os dias atuais tem se mostrado imprópria, porque se baseia na reprodução correta de uma resposta (BRASIL, 1998). Contudo, a reprodução correta de uma resposta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos de forma automática, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos.

Machado (2007) comenta que a maioria dos professores entrevistados em sua pesquisa tem concepções bem elaboradas sobre a fração, porém em suas aulas o modelo parte-todo é mais trabalhado e quase sempre associado ao processo de dupla contagem, fato este que leva os alunos a considerarem a fração não como número, mas como parte de coisas. O autor finaliza suas análises enfatizando que as limitações apresentadas pelos professores são na verdade um reflexo do processo formativo a que esses sujeitos foram submetidos e chama atenção para o grande desafio que se coloca àqueles que trabalham com a formação de professores.

Magina, Bezerra e Spinillo (2009) comentam que esse modo de ensinar ignora outras formas possíveis de representar fração e a variedade de significados a ela associados, restringindo-se seu ensino quase que exclusivamente às relações parte-todo. Assim, a prática mais comum é explorar a fração de forma isolada, sem que sejam feitas as conexões com outros conceitos como divisão, porcentagem, probabilidade, razão, proporção e noções relevantes para sua compreensão como equivalência, e outros. O ensino é dissociado de situações extraescolares com uma forte ênfase em quantidades contínuas, desconsiderando as quantidades discretas, sobretudo no ensino introdutório, passando-se a ideia de que fração é um pedaço de algo (pizza, barra de chocolate).

Finalizam enfatizando que essa forma de ensinar tal conteúdo pouco contribui para superação das dificuldades enfrentadas pelos alunos, assim como para uma aprendizagem mais significativa (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009). A consequência dessa forma de ensinar fração é que alguns alunos adquirem noções incompletas dos conceitos e por isso não conseguem ter êxito em suas tarefas.

A aprendizagem de fração pressupõe considerar, entre outras coisas, toda a complexidade que a envolve, assim como considerar o que se espera que o aluno aprenda ao final do processo de ensino desse conteúdo. Pois, segundo os PCN, o ensino de fração tem como principal objetivo levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas. Assim como construir o significado do número racional e de suas representações (fracionárias e decimal) a partir de seus diferentes usos no contexto social (BRASIL, 1998).

Esse documento recomenda como conteúdo de ensino da ideia de fração para o 4º ano (que equivale ao 5º ano atualmente) os seguintes conteúdos (BRASIL, 1998):

a) Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.
b) Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal
c) Leitura, e escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.
d) Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
e) Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.

f) Exploração dos diferentes significados de fração em situações problemas: parte-todo, quociente e razão.

A Base Nacional Comum Curricular, quando faz referência ao ensino do conteúdo de fração no 5º Ano do Ensino Fundamental, define como objeto de conhecimento o seguinte (BRASIL, 2017):

a) Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica.
b) Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.
c) Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência.
d) Cálculo de porcentagens e representação fracionária.
e) Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita.
f) Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais

A Base Nacional Comum Curricular define ainda que no processo de ensino aprendizagem desse conteúdo os alunos do 5º Ano devem desenvolver as seguintes habilidades (BRASIL, 2017):

a) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
b) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
c) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
d) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação
e) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

f) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Nesse sentido, verifica-se que os objetivos propostos por esses documentos para o ensino desse conteúdo no 5º Ano do Ensino Fundamental e as competências e habilidades almejadas são bastantes extensos. O alcance desses objetivos é inviável por meio de uma abordagem superficial e fragmentado do conteúdo, e isso exige que o professor tenha domínio das multiplicidades de conceitos que envolvem o conteúdo de fração e que busque novos caminhos ancorados em novas formas de ver e ensinar a Matemática como defendido por Duval (2011), a fim de garantir uma aprendizagem concreta desse conteúdo e que desperte sentimento positivos em relação à Matemática e, principalmente, que reduza o índice de fracasso dos alunos.

A construção de novas práticas exige um novo professor, ou uma nova mentalidade de acordo com Santos (2005). Sabe-se que ainda é bem corriqueiro nos dias atuais professores que defendem e praticam um ensino pautado na repetição e memorização de regras e procedimentos e que cobram memorizações que não fazem o menor sentidos para os alunos. Aulas onde impera a falta de diálogo, interação com os educandos ou mesmo dificuldade de ver esses educandos como seres humanos capazes de pensar e se relacionar com harmonia.

A mudança desse cenário exige a adoção de formas alternativas de abordagem desse conteúdo que torne as aulas mais atrativas e estimule a criatividade e a capacidade de raciocínio. Segundo Fernandes (2008), uma boa alternativa poderia ser levar o aluno a construir o conceito de fração a partir das expressões usadas no dia a dia: um metro e meio de barbante, um quarto de litro, meia noite, décima parte, vinte por cento, pois são situações de vida que, se bem exploradas, permitem a compreensão de diferentes significados de fração. Assim a ideia de frações poderia ser assimilada de forma gradativa e relacionada com outros conteúdos simultaneamente, como os números decimais, porcentagem, etc.

Fernandes (2008) assevera que a compreensão de frações e decimais tem como fundamento os conceitos de unidade e de sua subdivisão em partes iguais. As primeiras explorações sobre estes conceitos podem partir das expressões utilizadas cotidianamente (meia hora, dez por cento, um, um quarto de quilo de café, etc.) e das relações já conhecidas entre as frações e decimais. Por exemplo, se os alunos reconhecem que $\frac{1}{2}$ é igual a 0,5 poderão concluir que 0,4 ou 0,45 é um pouco menos que $\frac{1}{2}$, ou ainda, que 0,6 ou 0,57 é um pouco maior do que $\frac{1}{2}$.

Os PCN também indicam uma variedade de alternativas para o ensino do conteúdo de fração, na parte destinada as orientações didáticas. O referido documento sugere que esse conteúdo seja introduzido partindo do seu reconhecimento no contexto diário, observando-se que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária, uma vez que as representações fracionárias são bem menos frequentes, isto porque na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações. Sugere, ainda, partir de situações em que usando apenas números naturais os alunos não consigam exprimir a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão, levando-os assim a identificar os números racionais como possibilidade de respostas a novos problemas (BRASIL, 1998).

Outra sugestão dada pelo documento é que durante a mediação o professor faça uso de materiais manipuláveis, lúdicos e que relacionem o conteúdo com o contexto diário dos alunos. Também defendem que iniciem o estudo desse conteúdo pela representação decimal, já que há muitos exemplos de utilizações dessa escrita numérica no dia a dia do aluno, como o sistema monetário, medidas da sua altura, e outros. O documento sugere ainda o uso da calculadora que é um instrumento tecnológico disponível e de fácil acesso, na qual é possível trabalhar tanto com os números naturais, quanto com os racionais na representação decimal (BRASIL, 1998).

Magina, Bezerra e Spinillo (2009) afirmam ainda que como o ensino e a aprendizagem da ideia de fração supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e´ importante que o professor considere que o ensino desse conteúdo requer tempo e abordagem adequada, que busque explorar formas alternativas de ensino fundamentado em uma visão mais ampla de fração (tanto em termos de representação como de significado), que encorajem o aluno a partir de seu conhecimento informal sobre frações com o fim de auxiliá-lo na superação das dificuldades encontradas em relação a esse conteúdo escolar.

4 DESENHO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Sabe-se que a metodologia é o espaço onde o pesquisador descreve de forma detalhada os procedimentos traçados e seguidos na realização da pesquisa para assegurar o alcance dos objetivos almejados, visto que a determinação dos procedimentos a serem seguidos é algo imprescindível em uma pesquisa científica. Segundo Lüdke e André (1986, p. 1), a realização de uma pesquisa pressupõe mais do que coleta de informações, implica também na definição de procedimentos que viabilizem "levantamento e confronto dos dados coletados sobre determinado assunto bem como o conhecimento teórico acumulado a respeito dele". Nesse sentido, visando o alcance dos objetivos estabelecidos para esta pesquisa projetou-se alguns passos que foram seguidos no percurso da pesquisa e que serão descritos a seguir:

Iniciou-se o trabalho de pesquisa empírica visitando duas escolas da rede pública municipal que ficavam localizadas na mesma quadra. Durante as visitas, buscou-se estabelecer contato com o grupo de professores do 5º Ano do Ensino Fundamental com a intenção de perceber em qual grupo de professoras a proposta da pesquisa teria maior aceitação. Eram seis professores no total, três em cada escola.

Percebeu-se que não havia abertura por parte do grupo de professoras da primeira escola para acompanhamento em sala, decidiu-se, portanto, por abandonar esse local da pesquisa, pois Porque as professoras alegavam não se sentir à vontade com a presença de estranhos em sua sala de aula e demonstravam muito nervosismo, quando se tentava fazer observação das aulas. Após a constatação da impossibilidade de realizar o trabalho nessa escola, passou-se a visitar apenas a segunda escola, tentando de todas as formas se estabelecer nela e realizar a pesquisa com o segundo grupo de professoras.

Assim, solicitou-se à direção da escola o consentimento para apresentar a proposta da pesquisa para as professoras do 5º ano e convidá-las a participar do estudo. Ao apresentar o projeto de pesquisa para o grupo, apenas uma professora demonstrou interesse em participar.

Diante da situação acima descrita, julgou-se necessário fazer algumas adequações na metodologia da pesquisa, uma vez que no projeto de pesquisa inicial pretendia-se tomar como sujeito as professoras de 3 turmas do 5º ano do Ensino Fundamental. Mas, a rejeição por parte da maioria das professoras em participar da pesquisa trouxe a necessidade de se fazer algumas adaptações nos objetivos e nos procedimentos a serem seguidos, dando ao estudo novo direcionamento.

Essas adequações levaram a tomar como norte na condução do estudo os fundamentos da pesquisa colaborativa. Já que, diversos autores apontam a pesquisa colaborativa como uma alternativa promissora em espaços, onde há rejeição a entrada de pesquisadores.

4.1 Tipo de pesquisa

Conforme Gasparotto e Menegassi (2016), a entrada do pesquisador na escola nem sempre é bem aceita pela comunidade escolar. Muitas vezes, ele é visto como aquele que observa unicamente para avaliar, sem oferecer contribuições à realidade encontrada.

Cabral (2012), afirma que há atualmente "uma certa rejeição" por parte de alguns docentes da Educação Fundamental em participar de pesquisas propostas por universidades, pois alguns deles estão saturados de participarem de pesquisas que fazem o diagnóstico da realidade, "apontam os erros" e, quando muito, dizem o que precisa mudar sem oferecer a devida capacitação para fazê-lo, o que tem fechado as portas de muitas escolas.

A pesquisa colaborativa, conforme Desgagné (1998), tem se configurado como significativa para esse contexto, visto que "associa ao mesmo tempo atividades de produção do conhecimento e de desenvolvimento profissional" e contribui para mudar qualitativamente a realidade da atividade docente, uma vez que, por meio dela, o pesquisador colaborativo, além de aproximar a universidade da escola e a teoria da prática, constrói conhecimentos com base em contextos reais, descrevendo, explicando e intervindo nesta realidade, o que possibilita contribuir para transformar, de forma coerente e significativa, tal realidade, já que se instaura um processo produtivo de reflexão, de indagação e teorização das práticas profissionais dos educadores e das teorias que guiam suas práticas. A pesquisa é produzida com o professor e não para ele, o que é o grande diferencial.

A interação entre pesquisador externo e professores ocorre num processo de estudo teórico-prático, questionamento e teorização sobre as práticas e teorias que norteiam o trabalho docente no sentido de compreender a realidade e construir novas ações que contribuam para melhor desenvolvimento do ensino.

Contudo, Desgagné (1998) afirma que para a legitimidade do processo, algumas características devem ser atenciosamente atendidas. A participação voluntária, considerando que sem a participação voluntária, o trabalho perde seu caráter colaborativo, centrando-se apenas em ações estabelecidas pelo pesquisador. O pesquisador deve promover os momentos de reflexão por meio de perguntas sobre a prática docente ou visando à assimilação teórica, sempre no sentido de ampliação e compartilhamento do conhecimento e também de aprimoramento das práticas de ensino, o que gera a necessidade de encontros de estudos, chamados de sessões reflexivas (MAGALHÃES, 2010).

Nesse sentido, ancorada nos pressupostos da pesquisa colaborativa com enfoque qualitativo buscou-se adentrar a realidade a ser estudada com intuito de desvendar para posteriormente fazer intervenção na mesma de modo, contribuindo para um melhor desenvolvimento do ensino e aprendizagem do conteúdo de fração, portanto admitiu-se a professora como coparticipante e buscou-se na colaboração fazer-se parceria com a mesma, preocupando-se com sua formação, com suas histórias e além de tudo assumindo-a como sujeito no processo e não como objeto ou como replicador de procedimentos (GHEDIN, 2011). Considerou-se, portanto, que sua fala, sua interpretação do vivido, suas representações, seu olhar, suas necessidades e expectativas, compreendendo como ser reflexivo, como alguém que pensa, decide e se angustia (CHECHUEN, 2012).

Ao mesmo tempo em que procurava inserir-se no contexto e fazer-se parte dele, a fim de tentar olhar os fatos a partir do ponto vista dos sujeitos envolvidos na pesquisa sem, contudo, ausentar-se do papel de pesquisadora. Tentou-se também envolver a professora no processo da pesquisa, interrogando-a e estimulando-a a fazer reflexão a respeito de sua prática, das dificuldades enfrentadas pelos alunos, das relações estabelecidas em sala entre professor/aluno e as implicações no processo de aprendizagem. Procurou-se também oferecer elementos que contribuíssem para uma ressignificação de suas das concepções e das práticas.

Assim, com a adoção da perspectiva colaborativa passou-se a ter a professora do 5º Ano B e seus alunos como colaboradores nesta pesquisa.

4.2 Lócus da pesquisa

O lócus da pesquisa foi uma escola da rede pública municipal de São Luís-Ma, que aqui será identificada pelo nome fictício de Unidade Integrada Odorico Câmara. Essa escola foi fundada em 1983 e desde então recebe alunos provenientes da classe operária da região onde se localiza. Inicialmente a escola oferecia vagas somente para o fundamental, ensino de 1ª a 4ª série.

Em 1993, a escola passou por uma reforma que ampliou bastante a sua estrutura e a capacidade de oferta de vagas à comunidade. Desde essa época oferece vagas para o ensino Fundamental anos iniciais, anos finais e Educação de Jovens e adultos, nos turnos matutino, vespertino e noturno.

A estrutura física da escola, à primeira vista parece boa, mas quando se chega à área da frente, onde se localiza toda a parte administrativa, como por exemplo, a secretaria, a sala de professores, é possível perceber que a escola dispõe de aparelhos de ar condicionado, ventiladores, paredes revestidas de lajotas, biblioteca e sala de Atendimento Educacional Especializado. A impressão é que os funcionários têm à sua disposição os recursos necessários para o bom exercício de suas atribuições.

Porém, uma vez inserido no espaço começou-se a notar as dificuldades vivenciadas pela comunidade escolar. O ar condicionado não funciona já faz um certo tempo; os ventiladores estão quebrados; as salas têm pouca ventilação e são pequenas para o número de alunos matriculados por sala. Cada sala tem em média 35 estudantes, frequentando.

A escola tem apenas uma gestora e uma adjunta para gerir a sede e seus dois anexos, que atendem 1800 alunos e mais um total de 100 funcionários: 75 são docentes e 25 trabalham no serviço de apoio ou na parte administrativa.

Não há uma coordenadora pedagógica, tampouco pouco Projeto Político Pedagógico, assim, cada professor conduz seu trabalho à sua maneira. Nos dias destinados ao planejamento, os docentes são liberados para planejar em casa.

Embora a escola tenha uma estrutura ampla, não existe um refeitório onde as crianças possam fazer suas refeições. Durante o lanche ou permanecem nas salas, ou fazem as refeições em pé, nos corredores. Não há também espaço para a Educação Física ou um pátio onde possam ser desenvolvidas atividades físicas ou coletivas, confraternização ou socialização de trabalhos desenvolvidos nas salas de aula.

4.3 Etapas da pesquisa

Na realização desta pesquisa adotou-se alguns procedimentos para a obtenção dos dados sobre o objeto de estudo e o alcance dos objetivos pretendido, que foram distribuídos em duas etapas:

a) Pesquisa bibliográfica

No caso da a pesquisa bibliográfica, buscou-se compreender como a Teoria dos Registros de Representação semiótica poderia subsidiar a construção de uma proposta de ensino de fração no 5º ano; verificar quais são as dificuldades comuns enfrentadas por todas as crianças na aprendizagem da ideia de fração e examinar o que propõe os documentos oficiais para o ensino desse conteúdo no 5º Ano do Ensino fundamental.

Inicialmente fez-se a leitura da Teoria dos Registros de Representação Semiótica em obras de Raymond Duval, como livros, artigos e entrevistas, no intuito de apropriar-se dos elementos essenciais que viessem auxiliar o ensino de fração nos anos iniciais do Ensino fundamental. Fez-se também leitura de dissertações de autores que tomaram como aporte teórico principal em suas pesquisas a teoria do referido autor.

Para verificar as dificuldades enfrentadas pelas crianças na aprendizagem da fração fez-se um levantamento de teses, dissertações e artigos que tiveram como foco a análise do ensino da fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a formação do professor polivalente, como Gomes (1996), Curi (2004), Merlini (2005), Machado (2007) e outros.

Visando conhecer o que propõe os documentos oficiais para o ensino desse conteúdo no 5º Ano do Ensino fundamental fez-se uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e da Base Nacional Curricular Comum para averiguar o que esses documentos recomendavam em termos de conteúdos, objetivos e competências e habilidades a serem desenvolvidas com os alunos no 5º ano do Ensino Fundamental; assim como quais as orientações e as orientações didáticas sugeridas para abordagem desse conteúdo no 5º ano.

b) Pesquisa de campo

Nesta etapa da pesquisa adotou-se alguns procedimentos com o propósito de obter maiores informações sobre os sujeitos e objeto de estudo, visto que na pesquisa de campo propôs-se a observação de fatos e fenômenos exatamente como ocorriam na realidade estudada. Com a finalidade de coletar dados referentes ao objeto de estudo para, assim compreender e explicar o problema pesquisado (CHECHUEN NETO, 2012).

Dessa forma, nesta etapa da pesquisa fez-se o acompanhamento da professora e seus alunos durante 4 meses (duas vezes por semana). O acompanhamento iniciou-se na primeira semana do mês de agosto e finalizou na segunda semana do mês dezembro. Os dois primeiros meses foram destinados à coletar de dados a respeito dos sujeitos e seu ambiente, ao mesmo tempo em que se tentou-se inserir-se no ambiente a fim de envolvê-los no processo da pesquisa.

Ao mesmo tempo em que se fazia o acompanhamento dos sujeitos no local do estudo, analisou-se também documentos oficiais para verificar o que esses documentos sugeriam para o ensino de fração no 5º ano e realizou-se estudos sobre a fração para poder definir os objetivos da intervenção.

4.4 Instrumentos de coletas de dados

Durante a realização da pesquisa de campo, foram utilizados os seguintes instrumentos de coleta de dados:

a) **Observação participante**

Por entender que esse tipo de observação era adequado para os propósitos desta pesquisa. Uma vez que, segundo Chechuen Neto (2012), este tipo de observação pressupõe o envolvimento da comunidade na análise de sua própria realidade e se desenvolve a partir da interação entre pesquisadores e membros da situação investigada. Ou seja, o pesquisador não é apenas um expectador do fato que está sendo estudado, ele deve se colocar na posição e ao nível dos outros elementos humanos que compõem, o fenômeno a ser observado e deverá se inserir nesse grupo. Assim poderia compreender melhor os hábitos, atitudes, interesses, relações pessoais e características da vida diária da comunidade estudada (RICHARDSON, 2007).

Para tanto, o pesquisador precisa saber ouvir, escutar com atenção, ver e fazer uso de todos os sentidos. É preciso aprender quando perguntar e quando não perguntar, assim como que perguntas fazer na hora certa. As entrevistas formais são muitas vezes desnecessárias, pois com o tempo os dados podem vir ao pesquisador sem que ele faça qualquer esforço para obtê-los.

b) Entrevista não estruturada

A entrevista foi feita com a professora Mirtes (nome fictício) para levantamento da concepção dela a respeito de fração e seu ensino; para obter esclarecimento sobre um dado observado, para tirar dúvidas, refutar ou contrapor informações dadas anteriormente. Contudo, acrescente-se que a entrevista com a professora Mirtes, não foi realizada em uma data combinada antecipadamente, nem tampouco houve perguntas previamente elaboradas. Mas à proporção que se avançava nas observações, fazia-se perguntas que iam sendo registradas para evitar que os dados se perdessem na memória. Assim registrou-se os fatos observados, as perguntas feitas aos sujeitos e as respostas dadas a cada pergunta.

A opção pela entrevista não estruturada ocorreu devido à necessidade de desenvolver com a colaboradora uma interação mais próxima. Pois na opinião de Richardson (2007), este instrumento permite o desenvolvimento de uma estreita relação entre pessoas, já que a melhor forma para participar na mente de outro ser humano é a interação face a face, por ter um o caráter de proximidade entre as pessoas, que proporciona as melhores possiblidades de penetrar na mente e na vida dos indivíduos.

c) Atividade diagnóstica

Aplicou-se também atividades para levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos para poder intervir de acordo com as necessidades identificadas. A atividade foi composta de questões que envolviam conteúdos do bloco de números e operações como, por exemplo, as operações fundamentais, ordenação e comparação de números e fração. Com essa atividade desejava-se identificar as dificuldades específicas da turma, onde estava sendo realizada a pesquisa e levantar os conhecimentos prévios dos alunos a respeito de fração.

Desse modo, na atividade diagnóstica, buscou-se avaliar a capacidade de ler e interpretar situações problemas, domínio das operações fundamentais, especialmente a divisão; capacidade de ler, comparar e ordenar números. O interesse em avaliar essas habilidades justifica-se pelo fato de os documentos oficiais recomendarem como componente do conteúdo de fração para a 5º comparação e ordenação de números fracionários e adição, subtração, multiplicação e divisão de números fracionários. Entendendo que se os alunos não tivessem domínio dessas habilidades com números naturais, teriam maior dificuldades em operar com números fracionários.

Finalizou-se a pesquisa de campo com o desenvolvimento de uma proposta de intervenção com os colaboradores da pesquisa. A intervenção teve como finalidade o ensino de conteúdos de fração subsidiada por premissas da teoria de Raymond Duval.

4.5 Forma de análise dos dados

Ao finalizar o trabalho de intervenção fez-se a seleção das informações coletadas durante o trabalho para análise e interpretação dessas informações à luz de pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica por meios qualitativos.

A conclusão da pesquisa se deu com redação desta Dissertação e com a construção de uma proposta didática com recomendações para o ensino de fração nos anos iniciais do Ensino fundamental. A referida proposta se materializou em um caderno de recomendações para a introdução da ideia de fração.

5 O ENSINO APRENDIZAGEM DE FRAÇÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Toda pesquisa traz em sua essência o anseio de conhecer um dado fenômeno ou responder uma ou mais perguntas para o qual ainda não se obteve resposta. Nesse sentido, impulsionada pelo desejo de conhecer o objeto em estudo, buscou-se verificar quais os fatores interferem no processo de ensino que impossibilitam a aprendizagem de fração pelos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental da escola Odorico Câmara, com intuito de poder intervir na realidade estudada e contribuir para a mudança das concepções e práticas dos sujeitos que nela atuam.

Portanto, considerando que a prática docente desponta em inúmeras pesquisas como um dos fatores que mais interferem na qualidade das aprendizagens feitas pelos alunos, decidiu-se verificar em que medida as concepções e a prática da professora a respeito da fração colaboram ou interferem na aprendizagem dos discentes, uma que a ação docente se configura como elemento essencial para o sucesso dos alunos.

A aprendizagem de um determinado conteúdo depende em grande parte da qualidade da ação docente, logo cabe ao docente a escolha e adequação das situações que poderão dar significados aos conceitos trabalhados em um dado momento. Acredita-se que muitas das dificuldades enfrentadas pelos alunos durante a aprendizagem de conteúdos envolvendo fração poderiam ser minimizadas por uma ação didática que privilegiasse uma forma de abordagem de fração que explorasse seus diversos significados a partir de contextos variados, fazendo uso de diferentes formas de representação desse objeto de conhecimento matemático.

Desse modo, o êxito ou fracasso dos alunos na aquisição de certas habilidades matemáticas tem estreita relação com a forma que o professor ou professora organiza e conduz sua ação didática pedagógica. Contudo, a forma de organização e condução da ação pedagógica é fortemente condicionada pela concepção que o professor tem do conteúdo de ensino ou da área de conhecimento com a qual trabalha.

Partindo do entendimento de que, durante a prática de ensino, o professor torna explícito dados importantes sobre diversos aspectos da sua vida, estabeleceu-se como estratégias para obtenção dos dados sobre a prática da professora a observação de suas aulas e conversas com ela. Pois, segundo Silva (2005), quando o professor ensina apresenta em sua ação de forma implícita ou explícita dados sobre a sua formação cultural: origem, religião e postura como cidadão. Sobre a sua formação profissional, que tipo de curso frequentou, se continua estudando ou não, se lê, novas publicações. Também sobre a sua condição de trabalho, isto é, onde trabalha, como é desempenho, salário e condições de vida. Contudo há dois pontos que atingem diretamente a sala de aula: como o professor concebe a Matemática e que papel assume perante seus alunos.

Entretanto, julga-se necessário esclarecer que não foi possível observar aulas da professora em situações de ensino envolvendo a fração, já que nas escolas públicas os professores habitualmente deixam para trabalhar esse conteúdo no último bimestre do ano. Resolveu-se fazer as observações durante as aulas de matemática independente do conteúdo, por acreditar que seria possível, a partir de situações de ensino da Matemática e conversas com a professora perceber suas concepções sobre o ensino de conteúdo que envolvem frações. Considerou-se necessária a adoção dessa estratégia porque o tempo destinado à pesquisa de campo não permitiria esperar o último bimestre do ano para realizar observação e depois intervir.

Desse modo, à medida que se fazia as observações, buscou-se sempre estabelecer diálogos com a docente a fim de levantar informações sobre experiência profissional, formação, concepções sobre a fração e seu ensino. Quando se julgava necessário, lançavam-se perguntas à professora que iam sendo registradas e que posteriormente foram estruturadas em um roteiro que está em anexo. Em outros momentos, tentou-se criar situações que pudessem dar abertura para estabelecer um diálogo sobre determinado assunto como, por exemplo, dava-se textos que tratavam de fração e seu ensino e, posteriormente, criava-se o diálogo. As conversas foram realizadas sempre durante os 15 minutos destinados ao intervalo ou enquanto os alunos copiavam as atividades propostas por ela.

Como as conversas visavam obter as informações almejadas, promover reflexão sobre a sua ação e envolve-la na pesquisa, no planejamento e execução da intervenção, no intuito de propor experiências pedagógicas que lhe propiciassem vivências de situações de ensino aprendizagem e reflexão sobre suas concepções e práticas.com vistas a ressignificar sua ação didática. Foram feitas 8 perguntas subdividas em aspectos da prática docente: dados da formação e prática da professora, o que toma como fundamento para direcionar o ensino de fração e postura assumida diante das dificuldades apresentadas pelos alunos. Ou seja, como ela pensava, como agia quando ensinava o conteúdo de fração, como costumava introduzir esse conteúdo, em que se fundamentava e se demonstrava preocupação em relação às dificuldades dos alunos e o que costumava fazer para sanar as dificuldades.

5.1 Fatores que podem interferir no ensino de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Na sequência será apresentada a análise de alguns dados colhidos a respeito das concepções e prática da professora colaboradora no percurso da pesquisa, com vista a fazer um perfil profissional da docente no percurso das observações e conversas interrogou-se a professora a respeito da formação, tempo de exercício da docência, se costumava participar de formação continuada (APÊNDICE A).

A professora relatou ser graduada em Pedagogia, já leciona há 16 anos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e 8 anos como professora do 5º Ano. Informou que atualmente participa somente de formações oferecidas no local de trabalho pela Secretaria Municipal de Educação (Semed).

As aulas da professora caracterizavam-se por uma rotina bem delimitada e seguiam sempre a mesma estrutura. Ela entrava na sala, sentava na cadeira próximo à sua mesa, aguardava os alunos tomarem água e se acomodarem em seus devidos lugares, sempre organizados em fileiras.

Como os dois primeiros horários eram destinados as aulas de Matemática, ela copiava uma atividade ou resumo de aula no quadro para que todos reproduzissem em seus cadernos. Quando havia qualquer sinal de conversa ela os repreendia do lugar onde estava, perguntando o que estava acontecendo e lembrava que já tinha conversado com eles. O tom da fala da docente e postura dos alunos deixava transparecer que eles eram recomendados para ficarem calados. Depois pedia desculpas a pesquisadora pelo mau comportamento dos alunos.

A professora esperava aproximadamente 40 ou 50 minutos até que todos copiassem e respondessem a atividade, e depois fazia a correção no quadro. Qualquer pergunta a respeito da atividade, ela respondia com certa rigidez e dizia não acreditar que eles ainda soubessem realizar tal procedimento. Diante da postura tomada os alunos se intimidavam.

AULA OBSERVADA 1 – Na primeira aula, a professora entrou na sala sentou-se em sua cadeira. Aguardou e escreveu no quadro várias expressões numéricas sem qualquer enunciado e solicitou que os alunos copiassem. Então passou a falar com um semblante de satisfação dizendo:

Profª. – Eu me esforço muito para oferecer uma coisa diferenciada para esses meninos e para ver se eles aprendem.

P – É mesmo? Como que você costuma fazer?

Profª. – Trabalho com situação, com desafios, com o lúdico, sabe. Eles gostam muito de desafios.

P – Você mesma cria os problemas ou pesquisa em alguma fonte?

Profª – Hum! Isso é fácil, basta botar no google que aparece uma porção, quer ver?

Finalizada sua última fala, a professora pegou o celular que estava sobre a mesa abriu o navegador e colocou no espaço destinado a pesquisas “problemas d e multiplicação” em seguida mostrou a lista de problemas encontrados e explicando que assim que costumava fazer. Ao observar o tipo o problema que apareceu na tela, notou-se que não havia nada de desafiante nos problemas que apareceram na tela do celular, nem tampouco, os enunciados se configuravam com problemas de fato. Eram enunciados do tipo: Dê o dobro de 2, 3,4 ou algo nesse sentido. Nessa primeira observação já se começou a perceber as fragilidades formativas da docente, pois faltavam-lhe elementos para diferenciar e selecionar de forma apropriada os problemas que poderiam realmente se constituir como um desafio para os alunos.

Os problemas por ela indicados caracterizavam-se mais como o que Dante (2009), chama de “problema-padrão”. São problemas que em sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos, e não exige qualquer estratégia, ou seja, os tradicionais problemas de final de capítulo nos livros didáticos. Em geral, eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam. Segundo Polya (2006), há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema, e mesmo que seja modesto, se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta.

AULA OBSERVADA 2 – Novamente a professora entrou na sala, sentou na cadeira próximo à sua mesa enquanto aguardou as crianças se acomodarem. Em seguida colocou no quadro uma lista extensa de expressões numéricas e avisou que após essa atividade ela iria chamar um a um para perguntar tabuada. Depois sentou-se começou a conversar.

Profª – Sabe esses meninos são muito desinteressados, mas estou perguntando tabuada todos dias no final da aula e até sentir que eles melhoraram bastante. No meu tempo não era assim ou aluno estudava ou ficava reprovado.

P – Como foi sua experiencia com a Matemática durante a sua formação? O que lembra da sua experiencia com essa disciplina?

Profª – Em meu tempo era um ensino bem tradicional, mas os alunos não tinham essa falta de interesse que se vê hoje. Sabem que não vão ficar reprovados. Quando eu fiz a faculdade já foi bem diferente. Era utilizado bastantes jogos e ideias matemáticas visando facilitar a forma de trabalhar com a Matemática no dia a dia da sala de aula. Como ensinar as quatro operações de forma prazerosa.

A fala da professora colocou em evidência um dado bastante enfatizado em pesquisas sobre a formação do professor polivalente: a valorização do saber metodológico em detrimento do saber disciplinar. Martins (2008) relata que as pesquisas que analisam os cursos de Pedagogia, a partir de 2009, apontam lacunas, tanto na apropriação de conceitos matemáticos quanto de metodologias para o ensino dessa disciplina. Sabe-se que a formação inicial se constitui como um momento importante na articulação dos conhecimentos necessários à prática educativa, mas tem se revelado insuficiente no que se refere à Matemática, uma vez que o tempo destinado à apropriação dos fundamentos e conceitos matemáticos são bastante restritos. O que não possibilita um aprofundamento teórico que facilite o trato dos conteúdos em sala de aula. Todavia, concordando com a autora, é necessário reconhecer que, dificilmente, um curso poderá abarcar todos os conhecimentos necessários à atuação profissional, ainda mais se for considerada a gama de atividades profissionais permitidas legalmente ao pedagogo e as lacunas advindas da formação básica desse profissional.

No que se refere ao caso específico dos números fracionários, Moreira e Davi (2005) comenta que ao longo do processo de formação do professor esse conteúdo é visto como um objeto extremamente simples, enquanto as pesquisas mostram que em termos de prática docente a sua construção pode ser considerada uma das mais complexas operações da matemática escolar.

Considerando a fala da docente no diálogo anterior e os argumentos dos autores acima citados fez-se a seguinte pergunta a docente:

P – Na sua opinião a forma como você ensina matemática e a fração se assemelha ou diferencia da forma como seus professores ensinavam?

Profª – Se diferencia na maioria dos casos. **Faço uso de brincadeiras, jogos, atividades xerocopiadas.** Mas se assemelham também nos quesitos uso do livro didático e forma tradicional de ensinar alguns conteúdos.

Embora, em diversos momentos a professora tenha manifestado um discurso com indícios de uma visão inovadora sobre a Matemática e seu ensino, na prática isso não ficou confirmado. Durante os dois meses da investigação em nenhum momento se presenciou uso de brincadeiras, jogos, atividades xerocopiadas, nem tampouco uma metodologia diferenciada. Ao contrário, nas aulas em que se fez observação o que predominou foi o uso de recursos como o livro didático, quadro e pincel e as aulas se resumiam a copiar e corrigir atividades.

O conteúdo trabalhado foi sempre o mesmo: Expressões Numéricas. As atividades propostas aos alunos eram compostas de expressões enormes e sem nenhuma contextualização[2] ou enunciado. A estrutura das expressões assemelhava-se a estrutura de expressões bem antigas. Esse fato gerou curiosidade em saber de onde essas expressões eram extraídas. Fez-se uma análise do livro didático adotado pela escola e não foi encontrada nenhuma atividade semelhante.

O livro trazia uma abordagem que buscava desenvolver o raciocínio e a capacidade de fazer relações a partir de situações problemas e situações do cotidiano do aluno, favorecendo o processo de reflexão. Inicia cada unidade com uma história em quadrinhos sempre relacionada ao tema que será tratado na unidade. Essas histórias são tomadas como atividade introdutória do conteúdo a ser ensinado, assim as expressões numéricas são inseridas à proporção que avança nas operações fundamentais sem ênfase a regras e procedimentos. Isso levou a concluir que a prática da docente se caracterizava por viés bem tradicional e provavelmente com forte influência da prática de seus professores.

D'Ambrósio (1989) comenta que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiros graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, faz uma cópia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição da aplicação de um modelo de resolução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento ou, mesmo por repetição de cálculos e procedimentos matemáticos que não fazem nenhum sentido para o aluno.

Corroborando com essa ideia Duval (2011), argumenta que a escola tem centralizado o ensino de matemática, principalmente no fazer mecânico onde os alunos são levados repetidas vezes a executar cálculos com números e uso correto dos algoritmos, feitos repetidas vezes da mesma forma, apenas mudando os valores ou operações e que apenas provocam transformações dentro do mesmo registro simbólico, limitando a compreensão dos alunos.

Para que ocorra uma aprendizagem matemática concreta é necessário que se proponha atividades, situações didáticas, em que os alunos possam relacionar diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Para isso, o professor deve ter clareza do

[2] Para Guérios e Ligeski (2013), um problema não é um exercício ao qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema quando o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão proposta e a estruturar a situação que lhe foi apresentada.

objeto matemático a ser trabalhado, porque disso depende a escolha dos registros de representação e das atividades mais adequadas.

Assim, visando avançar no conhecimento das necessidades dos sujeitos, após alguns dias de acompanhamento da professora aplicou-se, com permissão da docente, uma a atividade com a finalidade de verificar alguns conhecimentos prévios dos alunos a respeito de conteúdos sobre a fração e sobre alguns conteúdos que se considerava importante para a compreensão da ideia de fração. A atividade foi composta de questões que envolviam as operações fundamentais, fração e outros conteúdos do bloco de números e operações.

Ao fazer análise da atividade diagnóstica aplicada constatou-se que mais de 70% dos alunos não conseguiram identificar a operação que poderia utilizar para a resolução dos problemas propostos e apresentavam muitas lacunas relacionadas aos conteúdos relacionados à atividade aplicada. Decidiu-se partilhar a informação a professora, com a intenção de saber como ela lidava com as dificuldades dos alunos, se havia preocupação em saná-las e se ela aproveitava a avaliação dos também para avaliar seu trabalho.

Assim sendo, na aula seguinte comentou-se com ela o resultado e, nesse momento, notou-se no semblante dela uma atitude de surpresa. Então, fez-se a seguinte pergunta: Na sua opinião qual a principal causa das dificuldades apresentadas pelos alunos com os conteúdos avaliados na atividade diagnóstica? Ela respondeu o seguinte, com certa indignação:

> **A falta de interesse dos alunos e dos pais**. Eu me esforço para oferecer um trabalho uma coisa diferente sabe, inovador, procuro trabalhar com problemas, mas tem hora que até fico desanimada porque nessa turma ninguém se interessa são tudo desse jeito que tu estás vendo. Os pais não ajudam e não adianta fazer reunião e conversar porque tudo continua igual. (grifo nosso).

Embora a professora insistisse em responsabilizar a falta de interesse dos alunos por suas fragilidades na aprendizagem na observação e interação com eles, não se teve a mesma impressão que a professora. As crianças aguardavam com ansiedade as visitas à escola e até pediam para levar alguma atividade, e quando alguma atividade era levada participavam ativamente da mesma. Na verdade, essa ansiedade pelas visitas e atividade era compartilhada pela própria professora que dava sinais de cansaço e às vezes até se retirava da sala. Pedia para ficar um pouco na sala de professores.

Uma das hipóteses que se levantou para suposta falta de interesse dos alunos foi que as atividades eram pouco atrativas, as aulas eram desenvolvidas sempre em grande grupo. o que dificultava muito a comunicação, pois os alunos que se sentavam atrás não conseguiam ouvir bem. Havia pouca interação e aos alunos não era concedido a oportunidade de se expressarem, porque a professora se justificava alegando que quando os dividiam em grupos estes conversavam muito.

Contudo, é preciso reconhecer que as salas de aula da escola são de fato muito pequenas para a quantidade de aluno matriculados por sala e circular em meio aos alunos, quando estavam organizados em grupos era uma tarefa um tanto difícil. Talvez por isso a professora sentia-se pouco motivada para organizá-los em grupo menores durante as aulas, preferindo manter sempre a organização em filas.

Sanchez (2004), afirma que as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem se manifestar nos diferentes aspectos, dentre eles dificuldades originadas do ensino inadequado ou insuficiente, seja porque a organização do mesmo não está bem sequenciada ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao desenvolvimento do aluno, ou não estão adequadas ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é pouco motivadora e pouco eficaz.

Mas, para que o professor ou professora tenha condições de desenvolver uma ação pedagógica com as características acima descritas é necessário que lhe seja concedido durante a formação conhecimentos que o capacite a fazer escolhas acertadas para a condução do seu trabalho. Segundo Santos (2005), o conhecimento que o professor precisa ter para ensinar um determinado conteúdo deve ser superior ao conhecimento que o aluno vai aprender. O professor necessita de conhecimento mais amplo, tanto no que se refere a nível de profundidade quanto ao tipo de saber.

Nesse sentido, ao finalizar o processo de diagnóstico dos alunos, entregou-se para a professora um artigo de Duval, que trazia premissas de sua teoria e reflexões sobre o uso das representações semióticas no ensino da Matemática; um artigo de Sandra Magina que tecia algumas reflexões sobre o ensino de fração e outros textos. Aspirava-se com isso, criar oportunidade para estabelecer um diálogo com a docente a fim de conhecer suas concepções a respeito da fração; envolvê-la no planejamento e execução da intervenção e contribuir para ampliar seus conhecimentos a respeito de fração.

A partir desse momento, a cada encontro aproveitava-se para conversar sobre o material de estudo e definir os primeiros passos para desenvolvimento e aplicação da intervenção. Durante as conversas e planejamento da intervenção, a professora comentou: "Lendo aqueles textos eu vi que a fração não é um conteúdo fácil, não fazia ideia que tinha tanta coisa assim". Nesse momento, aproveitou-se a oportunidade e fez-se a seguinte pergunta: Como ocorreu sua aprendizagem de fração durante sua formação?

> Eu não aprendi muita coisa não desse conteúdo. Porque, no tempo que estudei vi um pouco de fração na 4º série. O que eu mais lembro é da soma de fração e simplificação de fração. Depois estudei mais um pouco no ginásio. Fiz o magistério, mas lá tinha

> um professor de matemática que sabia muito, mas não sabia passar o conteúdo**. Não aprendi muita coisa**. Para ensinar tive que estudar nos livros do quinto Ano. Aprendi mesmo quando comecei a ensinar.

A fala da professora demonstrou o que muitas pesquisas como a de Curi (2000, 2004, 2005) e Nacarato (2009) já indicam, ou seja, a formação insuficiente do professor para o ensino dos conteúdos da matemática. Essa fragilidade formativa ficou bem explícito na prática da docente. Durante as observações notou-se certa angústia por parte da professora com as dificuldades dos seus alunos e o desejo de sanar as dificuldades, mas notou-se também a incerteza sobre o que fazer e como fazer. A impressão que se teve, em alguns momentos, foi que por trás da aceitação para participar da pesquisa; dos apelos constantes para que se levasse sempre uma atividade para desenvolver com os alunos; o olhar atento enquanto se interagia com os alunos escondia-se um pedido de socorro e o anseio por uma receita que contribuísse para resolver o problema.

A formação insuficiente e as circunstâncias que, por vezes, envolvem o professor em seu ambiente de trabalho o desestimula e o incapacita para tomar decisões e agir no sentido de fazer uma intervenção para auxiliar os alunos na superação dos obstáculos e avançar na aprendizagem.

Na opinião de Sousa (2009), sem que o professor tenha passado por um processo de formação, no qual a matemática tenha sido efetivamente valorizada, torna-se difícil que ele se sinta seguro quanto ao conhecimento matemático, tanto da perspectiva conceitual quanto didática. O professor fica um profissional limitado, e em geral, adquire apenas a possibilidade de repetir os modelos de professores que teve ou de seguir o que vem prescrito pelo livro didático.

Contudo, por acreditar que um curso de formação inicial com duração de 4 ou 5 anos poderia abarcar de forma aprofundada toda essa gama de conhecimentos necessários ao ensino da Matemática seria utópico. Principalmente quando se considera que muitos docentes tiveram uma formação básica insuficiente e serão responsáveis por ensinar também outros componentes curriculares igualmente importantes para a formação dos educandos.

Ainda durante a conversa solicitou-se à professora que fizesse uma descrição de como ela costuma fazer a introdução do conceito de fração. Ela, então respondeu que:

> Eu parto dos conhecimentos prévios dos alunos, inserindo os conceitos fundamentais. Explico o conteúdo fazendo alguns desenhos no quadro. **Desenho objetos, retângulo, círculos. Pinto ou mando eles pintarem cada parte que foi tirada porque eu acho que é mais fácil para as crianças compreenderem**. Também faço uso de atividades do livro didático, mostrando os desenhos para facilitar a aprendizagem. **Uso mais os desenhos**. (grifo nosso).

Como se pode verificar nos trechos da fala da professora que estão destacados, no ensino de fração ela costumava priorizar o registro figural que é uma tendência forte no ensino desse conteúdo. Baseava-se na concepção que assim era mais fácil para a crianças aprender. Ou seja, os desenhos de figuras geométricas planas como recurso facilitador da compressão da ideia de fração. Segundo Silva (2008), é uma concepção bem antiga que resistiu ao tempo porque ainda é muito usada por professores na introdução do conceito de fração no Ensino fundamental nos dias atuais. Essa concepção tem relação direta com a origem do número fracionário que surgiu como necessidade de medir áreas de terras às margens do rio Nilo, para serem cultivadas pelo povo.

Outro detalhe chama atenção no fragmento “pinto ou mando eles pintarem a parte que foi tirada” entende-se que esse fragmento deixa implícito que a professora se refere ao significado de Parte-todo.

Silva (2013) afirma que geralmente quando é iniciado o ensino de frações, vemos o significado parte-todo como o mais abordado nos livros didáticos, onde as crianças contam o total de partes e, então, é colocado esse número no denominador e as partes pintadas no numerador. A esse respeito os PCN concluem que: “A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo” (BRASIL, 1998, p. 68). Em alguns casos, a ideia parte-todo no modelo contínuo.

Para Viana (2008, p. 172), “essa forma de ensino de fração encoraja os alunos a empregarem um procedimento de dupla contagem, sem uma compreensão real do significado deste novo tipo de número” sem entender o que ele significa. O denominador representando a quantidade de partes em que foi dividido e o numerador representando o número de partes que foi tomado do inteiro.

Essa era uma tendência tão forte no ensino de fração que os próprios livros didáticos a reforçam. Gomes (1996), após análise de seis coleções de livros didáticos de matemática concluiu que predomina no ensino da fração e nos livros didáticos a valorização da ideia parte-todo em detrimento de outros significados igualmente importante nesse conteúdo.

Esse tipo de prática conduz ao que Nunes e Bryant (1997) comentam que as vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais de frações ainda lhes escapam. Mas é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, sem que ninguém perceba.

Aproveitando a oportunidade criada pela conversa, perguntou-se à professora o seguinte: Você encontra alguma dificuldade para ensinar fração a seus alunos? Que tipo dificuldade?

> Já tive mais dificuldade, mas a gente aprende muitas coisas ensinando. Na realidade o que eu **acho mais difícil ensinar na fração, são frações equivalentes e ideia de divisão.** Fazer as crianças compreenderem isso é bem difícil. Os alunos sempre têm dificuldades para entenderem. E nem dá para trabalhar muita coisa desse conteúdo com no quinto ano. (grifo nosso).

A respeito das dificuldades apontadas pela professora infere-se que as causas principais tenham a seguinte origem: uma formação matemática insuficiente que não garantiu ao professor desenvolver esquemas e estratégias que viessem auxiliar os alunos na aquisição de conceitos de forma sólida. Pois, conforme já sinalizado anteriormente, há uma concepção que predomina na prática de ensino de muitos professores e que se reproduz no dia a dia da sala de aula. Trata-se de restringir o ensino de fração a apenas um dos vários significados que são atribuídos a esse conteúdo, o significado parte-todo, seguidos pela repetição de procedimentos de dupla contagem, deixando lacunas no aprendizado da fração que não são sanadas nos cursos de formação inicial.

Observou-se no exercício profissional que esses docentes repetem os mesmos procedimentos que seus professores executaram com eles quando ainda eram alunos dos anos inicias. Conclui-se, portanto, que, essas concepções e procedimentos foram internalizados de tal forma que dificilmente são reformulados nos cursos de formação o que impede a construção de formas alternativas de ensino desse conteúdo, criando, dessa forma, um ciclo vicioso que é alimentado por práticas que resistem ao tempo e a novas formas de ver e conceber o ensino desse conteúdo.

Barbosa (2009) argumenta que as dificuldades apresentadas pelos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental no que se refere a conteúdos específicos de matemática, provavelmente são semelhantes às dúvidas que os professores dessas mesmas séries têm com relação a esses conteúdos. Como a formação desse professor não possibilitou o conhecimento um pouco mais aprofundado do conteúdo, ele não dispõe de tantos esquemas para auxiliar os alunos.

Ao finalizar a intervenção solicitou-se à professora que fizesse uma avaliação de todo trabalho desenvolvido com ela e com os alunos. Ela fez o seguinte comentário:

> Gostei de participar do trabalho. Me fez olhar de outra forma a fração, o que eu estudei e pensava sobre a fração e a matemática. Compreendi coisas sobre a fração que nem imaginava. É um conteúdo muito rico. Essa coisa de relacionar a fração com os decimais né ? A gente não aprendeu assim né? Também os vários registros né achei interessante mesmo não tendo compreendido tudo. Foi bom ver os alunos animados e

> participando de tudo nas aulas de matemática até motiva para criar coisas novas. Basta se dedicar um pouco mais, pesquisar buscar mesmo né?

As palavras da professora revelaram que a experiência vivenciada como colaboradora da pesquisa contribuiu de alguma forma para reformular crenças e ampliar conhecimentos, e era justamente essa a intenção ao envolvê-la no estudo, planejamento e execução da intervenção. Segundo Gil-Pérez (2003), é importante pensar situações de ensino que levem professores a vivenciarem experiências que contribuam para ressignificação de suas concepções e práticas, oferecendo alternativas de ensino viáveis. Porque, as ideias, atitudes e comportamentos que o professor tem sobre o ensino, são adquiridos em uma longa formação "ambiental" durante o período em que foram alunos. Nas palavras do mesmo autor, a influência desta formação é enorme porque responde a experiências vistas em ação e adquiridas de forma não-reflexiva como algo natural, óbvio, que escapam à crítica e se transformam em verdadeiros obstáculos a novas aprendizagens. Isso obriga que as propostas de renovação sejam também vividas, vistas em ação. O que torna possível que estas propostas tenham efetividade e que os professores venham romper com a visão recebida até o momento.

5.2 Fatores que podem interferir na aprendizagem de fração nos anos iniciais do Ensino fundamental

O ensino aprendizagem da matemática, de acordo Duval (2011, 2012b), esbarra em problemas específicos de compreensão que não se verifica em outras disciplinas ensinadas. Esses problemas decorrem do fato de que o modo de acesso aos objetos matemáticos é radicalmente diferente aos outros objetos de conhecimento. Essa situação é chamada de situação epistemológica a parte da matemática, em que se verifica dois tipos de dificuldades radicalmente diferentes, erros globais e erros transitórios, ou seja, erros que estão relacionados a um conteúdo específicos e erros que perpassam todos os conteúdos.

Esses erros, ainda segundo Duval (201b), raramente são distinguidos porque a maioria das pesquisas se limitam às observações feitas em um intervalo de tempo muito curto, uma hora, ou de uma sequência de atividades. Por isso, todos os erros acabam sendo assimilados como transitórios, isto é, como dificuldades de aprendizagem ligados à compreensão de um conteúdo matemático específico a adquirir.

Dessa forma, no intuito de traçar um quadro das dificuldades enfrentadas pelos sujeitos desta pesquisa na aprendizagem de fração, realizou-se com eles algumas atividades que envolviam conteúdo do bloco Números e Operações, entre elas uma atividade diagnóstica que continha 15 questões (APÊNDICE B). A atividade tinha como propósito levantar os conhecimentos dos alunos a respeito de fração e verificar quais eram os obstáculos enfrentados pelos alunos que eram transversais a outros conteúdos que poderiam interferir no aprendizado da fração.

A turma era composta de 35 alunos, 15 meninas e 20 meninos e alguns demonstravam ter muitas dificuldades não apenas com a Matemática, mas também com outras disciplinas. Seis desses alunos eram repetentes, não tinham domínio da leitura e da escrita, já estavam com uma idade bem acima dos demais alunos e pouco se envolviam nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

Na realização da atividade adotou-se os seguintes procedimentos: entregou-se a atividade aos alunos, estipulando um tempo de 40 minutos para fazer a leitura e tentar responder a atividade segundo a compreensão deles. Após esse tempo, verificou-se o que cada um conseguiu fazer sozinho. Na sequência, fez-se uma leitura compartilhada com os alunos e concedeu-se mais 30 minutos para responderem as questões. Adotou-se esse procedimento para verificar quais dificuldades se relacionavam aos conteúdos matemáticos e quais dificuldades relacionavam-se a dificuldades de leitura e compreensão daquilo que leram. Acredita-se que o nível de leitura e compreensão é fator que interfere no desempenho dos discentes, dificultando a realização das tarefas em Matemática.

A origem das dificuldades na resolução de problemas segundo Damm (2003), deve ser procurada prioritariamente no nível da compreensão do enunciado, pois a análise dos resultados obtidos em diferentes pesquisas mostra que os obstáculos não são referentes aos aspectos numéricos e pragmáticos, eles se encontram na compreensão das relações temporais, indicadas no enunciado e no sentido dos verbos portadores de uma informação numérica e sobre os quais se concentram prioritariamente as dificuldades. Esses aspectos se referem mais à organização redacional do texto do problema do que do conteúdo cognitivo necessário à resolução.

Nas páginas que seguem serão apresentadas as análises de algumas questões da atividade diagnóstica e as respostas dos alunos porém, antes, julga-se necessário esclarecer que durante as observações e análise das atividades realizadas pelos alunos, constatou-se que boa parte da turma apresentava limitações de natureza dupla: de compreensão do era lido e de conteúdos matemáticos,, como noções de ordenação e comparação de números; números e valor posicional e noções de unidade, dezena e centena.

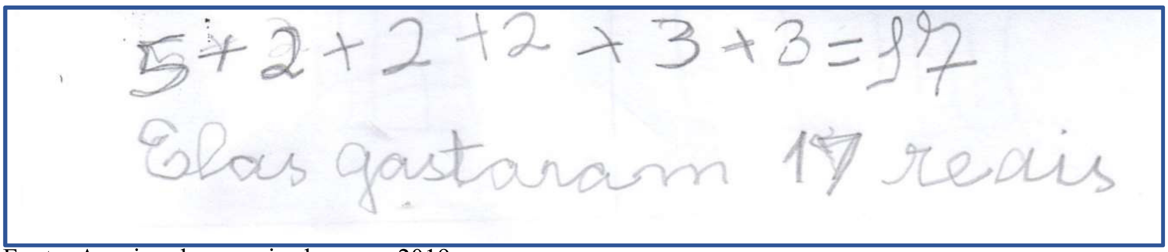
Ao iniciar o trabalho com a turma havia uma de convicção que as crianças já tinham essas noções bem consolidadas. Contudo, apenas 11 alunos demonstravam ter adquirido tais habilidades, enquanto que o restante dos alunos, ou seja, metade apresentavam dificuldades acentuadas.

Mesmo depois de fazer a leitura compartilhada das atividades com a turma quase metade dos alunos evidenciaram dificuldades de resolver as questões com autonomia. A seguir apresentam-se alguns problemas propostos no diagnóstico e as respostas obtidas. Nessas questões intentava-se verificar os conhecimentos dos alunos em relação às operações fundamentais, conforme pode ser visto nos exemplos apresentados.

> 4- Clara e suas amigas, Júlia e Carol, saíram para lanchar.
>
> Clara comprou um sanduiche de queijo pelo preço de R$ 5,00 e um suco de laranja por R$ 2,00.
>
> Júlia comprou um pão de queijo pelo preço de R$ 2,00 e uma garrafa de água mineral pelo mesmo valor.
>
> Carol preferiu um pão com manteiga que custou R$ 3,00 e um copo de leite pelo mesmo valor.
>
> Você consegue calcular o valor gasto pelas três amigas somente com as bebidas?

No casso específico do exemplo acima, a quantidade de alunos que conseguiu compreender o que a questão solicitava e efetuar o cálculo de forma correta foi bem reduzido. Verificou-se que a turma, de modo geral, já consolidou a noção de adição, mas apresentava um nível de percepção em relação ao que é solicitado em uma questão aquém do esperado para o 5º ano do Ensino Fundamental. Isso se evidencia nas respostas dadas e estratégias utilizadas por uma quantidade significativa de alunos para resolver o problema, o que se confirma na figura 1.

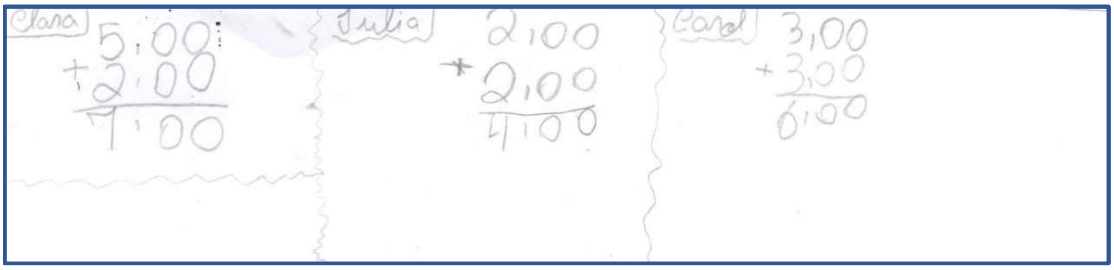
Figura 1 - Resposta da questão 4 desenvolvida por um aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019

Em média, 70% dos alunos utilizaram como estratégia de resolução o cálculo com a estrutura mostrada na figura 1. Quase todos cometeram o mesmo equívoco, uma vez que não conseguiram notar que o problema solicitava somente o valor gasto pelas alunas com as bebidas. Dessa forma, mesmo tendo chegado a valores diferentes em seus cálculos, todos somaram os valores referentes às bebidas com os valores referentes aos salgados. O que deixa explícito a pouca compreensão do que o enunciado pedia (figura 2).

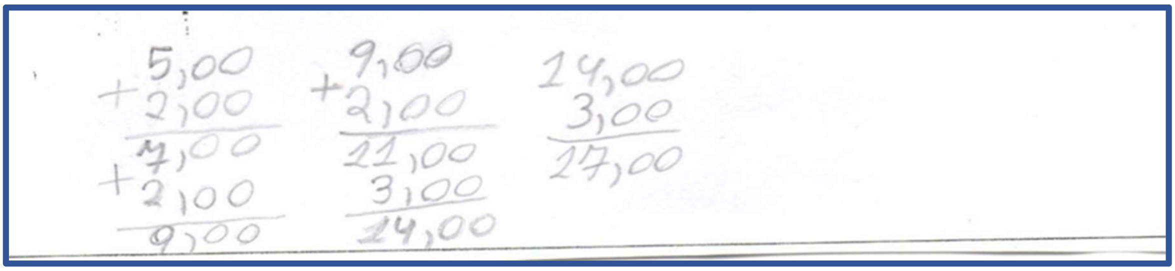
Figura 2 - Resposta da questão 4 desenvolvida por um aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019

Na figura 3, nota-se que o aluno até apresenta sua resposta de modo organizado, e essa organização estava presente em todas as repostas desse aluno, ou seja, o resultado trazia sempre a descrição do passo a passo e a explicação da mesma. Supõe-se que em algum momento de sua trajetória escolar esse aluno foi submetido a uma prática diferenciada que o estimulou a apresentar suas respostas nesse formato. Contudo, ele também, não percebeu o que era solicitado no problema, pois vez de somar somente o valor das bebidas, calculou separadamente o valor gasto por cada uma das meninas com o lanche todo.

Figura 3 - Resposta da questão 4 desenvolvida por um aluno

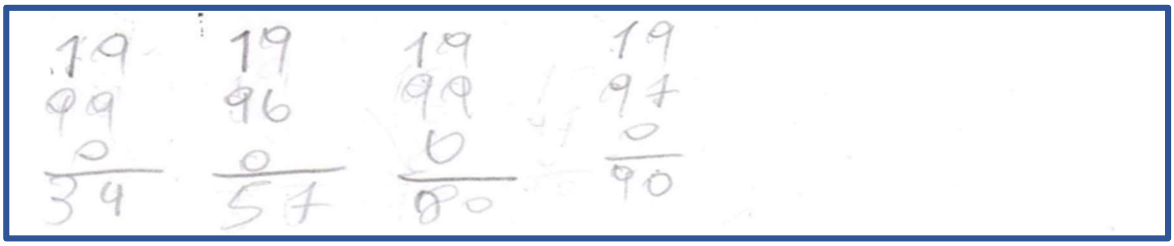


Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019

Já o aluno da atividade da figura 3, faz uso do algoritmo para tentar descobrir quanto cada menina do enunciado havia gasto. Faz uma soma progressiva, isto é, soma os algarismos de 2 em dois até obter o resultado final, que é 17.

Na resposta desenvolvida pelo aluno fica difícil descobrir como ele racionou para efetuar as operações aditivas e para obter as quantidades 19, 96, 97 e 99 como resposta para a questão proposta. Trabalha com números que não estão presentes no enunciado do problema e não há presença de sinal indicativo da operação realizada. Mas, uma coisa fica clara, o aluno ainda precisa avançar muito na aprendizagem de algumas habilidades matemáticas (figura 4).

Figura 4 - Resposta da questão 4, também produzida por outro aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019

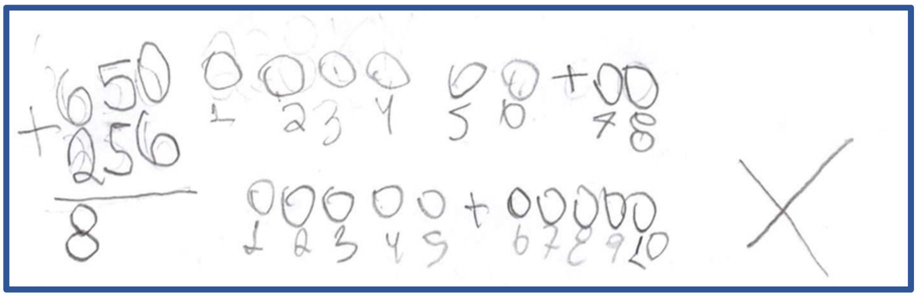
Já nas questões que envolviam a subtração como no caso do exemplo a seguir, respostas desenvolvidas pelos alunos não foram muito diferentes das respostas obtidas na questão anterior.

5 - (Adaptado de Paraná, 2009). Em uma viagem Maria e seus familiares irão percorrer 650km. Após percorrer 256km fizeram uma parada para o almoço. Quantos quilômetros eles ainda têm que percorrer?

Somente 3 fizeram uso da subtração para resolver o problema e efetuaram o cálculo de forma correta; 6 não conseguiram responder e 22 utilizaram a adição para resolver a questão conforme se vê nas figuras. Cada vez que os alunos tinham dúvidas em relação à operação ao tipo de operação que deveriam realizar, eles usaram a adição para resolver o problema.

Na figura 5 o aluno toma como estratégia conferir bolinha, e associando à números, assim agrupa quatro bolinhas e mais duas separadas como indicativo da quantidade seis, acrescenta mais duas bolinhas, soma apenas os dois primeiros números, mas não consegue finalizar a resolução. Outro detalhe que se sobressai é que ele inicia a soma da esquerda para a direita, o que indica a necessidade de intervenção no sentido de ajudá-lo a avançar em seus conhecimentos sobre o conteúdo.

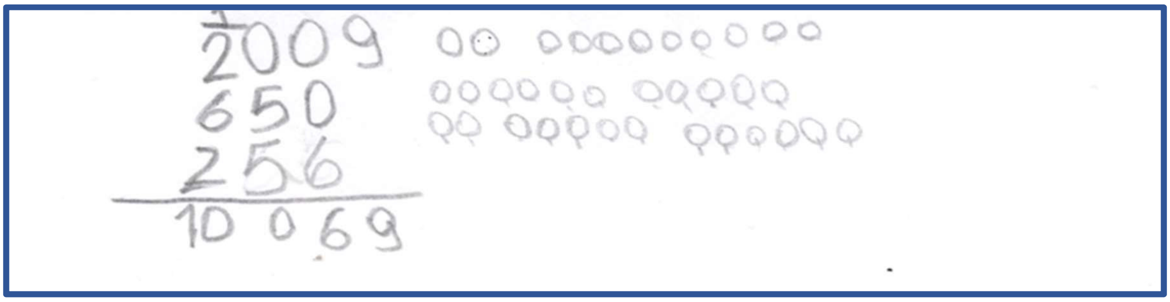
Figura 5 - Resposta da questão 5, desenvolvida por um aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Na resposta desenvolvida pelo aluno da figura 6, percebe-se pelo desenvolvimento de sua resposta que efetuou uma adição e para isso também tomou como recurso a contagem de bolinhas. O que revela que o aluno ainda se encontra em um nível rudimentar em relação às operações fundamentais.

Figura 6 - Resposta da questão 5, desenvolvida por um aluno



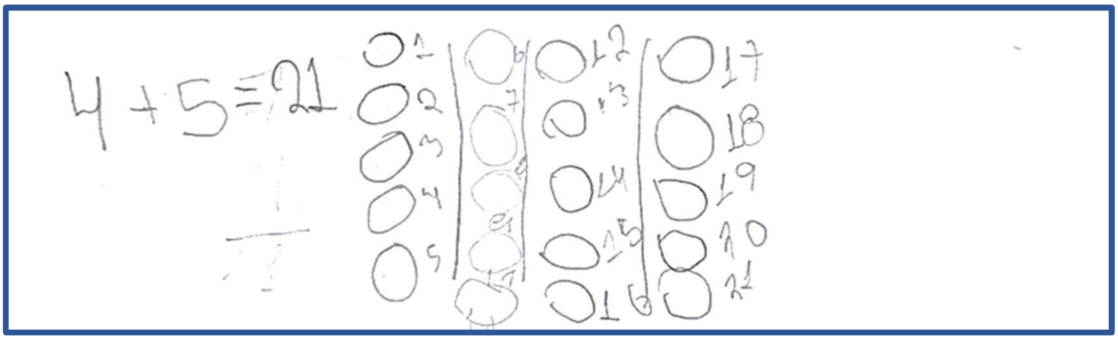
Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

7- Em uma cartela os ovos estão organizados em 4 fileiras com 5 ovos em cada fileira. quantos ovos há nessa caixa?

Na resolução dos problemas com a operação de multiplicação os alunos tiveram maior êxito em comparação com os problemas com as operações de subtração e divisão. No caso, 14 alunos utilizaram como artifício de resolução a soma de parcelas e 19 usaram a subtração. Conforme mencionados antes, cada vez que os alunos se deparavam com problemas que não sabiam que operação utilizar para resolver, faziam uso da adição para desenvolver suas respostas.

A resposta da figura 7, evidencia bem isso. O aluno agrupou as bolinhas de 5 em 5 e fez a contagem enumerando as bolinhas para não perder na contagem, entretanto, algo não dá certo no processo e ele indicou como resultado 21.

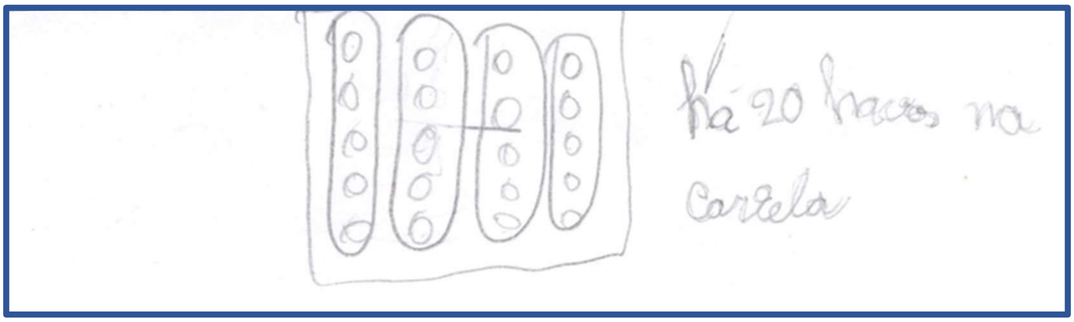
Figura 7 - Resposta da questão 7, desenvolvida por um aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Na figura 8, o aluno também utiliza o agrupamento de bolinhas de 5 em 5 e contagem para desenvolver sua resposta e escreve: “*Há 20 hovos na cartela*”.

Figura 8 - Resposta da questão 9, desenvolvida por outro aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

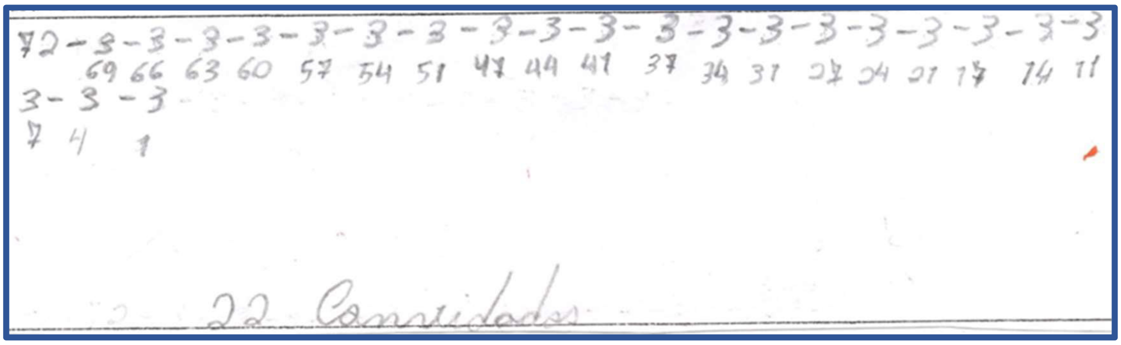
As estratégias utilizadas pelos alunos para desenvolver suas respostas revelou que as lacunas deixadas pelo processo ensino em relação às operações com subtração, multiplicação e divisão são de diversas naturezas.

Quando se chega nas questões que se pretendia verificar os conhecimentos relativos à divisão obteve-se a seguinte situação: apenas 3 alunos conseguiram identificar a divisão como operação pela qual se podia resolver o problema e efetuar cálculo de forma correta. 6 disseram não saber as questões, e 22 utilizaram a adição ou subtração para resolver a questão. Alguns utilizaram estratégias bem inusitadas como demonstra nas figuras:

> 10- Em uma festa de aniversário havia 72 garrafas de refrigerantes. Cada convidado levou 3 garrafas. Responda: quantos convidados foram a festa.?

Na figura 9, verifica-se que o aluno fez um processo de subtração gradativo, retirando sempre o número três que equivale à quantidade de refrigerante que cada convidado levou para a festa. Ao final de seu raciocínio, não se sabe como, chegou à conclusão que 22 convidados foram à festa.

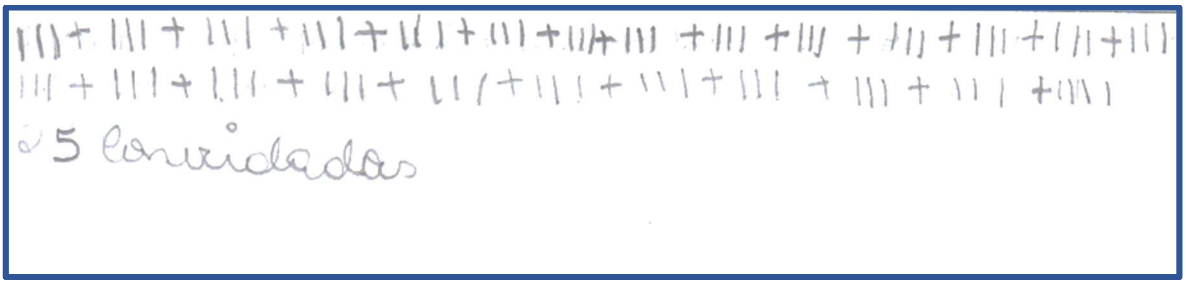
Figura 9 - Resposta da questão 10, desenvolvida por um aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Na figura 10, ocorre o processo inverso. O aluno fez risquinhos agrupados de três em três e vai somando os agrupamentos, conclui que havia 25 convidados na festa.

Figura 10 - Resposta da questão 10, desenvolvida por um aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Mesmo os alunos não tendo alcançado o resultado esperado, verifica-se pela estratégia utilizada para resolver o problema que eles fizeram um grande esforço para realizar a atividade e obter a resposta correta. O que leva a crer que há sim interesse por parte desses sujeitos para aprenderem. Mesmo não tendo o domínio de conhecimentos matemáticos convencionais para realização da tarefa, os alunos não se deram por vencidos. Em alguns casos permaneceram tentando fazer a atividade até o último momento. Ao entregar a atividade alguns ainda se justificaram dizendo que não sabiam fazer porque a professora não costumava propor atividades naquele formato.

Quanto às questões que tinham como finalidade averiguar os conhecimentos referentes à fração teve-se um resultado ainda mais precário.

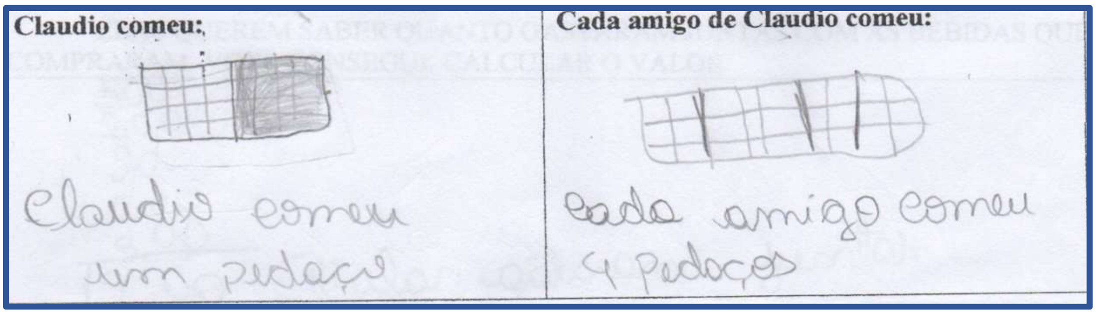
11 - Claudio ganhou duas barras de chocolates. Partiu uma barra em dois pedaços iguais e comeu um pedaço. A barra que sobrou partiu em quatro pedaços e distribui entre quatro amigos. represente a fração de chocolate que:

a) Claudio comeu. b) Cada amigo de Claudio comeu**.**

A professora informou que não sabia se os alunos já tinham visto o conteúdo de fração em anos anteriores. Mas o desempenho dos alunos deu a entender que se tinham visto não assimilaram muita coisa sobre esse conteúdo, porque apenas uma aluna relatou que lembrava que ter estudado fração, mas não sabia como fazer. O restante não apresentou qualquer indício de que já tivesse visto o conteúdo. As respostas dadas e os raciocínios feitos pelos alunos evidenciam pouco conhecimento sobre conteúdos de fração, conforme pode ser visto nas respostas selecionadas e expostas aqui.

Todos os alunos raciocinaram praticamente da mesma forma, alguns apresentaram como resposta que Claudio comeu um pedaço e seus amigos comeram quatro pedaços (figura 11). Isto é, apenas repetiram uma informação que já tinha sido explicitada no enunciado. Outros disseram que Claudio e seus amigos comeram um pedaço, dando a entender que desconheciam o objeto de estudo ou que não assimilaram de forma satisfatória as noções básicas a respeito de fração.

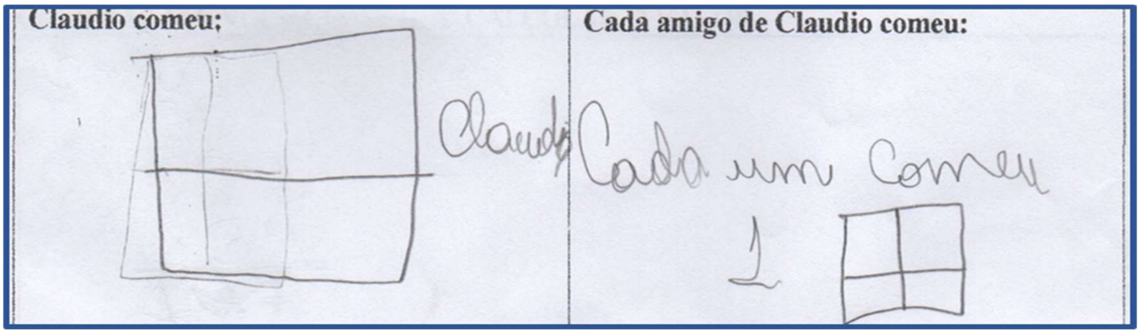
Figura 11 - Resposta da questão 11, desenvolvida por outro aluno



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Novamente se vê repetir o mesmo entendimento na resposta da figura 12. O aluno desenhou duas barras de chocolate; dividiu uma ao meio e outra em quatro partes e escreveu que cada um comeu 1, deixando subentendido que tanto Claudio quanto seus amigos comeram um pedaço. Outros alunos fizeram a representação da fração de chocolate que cada um comeu utilizando números naturais, mas todos interpretaram da mesma forma o problema.

Figura 12 - Resposta da questão 11, desenvolvida por outro aluno

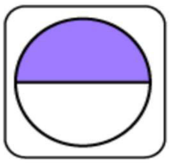


Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Ainda na questão 11 propôs-se que as crianças analisassem as diferentes formas de representação para avaliar se reconheciam como sendo representantes de um mesmo objeto. Embora não houvesse a pretensão de os alunos reconhecerem que todas as formas de representação estavam corretas, pois pesquisas como a de (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009), indicam que na introdução do conteúdo de fração nos anos iniciais do ensino Fundamental a forma de representação preferida pelos professores é a representação figural, por vezes associada à representação numérica.

12- Sabendo que Claudio comeu $\frac{1}{2}$ da barra de chocolate, verifique em qual das opções abaixo temos formas corretas de representar $\frac{1}{2}$

a) 0,5 **b) metade** **c) 50%** **d) 1:2** **e)**



As opiniões dos alunos aqui se dividiram apresentando o seguinte quadro: 10 alunos marcaram apenas a representação numérica (1: 2); 5 alunos marcaram a representação figural, e 6 marcaram a representação em língua natural (Metade) e os demais, um total de 12 alunos, deixaram a questão em branco e disseram não saber qual seria a resposta correta. E quando questionados sobre as razoes para a escolha das opções ficaram calados, porque não conseguiram explicar.

Dessa forma, uma vez tendo uma noção do nível dos conhecimentos dos alunos e uma noção das concepções que direcionavam a prática da professora, decidiu-se realizar algumas intervenções que pudessem contribuir para ressignificação das concepções e prática da docente e também para a superação de algumas lacunas deixadas na aprendizagem dos alunos no processo de ensino., por entender que essas lacunas poderiam interferir de forma significativa na aprendizagem e no resultado da intervenção final.

Assim, visando o alcance desse propósito, passou-se a utilizar meia hora do tempo destinado ao acompanhamento para realizar com os alunos alguma atividade com conteúdo relacionadas ao bloco de Números e Operações, especialmente as operações fundamentais.

Ao mesmo tempo em que se tentava intervir junto à professora compartilhando textos e dialogando com ela sobre os mesmos para, em seguida, realizar a intervenção final, a qual consistia em uma sequência de aulas sobre o conteúdo da fração. Compreende-se que a participação no planejamento e execução da intervenção poderia ocasionar vivências que viessem promover reflexões pautadas na teoria de Duval; a renovação de suas concepções e a emergência de novas práticas no ensino da fração.

5.3 Registros de representação semiótica como alternativa ao ensino de fração nos anos iniciais do Ensino fundamental

O percurso feito até o momento presente teve como propósito alcançar o principal objetivo desta pesquisa que era a construção de uma proposta de intervenção fundamentada nos pressupostos da Teoria dos Registros Representação Semiótica que pudesse colaborar para aprendizagem do conteúdo de fração no 5º ano do Ensino Fundamental (APÊNDICE C). Considerando os PCN de matemática, que defende que não existe um caminho identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática.

Dessa forma, direcionando-se por objetivos estabelecidos por documentos oficiais para o ensino de fração no segundo ciclo do Ensino Fundamental e subsidiada por premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica construiu-se e executou-se em colaboração com a professora da turma pesquisada, uma sequência composta de 9 aulas que visavam o ensino do conteúdo da fração no 5º ano do Ensino Fundamental.

No desenvolvimento da experiência, buscou-se criar um clima de interação entre alunos e professores, a fim de possibilitar a verbalização dos sujeitos envolvidos no processo de ensino aprendizagem acerca de suas impressões, acertos, erros, dificuldades e ideias, para obtenção de pistas a fim de ajudá-los a se reequilibrar. Pois, segundo os PCN de Matemática, além da interação entre professor e aluno, a interação entre alunos desempenha papel fundamental na formação das capacidades cognitivas e afetivas (BRASIL, 1998).

Procurou-se, também no desenvolvimento da experiência, fazer com que os alunos vivenciassem situações didáticas em que tivessem a oportunidade de coordenar diferentes formas de representação dos números fracionários: figural, numérico e em linguagem natural. Utilizou-se como recursos jogos, textos com história dos números, materiais concretos como frutas bombons, visando assim, uma melhor apreensão conceitual desse objeto de estudo.

Para dar início a essa experiência tomou-se como ponto de partida os números naturais e suas formas de representação, e aos poucos, foi sendo inserida a ideia de fração, visto que, até aquele momento os alunos tiveram contato apenas com os números naturais e a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca desses números.

Todavia, esclarece-se que não houve intenção de se propor uma forma de introdução da ideia de fração pronta e definitiva, mas, ao contrário, tem-se consciência que a proposta aqui apresentada será apenas o embrião de um projeto que se pretende aprimorar ao longo da trajetória profissional, a fim de poder ser compartilhado em formação de professores, pois sabe-se que o tempo destinado para estudos e a pesquisa no mestrado não permitiria a construção de uma proposta definitiva.

A seguir serão descritos os procedimentos adotados no desenvolvimento das aulas (APÊNDICE D).

AULA 1 - Ao finalizar o período destinado às observações e diagnóstica, entregou-se aos alunos uma atividade xerocopiada. Nela solicitava-se dos alunos que fizessem uma pesquisa extensa sobre os significados e usos dos números na vida cotidiana, destacando quando assumiam o significado de contagem, ordenação, medida, código e preço. A atividade seria discutida no dia seguinte (APÊNDICE C).

Iniciou-se a aula perguntando aos alunos quem havia feito a pesquisa, conforme pode ser visto no diálogo a seguir:

P – Quem fez a pesquisa?

Evelle – Eu fiz, mas só consegui fazer metade.

Amanda – Eu fiz. Mas, esqueci a minha em casa.

Alisson – Tia, eu não fiz porque não entendi.

Gabriel – Tia eu fiz, mas não sei se está certo.

P – Tudo bem, então vamos ver o que cada um fez e tentar entender.

Como ninguém se pronunciou, e percebendo que alguns alunos não fizeram a atividade porque tiveram dificuldades de identificar os significados dos números, ou seja, identificar quando os números eram utilizados para indicar contagem, medida, preço ou código, incentivou-se aqueles que tinham feito a socializarem com os colegas suas respostas. Assim, aqueles que não haviam feito poderiam tirar suas dúvidas e realizar a tarefa.

Finalmente durante a socialização discutiu-se cada resposta apresentada e fazia-se as correções de possíveis equívocos cometidos pelos alunos. Concedeu-se então, mais um tempo para que concluíssem a primeira parte da tarefa, a pesquisa sobre o significado dos números.

Feita a primeira parte da atividade, distribuiu-se entre os alunos cópias do texto “Os significados dos números” de Coll e Teberósky (2000). Fez-se uma leitura compartilhada do texto solicitando aos alunos que identificassem qual significado estava representado em cada situação apontada no texto (contagem, código, medida ou preço).

Após a leitura do texto retomou-se a atividade para realização da segunda parte que era a construção da ficha numérica do aluno. Isto é, os alunos deveriam preencher a ficha com números que eram significativos em sua vida: data de aniversário, idade, peso, altura, tamanho que calça e veste, documentos, etc.

Após a realização da segunda parte da atividade, construiu-se um painel com as respostas dos alunos e em seguida levantou-se alguns questionamentos sobre a origem dos números para que os alunos buscassem a resposta e trouxessem na aula seguinte.

P – Os números sempre existiram ou houve uma época que não havia números?

Hirosh – Acho que sim

Gabriel – Acho que não. Hum! Ah não sei.

Paulo – Acho que sim, tia.

P – Como surgiram os números e para que foram inventados?

Alisson – Acho que não.

P – Hum! Para tirar essa dúvida vocês vão fazer uma pesquisa sobre a origem dos números e tentar descobrir como surgiram os números e para que foram inventados.

Os questionamentos pretendiam despertar nos alunos a curiosidade sobre a origem dos números; levá-los a refletirem sobre as circunstâncias que proporcionaram seu surgimento e posteriormente explorar situações em que pudessem perceber que os números racionais surgiram para resolver problemas para os quais os números naturais foram insuficientes. De acordo com os PCN, a abordagem dos números racionais no segundo ciclo do Ensino Fundamental deve ter como objetivo principal levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas, o que requer explorar situações em que percebam que usando apenas números naturais os alunos não consigam exprimir a medida de uma grandeza; o resultado de uma divisão e sejam levados a identificar nos números racionais a possibilidade de resposta a novos problemas (BRASIL, 1998).

AULA 2 – Desse modo, iniciou-se a segunda aula retomando os questionamentos feitos na aula anterior, interrogando os alunos a respeito do que tinham conseguido descobrir sobre o surgimento dos números. Notando que alguns levantaram a mão, fez-se o convite para que viessem até a frente e apresentassem aos colegas suas descobertas.

Alguns resistiram em vir à frente e aqueles que vieram apresentaram suas descobertas de forma muito tímida, pois no início as crianças demonstravam dificuldades para se expressar e participar das aulas. Em suas falas, durante a apresentação não conseguiram identificar que necessidades dos povos antigos levaram ao surgimento dos números, algumas informações eram fragmentadas e confusas. Percebendo essa dificuldade e no intuito de organizar as informações, dividiu-se a turma em grupo de 3 e entregou-se a cada grupo um texto em quadrinhos que contava a história dos números, discutindo as diversas formas de representação numérica utilizadas ao longo da história.

Orientou-se os alunos a fazerem a leitura do texto, destacando o que tratava o texto; quais eram os números que apareciam no texto; quais as formas de representação numérica utilizadas para representar os números e que informações trazia a respeito desses números. Concedeu-se 30 minutos para fazer a leitura e responder as questões norteadoras (foto 1).

Foto 1 - Atividade desenvolvida na aula 2

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Além de organizar as informações a respeito do surgimento dos números, almejava-se com essa atividade levar os alunos a um melhor entendimento dos processos ocorridos na construção da ideia de números, tornando o conteúdo mais significativo e chamar atenção deles para a própria ideia de representação numérica. Pois D'Ambrósio (1989) e o PCN (BRASIL, 1998) apontam a abordagem histórica do conteúdo de Matemática como recurso que leva a uma maior compreensão do conceito por enfatizar os processos ocorridos desde o surgimento do conteúdo até os dias atuais, conduzindo-os alunos a descobrirem o porquê das coisas.

Após o término do tempo concedido para leitura do texto e realização da atividade, passou-se a questionar os alunos a respeito de suas conclusões sobre a leitura:

P – Quem conseguiu responder todas as questões? (Os alunos levantaram as mãos).

P – O texto em quadrinho trata do quê?

Amanda – Da história dos números do Egito.

Israel – Da História dos números.

P – E o que mais?

Allison – Da história dos números dos Maias.

Hiroshe – E também dos números Indu-arábicos.

P – E o que mais vocês descobriram nesse texto?

P – Que números aparecem no texto?

Willian – Ah! Aparece o número dois reais e cinquenta centavos.

P – Hum! Dois reais e cinquenta centavos?

P – Onde esses números são encontrados?

Israel – No preço das roupas e dos calçados.

P – Onde mais podemos encontrá-los?

Israel – No supermercado.

P – Como são chamados esses números?

Os alunos ficaram em silêncio.

Amanda – Na lanchonete.

P – Voltem ao texto e verifiquem como se chamam esses números.

Gabriel – são chamados decimais.

P – Encontraram mais algum outro número no texto?

Amanda – Não.

Vendo que as informações ainda estavam muito fragmentadas e que pareciam não ter percebido os números fracionários que aparecia no texto, fez-se uma breve explanação da história dos números. Narrou-se que o homem utilizou várias estratégias para representar os números: nó em corda, pedras, gravetos, riscos em ossos até chegar à representação simbólica (foto 2).

Foto 2 - Atividade desenvolvida na aula 2

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Depois entregou-se a eles cópias com representações simbólicas dos números utilizados por diferentes povos. Orientou-se a observarem essas representações, comparando-as com as que aparecia no texto e tentassem descobrir que povos utilizaram cada uma delas, e qual delas se assemelhava à forma de representação numérica que se usa nos dias atuais.

Buscou-se também chamar atenção deles para os números fracionários presentes no texto. Levantou-se alguns questionamentos para serem respondidos na aula seguinte. Que números eram aqueles? Em que situação eram utilizados? E como se fazia a leitura deles?

AULA 3 – Nesse dia a professora levou para a sala de aula maçã, e xerox de alguns moldes de pizza divididas em diferentes partes. Iniciou-se a aula 3 retomando os questionamentos feitos sobre os números fracionários na aula anterior e retomando também alguns pontos da história dos números. Em seguida foi apresentada aos alunos uma maçã, fazendo os questionamentos abaixo:

P – De que forma pode ser representada esta maçã?

Evelle – Com uma pedra.

Thallison – Com um risco.

Mirian – Com um nó.

P – Não há nenhuma outra forma de representar uma maçã? Um símbolo?

Nesse momento, a turma ficou em silêncio.

P – O que os povos utilizaram para representar as quantidades de objetos além das pedras, riscos e gravetos?

Ângelo – Ah! Os algarismos romanos.

P – E o que mais?

Ângelo – Humm! Já sei. Como é mesmo? Os arábicos?

P – Os algarismos indu-arábicos, os numerais certos?

Mirian – Certo.

P – Então que numeral pode ser utilizado para representar esta maçã?

Mirian – Ah! Já sei tia o número 1.

P – Todos concordam?

Todos – Siiim!

P – Cortou-se a maçã ao meio e levantou-se outro questionamento.

P – Como pode ser representada cada parte da maçã, já que agora não está mais inteira?

Evelle – Representa com o número 2.

P – São duas maçãs agora? O numeral 1 representa uma maçã inteira. O numeral 2 representam duas maçãs inteiras?. Temos duas maçãs agora?

Evelle – Não! Ah, então não sei.

P – Que é maior a maçã ou a metade dela?

Mirian – A metade dela.

P – A metade da maçã é maior que a maçã inteira?

Mirian – Não, (expressão de incerteza).

Rafael – A metade é menor.

Partiu-se outra vez a maçã e mostrou-se, $\frac{1}{4}$ interrogando-os novamente.

P – E agora como representar esta parte?

Evelle – Ah! Não sei tia.

P – Mostrou-se a metade e um quarto com a seguinte interrogação:

P – Que é maior? Metade ou um quarto?

Mirian – Um quarto.

P – Tem certeza?

Mirian – um quarto tem quatro pedaços. Huummm! Não sei.

P – O que mais pode ser fracionado?

Ângelo – A maçã.

P – Além da maçã?

A turma ficou em silêncio.

P – É possível fracionar o número 1? Os números podem ser fracionados e como isso pode ser feito?

Evelle – Ah, tia isso tá muito difícil.

P – O que é fracionar?

Mirian – Ah, já sei, fracionar é fração. A tia da outra escola deu isso, mas eu não lembro.

Nesse momento, aproveitou-se o envolvimento dos alunos na discussão para explicar que a maçã estava sendo fracionada. Fez-se a definição do verbo fracionar, explicando que se utilizava números fracionários para indicar o fracionamento de algo que era chamado um inteiro ou um todo. Escreveu-se, no quadro, as representações de metade e de um quarto da maçã na forma fracionária e por extenso.

Após concluir as explicações, os alunos foram divididos em 7 grupos de 5 alunos. Cada grupo recebeu a cópia de 10 moldes de pizza que estava fracionada em 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (foto 3).

Foto 3 - Atividade desenvolvida na aula 3

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Primeiro foram conduzidos a observar a pizza inteira e representá-la numericamente, depois foram conduzidos a observar a pizza fracionada em duas partes questionando, se a pizza estava inteira ou fracionada. Pediu-se também que eles que escrevessem na parte de baixo da barra de divisão localizada ao lado da imagem, a quantidade de partes que a pizza tinha sido fracionada. Repetiu-se esse procedimento com todas as imagens até chegar na pizza que estava fracionada em 10 partes.

Posteriormente foram orientados a pintar algumas partes da pizza, de acordo com o comando que recebiam e registrar, na parte de cima do traço indicativo de divisão ao lado da imagem a quantidade de partes pintada. Para a pizza dividida ao meio receberam orientação para pintar apenas uma parte e representar no traço ao lado. Esse procedimento também foi repetido com as demais figuras, variando a quantidade de partes a ser pintada. Para finalizar, fez-se a leitura das frações que foram formadas: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{6}{9}$ e $\frac{5}{10}$.

Buscou-se nesse procedimento meios para levar os alunos a se apropriarem da ideia de fração de forma reflexiva, por intermédio de variadas formas de representação de frações. Já que, conforme Duval (2009), para que ocorra a evolução do pensamento matemático, faz-se necessário o uso apropriado de diversos registros de representações matemáticas, porque "o trânsito entre as mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental" no processo de ensino aprendizagem de um conceito matemático. Assim os alunos foram levados a analisar as frações em linguagem figural, representar com números fracionários e escrever na linguagem natural, efetuando a leitura.

AULA 4- Visando conduzir os alunos ao processo de abstração do conteúdo, estes foram divididos em duplas e em seguida receberam atividade xerocopiadas, contendo cinco questões que envolviam o conteúdo de fração. Fez-se uma leitura compartilhada das questões e deu-se um tempo para que os alunos tentassem resolver sozinhos. A primeira questão foi elaborada usando-se registro na forma de linguagem natural, e esperava-se que os alunos fizessem a conversão desse registro de saída para o registro numérico, e em seguida, procedessem os tratamentos necessários para encontrar a resposta:

1 - Claudio tinha uma barra de chocolate. Ele partiu em dois pedaços do mesmo tamanho e comeu 1 pedaço. Camila, amiga de Claudio, também tinha uma barra de chocolate, partiu em quatro pedaços do mesmo tamanho e comeu 2 pedaços. Represente a fração que corresponde a parte de chocolate que Claudio e Camila comeram. Quem comeu mais**?**

Percebendo certa dificuldade por parte dos alunos para resolver essa questão passou-se então a fazer algumas intervenções levantando questionamentos como forma de auxiliá-los a avançar na construção de seus raciocínios e conhecimentos básicos sobre o conteúdo.

P – Em quantas partes Cláudio dividiu a barra de chocolate?

Gabriel – Em duas partes.

P – Que parte ele comeu?

Gabriel – Uma parte.

P – Como poderá ser representada a fração de chocolate que Claudio comeu?

Evellin – Com o número 2.

P – Com o número 2?

P – Que parte Claudio comeu?

Gabriel – Metade ou, é...um meio.

P – Como pode ser representado metade ou um meio?

Hiroshe – Bota o número 1 uma barrinha e o 2.

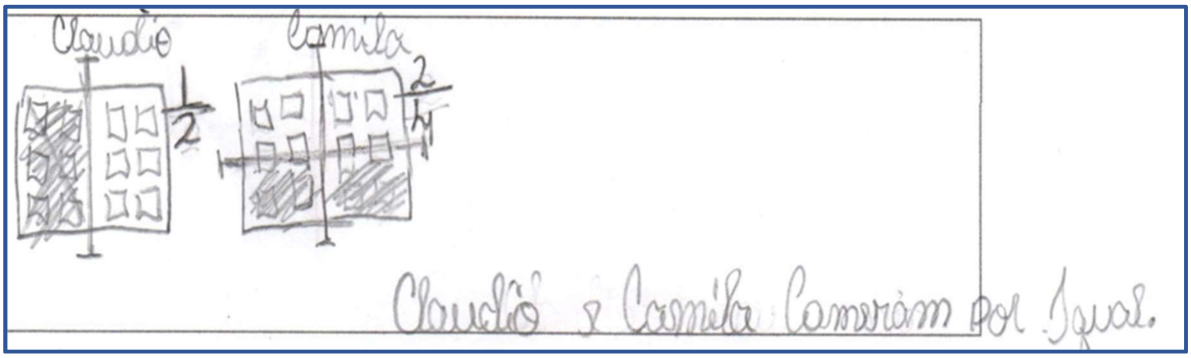
P – Muito bem!

P – Então tentem representar a fração de chocolate que Camila comeu. Comece respondendo as mesmas perguntas que foram feitas anteriormente.

O diálogo com os alunos evidenciou que seus raciocínios ainda eram confusos e persistiam dificuldades de romper com a ideia de números naturais. Quando interrogados sobre quem havia comido um pedaço maior de chocolate as opiniões se dividiram. Alguns defendiam que foi Claudio. Outros defendiam que Camila havia comido a maior parte pelo fato de um quarto ser representado por $\frac{1}{4}$. Em outras palavras entendiam que um $\frac{1}{4}$ era maior que $\frac{1}{2}$.

Ainda na tentativa de ajudá-los na construção do conhecimento sobre o conteúdo tomou-se duas barras de chocolate dividiu-se respectivamente em duas e quatro partes para que visualizassem e questionou-se sobre qual era a maior parte. Concedeu-se, então, mais algum tempo para resolver a questão 1. Após esse tempo notou-se que aos poucos começavam a surgir algumas respostas, dando indícios dos primeiros raciocínios construídos pelos discentes em direção à aprendizagem dos números fracionários. Como é possível notar em respostas dadas (figura 13):

Figura 13 - Respostas dadas por um aluno para a questão 1, para isso eles usaram registro figural

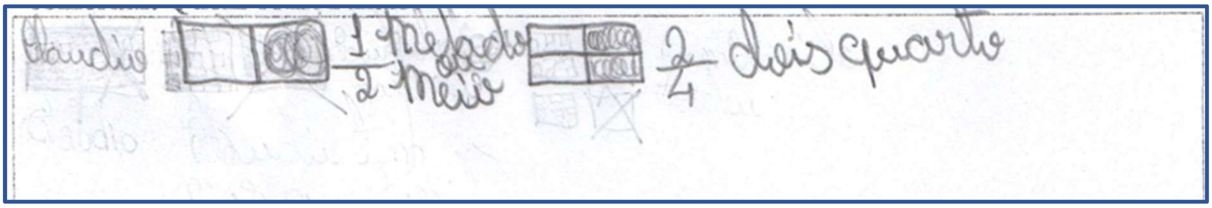


Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Notou-se que alguns alunos assimilavam de forma mais rápidas as orientações dadas com base nas premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e realizavam a resolução das atividades trabalhadas. Já conseguiam produzir respostas que sinalizam que estavam compreendendo bem o que era discutido nas aulas e avançavam gradativamente na construção da ideia de fração. Conforme apresentado na figura 13, o aluno não apenas conseguiu representar de forma correta utilizando registro figural, fracionário a parte de chocolate que cada um comeu como também já foi capaz de fazer a comparação entre as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$.

Na figura 14 apresenta-se a resolução do aluno que foi além do que foi pedido isoladamente na questão, pois este construiu sua resolução coordenando diversos registros semióticos.

Figura 14 - Resolução apresentada por um aluno, expressando- a tanto como registro figural quanto como registro numérico.



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

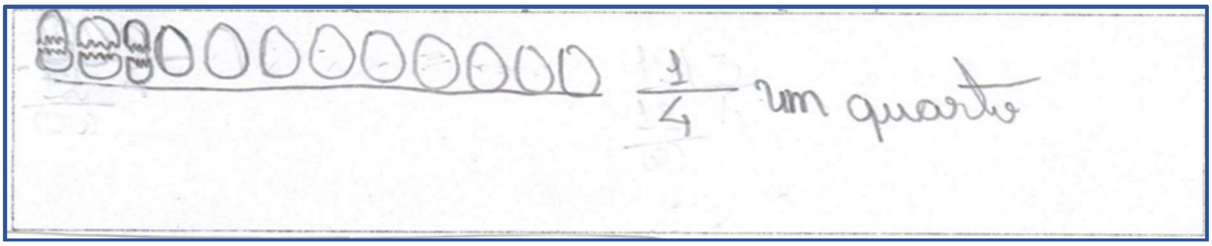
Embora assimilasse de forma mais lenta algumas noções e ainda não conseguisse dar todas as respostas desejadas, notou-se que aos poucos ele dava seus primeiros passos de forma consciente, conforme pode ser visto na figura 14. O aluno indica a quantidade que Claudio e Camila comeram usando três formas de representação, a figural, a numérica e a linguagem natural, apesar de ainda não ter conseguido efetuar a comparação entre as duas frações de chocolate que cada um comeu, mas, mesmo assim já se considerou um avanço as primeiras respostas construídas por ele, principalmente porque as apresentavam fazendo uso de mais uma forma de representação semiótica, algo que não foi solicitado no problema.

Resultado semelhante se verifica no problema 2, conforme pode ser visto na resposta de alguns alunos:

> 2- Em uma cartela de ovos há 12 ovos. Maria usou 3 desses ovos para fazer um bolo. Represente a fração de ovos que foi usada por Maria para fazer o bolo e a fração de ovos que sobrou.

Novamente se verificou que alguns alunos continuavam construindo resposta ainda incompleta aos problemas trabalhados. Na figura 15, nota-se que o discente percebeu que 3 ovos correspondem a $\frac{1}{4}$ do total de ovos que havia na cartela, mas, não conseguiu indicar qual a fração que poderia representar a quantidade de ovos que sobraram após Maria fazer o bolo. Contudo já havia indícios de que já tinham construído algumas noções a respeito de conteúdos sobre frações e suas representações.

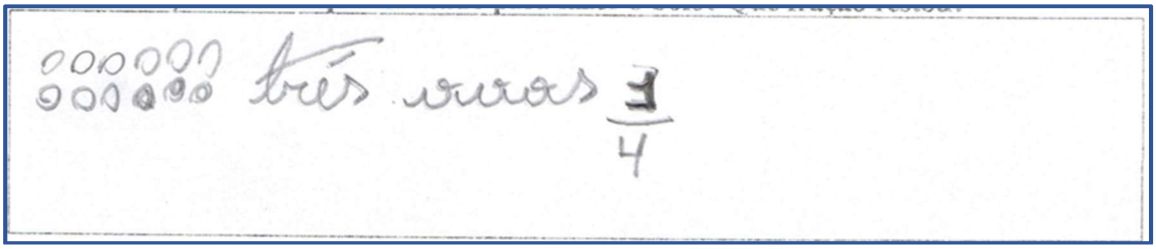
Figura 15 - Resolução apresentada por um aluno, para a questão 2 expressando- a no registro figural, registro numérico e linguagem natural



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

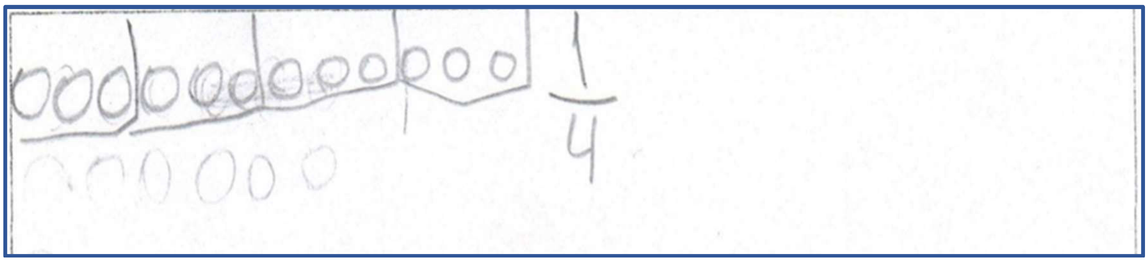
Cada um construía a sua resposta a seu modo, usando estratégias próprias. Como pode ser visto nas imagens de respostas selecionadas. Todos faziam uso de mais de uma forma de representação na resolução da atividade, embora isso não fosse solicitado no enunciado da atividade. Notava-se que mesmo os alunos com dificuldades de leitura conseguiam dar algumas respostas bem satisfatórias e raciocinavam com coerência na resolução das questões propostas durante as aulas. Acredita-se que isso revela que o ensino de matemática baseado em representações semióticas facilita a aprendizagem dos alunos (figuras 16 e 17).

Figura 16 - Resolução apresentada por um aluno, para a questão 2 expressando- a no registro figural e registro numérico



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Figura 17 - Resolução apresentada por um aluno, para a questão 2 expressando- a no registro figural e registro numérico



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

AULA 5 - Percebendo o avanço e o entusiasmo das crianças, continuou-se trabalhando com desafios e, estimulando-os a construir suas respostas utilizando cada um a sua estratégia. Assim, iniciou-se a quinta aula lançando mais algumas questões aos alunos. Primeiro foram divididos em dupla e cada dupla recebeu bombons de caramelo e figuras geométricas (quadrado e retângulo e círculos), para usar como suporte na resolução dos desafios propostos. O primeiro desafio era:

> 3 - Julia tem 3 saquinhos com bombons de caramelo. No primeiro saco, há 8 bombons, no segundo há 12 bombons e no terceiro saco há 16 bombons. Ela quer dividir igualmente para 4 amiguinhos a quantidade de bombons existente em cada saco. Que fração representa a quantidade de bombons que os amiguinhos de Julia receberão?

As duplas que realizassem a. tarefa dentro do tempo determinado (15 minutos) ganhariam os bombons como prêmio. Na elaboração do referido problema usou-se registro em linguagem natural e numérica. Como é um problema específico de tratamento de registros, requereu-se dos alunos que efetuassem os tratamentos numéricos para encontrar a resposta.

O segundo desafio era:

> 4 - No dia seguinte, Júlia quis dividir igualmente 2 barras de chocolate para outras 3 amiguinhas. Determine a fração das barras de chocolate que cada criança irá receber.

Para esse desafio também foi concedido 15 minutos para a presentar a resposta. Ao finalizar o tempo determinado constatou-se que uma parte considerável das duplas conseguiu responder o primeiro desafio de forma oral dentro do tempo previsto. Quanto interrogados deram as seguintes respostas:

P – Quem conseguiu encontrar a resposta do primeiro desafio.

Gabriel – Nós, ah tia essa é fácil! Quando se dividir 8, 12 e 16 por 4 tivemos: 8: 4= 2, 12:4= 3 e 16:4=4.

P – Mais alguém encontrou esse resultado?

Lilian: nós achamos.

P – Alguém encontrou outro resultado?

Turma: Nãaaao!

P – Hum! Vocês são muito inteligentes.

Porém, na resolução do segundo desafio notou-se maior inquietação em algumas duplas. Por isso, passou-se a questionar os alunos com a finalidade de perceber os raciocínios feitos e auxiliá-los a encontrar uma resposta.

P – Alguém já conseguiu finalizar a atividade?

Iroshe – Eu, cada criança vai receber metade da barra de chocolate.

P – Metade? Se dividir duas barras de chocolate para 3 três crianças cada uma receberá metade?

Israel – Não, cada uma recebe um terço.

P – Um terço? Por que você acha que cada criança receberá um terço?

Israel – Porque ele vai dividir as duas barras de chocolate em dois pedaços. Vai dar um terço para os meninos e vai ficar com um terço.

P – Mas ele não pode ficar com nenhum pedaço. Tem que dividir as duas barras de chocolate entre seus amigos.

Thalisson – Eu sei, são dois terços.

P – Por que você acha que cada criança receberá dois terços?

Thalison – Ah eu não sei explicar.

P – Quem mais encontrou dois terços?

Gabriel – Eu, acho que é dois terços.

P – Então me explica porque são dois terços.

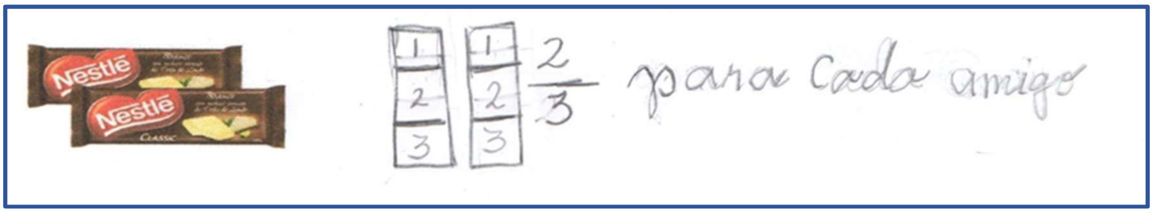
Gabriel – Porque ele dividiu cada barra em três pedaços e foi dando um pedaço para cada um e deu dois terços.

P – Muito bem Gabriel.

Ao notar que apenas quatro duplas conseguiram raciocinar de forma correta em relação ao problema 4, decidiu-se fazer algumas intervenções. Nessas intervenções usou-se como suporte a divisão de formas geométricas por meio de dobraduras de círculos, quadrados e retângulos. Explicou-se a eles que os círculos representavam pizzas e os retângulos representavam barras de chocolate e que essas barras de chocolate deveriam ser divididas em partes iguais entre quartos amigos. Em seguida, foram orientados a fazer essas divisões dobrando os retângulos e registrar quanto caberia a cada amigo. Assim buscou-se levar os alunos a transitar do concreto ao abstrato explorando diferentes formas de representação semiótica de um mesmo objeto de estudo com a ideia de metade, quarta parte, terça parte e equivalência de frações. Tudo isso era feito como artifício para ajudar na assimilação de conceitos relacionados ao conteúdo de fração

Ao fim da intervenção, foi concedido um tempo para que tentassem resolver sozinhos o desafio e mais alguns problemas que exigiam raciocínios similares ao que se tinha feito nos desafios, conforme mostra a figura 18.

Figura 18 - Resposta construída por um aluno para a questão 4

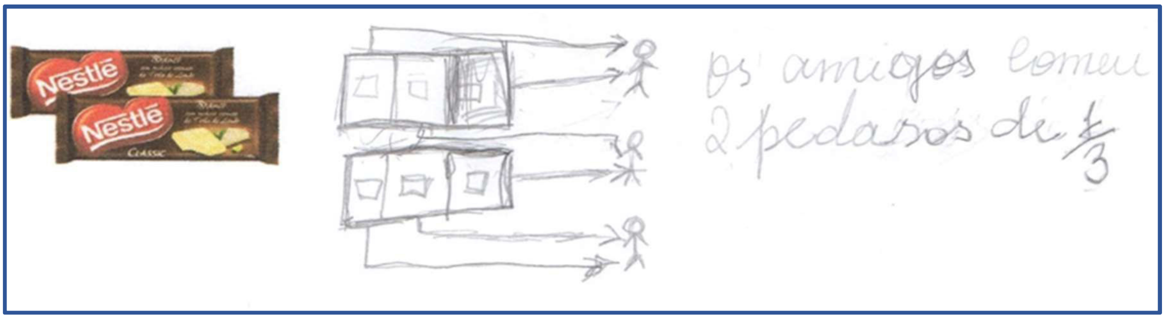


Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Novamente as estratégias utilizadas pelos alunos para encontrar as respostas foram muito variadas, mas verificou-se que a forma como pensavam para encontrar as respostas evidenciava apreensão daquilo que estava sendo estudado em sala de aula. Na resposta da figura 18, o aluno representou a barra de chocolate com um registo figural, em seguida procedeu a conversão desse registro figural para o registo numérico, expressando sua resposta e indicando a parte da barra de chocolate que cada criança irá receber.

Observa-se também na figura 19, que o aluno representa com o registro figural a barra de chocolate depois liga as frações da barra de chocolate a uma criança como indicativo da fração que cada cada um iria receber. Apesar de demonstrar dificuldades com a divisão e para compreender o que estava sendo solicitado nas questões, as respostas dos alunos permitiram inferir que estava ocorrendo a apreensão da ideia de fração e que o conhecimento estava sendo construído.

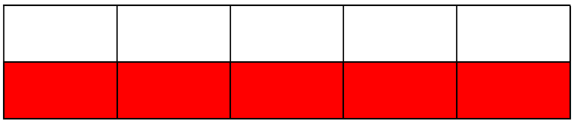
Figura 19 - Resposta construída por um aluno para a questão 4



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

AULA 6 - Iniciou-se as atividades dividindo os alunos em 7 grupos de 5 alunos. Cada grupo recebeu o problema cujo enunciado está na forma de registro figural, e requereu-se de cada aluno que fizesse a conversão de sua reposta para um registro numérico, além disso deveriam analisar e tentar descobrir qual dos meninos citados no problema (João, Carolina ou Ana) tinha pensado de forma correta sobre o registro numérico representativo da fração, representada na parte colorida no retângulo**.** Concedeu-se 30 minutos para a realização da tarefa (figura 20).

Figura 20 - Atividade aplicada aos alunos na aula 6



João: Esta figura está dividida em 10 partes, cada parte representa um décimo do inteiro = 0,1. Temos 5 partes pintadas que correspondem a cinco décimos = 0,5

Carolina: Esta figura possui dez partes e temos cinco partes pintadas. A fração que representa as partes pintadas é $\frac{5}{10}$.

Ana: Esta figura possui metade de suas partes pintadas, portanto, pode ser representado pela fração $\frac{1}{2}$

Fonte: Plano... (2017).

Ao término dos 30 minutos passou-se a questionar as crianças a respeito de suas conclusões.

P – Quem já tem uma resposta?

Ingryd – Eu acho que só Carolina acertou, é $\frac{5}{10}$.

P – Por que você acha que somente a resposta da Carolina está correta é $\frac{5}{10}$?

Ingryd – Porque dividiu em dez quadrinhos e pintou cinco.

P – Hum! E metade não é uma forma correta de representar essa fração?

Alessandro – Metade também está certo.

P – Por que você acha que metade também está correto, Alessandro?

Alessandro – Porque pintou cinco quadrinhos e tinha dez

Mayra – Porque pintou a metade né, tia?

P – E 0,5 não é uma forma correta de representar metade?

Amanda – Acho que não, ah! Não sei.

Thalisson – Cinco é a metade de dez. Tá certo?

Myrian – Mas assim não é fração

P – Então, vamos fazer uma análise juntos e verificar qual resposta está correta.

Para resolver o impasse que se estabeleceu entre os alunos foi feita análise coletiva de cada afirmação do problema, demonstrando aos alunos o modo como cada criança havia raciocinado e porque estavam corretas em seus raciocínios. Começou-se pela afirmação feita por João.

P – João afirmou que a figura está dividida em 10 partes. Quem concorda com ele?

Iroshe – Eu, eu conferi tia e tem dez partes.

P – João também afirma que cada parte representa um décimo. Isso é verdade.

Lilian – Eu acho, Hum, mas não tenho certeza.

Gabriel – Eu acho que ele está certo.

P – Muito bem, depois ele afirma que cinco partes foram pintadas e que isso corresponde a cinco décimos. Vocês concordam.?

Nesse momento todos os alunos ficaram em silêncio. Para esclarecer a situação e auxiliar a ampliar a compressão a respeito das representações decimais usou-se como exemplo valores monetários, uma vez que, diariamente, os alunos lidam com dinheiro e apresentam certa facilidade para realizar algumas operações. Dessa forma, apresentou-se aos alunos uma moeda de R$ 1 real em seguida lançou-se algumas perguntas para serem respondidas pelos alunos:

Para obter R$ 1,00 quantas moedas de R$ de 0,50 centavos são necessárias? Quantas moedas de R$ de 0,25 centavos são necessárias para obter R$ 1,00? Quantas moedas de R$ 0,10 centavos são necessárias para obter R$ 1,00?

Esse problema foi elaborado com o uso do registro numérico e linguagem natural e requereu-se dos alunos fazer o tratamento dentro do registro de saída para encontra a resposta, ou seja, usou-se apenas tratamento dentro do próprio registro em que foi criado.

Para auxiliar os alunos na busca da solução entregou-se a eles círculos de papel e explicou-se que cada círculo representava uma moeda de R$ 1,00. À medida que iam sendo lançadas as perguntas, orientavam-se os alunos a ir dobrando o círculo para indicar o fracionamento em partes iguais e tentar descobrir como poderiam representar R$ 0,50 R$ 0, 25 centavos e R$ 0,10 em forma de fração (foto 4).

Foto 4 - Atividade desenvolvida na aula 6

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em (2109.

Vendo que rapidamente davam as respostas, lançou-se mais algumas perguntas: Para obter R$ 0,50 em quantas partes foi necessário dividir R$ 1,00? Que fração de R$ 1,00 esse valor representa? Para obter R$ 0,25 em quantas partes foi necessário dividir R$ 1,00? Que fração de R$ 1,00, esse valor representa? Para obter R$ 0,10 centavosem quantas partes foi necessário dividir R$ 1,00? Que fração de R$ 1,00, esse valor representa?

Nesse momento, as crianças já estavam mais desinibidas e participaram de forma ativa de todas as discussões. Expondo seus raciocínios, compartilhando suas respostas e lançando suas dúvidas.

AULA 7 - Aproveitando o entusiasmo da turma, iniciou-se a aula 7, entregando-lhes um anúncio em quadrinhos que estava no livro didático dos alunos. Solicitou-se que cada um fizesse a leitura do texto com atenção e analisasse se o raciocínio do personagem estava correto ao afirmar que*:* com desconto de 50% a compra ia diminuir pela metade do preço”. Visava-se com essa atividade iniciar a discussão com os alunos a respeito das relações entre fração e porcentagem (figura 21).

Figura 21 - Material utilizado como atividade introdutória da aula 7

Fonte: Geovane Júnior (2014)

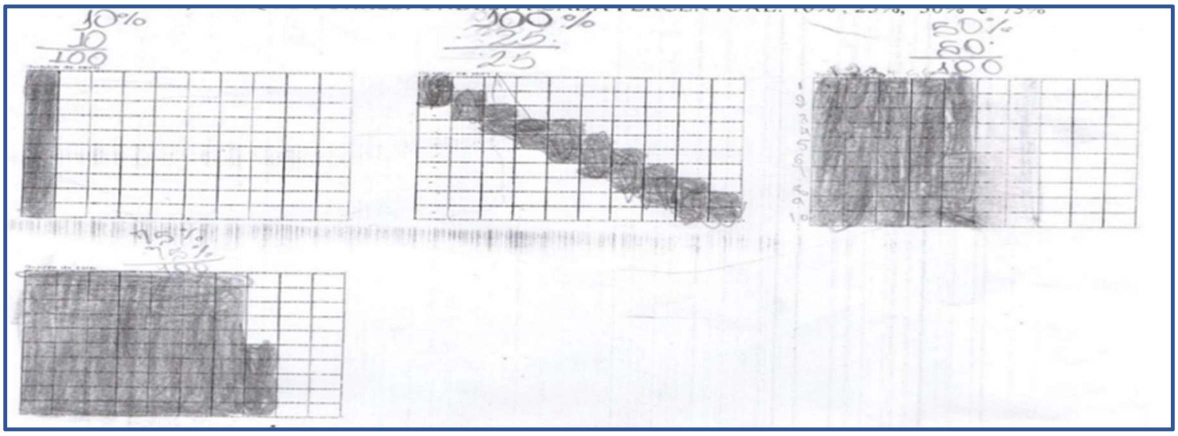
Notando pelas conversas entre os alunos que a expressão "*por cento"* era familiar para eles, entretanto, não conseguiam afirmar com segurança se a afirmação estava correta ou não, passou-se a fazer algumas intervenções. Escreveu-se no quadro as seguintes frações $\frac{10}{100}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{75}{100}$ explicando as relações entre fração e porcentagem e depois se fez a leitura de cada uma delas.

Após as explicações, entregou-se aos alunos, individualmente, uma atividade representada por um registro figural, um quadrado dividido em cem partes. Solicitou-se que representassem os registros pintados no registro de saída em forma de registro numérico (fração).

5- Represente os seguintes percentuais 10%, 25%, 50% e 75% nos quadrados abaixo e escreva ao lado dos quadrados o número fracionário que corresponde a cada percentual.

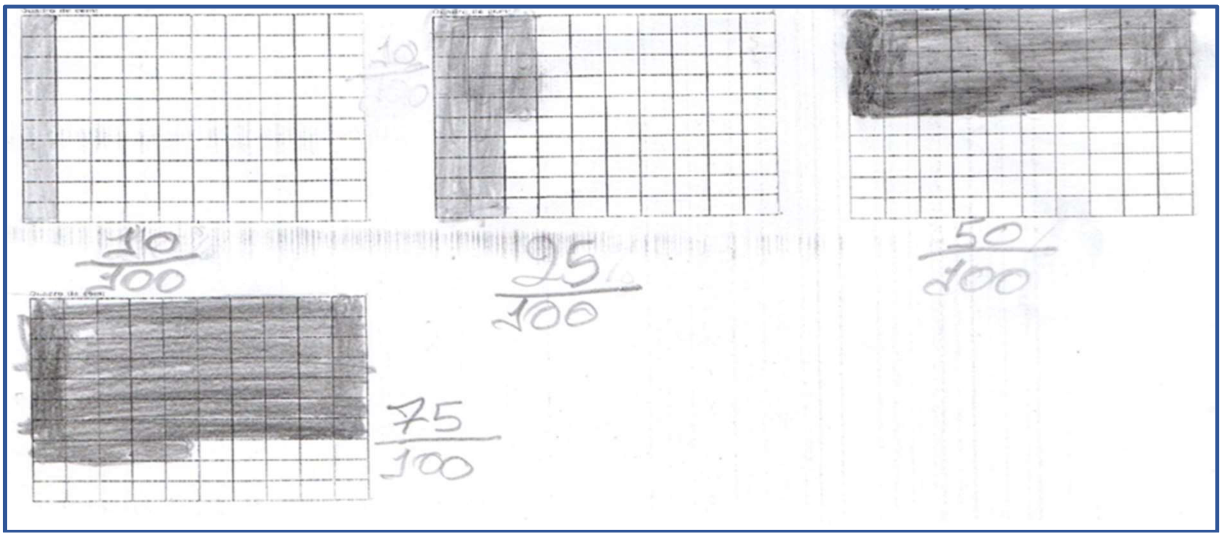
Não demorou muito e alguns notaram que havia ali uma relação parte-todo onde o numerador correspondia à parte retirada e o denominador correspondia ao número de partes que o inteiro havia sido dividido. Um número considerável da turma conseguiu realizar a tarefa, embora alguns ainda tenham cometido equívocos (figuras 22 e 23).

Figura 22 - Resposta construída por um aluno para a atividade 5



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Figura 23 - Resposta construída por um aluno para a atividade 5



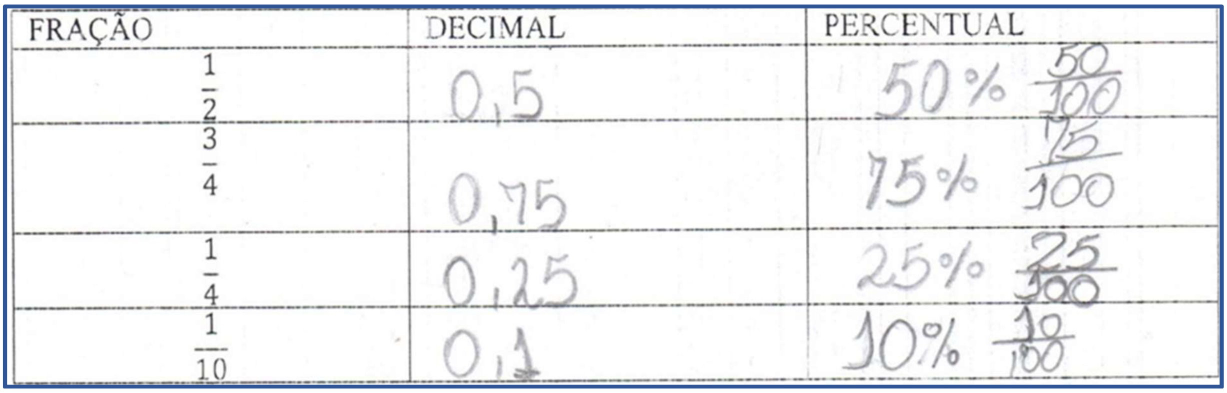
Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Visando a sistematização dos conhecimentos encerrou-se a aula com o preenchimento de uma tabela que relacionava as representações de registros fracionários, na forma de registro numérico decimal e percentual. Em seguida, fez-se a leitura dos números e representações de registros fracionários, na forma de registro numérico decimal.

6- Complete o quadro a seguir com registros de representação que corresponde a número fracionário.

Buscou-se explorar, com o desenvolvimento das atividades, o raciocínio feito pelos alunos na construção de suas respostas, porque pretendia-se conduzi-los não apenas a mobilizar o objeto de estudo (fração) em suas diferentes formas de representação, mas também os fazê-los a reconhecer que os registros numéricos $\frac{1}{4}$ e 0,25 representam a mesma quantidade. Maranhão (2003), adverte que o conhecimento das regras de correspondência entre dois registros pode não ser suficiente para mobilizá-los e utiliza-los simultaneamente. Isto porque um aluno pode saber, por exemplo, dividir 1 por 4 para obter a representação do registro fracionário 1/ 4, mas não reconhecer que o registro decimal 0,25 representa a mesma quantidade numérica. Portanto, em uma atividade de conversão que requer do aluno identificar 0,25 como sendo outra forma de representar, $\frac{1}{4}$ pressupõe-se que o professor desenvolva estratégias que coloque em evidência o raciocínio feito pelos alunos na construção de sua resposta (figura 24).

Figura 24 - Resposta construída por um aluno para a atividade 6



FRAÇÃO	DECIMAL	PERCENTUAL
$\frac{1}{2}$	0,5	50% $\frac{50}{100}$
$\frac{3}{4}$	0,75	75% $\frac{75}{100}$
$\frac{1}{4}$	0,25	25% $\frac{25}{100}$
$\frac{1}{10}$	0,1	10% $\frac{10}{100}$

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

AULA 8 - A aula 8 foi organizada em torno de questões que exploravam a ideia de razão, e para tanto, os alunos foram divididos em duplas, sendo que a cada dupla foi entregue uma atividade xerocopiada contendo 5 questões com problemas que envolviam o significado de razão, quociente e parte-todo. Estipulou-se um tempo de 20 minutos para que eles fizessem a leitura da primeira questão e tentassem resolvê-la. A questão foi elaborada usando como registro de saída o registro em linguagem natural, mas requereu-se ainda que os alunos fizessem a conversão desse registro para o registro numérico.

7- Em uma sala de aula temos 7 meninas e 14 meninos. Qual fração representa a razão entre o total de alunos da sala e o número de meninos?

Ao término dos 20 minutos passou-se à socialização das respostas encontradas e análise das hipóteses levantadas.

P – Quem conseguiu encontrar uma resposta ?

Gabriel- Nós achamos $\frac{1}{21}$

P – Por que vocês acham que a resposta é $\frac{1}{21}$?

Gabriel – Porque são 7 meninas e 14 meninos que somando dá 21 dentro de uma sala. Um representa a sala por isso é $\frac{1}{21}$

P – Hum! Alguém achou uma resposta diferente?

Cauê – Não tia, tudo dá 21 porque somando 7 com 14 a gente acha esse resultado.

William – Ah! Então eu fiz errado.

P – Como você fez William?

William – O meu deu $\frac{21}{14}$ porque são 14 meninos e 7 meninas que somando dá 21.

Hiroshe – O meu deu $\frac{7}{14}$ porque são 7 meninas e 14 meninos.

P – Vamos analisar então as respostas de cada dupla e tentar encontrar um resultado.

Observando que o raciocínio feito por Gabriel foi o mesmo que a maioria dos alunos haviam feito, passou-se a fazer algumas intervenções, já que no entendimento deles o resultado obtido na resolução do problema foi $\frac{1}{21}$ porque 1 representava a sala e 21 correspondia ao total de alunos que havia na sala.

Para auxiliá-los fez-se uma análise coletiva das respostas apresentadas e alguns esclarecimentos sobre o significado de razão. Após resolver a primeira questão, concedeu-se mais algum tempo para que fizessem o restante das questões.

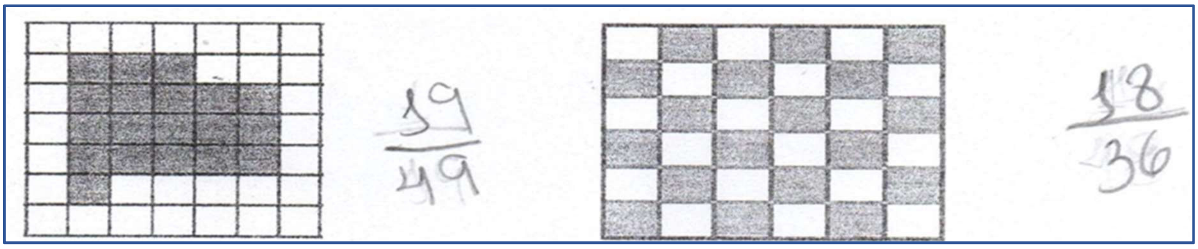
Feitos os devidos esclarecimentos, os alunos conseguiram realizar o restante da atividade, sem muitas dificuldades.

Como a atividade 8 e 9 foi elaborada usando como registro de saída o registro em linguagem natural, requereu-se dos alunos que fizessem a conversão desse registro para o registro numérico.

8 - Observe atentamente a malha quadriculada e escreva ao lado o número fracionário que representa a razão entre a quantidade de partes pintadas em cada e o total de quadrinhos.

Notou-se que na questão da figura 25 o aluno representou corretamentamente a fração que indicava a quantidades de partes pintadas em relação ao total de quadrinhos. Já na questão abaixo que deveria fazer o processo inverso, representar a fração ao lado, pintando as figuras geométricas, ele conseguiu realizar com êxito apenas a primeira parte da tarefa. A segunda parte que era comparar as frações para verificar se eram equivalentes, ele não conseguiu realizar ou não entendeu o que estava sendo solicitado no enunciado.

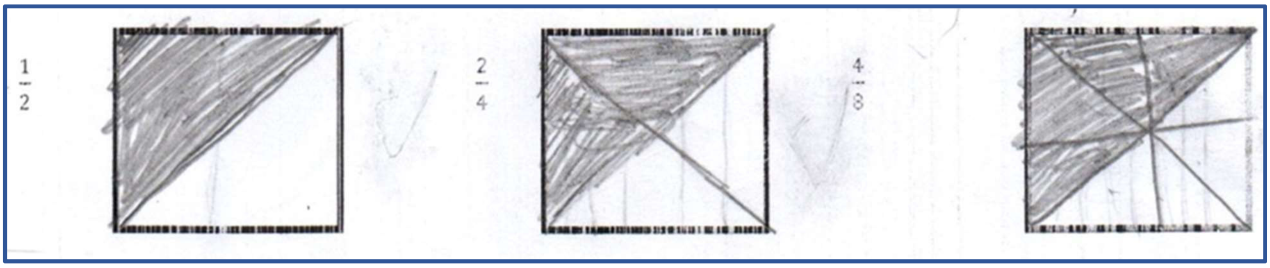
Figura 25 - Resposta construída por um aluno para a atividade 8



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

9 - Represente nas figuras geométricas as fraçoes **metade, dois quartos e quatro oitavos** e verifique se as fraçoes são equivalentes (figura 26).

Figura 26 - Resposta construída por um aluno para a atividade 9



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

AULA 9 - Na aula 9, decidiu-se utilizar jogos como recurso para proporcionar aos alunos um momento mais lúdico e ao mesmo contribuir para fixação de algumas formas de representação. Para isso, distribuiu-se os alunos em grupos de 4 e cada grupo recebeu um jogo de Dominó de frações, que é um jogo que relaciona a representação figural e representação numérica.

Em seguida, orientou-se os grupos sobre as regras e procedimentos do jogo. Quando todos os grupos já haviam compreendido o que era solicitado, deu-se o comando para iniciar o jogo e passou-se a acompanhar os grupos, fazendo intervenções quando necessárias, chamando atenção para as relações entre as formas de representação.

Essa atividade além de ter gerado muita empolgação nos alunos, possibilitou explorar a leitura e a escrita de representações fracionárias na forma figural e numérica; avaliar as aprendizagens feitas sobre o conteúdo de fração durante a experiência didática desenvolvida com esses sujeitos, percebendo os aspectos em que ainda precisavam avançar. Uma vez que, em uma situação de jogo as crianças conseguem agir de modo mais espontâneo, deixando transparecer as aprendizagens feitas durante o processo e as lacunas que ainda precisam ser preenchidas (foto 5).

Foto 5 - Atividade realizada por alunos na aula 9

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Nesse sentido, durante todo processo de ensino aprendizagem desenvolvido com esses alunos buscou-se conduzi-los a mobilizar os mais variados registros de representação semióticos dos números fracionários (decimal, percentual, fracionário, figural e linguagem natural) visando assim, a uma apropriação ampla do conteúdo.

Duval (2009, 2012c) afirma que a coordenação de muitos registros de representação é indispensável para uma apreensão conceitual do objeto de conhecimento matemático e também condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações. Toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que representa, pois, os mesmos aspectos de um conteúdo ou situação não estão representados em representações diferentes.

Além de levar os alunos a mobilizar diversos registros, durante a experiência buscou-se criar situações em que os alunos tivessem oportunidade de socializar suas respostas, expressar suas opiniões, justificando-as quando necessário a fim de tornar conhecido como estavam construindo seus conhecimentos a respeito da fração.

5.4 As contribuições dos registros semióticos para a introdução da ideia de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Nesse sentido, com intenção de avaliar as contribuições deixadas pelo processo de ensino desenvolvido com os alunos sujeitos nesta pesquisa, ao concluir a sequência de aulas planejadas para ser desenvolvida na turma, decidiu-se retomar uma questão que estava na atividade diagnóstica que foi aplicada antes da intervenção (APÊNDICE E). A escolha dessa questão justifica-se pelo fato de que segundo Duval (2012b), a aprendizagem de um conteúdo da matemática só ocorre quando há compreensão do ponto de vista cognitivo que implica reconhecer os objetos matemáticos representados. A outra razão para a escolha dessa questão é que foi uma questão que nenhuma criança conseguiu responder na época em que foi feito o diagnóstico com os alunos sujeitos da pesquisa.

Contudo, antes de aplicá-la novamente, julgou-se necessário fazer algumas modificações na questão para que não fosse apresentada de modo igual, à que estava na atividade diagnóstica, evitando assim comprometer a avalição.

A avaliação foi realizada com toda a turma, de acordo com o seguinte procedimento entregou-se a atividade aos alunos e solicitou-se que fizessem uma leitura atenta e tentassem responder, sozinhos, evitando assim quaisquer interferências no resultado obtido. Embora a atividade tenha sido realizada com toda a turma, optou-se por analisar apenas as respostas de 5 alunos, que no início do processo apresentavam dificuldades acentuadas com a matemática.

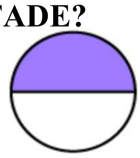
No sentido de facilitar a compreensão do leitor apresenta-se a questão na íntegra com a resposta de um aluno e, em seguida, serão apresentadas somente as respostas referentes à letra de cada alternativa.

Como as crianças marcaram as opções com um risco de lápis bem fraco não foi possível visualizar as representações escolhidas, porém a justificativa de suas respostas evidencia as opções escolhidas e seu entendimento o conteúdo abordado.

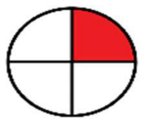
Na elaboração da atividade usou-se o registro em linguagem natural e requeria-se do aluno que este identificasse entre as alternativas o registro numérico ou figural que representasse a fração.

Claudio ganhou duas barras de chocolates. Partiu uma barra em dois pedaços iguais e comeu um pedaço. A outra barra partiu em 4 pedaços iguais e distribuiu entre 4 amigos. Sabendo que Claudio comeu **metade** de uma barra de chocolate e que cada amigo seu comeu **um quarto,** responda:

a) Em qual das opções abaixo temos formas corretas de representar **METADE?**

a) 0,5 **b)** $\frac{1}{2}$ **c) 50%** **d) 1:2** **e)** 

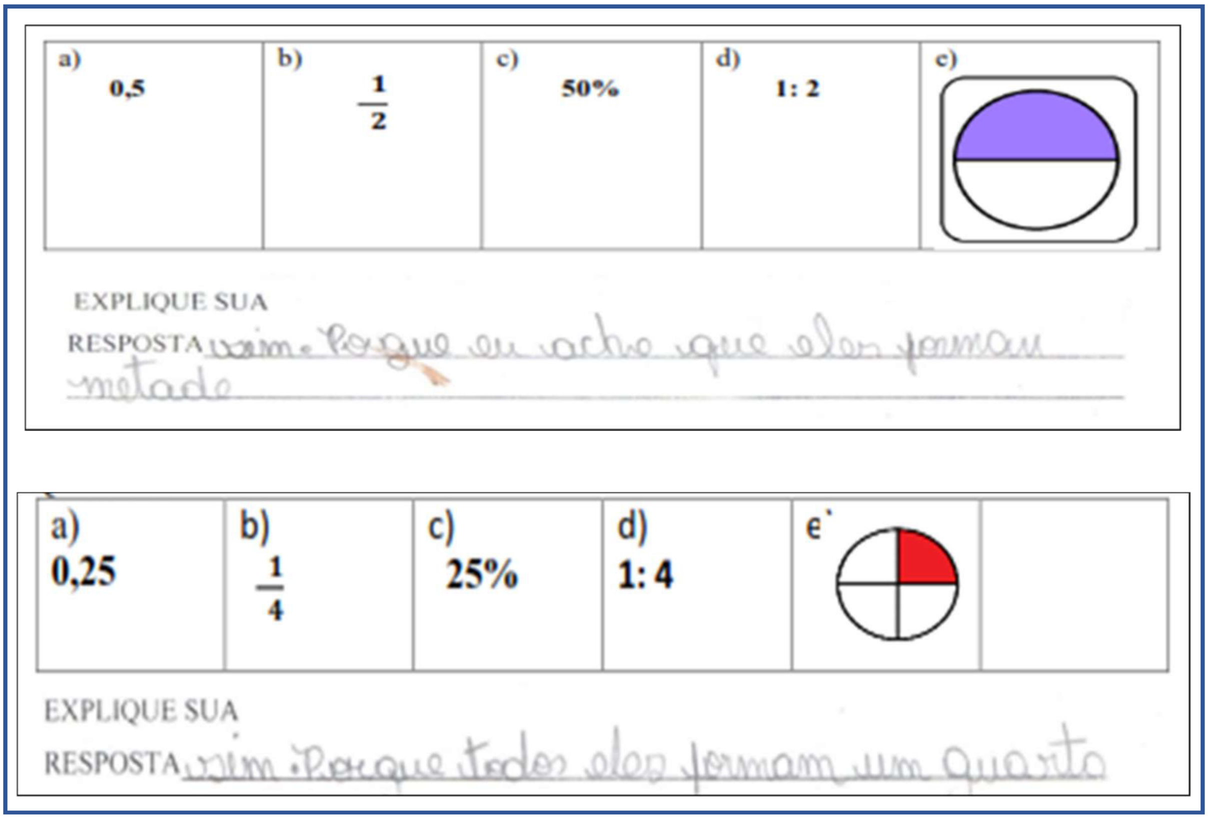
b) Em qual das opções abaixo temos formas corretas de representar **UM QUARTO?**

0,25 b) $\frac{1}{4}$ c) 25% **d) 1:4** **e)** 

Explique sua resposta:**--**

Como se verifica na explicação dada por esse aluno, nota-se que ele reconhece nas letras A e B todas as opções como sendo formas corretas de represetar **metade e um quarto** (figura 27). O que leva a concluir que houve apropriação do conceito de fração por parte desse aluno. Pois segundo Duval (2012), o critério de compreensão para analisar o sucesso dos alunos na aprendizagem em Matemática pode se dar em dois níveis: o critério matemático, que deve verificar se as respostas ou soluções são explicadas fazendo uso das propriedades pertinentes e o critério cognitivo que deve verificar se os alunos reconhecem um mesmo objeto matemático através de representaçoes diferentes e se eles podem reconhecer aquilo que é matematicamente diferente quando se modifica alguma coisa no conteúdo.

Figura 27 - Resposta construída por um aluno para a atividade 10



Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

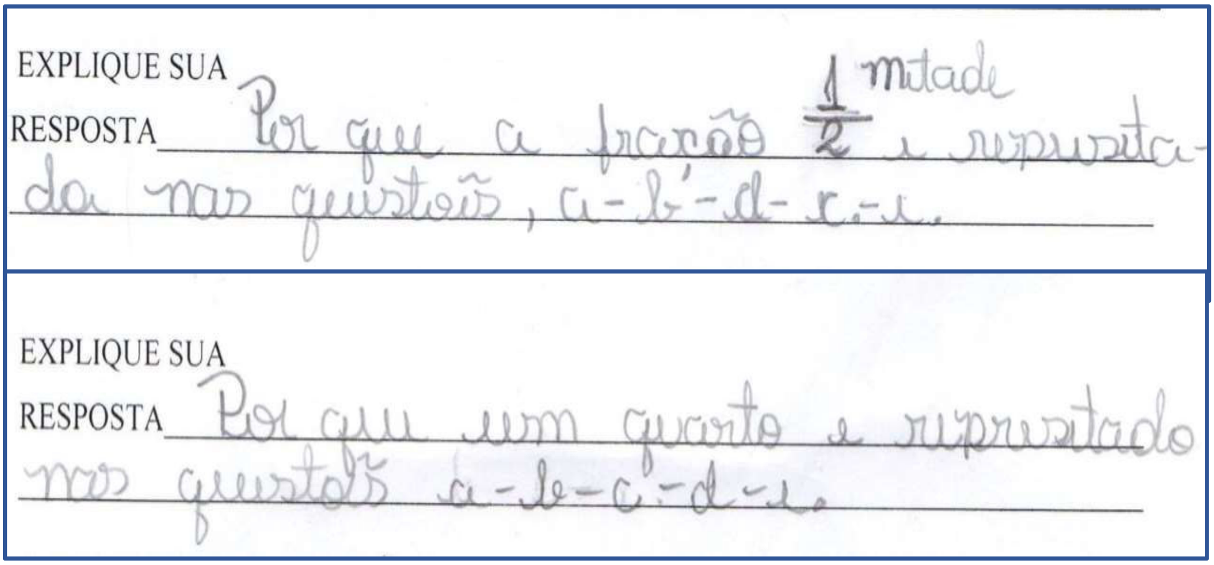
Assim, com base nesse critério de reconhecimento do objeto de estudo foi que se buscou analisar as respostas dos alunos, de onde se depreende que houve compreensão e, consquentemente, aprendizagm da ideia de fração por parte desse aluno.

Outro fato que levou a concluir que houve avanço por parte dos alunos em suas aprenidizagens foi notar que eles demonstravam maior nível compreensão quando liam sozinhos as situações problemas que se propunham, pois no início eles demonstravam muitas dificuldades e sempre pediam auxilio.

Notava-se que, por vezes, eles tomavam como base de compreensão algum problema semelhante que já tinha sido analisado na sala. Apresentou-se na figura 28 a solução dada por um aluno, em que o mesmo explicou o porquê de ter usado o registro figural 1/2 como resposta.

Da mesma forma usou o registro numérico 1/4 e exemplificou por meio de registro linguagem natural, a mesma resposta.

Figura 28 - Resposta construída por um aluno para a atividade 10.

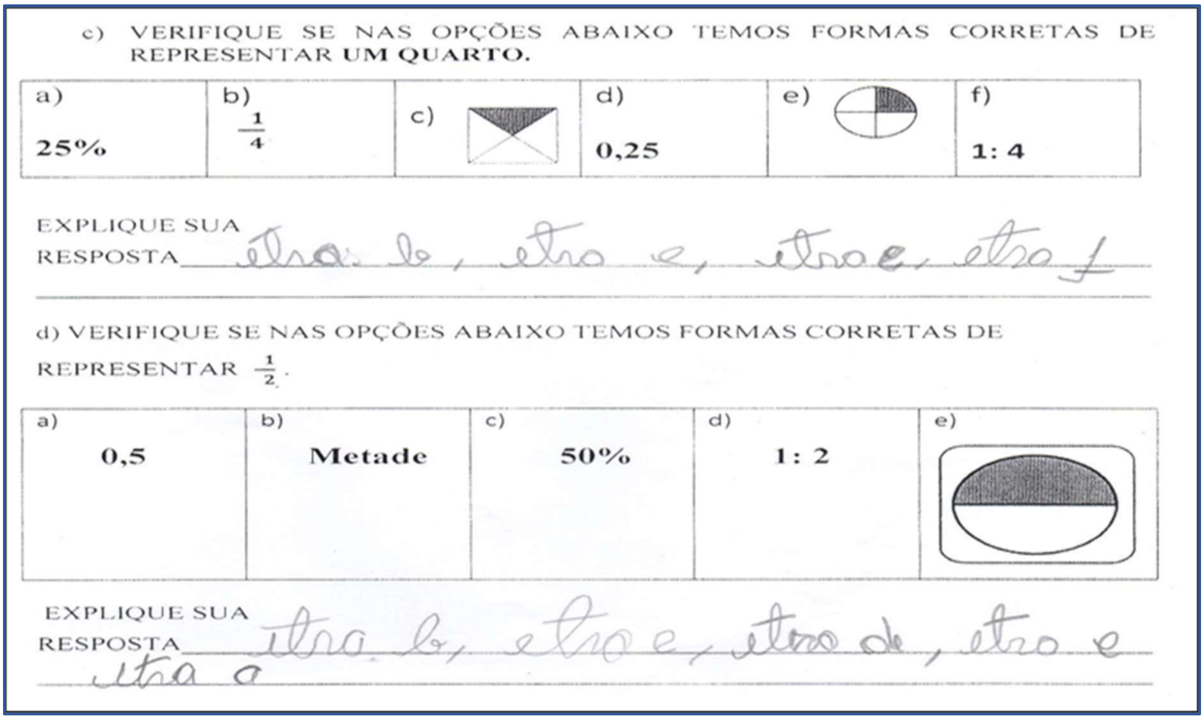

EXPLIQUE SUA RESPOSTA Por que a fração $\frac{1}{2}$ metade e representada nas questões, a-b-d-e-e.

EXPLIQUE SUA RESPOSTA Por que um quarto e representado nas questões a-b-c-d-e.

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Na resposta do segundo aluno, nota-se que ele não apenas deixa transparecer em sua explicação que reconhece que em todas as opções há formas corretas de representar metade e um quarto, mas parece que ainda tenta reforçar essa ideia na resposta da letra A, indicando que compreende que $\frac{1}{2}$ *e Metade* representam o mesmo objeto. Duval (2007), comenta que esse reconhecimento é condição fundamental para que o aluno possa, por si próprio, transferir e modificar formulações ou representações de informações durante a resolução de problemas. Isso também possibilita escolher qual registro semiótico pode se tornar mais econômico na resolução de um problema. Por isso, tarefas de estrito reconhecimento são tão importantes para a aprendizagem quanto as tarefas de produção. Na figura 29, também se apresentou a resolução de outro aluno que usou o mesmo raciocínio, ou seja, identificou com clareza o registro numérico correspondente ao solicitado no enunciado do registro de partida.

Figura 29 - Resposta construída por um aluno para a atividade 10


c) VERIFIQUE SE NAS OPÇÕES ABAIXO TEMOS FORMAS CORRETAS DE REPRESENTAR **UM QUARTO.**

a)	b)	c)	d)	e)	f)
25%	$\frac{1}{4}$		0,25		1: 4

EXPLIQUE SUA RESPOSTA etra b, etra e, etra e, etra f

d) VERIFIQUE SE NAS OPÇÕES ABAIXO TEMOS FORMAS CORRETAS DE REPRESENTAR $\frac{1}{2}$.

a)	b)	c)	d)	e)
0,5	Metade	50%	1: 2	

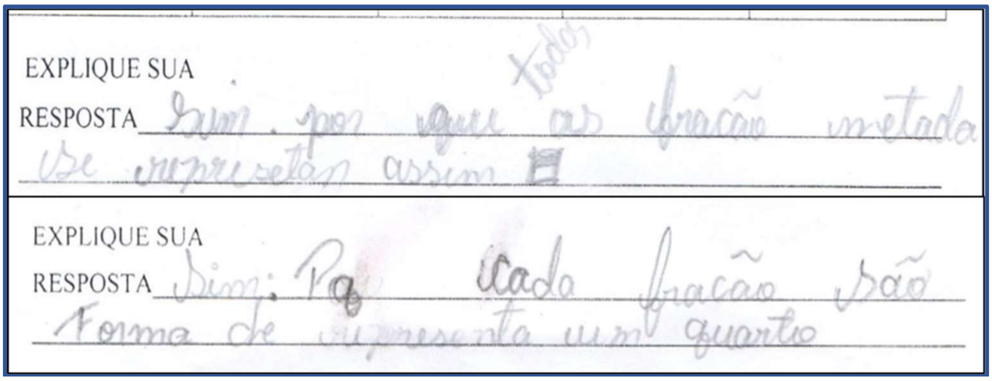
EXPLIQUE SUA RESPOSTA etra b, etra e, etra d, etra e etra a

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Já na resposta do terceiro aluno o dado que mais chamou atenção é que uma análise da escrita de suas explicações evidencia que as dificuldades desse aluno vão muito além de dificuldades com à Matemática. O aluno ainda não tinha o domínio da leitura e da escrita o que pode ser comprovado pela forma como escreve a palavra letra(*etra).* Contudo, esse fato não impediu o aluno de assimilar certas noções a respeito da fração durante as aulas. Aliás esse foi um dado que sempre chamou atenção no aluno durante o desenvolvimento da intervenção, pois embora necessitasse de auxílio para leitura das atividades demonstrava boa percepção em relação aos conceitos matemáticos.

Nesse contexto, acredita-se que a diversificação de registros semióticos assumiu um papel relevante na apropriação do conceito de fração, uma vez que proporcionou ao aluno novas possibilidades de leitura ao permitir o contato com outros registros não, se restringindo apenas à representação na linguagem natural e numérica. Moretti (2002) afirma que a pluralidade de sistemas de representação permite uma diversificação de representação de um mesmo objeto matemático o que aumenta as capacidades cognitivas do sujeito e consequentemente potencializa as suas representações mentais. Na figura 30, também se apresentou a resolução de outro aluno que usou o mesmo raciocínio, ou seja, identificou com clareza o registro numérico correspondente ao solicitado no enunciado do registro de partida.

Figura 30 - Resposta construída por um aluno para a atividade 10



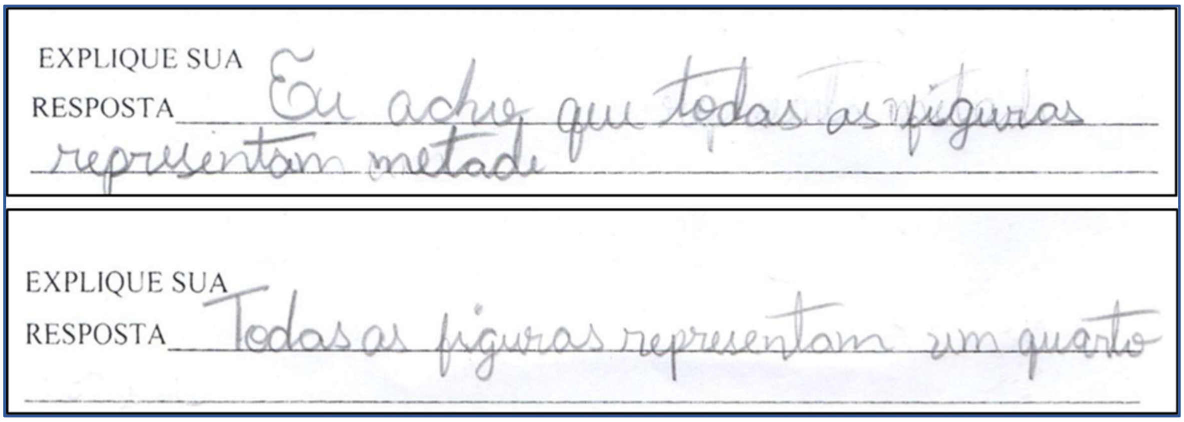
Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Na explicação dada pelo quarto aluno, se verifica uma situação semelhante, na letra A por exemplo, embora ele tenha marcado todas as alternativas quando tentou explicar o porquê de ter marcado todas ele escreve: “porque todas as fração metade se representa assim” em seguida tenta reforçar sua resposta representando a metade utilizando a representação figural, após a palavra assim.

Mesmo que ainda apresentassem certas dificuldades para expressar seus pensamentos por escrito, suas explicações permitem depreender que conseguiram assimilar uma parte considerável do conteúdo discutido em sala de aula, principalmente quando se considera o rendimento desses alunos no diagnóstico, onde se constatou grandes lacunas e as habilidades com conteúdo matemáticos bem aquém das almejadas para crianças que estão finalizando os anos iniciais do ensino fundamental. Nessa questão, por exemplo, o resultado foi quase nulo, uma questão para a qual os alunos praticamente não conseguiram dar nenhuma resposta e não reconheceram as formas de representação desse objeto de conhecimento.

Já o quinto aluno deu uma explicação bem mais abreviada, talvez por falta de exercício com a escrita porque sabe-se que na prática corriqueira os professores raramente incentivam os alunos a praticar a escrita espontânea (figura 31). O que ocorre com mais frequência é a cópia e repetição de procedimentos seja nas aulas de matemática ou nas aulas de qualquer outra disciplina. E a escrita nas aulas de matemática é algo quase inexistente, pois ainda prevalece a ideia de que em matemática trabalha-se apenas como números e cálculos.

Figura 31 - Resposta construida por um aluno para a atividade 10


EXPLIQUE SUA RESPOSTA Eu acho que todas as figuras representam metade

EXPLIQUE SUA RESPOSTA Todas as figuras representam um quarto

Fonte: Arquivo da pesquisadora, em 2019.

Mesmo assim, acredita-se que sua resposta dá indicativos de que reconhece que todas as representações são formas corretas de representar metade e um quarto, explicitando que compreendeu pelos menos os elementos básicos da ideia de fração.

Nesse sentido, tomando como base os pressupostos da teoria de Duval pode-se afirmar que a experiencia possibilitou aos sujeitos a compreensão das primeiras noções do conteúdo da fração. Desse modo, as crianças já conseguiam não apenas realizar atividades que antes não compreendiam, mas também, a seu modo já explicavam de forma oral ou escrita as razões pelas quais davam determinada resposta. Isso levou a crer que gradativamente elas avançaram em suas aprendizagens.

6 CONCLUSÃO

O principal interesse desta pesquisa foi desenvolver uma proposta de intervenção fundamentada nos pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, que pudesse contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo de fração no 5º ano do Ensino Fundamental.

Buscou-se apoio nos pressupostos da teoria de Duval e em elementos provenientes de fontes diversas a respeito de fração e seu ensino, a fim de desenvolver tal proposta de intervenção. Desse modo, fez-se uma revisão de literatura para compreender de que forma a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode auxiliar na resolução de impasses que envolvem a formação do professor e o ensino aprendizagem de fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental e para examinar o que recomendam os documentos oficiais (PCN e BNCC) para o ensino desse conteúdo.

Na pesquisa de campo realizada em uma turma do 5º ano do ensino fundamental, na escola Odorico Câmara, buscou-se conhecer as concepções de ensino de fração que norteavam a prática da professora colaboradora e conhecer as necessidades formativas dos alunos sujeitos da pesquisa. Conclui-se a pesquisa de campo com a construção e aplicação da proposta de intervenção na mesma turma.

Resulta que durante o desenvolvimento desse trabalho, chegou-se a algumas conclusões a principal é que, os alunos enfrentam obstáculos de diversas naturezas no processo de construção da ideia de fração. Tais obstáculos são provenientes da complexidade que envolve o conceito de fração, e das as dificuldades de romper com noções construídas durante a trajetória escolar e dificuldades provenientes da formação docente que refletem na prática de ensino a que são submetidos os alunos.

A respeito da professora colaboradora na pesquisa constatou-se que a concepção de ensino de fração que norteia sua prática ainda é bem distante das tendências mais atuais; visto que esta possui uma visão bem estreita a respeito do conteúdo de fração, não se preocupa com o ato de planejar suas aulas e nem investe em sua formação continuada. A consequência disso é que suas aulas se caracterizam por uma prática bem tradicional e a mesma repetição dos procedimentos. Contudo, é preciso considerar que as condições de trabalho a que a professora é submetida é bastante desestimulante.

A respeito dos alunos, constatou-se que os conhecimentos matemáticos adquiridos nos anos que antecederam estão aquém do esperado para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Durante o estudo, notou-se que aproximadamente 70% da turma tinha dificuldades acentuadas com a leitura e compreensão do que era solicitado em situações problemas e para resolver atividades que envolviam as operações fundamentais da matemática (adição subtração multiplicação e divisão). Demonstraram ainda não ter consolidado noções como: ordenar e comparar números, valor posicional, unidade, dezena e centena e no que diz respeito a fração, os conhecimentos desses sujeitos eram bem elementares.

Ao fim da proposta de intervenção, os alunos se apropriaram da ideia de fração, mobilizando diferentes registros de representação semiótica e ampliaram seus conhecimentos sobre de outros conteúdos do bloco de números e operações, como a habilidade de ler, compreender e resolver problemas matemáticos.

Nesse sentido, conclui-se que a professora necessitava de atualização e ampliação de conhecimentos relacionados a fração e seu ensino; que os alunos necessitavam consolidar habilidades relacionadas a conteúdo do bloco de Números e operações e que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode oferecer contribuições significativas ao ensino de conteúdos sobre fração nos anos iniciais do Ensino fundamental.

Observou-se que um ensino de fração fundamentada em tais premissas exige do professor planejamento criterioso e um tempo considerável para o ensino e consolidação do conteúdo de fração. Notou-se que um dos fatores que interferiram de modo negativo no resultado do processo de ensino foi o tempo destinado ao desenvolvimento da intervenção com os alunos, que foi inferior ao necessário. Ainda assim se considera que o trabalho abriu um horizonte novo tanto para os alunos quanto para a professora, que reconheceu as contribuições deixadas na sua sala de aula para os alunos e para sua formação e prática.

Por outro lado, reconhece-se que este trabalho de pesquisa mostrou de forma bem clara os princípios básicos dos conteúdos que versam sobre frações, uma vez que ao se fazer a intervenção diagnóstica com os alunos sobre que conhecimentos tinham de matemática, constatou-se que os mesmos não possuíam conhecimentos prévios suficientes para acompanhar todo o conteúdo de fração que se pretendia desenvolver. Mesmo assim, acredita-se que este trabalho contribuiu para o engrandecimento da colega professora e para o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos da intervenção. Como nada é definitivo, pretende-se que a exploração desta temática tenha continuidade em estudos futuros.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, V. R. **A matemática nos cursos de formação de professores para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2009. Mongrafia (Graduação em Pedagogia) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2009.

BARRETO, M. C. As representações semióticas em resolução de problemas matemáticas: como pensam futuros professores. *In*: SALES, J. A. M. de; BARRETO, M. C.; FARIAS, I. M. S. (Orgs.). **Docência e formação de professores**: novos olhares sobre temáticas contemporâneas. Fortaleza: EdUECE, 2009.

BARRETTO, E. S. de S. Trabalho docente e modelos de formação: velhos e novos embates e representações. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 40, p. 427-443, maio/ago. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação infantil e ensino fundamental. Brasília, DF: MEC/SEB, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**: primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental: matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

CABRAL, M. B. L. Formação docente e pesquisa colaborativa: orientações teóricas e reflexões práticas. In: SEMINÁRIO REGIONAL DE POLÍTICA E ADMINISTRAÇÃO DA EDUCAÇÃO DO NORDESTE/ENCONTRO ESTADUAL DE POLÍTICA E ADMINISTRAÇÃO DA EDUCAÇÃO, 7., 2012, Recife. **Anais** […]. Recife: Anpae, 2012. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/318480136_Aspectos_da_pesquisa_colaborativa_na_formacao_docente. Acesso em: 2 set. 2018.

CHAVES, M. Saberes pedagógicos e atividade docente. WEBARTIGOS. **Blog**. [*S.l.*], 2009. Disponível em: https://www.webartigos.com/artigos/saberes-pedagogicos-e-atividade-docente/19406. Acesso em: 20 dez. 2017.

CHECHUEN NETO, J. A. (Org.). **Metodologia da pesquisa científica**: da graduação à pós-graduação. Curitiba: CVR, 2012.

COLL, C.; TEBEROSKY, A. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2000.

CURI, E. A formação matemática dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental face a novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana Educacion**, v. 37, n. 5, p. 1-10, 2006. Disponível em: https://rieoei.org/RIE/article/view/2687. Acesso em: 25 dez. 2017.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

CURI, E. **Formação de professores de Matemática**: realidade presente e perspectivas futuras. 2000. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise do conhecimento para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

CURY, E.; PIRES, C. M. C. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas nacionais. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais** [...]. Recife: UFPE, 2004.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, Brasília, DF, ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989. Disnpoível em: https://docplayer.com.br/20763962-Como-ensinar-matematica-hoje-1-beatriz-s-d-ambrosio. Acesso em: 20 dez. 2017.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, Brasília, DF, ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1953133/mod_resource/content/1/%5B1989%5D%20DAMBROSIO%2C%20B%20-%20Como%20Ensinar%20Matem%C3%A1tica%20Hoje.pdf. Acesso em: 20 dez. 2017.

DAMM, R. F, Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. *In*: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

DAMM, R. F. Registros de representação. *In*: MACHADO, S. D. A. *et al*. **Educação matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2010. p. 167-188.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

DARSIE, M. M. P. Avaliação e aprendizagem. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 99, p. 47-59, nov. 1996. Disponível em: http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/cp/article/view/785/797. Acesso em: 8 maio 2019.

DESGAGNÉ, S. Réflexions sur le concept de recherche collaborative. *In*: BEDNARZ, N. (Ed.). **Recherche collaborative et partenariat**: quelques notes et réflexions. Montréal: Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage et le Développement en Éducation, 1998. p. 31-46.

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 97-111, 2012a. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n1p97. Acesso em: 10 jun. 2018.

DUVAL, R. Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática? **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 305-330, jul./dez, 2012b. Disponível em: https://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4694. Acesso em: 10 jun. 2018.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012c.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas: Papirus, 2007.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: **registros semióticos e aprendizagens intelectuais**: fascículo I. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011. v. 1.

FERNANDES, S. F. H. **As frações do dia-a-dia**: operações. 2008. Projeto de Intervenção Pedagógica (Intervenção Pedagógica na Escola) – Secretaria de Estado de Educação do Paraná, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2008.

FERREIRA, Aurélio B. de Holanda. **Miniaurélio**: o dicionário da língua portuguesa. Curitiba: Positivo; 2008.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 1-38, 1995.

GASPAROTTO, D. M.; MENEGASSI, R. J. Aspectos da pesquisa colaborativa na formação docente. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 34, n. 3, p. 948-973, set./ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/2175-795X.2016v34n3p948. Acesso em: 10 jun. 2018.

GASPERI, W. N. H.; PACHECO, E. R. A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na Educação Básica. *In*: CURITIBA. Secretaria de Educação. **Blog Dia a dia educação**. Curitiba, 2011. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/deb_nre/matematica/historia_matematica.pdf. Acesso em: 10 jan. 2019.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./dez. 2010.

GHEDIN, E. **Questões de métodos na construção da pesquisa em educação**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2011. (Coleção Evidências em Formação).

GIL-PÉREZ, D. **Formação de professores de ciências**: tendências e inovações. Tradução Sandra Maria Valenzuela. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2003. (Coleção Questões da Nossa Época, 26).

GOMES, R. Q. **Saberes docentes de professores dos anos iniciais sobre frações**. 1996. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

GOMEZ, A. P. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 93-114.

GUÉRIOS, E.; LIGESKI, A. Resolução de problemas em matemática: problema em matemática ou em linguagem? *In*: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2013, Montevideo. **Anais Eletrônicos** […]. Montevideo, 2013. Disponível em: www.cibem.org./paginas/img/resumenes.pdf. Acesso em: 12 jul. 2019.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. **A pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, C. T. O. **Concepções epistemológicas e experiencias de professores de Matemática sobre números fracionários**: as implicações em suas práticas na 5ª serie do Ensino Fundamental. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 2003.

MAGALHÃES, M. C. C. Ação colaborativa na formação do professor como pesquisador. *In*: FIDALGO, S. S.; SHIMOURA, A. da S. (Orgs.). **Pesquisa crítica de colaboração**: um percurso da formação docente. São Paulo: Doctor, 2006.

MAGINA, S.; BEZERRA, F. B.; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, DF, v. 90, n. 225, p. 411-432, maio/ago. 2009.

MARANHÃO, M. C.; CARVALHO, M. O que professores dos anos iniciais ensinam sobre números. **Perspectivas para a Educação Matemática**, Campo Grande, v. 1, n. 1, 2008.

MARTINS, G. de A. **Estudo de caso**: uma estratégia de pesquisa. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MEGID, M. A. B. A. (Re) Construção do conceito da divisão na formação de professores das séries iniciais. *In*: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (Orgs.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2009.

MERLINI, L. V. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. 2005. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

MOREIRA, P. C.; DAVI, M. M. M. S. **A formação Matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MORETTI, M. T. O papel de registros de representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos**, Itajaí, ano 2, n. 6, p. 423-437, set./dez. 2002.

NACARATO, A. M. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. São Paulo: Autêntica Editora, 2009.

NACARATO, A. M.; CÁRMEN, L. B. P.; DIONE, L. de C. Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. **Zetetiké**, Campinas, v.12, n. 21, p. 9-34, jan./jun. 2004.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

NUNES, T. *et al.* **Educação matemática**: números e operações. São Paulo: Cortez, 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Penso, 1997.

OLIVEIRA, R. J. **O bom professor de matemática segundo a percepção dos alunos do Ensino Médio**. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, DF, 2007. Disponível em: http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12007/RosieleJuvinodeOliveira.pdf. Acesso em: 12 set. 2012.

PLANO de aula. **Nova Escola**, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-aula#. Acesso em: 10 jun. 2019.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social**: métodos e técnicas. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SANTANA, L. E. de L. **Saberes conceituais e didáticos de pedagogo em formação acerca de fração**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

SANTOS, A. dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, A. dos. **Processos de formação colaborativa com foco no campo conceitual multiplicativo**: um caminho possível com professores polivalentes. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SCHÖN, D. A. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 15, n. 2, p. 4-14, Feb. 1986.

SILVA, F. A. F. **Significado e representações dos números racionais abordado no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

SILVA, M. C. da. **Reta graduada**: um registro de representação dos números racionais. 2008. Mestrado Profissional (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SILVA, M. J. F. da. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para quinta série**. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SILVA, M. J. F. da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

SKOVSMOSE, O. **Um convite a educação matemática crítica**. Tradução Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014. (Perspectiva em Educação Matemática).

SOUSA, A. C. G. **Os registros de representação semiótica e o trabalho com números e operações nos anos iniciais da escolaridade**: uma experiência de formação. 2009. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2009.

VIANNA, C. R. A hora da fração: pequena sociologia dos vampiros na Educação Matemática1. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 161-181, 2008.
GEOVANE JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**: matemática 5º ano: ensino fundamental: anos iniciais. São Paulo: FTD, 2014. (Coleção a Conquista).

APÊNDICES

APÊNDICE A - ROTEIRO DE PERGUNTAS FEITAS A PROFESSORA

1. Como foi sua experiência com a Matemática durante a sua formação? O que lembra da sua experiência com essa disciplina?

2. Não sua opinião, a forma como você ensina a Matemática e a fração se assemelha ou se diferencia da forma como seus professores ensinavam?

3. Qual a principal causa das dificuldades apresentadas pelos alunos com relação aos conteúdos avaliados na atividade diagnóstica?

4. Como ocorreu sua aprendizagem da fração durante sua formação?

5. Descreva como você costuma fazer a introdução do conceito de fração.

6. Você encontra alguma dificuldade para ensinar fração a seus alunos? Que tipo dificuldade?

APÊNDICE B - ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

1-OBSERVE OS NÚMEROS ABAIXO E DEPOIS COLOQUE-OS NA ORDEM CRESCENTE.

19 980	19 960	19 990	19 970

2- EM UM JOGO NA ESCOLA QUATRO ALUNOS GANHARAM A QUANTIDADE DE PONTOS QUE ESTÁ NO QUADRO ABAIXO: QUEM GANHOU MAIS PONTOS?

a) ANDRÉ - 2.760	***b) BETO - 2.587;***	***c) CARLOS - 2.699;***	*d) DANILO - 2.801*.

3- NO NÚMERO 21.396, O VALOR POSICIONAL DO NÚMERO DO 2 É?

a) 20.000 ***b) 200*** ***c) 2.000*** ***d) 20***

4- - CLARA E SUAS AMIGAS, JÚLIA E CAROL, SAÍRAM PARA LANCHAR.

CLARA COMPROU UM SANDUICHE DE QUEIJO PELO PREÇO DE R$ 5,00 E UM SUCO DE LARANJA POR R$ 2,00.

JÚLIA COMPROU UM PÃO DE QUEIJO PELO PREÇO DE R$ 2,00 E UMA GARRAFA DE ÁGUA MINERAL PELO MESMO VALOR.

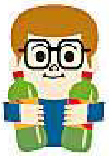
CAROL PREFERIU UM PÃO COM MANTEIGA QUE CUSTOU R$ 3,00 E UM COPO DE LEITE PELO MESMO VALOR..

VOCÊ CONSEGUE CALCULAR O VALOR GASTO PELAS TRÊS AMIGAS SOMENTE COM AS BEBIDAS?

5-(Adaptado de paraná, 2009), EM UMA VIAGEM MARIA E SEUS FAMILIARES IRÃO PERCORRER 650KM. APÓS PERCORRER 256KM FIZERAM UMA PARADA PARA O ALMOÇO. QUANTOS QUILÔMETROS ELES AINDA TÊM QUE PERCORRER?

6- (PCNs)-NO INÍCIO DE UMA PARTIDA, RICARDO TINHA UM CERTO NÚMERO DE PONTOS. NO DECORRER DO JOGO ELE GANHOU 10 PONTOS E, EM SEGUIDA, GANHOU 25 PONTOS. O QUE ACONTECEU COM SEUS PONTOS NO FINAL DO JOGO?

*7-NA FESTA DE ANIVERSÁRIO DE CAROLINA, CADA CRIANÇA LEVOU **DOIS** REFRIGERANTES. AO TODO, **DEZOITO** CRIANÇAS COMPARECERAM À FESTA. QUANTOS REFRIGERANTES HAVIA?*



8- JÚLIA TEM 4 FIGURINHAS E JOÃO TEM 5 VEZES MAIS FIGURINHAS QUE ELA. QUANTOS FIGURINHAS PEDRO TEM?

9- (PCNs)- MARTA VAI COMPRAR TRÊS PACOTES DE CHOCOLATE. CADA PACOTE CUSTA R$ 8,00. QUANTO ELA VAI PAGAR PELOS TRÊS PACOTES?

10-UMA MENINA TEM DUAS SAIAS E TRÊS BLUSAS DE CORES DIFERENTES. DE QUANTAS MANEIRAS ELA PODE SE ARRUMAR COMBINANDO AS SAIAS E AS BLUSAS?

11- EM UMA FESTA DE ANIVERSÁRIO HAVIA 72 GARRAFAS DE REFRIGERANTES. CADA CONVIDADO LEVOU 3 GARRAFAS. RESPONDA: QUANTOS CONVIDADOS FORAM A FESTA?

12- EM UM SALÃO HÁ 30 CADEIRAS. JOÃO QUER ORAGANIZÁ-LAS EM 6 FILEIRAS. QUANTAS CADEIRAS PODE COLOCAR EM CADA FILEIRA?

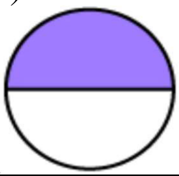
13 OBSERVE AS FIGURAS ABAIXO E MARQUE A ALTERNATIVA QUE TEM AS FRAÇÕES QUE REPRESENTAM A PARTE PINTADA NAS FIGURAS?

a) $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{4}$ B) $\frac{4}{1}$ e $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$

14-CLAUDIO GANHOU DUAS BARRAS DE CHOCOLATES. PARTIU UMA BARRA EM DOIS PEDAÇOS IGUAIS E COMEU UM PEDAÇO. A OUTRA PARTIU EM QUATRO PEDAÇOS E DISTRIBUIU ENTRE QUATRO AMIGOS. REPRESENTE A FRAÇÃO DA BARRA DE CHOCOLATE QUE CADA UM COMEU.

Claudio comeu:	***Cada amigo de Claudio comeu:***

15- VERIFIQUE EM QUAL DAS OPÇÕES ABAIXO TEMOS FORMAS CORRETAS DE REPRESENTAR $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$.

a) ***0,5***	*b)* ***Metade***	*c)* ***50%***	*d)* ***1: 2***	*e)* 

APÊNDICE C - PLANO DE AULAS

Objetivos:

- Ampliar o significado de número pelo uso de situações problemas.
- Construir o significado de números racionais e suas representações (fracionária, decimal, figural) a partir de seus diferentes usos no contexto social.
- Explorar diferentes significados das frações (: parte-todo, quociente e razão) em situações problemas, fazendo uso de materiais concretos.
- Constituir noções de frações equivalentes a partir de situações do cotidiano.
- Consolidar alguns significados das operações fundamentais, em situações que envolvam números naturais e racionais.
- Relacionar a representação fracionária e decimal de um mesmo número.
- Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente á decima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro para cálculo de porcentagens.

Conteúdos:

- Números racionais: reconhecimento, significados, leitura e escrita.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes representações: fracionária, decimais, figural e percentual.
- Comparação e ordenação de números racionais de uso frequente na representação decimal e na representação fracionária, explorando a noção de equivalência.
- Relação entre representação em porcentagens e representação fracionária
- Frações e seus significados: parte-todo, quociente e razão.

Metodologia

AULA 1

Ao fim do período de observação solicitar que os alunos façam uma pesquisa extensa sobre os usos dos números no cotidiano e verifiquem quais significados (função) esses números assumem: contagem, ordenação, medida, código e preço.

mostre o resultado da pesquisa com toda a turma. Solicitar que cada um socialize suas descobertas com aos colegas. Após socialização de suas descobertas, fazer leitura compartilhada do texto “Os significados dos números” de Cessar Coll e Ana Teberósky. Conversa sobre os diferentes usos e significados assumidos pelos números no texto destacando sua importância em nossa vida diária. Construir ficha numérica de cada aluno com todos os seus números e explorar os significados assumidos em cada situação. Encerrar deixando os seguintes questionamentos para os alunos realizarem uma pesquisa e tragam a resposta na aula do dia seguinte: 1- ***COMO SURGIRAM OS NÚMEROS?*** 2- ***VOCÊ JÁ PAROU PARA PENSAR NISSO?*** 3- ***SERÁ QUE OS NÚMEROS SURGIRAM DA INVENÇÃO DE UM MATEMÁTICO?*** 4- ***SERÁ QUE HOUVE UMA ÉPOCA EM QUE NÃO HAVIA NÚMEROS?***
AULA 2 Iniciar a aula fazendo levantamento entre os alunos sobre quem realizou a pesquisa a respeito do surgimento dos números. Pedir que socializem suas descobertas sobre a origem dos números. Encerrar fazendo a sistematização das informações levantadas pelos alunos. Distribuir os alunos em grupo e entregar a cada grupo cópias de imagens dos sistemas numéricos criados por diferentes povos (Maias, Egípcios, Gregos, Romanos Indus etc.) para representar os números. Pedir que observem e tentem descobrir o que cada símbolo representa e como funcionava cada sistema. Socialização das conclusões dos grupos. Intervenção do professor, destacando as diferentes formas de representação utilizadas por cada povo.
AULA 3

Retomar os principais pontos da história dos números, em seguida mostrar aos alunos uma maçã e perguntar de que forma podemos representar a maçã. Dividir a maçã ao meio, mostrar uma metade e questioná-los: Como ficará então a representação já que agora não está mais inteira? Solicitar que representem as diversas divisões feitas, fazendo uso de representações pessoais. Socializar e discutir as diferentes representações utilizadas por cada aluno, explicando como pensaram para chegar a essa forma de representação.

Continuar questionando-os o que é maior? A maçã ou a metade da maçã? Partir outra vez, mostrar ¼ e perguntar novamente. E agora como representar esta parte? Mostrar a banda e um quarto e perguntar quem maior. O que mais é´ possível fracionar? É possível fracionar o número 1? os números podem ser fracionados e como isso pode ser feito? O que é fracionar? Definir fracionamento.

Distribuir os alunos em grupo e entregar a cada grupo 10 moldes de pizzas um inteiro e os demais com divisões sucessivas em 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Solicitar que representem numericamente a pizza inteira. Depois pedir que observe a pizza cortada ao meio e perguntar se continua inteira? Como seria então a representação já que agora ela não está mais inteira? Anotar as Respostas.

Observar uma pizza por vez para verificar em quantas partes cada pizza está dividida. Pedir que representem numericamente abaixo do traço indicado em quantas partes a pizza está dividida. Repetir o procedimento com as demais.

Pedir que pintem uma parte da pizza que estar dividida ao meio e represente a parte pintada na parte de acima do traço que indica divisão. Repetir o procedimento com as demais figuras variando a quantidade de partes a ser pintada. Fazer leitura das frações em cada pizza. Escrevendo como se lê cada fração.

AULA 4

Dividir os alunos em dupla e entregar a cada dupla e entregar a cada dupla uma atividade xerocopiada para fazerem a leitura da atividade e tentarem resolver as questões propostas. Conceder um tempo de 20 minutos para realização da atividade.

Caso apresentem dificuldade para compreender os enunciados, fazer leitura compartilhada da atividade e conceder mais algum tempo para tentar responder. Após a realização da atividade pedir que compartilhem as soluções encontradas, encerrar com intervenção da professora para demonstrar aos alunos a forma convencional de resolução das questões.
AULA 5 Dividir os alunos em dupla novamente e entregar a cada dupla bombons de caramelo, figuras geométricas como, quadrado, retângulo círculo ou barras de chocolate para usar como suporte na resolução dos desafios propostos Desafiá-los com o problema que segue: Julia tem 3 saquinhos com bombons de caramelo. No primeiro saco, há 8 bombons, no segundo há 12 bombons e no terceiro saco há 16 bombons. Ela quer dividir igualmente para 4 amiguinhos a quantidade de bombons existente em cada saco. Que fração representa a quantidade de bombons que os amiguinhos de Julia receberão? Solicitar que dividam igualmente 2 barras de chocolate para 3 crianças e determinar a fração que cada uma irá receber. Conceder mais 15 minutos para a presentar a resposta. Caso sinta que estão tendo dificuldades fazer intervenção, levantando questionamentos para perceber como raciocinam enquanto constroem suas respostas. Intervenção da professora para sistematização dos conhecimentos e correção de possíveis equívocos cometidos pelos alunos.
AULA 6 Dividir os alunos em grupos de 5 alunos e entregar a cada grupo uma situação problema para analisar as afirmações feitas pelos personagens do texto (João, Carolina ou Ana) e tentar descobrir qual dos personagens estar correta em seu raciocínio a

respeito da representação fracionária presente no problema. Conceder 20 minutos para realização da tarefa.

Solicitar que socializem suas respostas. Análise das respostas dadas e estratégias utilizadas para encontrar a solução.

Apresentar aos alunos uma moeda de R$ 1 real em seguida lançar os seguintes questionamentos: para obter R$ 1,00 quantas moedas de R$ de 0,50 centavos são necessárias? Quantas moedas de R$ de 0,25 centavos são necessárias para obter R$ 1,00? Quantas moedas de R$ 0,10 centavos são necessárias para obter R$ 1,00?

Entregar círculos para que simulem divisões através de dobraduras à medida que forem sendo lançadas as perguntas. Para obter R$ 0,50 em quantas partes foi necessário dividir R$ 1,00? Que fração de R$ 1,00 esse valor representa? Para obter R$ 0,25 em quantas partes foi necessário dividir R$ 1,00? Que fração de R$ 1,00, esse valor representa? Para obter R$ 0,10 centavos me quantas partes foi necessário dividir R$ 1,00? Que fração de R$ 1,00, esse valor representa? Fechamento da aula pela professora.

AULA 7

Entregar a cada aluno um anúncio extraído do livro didático para que fizesse a leitura do texto analisem. Se o raciocínio do personagem estar correta ao afirmar que*: com desconto de 50% a compra ia diminuir pela metade preço".*

Levantar questionamentos para verificar se a expressão "*por cento"* é conhecida dos alunos. Escrever no quadro as seguintes frações $\frac{10}{100}, \frac{25}{100}, \frac{50}{100}, \frac{75}{100}$ explorar as relações entre fração e porcentagem e fazer a leitura de cada uma delas.

Entregar aos alunos individualmente uma atividade com imagens de um quadrado dividido em cem partes, solicitando que representassem as frações indicadas, pintando as figuras.

Encerrar a aula com o preenchimento de uma tabela que relaciona as representações fracionárias, decimal e percentual. Em seguida fazer a leitura dos números nas representações fracionárias, percentual e decimal.

AULA 8 Dividir os alunos em duplas ou em grupo de três e a cada dupla ou grupo entregar uma atividade xerocopiada contendo questões com problemas que envolvem o significado de razão, quociente e parte-todo. Conceder um tempo de 20 minutos para que eles ficam a leitura da primeira questão e tentem resolver. Solicitar que as duplas socializem suas respostas e fazer análise coletiva das respostas apresentadas. Exposição dialogada sobre o significado de razão. Conceder algum tempo para resolver questões envolvendo o significado de razão. Fechamento da aula com análise das respostas dos alunos, fazendo os devidas os esclarecimentos.
AULA 9 Distribuir os alunos em grupos de 4 e a cada um grupo entregar um jogo Dominó de frações. Orientar os grupos sobre as regras e procedimentos do jogo. Fazer acompanhamento dos grupos enquanto jogam fazendo as intervenções quando necessárias, chamando atenção para as relações entre as formas de representação. Observar para avaliar as aprendizagens feitas sobre o conteúdo de fração durante a experiência didática desenvolvida com esses sujeitos, percebendo os aspectos em que ainda precisam avançar.
Avaliação A avaliação será feita durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula será utilizado como instrumento de avaliação a observação e aplicação de atividades escrita durante o desenvolvimento da sequência. Tomará como critérios: leitura e compreensão das questões propostas, os raciocínios feitos e as estratégias utilizadas

para encontra as respostas, utilizando diferentes formas de representação. Reconhecimento dos significados dos números racionais (número, parte-todo, razão, quociente),
REFERÊNCIAS BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (PCNs) Matemática Ensino. Fundamental. Primeiro e segundo ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998. DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. ________. **Ver e ensinar matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.

APÊNDICE D - ATIVIDADES UTILIZADAS NAS AULAS

ALUNO: ____

1-FAÇA UMA PESQUISA SOBRE OS NÚMEROS ENCONTRADOS NO COTIDIANO E VERIFIQUE COM QUAL DAS FUNÇOES ABAIXO ELE ESTÁ SENDO USADO.

MEDIDA
CÓDIGO
ORDENAÇÃO
PREÇO
OUTROS

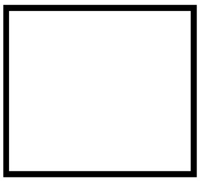
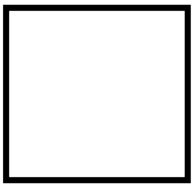
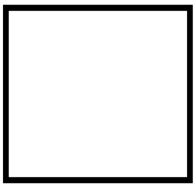
2-PREENCHA A FICHA ABAIXO COM NÚMEROS QUE SÃO IMPORTANTES EM SUA VIDA.

FICHA NUMÉRICA DO ALUNO		
IDADE:	ANIVERSARIO:	ALTURA:
PESO:	RG:	CPF:
CELULAR:	Nº DA CASA:	Nº DO CALÇADO
Nº NO DIÁRIO DE CLASSE		

1- AMIGO LUCAS PEDIU PARA QUE ELE DIVIDISSE O CHOCOLATE AO MEIO E CADA UM COMERIA METADE DA BARRA DE CHOCOLATE. PEDRINHO RESPONDEU QUE IRIA DIVIDIR O CHOCOLATE EM QUATRO PEDAÇOS E CADA UM COMERIA 2 PEDAÇOS. LUCAS CONCORDOU, DIZENDO QUE ELES COMERIAM A MESMA QUANTIDADE DE CHOCOLATE. VOCÊ CONCORDA COM LUCAS? POR QUÊ?

2-REPRESENTE NAS FIGURAS GEOMÉTRICAS AS FRAÇÕES INDICADAS E VERIFIQUE SE SÃO EQUIVALENTES.

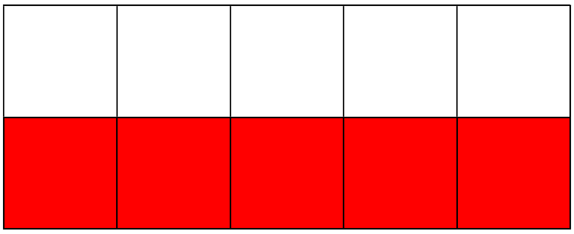
$\frac{1}{2}$  $\frac{2}{4}$  $\frac{4}{8}$ 

$\frac{1}{5}$  $\frac{2}{10}$  $\frac{3}{15}$ 

*3- LEIA O TEXTO COM ATENÇÃO E VERIFIQUE A AFIRMAÇÃO FEITA POR CASCÃO DE QUE: "**Com desconto de 50% a compra ia diminuir pela metade preço".** ELA ESTÁ CORRETA. EXPLIQUE SUA RESPOSTA.*

Fonte: Coleção A Conquista da Matemática - FTD

4- *(Adaptado da Nova Escola) LEIA O PROBLEMA E ANALISE COM SEU GRUPO AS AFIRMAÇÕES FEITAS POR **JOÃO, CAROLINA E ANA,** E VERIFIQUE QUAL DAS CRIANÇAS RACIOCINOU DE FORMA CORRETA A RESPEITO DA FIGURA ABAIXO?*

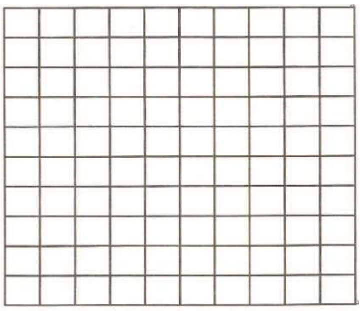
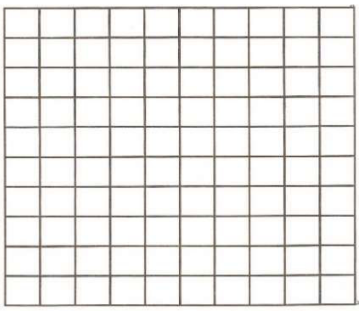
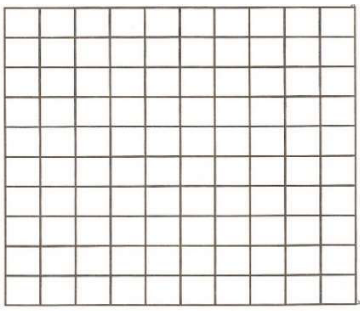


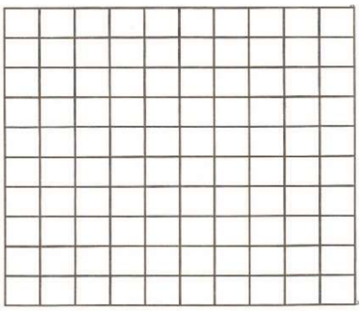
João: *Esta figura está dividida em 10 partes, cada parte representa um décimo do inteiro = 0,1. Temos 5 partes pintadas que correspondem a cinco décimos = 0,5*

Carolina: *Esta figura possui dez partes e temos cinco partes pintadas. A fração que representa as partes pintadas é* $\frac{5}{10}$.

Ana: *Esta figura possui metade de suas partes pintadas, portanto, pode ser representado pela fração* $\frac{1}{2}$

5-REPRESENTE OS PERCENTUAIS A SEGUIR NO QUADRADO ABAIXO E ESCREVA AO LADO AS FRAÇÕES QUE CORRESPONDEM A CADA PERCENTUAL. 10% , 25%, 50% e 75%



6-*COMPLETE O QUADRO ABAIXO COM AS REPRESENTAÇÕES DECIMAIS E PERCENTUAIS CORRESPONDES A CADA FRAÇÃO.*

FRAÇÃO	DECIMAL	PERCENTUAL
$\frac{1}{2}$		

$\frac{3}{4}$		
$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{10}$		

7- JULIA QUER DIVIDIR IGUALMENTE 2 BARRAS DE CHOCOLATES PARA 3 AMIGAS. REPRESENTE A FRAÇÃO DA BARRA DE CHOCLATE QUE CADA AMIGA DE JULIA IRÁ RECEBER.

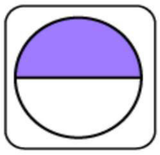
8- EM UMA CARTELA DE OVOS HÁ 12 OVOS. MARIA USOU 3 OVOS PARA FAZER UM BOLO. ESCREVA A FRAÇÃO DE OVOS QUE FOI USADO POR MARIA PARA FAZER O BOLO E REPRESENTE A FRAÇÃO DE OVOS QUE RESTOU.

APENDICE E - ATIVIDADE AVALIATIVA

ALUNO____

*CLAUDIO GANHOU DUAS BARRAS DE CHOCOLATES. PARTIU UMA BARRA EM DOIS PEDAÇOS IGUAIS E COMEU UM PEDAÇO. A OUTRA BARRA PARTIU EM 4 PEDAÇOS IGUAIS E DISTRIBUIU ENTRE 4 AMIGOS. SABENDO QUE CLAUDIO COMEU **METADE** DE UMA BARRA DE CHOCOLATE E QUE CADA AMIGO SEU COMEU **UM QUARTO,** RESPONDA.*

*a) EM QUAL DAS OPÇÕES ABAIXO TEMOS FORMAS CORRETAS DE REPRESENTAR **METADE?***

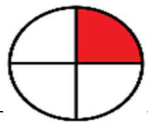
a)	b)	c)	d)	e)
0,5	$\frac{1}{2}$	**50%**	**1: 2**	

EXPLIQUESUA RESPOSTA:

____

____

b) *EM QUAL DAS OPÇÕES ABAIXO TEMOS FORMAS CORRETAS DE REPRESENTAR **UM QUARTO.***

a)	b)	c)	d)	e)
0,25	$\frac{1}{4}$	**25%**	**1: 4**	

EXPLIQUE SUA RESPOSTA:

____

____

APÊNDICE F - CADERNO DE RECOMENDAÇÕES DIDÁTICAS

CADERNO DE RECOMENDAÇÕES DIDÁTICAS

Geni Pereira Cardoso

Recomendações didáticas para o ensino de fração

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este caderno é o produto final da pesquisa de Mestrado Profissional em Gestão de Ensino da Educação Básica do Programa de pós-graduação da Universidade Federal do Maranhão. O caderno configura-se como elemento integrante da dissertação que tem como título “Registros de representação semiótica: contribuições a constituição do conceito de fração no 5º do ensino fundamental”, e que traz as os principais resultados obtidos na pesquisa.

A pesquisa que teve como propósito investigar como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica podem subsidiar uma proposta de ensino que auxilie os alunos na construção da ideia de fração no 5º ano do ensino fundamental. Desse modo, as recomendações apresentadas neste caderno são provenientes de dados levantados na pesquisa bibliográfica; tomam como base premissas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval; orientações contidas nos Paramentos Curriculares Nacionais (PCN) e dados obtidos na pesquisa empírica realizada em uma escola da pública municipal de São Luís- Ma, momento em que se teve oportunidade de conhecer por meio da observação os obstáculos enfrentados por alunos e professores no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Considerando que os anos inicias do Ensino fundamental é o período em ocorre o primeiro contato do aluno com o conteúdo de fração, as atividades aqui propostas se destinam mais á introdução desse conteúdo. Por isso, inicialmente buscou-se sugerir atividades que explorem a ideia de fração a partir de situações que estimulem a capacidade de raciocínio do aluno e o conduza à apreensão desse conceito. Em seguida sugere-se atividades que focam em três significados da fração: quociente, parte-todo e razão, visto que esses são os conteúdos indicados pelos PCN para o 5º ano do Ensino Fundamental no que se refere a fração.

A intenção é auxiliar o professor no processo de ensino e os alunos na compreensão dos conceitos básicos da fração, pois sabe-se que no processo de aprendizagem desse conteúdo os alunos enfrentam diversos obstáculos. Primeiro pela complexidade que envolve a ideia de fração e, segundo, porque precisam romper com certas noções construídas na trajetória escolar para avançar na construção de novos conhecimentos. Além disso há também as dificuldades enfrentadas pelos professores no cotidiano da sala de aula que por vezes inviabiliza pensar novas estratégias que possa realmente auxiliar os alunos em suas aprendizagens, seja por condicionamentos advindos da sua formação ou por circunstancias que envolvem a sua prática.

Nesse sentido, espera-se que este caderno, seja para o professor uma ferramenta no sentido de auxiliá-lo para a emergência de novas formas de ver e ensinar o conteúdo da fração nos anos iniciais do Ensino Fundamental, afim de que possa proporcionar aos alunos situações didáticas promotoras diferentes possibilidades de aprendizagem; e que desperte interesse pela Matemática, rompendo a crença negativa a respeito sobre a disciplina construída na trajetória escolar.

Acredita-se que é primordial pensar estratégias que garanta aos alunos uma aprendizagem satisfatória dos conteúdos da fração; que os auxilie a superar os diversos obstáculos que enfrenta na construção da ideia de fração e que ao mesmo tempo sirva de suporte ao professor no desenvolvimento do trabalho em sala de aula e no enfrentamento das dificuldades dos alunos.

Contudo, esclarece-se que não há aqui a intenção de que este caderno venha a ser um manual de aplicação de atividades. Nem tampouco, que este seja a solução para todos os obstáculos enfrentados por alunos e professores no processo de ensino aprendizagem, uma vez que se compreende que o professor é um ser pensante e que atua como sujeito na construção de sua pratica. Por isso, a intenção é que esse caderno venha ser apenas uma ferramenta de apoio, capaz de oferecer subsídios para um trabalho pedagógico de qualidade.

1 O ENSINO DA MATEMÁTICA Á LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Duval (2009), chama atenção para o lugar de destaque que os registros da representação semiótica assumem na aprendizagem matemática. Para o autor a importância que os registros Semióticos assumem na aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina se deve ao fato de que os objetos matemáticos só são acessíveis a partir de suas representações. Dessa forma, para que ocorra a apreensão legítima de qualquer objeto matemático, é necessário a utilização e diversificação de registros de representação semióticos. Porque "a maneira matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsecamente ligada à utilização dessas representações e toda comunicação em matemática se estabelece com base nessas representações semióticas".

Estudos comprovam que o mais comum no cotidiano de muitas escolas são práticas pedagógicas centrada no mono-registro. Contudo, o autor adverte que esse tipo de prática conduz o aluno a uma compreensão fragmentada do objeto de estudo; um enclausuramento em um único registro que o leva a confundir o conteúdo com a sua representação. Mas quando se possibilita ao aluno transitar pelas diferentes representações de um conteúdo, isto o levará a uma percepção ampla do conceito. Por isso é imprescindível que se preocupe em levar os alunos a coordenar diferentes registros de representação durante o ensino de um conteúdo matemático. Afim de que ocorra uma apreensão conceitual ampla do objeto de estudo. (DUVAL 2009).

Duval (2009), argumenta também que para que os alunos possam realmente compreender a Matemática de modo a contribuir para uma formação intelectual é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas. Ou seja, é preciso ver e ensinar a Matemática de outra forma. Porém para ver e ensinar Matemática de outra forma é preciso ter consciência dos processos cognitivos específicos que requer o pensamento matemático e desenvolve-los com os alunos, mesmo que fazendo isso, os professores tenham a impressão de não mais fazer momentaneamente matemática, DUVAL (2011).

Além de predominar nas aulas de matemáticas uso do monoregistro, Zaslvsky (2011), comenta que tradicionalmente os conteúdos dessa disciplina são tratados como compartimentos estanques, desligados de situações-problema, configurando as famigeradas "continhas" cuja elaboração mental se resume em exigir do aluno o domínio de técnicas operatórias pautadas por repetição e memorização completamente desprovido de qualquer significado para o aluno. O que na maioria das vezes leva o aluno a desenvolver um sentimento de incapacidade quando se depara com os conteúdos da matemática. Essa prática tradicional do ensino revela a concepção de que é possível aprender matemática por meio de um processo de transmissão de conhecimento. E mais ainda, de que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor.

Para D`Ambrósio (1989), algumas consequências dessa prática educacional têm sido observadas e estudadas pelos educadores matemáticos. Primeiro, alunos passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, os alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios.

O aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática. Passa a acreditar que a solução de um problema encontrada matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real. Essa prática tradicional do ensino revela a concepção de que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor.

Isso ocorre porque os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. Dessa forma, o aluno passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante. Para D'Ambrosio (1989), no entendimento de muitos professores o aluno, aprenderá melhor quanto maior for o número de exercícios por ele resolvido.

> Uma das grandes preocupações dos professores é com relação à quantidade de conteúdo trabalhado. Para esses professores o conteúdo trabalhado é a prioridade de sua ação pedagógica, ao invés da aprendizagem dor aluno. É difícil o professor que consegue se convencer de que seu objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula. (D'Ambrósio (1989, p.2),

D'Ambrosio (1989) argumenta ainda que em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno seja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. O processo de pesquisa matemática é reservado a poucos indivíduos que assumem a matemática como seu objeto de pesquisa. Mas é o processo de pesquisa que permite e incentiva a criatividade ao se trabalhar com situações problemas.

Conforme relata Machado (2003,): o conhecimento matemático é um referencial importante para que o educando tenha condições de compreender os fatos sociais. Contribui para o aluno "[...] pensar de forma mais crítica e prepara o aluno para vivenciar situações em que precisam agir de forma lógica e organizada. Assim sendo, torna-se imperativo que o ensino dessa disciplina volte- se para o desenvolvimento das capacidades de comunicação de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores e de trabalhar cooperativamente.

Porém, Nacarato (2009). defende que, para que uma nova concepção de ensino da matemática se consolide no cotidiano das escolas de nosso pais e na prática dos professores, é necessário que os cursos de formação inicial possibilitem a construção de um repertorio de saberes que considere concomitantemente saberes específicos e saberes pedagógicos afim de romper com a dicotomia existentes nos cursos formação inicial.

Porém Santos, et al (2007), defende que nós como educadores devemos procurar alternativas para aumentar a motivação dos alunos para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo, desenvolvendo a socialização e aumentando as interações do indivíduo. Porque ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento autônomo, a criatividade e a capacidade de resolver problemas dos alunos.

Nesse contexto, tomando por base as considerações acima, neste caderno pretende-se propor estratégias para o ensino da fração que considere a coordenação de diferentes registros semióticos, que estimule o pensamento autônomo, a criatividade e a capacidade de resolver problemas dos alunos nos anos iniciais do Ensino fundamental.

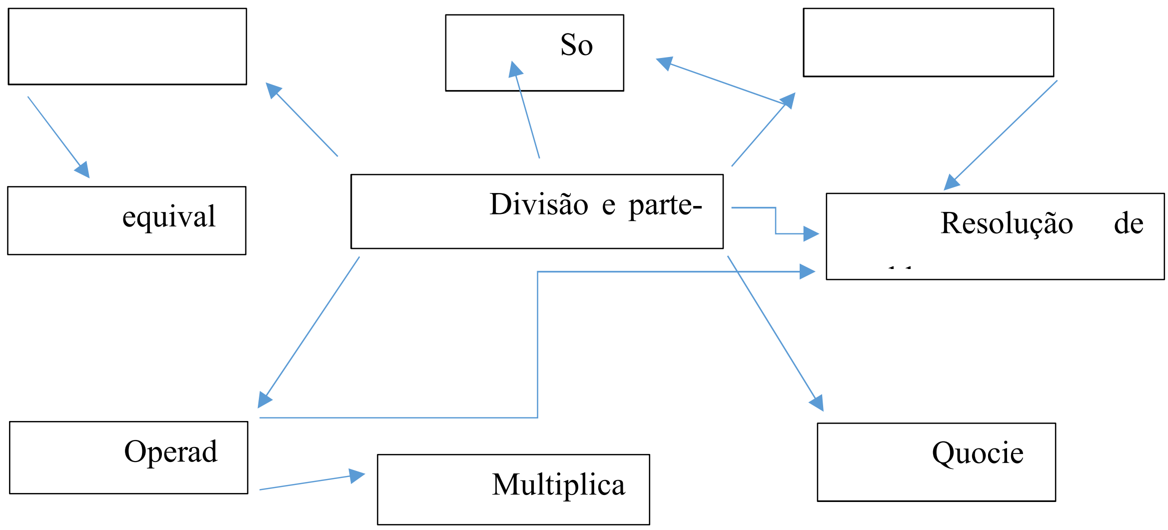
1.1 Pensando o ensino e aprendizagem da fração no Ensino Fundamental.

O processo de ensino aprendizagem da fração tem sido objeto de estudo em várias pesquisas da educação matemática. Pois educadores matemáticos afirmam que a não aprendizagem do conceito número fracionário pode acarretar graves prejuízos a aprendizagem dos diversos conteúdos da Matemática, (MARANHÃO,2003).

Margina comenta que diversas críticas tem sido feita por pesquisadores a respeito do modo como o ensino da fração vem ocorrendo nas escolas. Pois o ensino desse conteúdo tem se caracterizado por uma ênfase no simbolismo e na linguagem matemática, na aplicação mecânica de algoritmos (sobretudo na aritmética de frações) e no uso de representações diagramáticas (monoregistros). Diagramas são amplamente utilizados para ilustrar as relações parte-todo.

Contudo, segundo Lopes (2008), a aprendizagem da fração não se dá com definições prontas, nomenclaturas obsoletas e pseudoproblema sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para a complexidade que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos são muitos e de várias naturezas.

A começar pelo fato de que a palavra fração estar relacionada a muitas ideias e constructos(significados). Para Lopes (2008), frações são assim consideradas um "megaconceito" constituídos por diferentes conceitos.



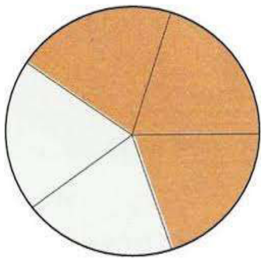
(BEHR, et al,1983)

Como se pode notar pelo esquema acima, o conteúdo de fração entrelaça-se com diversos conceitos. Desse modo, pensar o ensino da fração pressupõe considerar as relações que estabelecem entre esses conceitos e os cinco significados que a fração pode assumir em diferentes situações. São eles:

Significado Parte-Todo

A ideia presente neste significado é a da divisão de um todo. Esse todo pode estar representado em uma quantidade contínua ou discreta. A ideia de parte-todo, expressa uma divisão em partes iguais e que podem ser representadas na forma $\frac{1}{n}$. Segundo Campos, Magina e Nunes (2006). A concepção que é requerida por este significado é que um inteiro/todo (representado por quantidades contínuas ou discretas) é fracionado em partes iguais e que as frações representam exatamente a quantificação das partes tomadas em relação ao inteiro/todo Nunes (2003), considera que ao se apresentarem situações desse tipo para os alunos, normalmente, eles interpretam a representação como um processo de dupla contagem na qual acima do traço da fração se escreve o número de partes tomadas e abaixo do traço escreve-se o número total de partes. A autora afirma que o significado parte-todo se constitui como base para as interpretações mais complexas da fração. O procedimento mais comum de abordagem desse significado é a apresentação de uma figura plana dividida em partes congruentes com algumas selecionadas como o exemplo abaixo:

Quantidade contínua: *A mãe de Joana fez uma pizza dividiu em 5 pedaços Joana comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte da pizza que Joana comeu?*



Quantidade discreta*: Em uma cartela de ovos há 12 ovos. Maria usou 3 desses ovos para fazer um bolo. Escreva fração de ovos que Maria usou para fazer o bolo?*

Para Santana (2012), a resolução dessas situações requer que o aluno tenha previamente desenvolvido algumas competências, a saber: a identificação da unidade; a realização de divisões e a ideia de conservação. Nas duas situações apresentadas, o aluno precisaria reconhecer como era constituído o todo. Nesta perspectiva, entender frações pressupõe a compreensão das relações parte-todo que é um aspecto essencial para a compreensão de frações.

Significado Quociente

A fração como quociente indica uma ação de distribuição ou de divisão. Este significado está presente em situações em que se faz necessário dividir igualmente objetos em certo número de grupos. Nesse significado a divisão se apresenta como estratégia para a resolução de um problema, ou seja, o aluno deverá perceber que a divisão se constitui como uma boa estratégia. Tem-se como exemplo o problema abaixo: *Divida 3 pães entre 4 pessoas. Que fração representa a quantidade de pães recebida por cada pessoa? (Quantidade* continua*)*, (SANTANA, 2012).

Segundo Merlini (2005), a fração nesse caso, corresponderia a uma divisão (3 dividido por 4, 3:4) o aluno deverá admitir que o resultado da divisão seria $\frac{3}{4}$ para cada pessoa. Para compreender a fração, na situação acima, é preciso que se reconheça que ela representa o quociente que expressa o tamanho que deve ser tomado do todo para ser distribuído igualmente; admitir que $\frac{3}{4}$ se constitui como uma representação que permite uma melhor explicitação das partes que estão sendo consideradas na situação do que 0,75 e reconhecer que ela expressa tanto a divisão em si quanto seu resultado.

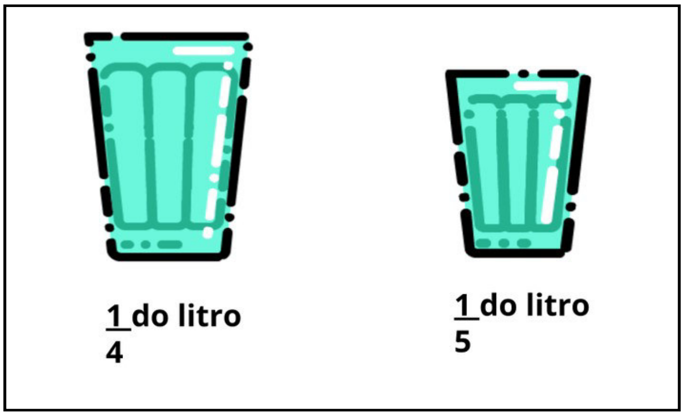
Ainda segundo Santana (2012), em problemas como o que segue: *Tenho 35 figurinhas e quero dividi-las igualmente para 7 crianças. Que fração representa a quantidade de figurinhas que cada criança irá receber?* (Quantidades discretas)

A compreensão do significado de quociente quando se trata de quantidades discretas pressupõe considerar dois fatos. Primeiramente é necessário que o numerador sempre seja divisível pelo denominador, note-se que na situação acima não faria sentido dividir 35 figurinhas para 8 crianças. Assim, no contexto das quantidades discretas a fração representa a relação entre as variáveis, sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador. Segundo supõe que as ideias relativas parte-todo sejam extrapoladas, já que é necessário levar em consideração duas grandezas distintas, enquanto que no significado de parte- todo se tem como referência uma variável, isto é, o inteiro ou a unidade.

Significado Medida

Pode-se associar a fração ao significado de medida quando ela está vinculada à ideia de comparação entre duas grandezas, interpretada como razão. Para tal se faz necessário o estabelecimento de um referencial de comparação único para grandezas de mesma espécie como, por exemplo, centímetros para metros. Damico (2007) afirma que reconhecer este significado diz respeito a identificar quantas vezes uma unidade cabe dentro da outra. Nesse caso a fração deve exprimir o resultado dessa comparação.

O problema do exemplo que segue expressa a ideia de medida: *(adaptado da Nova Escola) Guilherme repartirá 2 litros de refrigerantes com 4 amigos. Ele tem duas opções de tamanho de copos devendo escolher uma delas.*



Fonte: Nova Escola.

Como queria levar vantagem e tomar mais refrigerante que seus amigos, ele prometeu dar dois copos de tamanhos iguais de bebida para cada um, mas exigiu ficar com o restante que sobrasse na garrafa. Qual copo deverá escolher para tomar mais?

Para esse significado, além da abordagem de quantidades contínuas e discretas cabe considerá-la no contexto das quantidades extensivas e intensivas. As quantidades intensivas dizem respeito à relação entre duas variáveis e podem ser representadas por frações. Por exemplo, a fração $\frac{12}{60}$ pode se referir a uma quantidade extensiva se tiver a intenção de indicar a quantidade de alunos que reprovaram dentre o total de alunos de uma classe. Neste caso, a medida por ela expressa é o quociente entre número de alunos que reprovaram dividido pelo o número de alunos total da sala.

A aplicabilidade das frações no contexto das quantidades intensivas somente é possível quando duas unidades podem ser reunidas em um todo. Por exemplo: *Para produzir uma determinada cor de tinta é necessário acrescentar 2 latas de tinta rosa para cada 1 lata de tinta branca. Que fração representa a medida da tinta rosa em relação à quantidade total de tinta?*

Para reconhecer o significado medida considerando-se quantidades contínuas se faz necessário perceber três aspectos: a relação entre as duas variáveis diferentes; as quantidades contínuas relacionam-se diretamente às quantidades intensivas, pois é necessário que as partes sejam reunidas em um mesmo todo e o todo nestas situações é composto pela relação entre partes.

*Outros exemplos podem ser dados: Para arrecadar dinheiro para um evento da escola, a mãe de Pedro fez 120 biscoitos que foram distribuídos em 15 pacotes. Pedro vendeu 10 pacotes. Que fração representa a quantidade de biscoitos vendidos em relação ao total de biscoitos? (*Quantidades discretas*).* Na exploração da porcentagem também pode se verificar uma situação que expressa medida: *40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol.* (BRASIL, 1998).

Para compreender a fração como medida de quantidades discretas dois aspectos são necessários: A medida em questão é obtida pelo quociente entre o numerador *a* (quantidade de elementos considerados em uma coleção) e o denominador *b* (número total de elementos de uma coleção), isto é a fração. As quantidades contínuas relacionam-se diretamente as quantidades extensivas nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.

Significado Operador Multiplicativo

Segundo Santana (2012), nesse significado, a fração é utilizada como multiplicador de uma quantidade. Isto é, a fração constitui-se como um operador multiplicativo quando imprime uma ação sobre um número transformando o seu valor nesse processo. Considerar a fração a $\frac{a}{b}$ como um operador multiplicativo implica reconhecer que nela estão inclusas duas operações: multiplicação pôr *a* e divisão por *b*.

Trata-se de um significado da fração que desempenha um papel de transformação. Essa ideia estar presente em problemas do tipo: *Que número devo multiplicar por 3 para obter 2. Que pode ser desenvolvido pela seguinte equação: 3.X=2, (BRASIL, 1998).* No entendimento de Santana (2012), os exemplos abaixo evidenciam aspectos a ser considerados para a abordagem deste significado em quantidades contínuas e discretas.

Ana comeu a $\frac{4}{6}$ *de uma pizza. Represente com um desenho a quantidade de pizza que Ana comeu. (*Quantidades contínuas).

Em uma eleição o candidato "A" conseguiu obter 81 votos. Em uma pesquisa realizada com eleitores constatou-se que a $\frac{2}{3}$ *dos que votaram no candidato "A" eram mulheres. Quantas mulheres votaram no candidato "A"?* (Quantidades discretas).

No que se refere as quantidades contínuas a fração com significado de operador multiplicativo funciona como uma máquina que reduz ou amplia a quantidade sob a qual se aplica. No caso apresentado, o todo (pizza inteira) é transformado de modo que após aplicação da fração como operador é possível concluir que de 6 pedaços sobraram apenas 2, diminuindo sua quantidade.

Em relação ao problema que envolve quantidades discretas, a ação da fração é operar como um multiplicador divisor. Assim sendo, a fração compõe um "contexto natural para a composição de transformações (funções, operador – significado), a ideia de inversa (o operador que reconstrói o estado inicial) e a ideia de identidade (o operador que não modifica o estado inicial (MERLINI, 2005).

Dos argumentos acima apresentados infere-se que os diferentes significados que a ideia de fração pode assumir, já tornam esse conteúdo suficientemente complexa para que possa ser assimilado pela criança de forma rápido e sem uma estratégia adequada. Todavia destaca-se que a complexidade da ideia de fração não se encerra nos diferentes significados que a fração assume. Pois, como qualquer conceito matemático, a fração pressupõe o seu reconhecimento em diversas situações e em diversos contextos. Como se pode ver nas palavras de Magina, Bezerra e Spinillo (2009, p. 14):

> Além das dificuldades documentadas em pesquisas realizadas com crianças, é possível afirmar que o próprio conceito de fração é de natureza complexa e multifacetada. Por exemplo, dependendo da situação em que esteja inserida, a fração pode assumir diferentes significados. Um número em uma reta numérica (um inteiro e dois terços); um operador (um terço de 12 bolinhas de gude); um quociente derivado de uma divisão (duas barras de chocolate repartidas entre três crianças); e uma relação parte-todo (uma fatia de pizza dividida em 12 fatias). Outro exemplo dessa complexidade é o fato de a fração estar fortemente associada a outros conceitos igualmente complexos como divisão, probabilidade, porcentagem, razão e proporção.

Verifica-se que a construção da ideia de fração, pressupõe explorar seus diferentes significados em diferentes contextos e em associação com outros conteúdos. Por exemplo, em receitas culinárias, é comum se deparar com números fracionários associados a medida de ingredientes como, $\frac{1}{2}$ xicara de açúcar. Em situações que envolvem o sistema monetário, ao tomar R$ 1,00 como sendo um todo e o dividi por 4, obtém-se R$ 0,25 centavos que corresponde a quarta parte desse valor.

Em situações de compra como $\frac{1}{2}$ kg de um produto qualquer. Situações envolvendo porcentagem, como promoções em que produtos comprados a vista tenham descontos de 10%, 20% ou mais. Enfim, a fração está presente em uma diversidade de situações e contextos que podem ser exploradas para introdução e consolidação desse conteúdo de modo construir uma aprendizagem que faça sentido para a criança.

Além dos significados explicitados e de todos as situações que envolvem a fração há ainda a lógica de equivalência e da ordenação. Segundo Smolen (2013), ao trabalhar fração duas lógicas são fundamentais: a lógica da equivalência e a lógica da ordenação. A lógica da equivalência é aquela necessária para que o estudante identifique e entenda que a fração $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$ e 0,5 são representações de um mesmo número, o que não é algo simples. A lógica da ordenação requer o entendimento de que a ordenação das frações não é necessariamente a mesma daquela usada no universo dos números naturais. Na ordenação das frações se tivermos numeradores iguais, quanto menor o numerador maior a fração.

2 ORIENTAÇOES DIDÁTICAS PARA INTRODUÇÃO DA IDEIA DE FRAÇÃO

2.1 Introduzindo a ideia de fração

Segundo D´Ambrosio (2005) “a busca de novas direções para o desenvolvimento da matemática deve ser incorporada ao fazer matemático”. Dessa forma, é sempre necessário buscar associar os conteúdos teóricos a uma prática que venha realmente tornar o aprendizado mais significativo.

Nesse sentido, os textos podem se caracterizar como um ótimo recurso para discutir conteúdos da Matemáticas. Porque podem contribuir para a desconstrução da crença de que em aulas de Matemática trabalham-se somente com cálculos; podem contribuir para a superação de uma das grandes dificuldades enfrentadas pelos alunos: a leitura e compreensão de enunciados matemáticos; para podem tornar o conteúdo mais significativo para os alunos.

Há uma variedade de textos que podem servir como recurso para discutir conteúdos da matemática nos anos inicias. As receitas culinárias, por exemplo se exploradas de forma adequada podem se constituir em um recurso promissor para o ensino da fração por fazer uso constante medidas que utilizam números fracionários e permitir a demonstração dessas medidas de forma concreta.

O texto em quadrinhos abaixo oferece várias possibilidades para trabalhar a fração nas series iniciais. Porque o texto conta a história dos números e traz diversas formas de representações numéricas: números naturais, fracionários decimais e permite também demonstrar através de exemplos, as relações existentes entre um número fracionário e um número decimal, utilizando uma das operações básicas da matemática, a divisão.

A história da origem de um determinado conteúdo é apontada por diversos estudiosos matemáticos como excelente estratégia para tornar o conteúdo significativo para o aluno, pois o estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva a uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado.

O referido texto pode ser usado como atividade introdutória para é investigar o conhecimento que o aluno já traz consigo, sobre a história dos números, chegando às frações e aos números decimais, de forma a fazê-lo perceber a importância desses números no nosso cotidiano, bem como, identificar as situações em que eles se fazem presente, (PARANÀ, 2014).


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Cada animal do rebanho correspondia a um graveto, ou a uma pedrinha, ou ainda, a um nó em uma corda.
depois de algum tempo....
os povos antigos começam a utilizar partes do corpo como medidas
palmos, pés, cúbito....


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Você sabe como esses números surgiram?
Podemos afirmar que houve um tempo em que o homem não sabia contar .
Para saber por exemplo quantos animais haviam em seu rebanho, usavam a correspondência "um a um"


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
No Egito surgiram os primeiros sinais da matemática...
Assentados à margem do rio Nilo os egípcios criaram seu calendário, contando os dias entre as fases da lua, ou quantos dias se passavam entre duas inundações desse rio.
A cada cheia do rio Nilo, se fazia necessário demarcar novamente as terras as suas margens, calculando novas porções para cada morador, prevendo a produção de grãos e a cobrança dos impostos.
Eles utilizavam um sistema numérico de grupos de dez, motivados pelos dez dedos da mão, e criaram símbolos para representar determinadas quantidades.


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Advêm dessa época as frações....
No papirus de Rhind, escrito por volta de 1650 a.C., estão descritos diversos problemas do cotidiano egípcio.
Um deles descreve a situação de como dividir igualmente nove pães entre dez trabalhadores.
? ? ? ?
? ? ? ?


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Os babilônios também inventaram seu sistema numérico usando grupos de sessenta.
Esse sistema fez tanto sucesso que ainda hoje o utilizamos quando nos referimos às horas, minutos e segundos.
Porém, foi na Suméria que a civilização hindu, desenvolveu um sistema de numeração com nove símbolos e...
estabeleceram a ideia de posição, utilizando agrupamentos de base dez.


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
O décimo símbolo foi o número zero, que só foi criado no século IX.
Não se sabe ao certo como esse fato ocorreu, mas a criação desses algarismos revolucionou a matemática.
Os árabes passaram a utilizar e divulgar esse sistema devido a sua praticidade, e hoje, é o sistema de numeração que adotamos no nosso dia a dia.
Por isso nosso sistema numérico é chamado "hindu arábico".
0 1 2 3
4 5 6
7 8 9


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Muitos e muitos séculos se passaram......
E em nosso dia a dia é impossível não nos vermos rodeados pelos números...
o,5
23,50
1

2
3

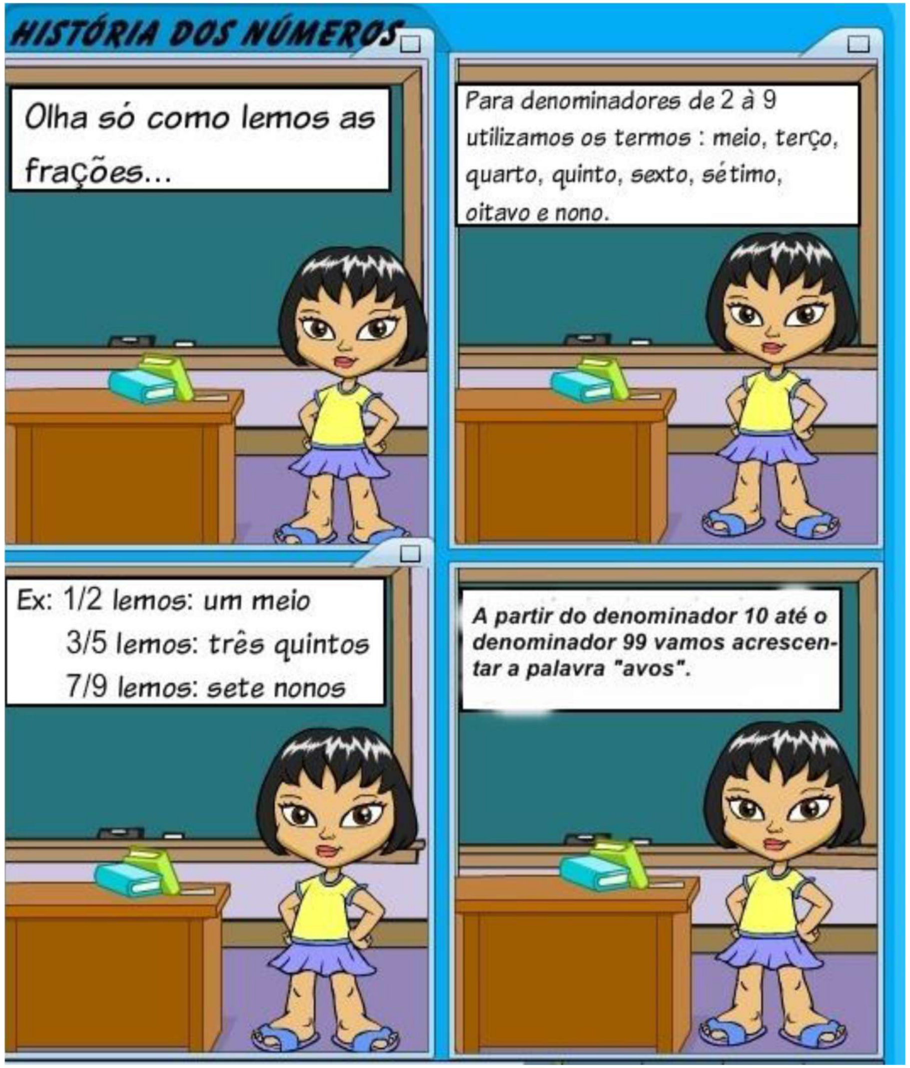
5
2,99
Você reconhece os números anteriores?
Em que situação do seu dia a dia se depara com eles?


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Nas frações, a parte de cima chama-se "numerador" e representa o todo.
Já a parte debaixo, chama-se "denominador" e representa em quantas partes dividimos o nosso todo.
3

4
numerador
denominador
No número decimal, o valor a esquerda da vírgula representa a parte inteira desse número.


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
E a parte à direita da vírgula, representa que apenas parte de um inteiro precisou ser utilizada.
2,50
parte inteira
metade de uma parte inteira
Ao verificarmos preços em mercados, lojas, nos deparamos com esses números.
Os números decimais estão ligados as frações.
Veja...


HISTÓRIA DOS NÚMEROS
Toda fração, representa uma operação de divisão.
Ao dividirmos o númerador pelo denominador (nesta ordem), podemos encontrar como resultado um número inteiro ou um número decimal.
Veja os exemplos...
3/4 = 3 : 4 = 0,75
5/2 = 5 : 2 = 2,5
6/3 = 6 : 3 = 2



Por meio de uma conversa informal inicie questionando os alunos sobre a origem dos números. Explore as suas hipóteses e tente descobrir os conhecimentos que elas possuem sobre o assunto.

Sugestões:

- *Providencie a reprodução do texto.*
- *Divida os alunos em grupo de 3 ou em dupla para fazer uma leitura exploratória do texto em quadrinhos.*
- *Para direcionar a leitura entregue a eles perguntas como:*
- *O texto conta a história de que?*
- *Que números aparecessem no texto?*
- *Em que situações do cotidiano esses números são utilizados?*
- *Conceda o tempo que julgar necessário para realização da leitura.*

Após a leitura do texto, pode ser que as informações a respeito do surgimento dos números naturais e fracionais estejam fragmentadas na mente das crianças. Por isso é imprescindível que o professor nesse momento busque perceber o que eles conseguiram abstrair da leitura feita e faça as intervenções para organizar os conhecimentos adquiridos chamando atenção para aspectos que considera importante que os alunos percebam.

Sugestões:

- *Ao finalizar a leitura incentive os grupos a socializarem suas conclusões.*
- *Instigue-os a se expressarem, por meio de questionamentos.*
- *Forme um painel com a síntese das ideias trazidas pelos alunos.*
- *Finalize com uma exposição dialogada, explorando pontos a respeito dos números que os alunos não conseguiram perceber durante a leitura.*

Aproveite esse primeiro momento de exploração do texto, para direcionar a atenção dos alunos para discussão do conteúdo da fração propriamente dito. Para isso é interessante conduzi-los até o texto novamente e retomar alguns pontos que podem servir como artificio para discutir o conteúdo da fração. Retome por exemplo, partes do texto onde aparecem números fracionários e decimais. Questione-os a respeito dessas formas de representações numérica que aparecem no texto e o contexto em que aparecem. Esses questionamentos podem contribuir para despertar o interesse dos alunos por aquilo que vais ser discutido. Ouça atentamente o que eles têm a dizer para perceber que informações tem a esse respeito e registre suas falas para retomar em momento oportuno.

Sugestões:

- *Para avançar no estudo de fração, trabalhe com alunos os números fracionários e decimais que aparecem no texto.*
- *Questione os alunos sobre como são chamados esses números.*
- *Em que situações do cotidiano esses números são usados?*
- *Questione também a respeito das relações que há entre números fracionários e decimais.*
- *Registre as hipóteses dos alunos.*

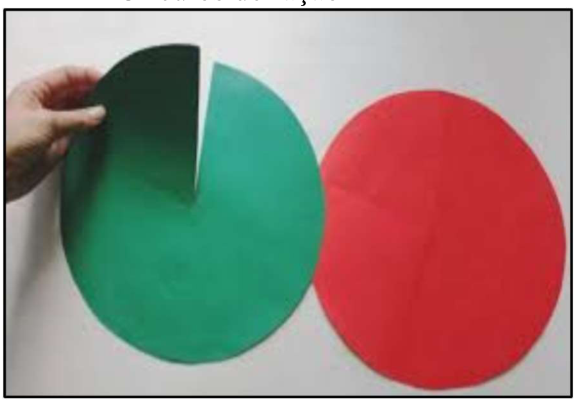
Recomenda-se fazer o fechamento da aula com uma exposição dialogada a respeito da fração e explicando o significado de fracionar. Pois para as crianças esse significado pode ainda não estar claro. Pode ser usado materiais manipuláveis, para auxiliá-los na compreensão inicial desse conceito. Pode ser usado frutas como maçã, laranja ou bombons para explorar a ideia de fracionar. É interessante fazer o fracionamento das frutas e bombons diante deles. incentivando-os a representar numericamente as frações.

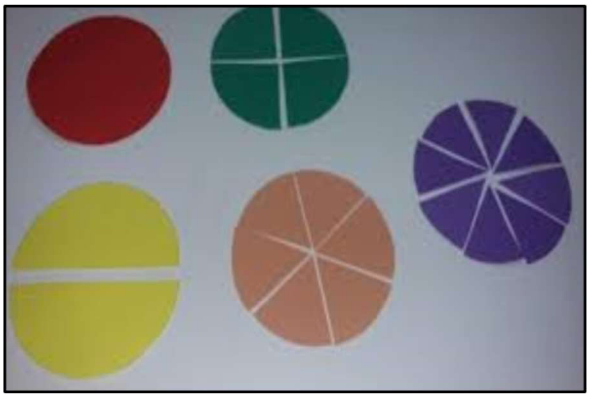
É interessante também aproveitar o momento para explorar o significado de um inteiro, em quantidades continuas e discretas. Essas são noções que facilitam a compreensão do conteúdo. Pode se encerrar a explanação fazendo com eles a leitura das frações.

Sugestões

- *Utilize figuras circulares, para que os alunos manipulem e observem o fracionamento em diversas partes.*
- *Se preferir pode entregar os círculos inteiro e orienta-los a fazer o fracionamento.*
- *Solicite dos alunos que representem as frações que aparecem em cada círculo fração, utilizando números e a língua natural.*
- *Incentive-os a fazer a leitura das frações.*

Círculos de fação





Fonte: https://www.google.com.br/search?

É importante também levar os alunos a fazerem a comparação entre frações como $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ no círculo de fração, estabelecendo as bases para compreensão da ideia de equivalência. Não é necessário reservar a ideia de equivalência para ser estudada em um momento específico. Fazer a comparação repetidas vezes, e com frações diferentes usando materiais manipuláveis e explicando o significado de equivalência com linguagem clara, permite aos alunos irem assimilando a ideia de forma gradativa.

Após explorar essas primeiras noções e ter certeza que os alunos assimilaram já se pode começar estudo dos significados frações a partir de situações problemas. Pois, s PCN sugerem, para o 2º ciclo, alguns conteúdos conceituais e procedimentais para a fração reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário; comparação e ordenação de números racionais na forma decimal; localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal; reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária; identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas; exploração dos diferentes significados das frações em situações problema: parte-todo, quociente e razão; observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária; análise, interpretação, formulação e resolução de situações problemas, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.

2.2 Explorando o significa de Quociente

Acredita-se que o mais sensato é iniciar estudo do significado de quociente a partir de situações problemas envolvendo quantidades discretas, visto que alguns alunos já dispõem de um certo conhecimento a respeito da divisão. Portanto não terão dificuldades para resolver situações desse tipo. Porque toma-se como ponto de partida algo que lhes é familiar.

Sugere-se também evitar iniciar o estudo resolvendo várias atividades como exemplos para os alunos e depois solicitar deles que repitam os mesmos procedimentos com atividades semelhantes. Pois repetição de procedimento não garante um aprendizado autentico. Use estratégias que estimule a capacidade de raciocínio e criatividade nas crianças, desafiando-os a buscar respostas por caminhos próprios.

Os estudos de Nunes et al. (2009) confirmam que os educandos que aprendem frações por meio da memorização de regras que não entendem, não percebem aspectos de extrema importância para a compreensão do conteúdo, como a equivalência de frações e a necessidade de ter partes iguais para expressar as quantidades envolvidas nas operações.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite a construção do conceito de número racional (fração). O que requer uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo; trata-se de um trabalho que apenas será iniciado no segundo ciclo do ensino fundamental e consolidado nos dois ciclos finais. (BRASIL, 1998)

1- *ANA COMPROU 12 BOMBONS E QUER DIVIDIR IGUALMENTE ENTRE 4 AMIGOS. QUANTOS BOMBONS CADA AMIGO RECEBERÁ? REPRESENTE COM UMA FRAÇÃO A PARTE QUE CADA AMIGO IRÁ RECEBER*

Sugestões:

- *Entregue aos alunos a situação acima e solicite deles que façam uma leitura atenta e tentem resolver sozinhos. Conceda-lhes um tempo.*
- *Ao finalizar o tempo determinado, incentive cada aluno a socializar sua resposta e a estratégia utilizada para encontrar a resposta.*
- *Registre no quadro algumas respostas e suas hipóteses.*
- *Analise com a turma as respostas encontradas e a estratégia utilizada e peça que dê sua opinião sobre qual delas estar correta e porquê.*
- *Apresente a sua solução.*

Esse procedimento pode ser repetido com os demais problemas. porque ele estimula a criança a pensar e a perceber que não há apenas uma forma de resolver um problema. Além disso desenvolve a autonomia, capacidade de raciocínio, a oralidade uma vez que, é oferecida ao aluno oportunidade de expor suas opiniões e estratégias e possibilita ao professor conhecer como a criança raciocinou para encontrar sua resposta e oferecendo elementos para que possa intervir com mais precisão no sentido de auxiliar o aluno a avançar em suas aprendizagens.

Contudo, como normalmente as crianças apresentam maior dificuldades para compreender e realizar fracionamento em quantidades contínuas. Quanto propor situações problemas que envolvendo quantidades continuas, como os problemas que estão abaixo, o professor pode oferecer como suporte aos alunos materiais manipuláveis para eles os utilizem na realização do fracionamento.

2- *(Adaptado de Smole, 2013) MARCOS GANHOU UMA TORTA DE CHOCOLATE E QUER DIVIDIR IGUALMENTE COM DOIS AMIGOS. REPRESENTE A FRAÇÃO DA TORTA QUE CADA AMIGO DE MARCOS RECEBERÁ.*

3- *E SE CHEGASSE MAIS UM AMIGO DE MARCOS E ELE TIVESSE QUE DIVIDIR A TORTA EM 3 PEDAÇOS DO MESMO TAMANHO. QUE FRAÇÃO DA TORTA DE CHOCOLATE CADA AMIGO DE MARCOS RECEBERIA?*

4- *JULIA QUER DIVIDIR IGUALMENTE 3 BARRAS DE CHOCOLATES PARA 5 AMIGAS. REPRESENTE A FRAÇÃO DA BARRA DE CHOCLATE QUE CADA AMIGA DE JULIA IRÁ RECEBER.*

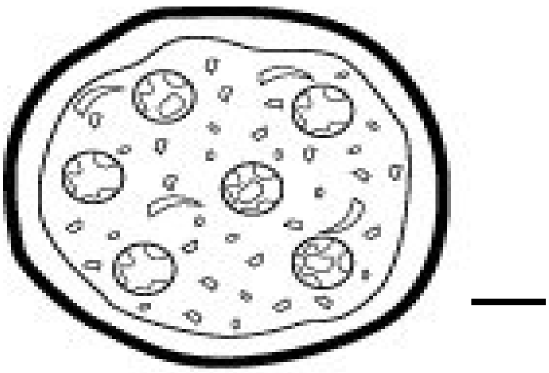
Sugestões:

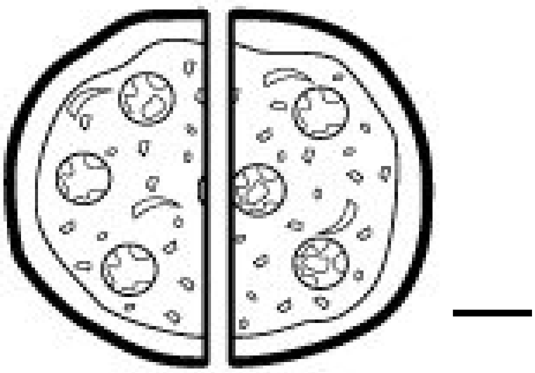
- *Entregue as crianças as situações problemas e solicite que façam a leitura e tentem resolver e observe-os*
- *Se notar que estão tendo dificuldades, entregue eles retângulos e círculos de papel e peça que imaginem que os retângulos são barras de chocolates e os círculos são tortas.*
- *Oriente-os a simular o fracionamento das chocolate e da torta fazendo dobraduras no retângulo e círculo e registre cada fração.*
- *Após esse momento solicitem que tentem novamente resolver o problema.*
- *Encerre o momento demonstrando como podem ser resolvidas as questões.*

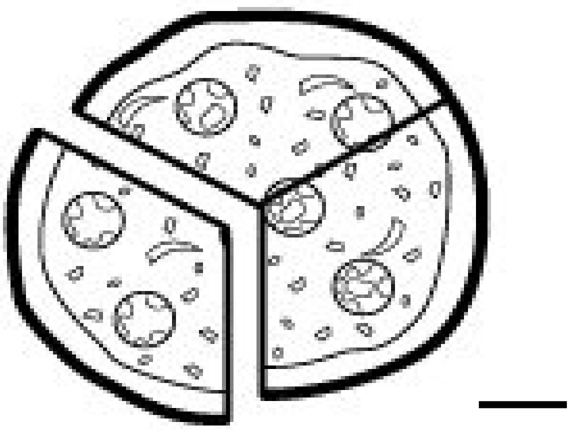
É imprescindível que cada momento de discussão e estudo seja encerrado com alguma contribuição do professor para organizar o conhecimento adquirido pelo aluno. Levando-os a compreender as terminologias e as técnicas convencionais. Acredita-se que as atividades acima propostas permitem ao professor a análise das hipóteses e estratégias usadas pelos alunos nas resoluções das situações-problema. O que possibilitar uma intervenção adequada as necessidades dos discentes.

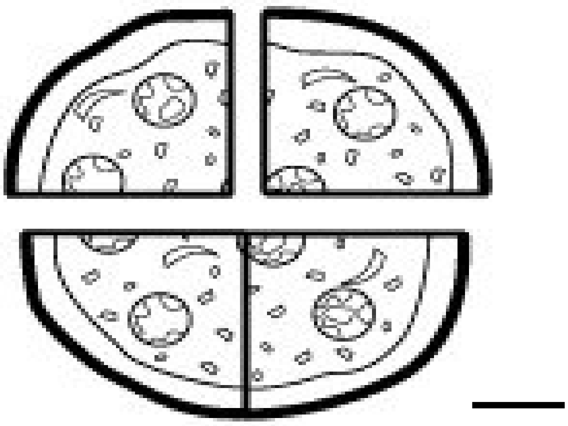
2.3 Explorando o significa de Parte-todo

Para iniciar o estudo do significado de Parte-todo recomenda-se utilizar moldes de pizza divididos impresso em papel A4. Como os moldes que estão abaixo. Um dos moldes da pizza deve estar inteiro, para explorar a noção de todo. Os outros moldes devem estar fracionados em diversas partes. A quantidade de moldes e a variedade de fracionamento fica a critério do professor, dependendo das frações que deseja analisar com os alunos.









Sugestões:

- *Distribua os alunos em grupo e entregue a cada grupo os moldes de pizzas, todos devem receber a mesma quantidade de moldes e com os mesmos números de divisões.*
- *Solicite aos alunos que a observem a pizza inteira e represente numericamente no tracinho ao lado da imagem.*
- *Em seguida solicite que observe a pizza dívida ao meio e represente na parte de baixo do traço a quantidade de parte em que a pizza foi dividida.*
- *Repita o procedimento com as demais figuras.*
- *Peça que imaginem que irão comer a pizza, pintando uma parte da pizza dividida ao meio, fazendo de conta que comeu um pedaço, e represente a fração pintada na parte de cima do traço.*
- *Repita o procedimento com as demais pizzas, variando a quantidade de partes que deve ser" comida" (pintada) para 2, 3,4, dependendo da quantidade de moldes que esteja trabalhando.*
- *Peça que comparem dois quartos e metade ou outras frações equivalentes que surgirem durante a discussão.*
- *Peça aos alunos que leiam as frações e representem em linguagem natural cada fração obtida.*

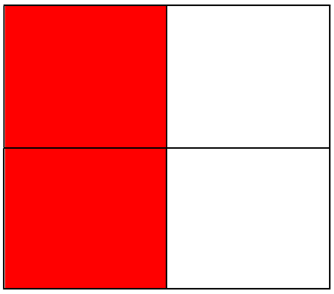
Se preferir, o professor utilizar frutas como mação, laranja tanja e relaizar sucessivas divisões, para iniciar a discussão do significado de parte todo. Contudo é importante sempre explorar a ideia de um inteiro. No caso da laranja e da tanja pode ser analisar a divisão natural da fruta em gomos. Contudo, em ambos os casos recomenda-se aproveitar a oportunidade para comparar as frações afim de que as crianças possam ir assimilando o ideia de equivalencia.

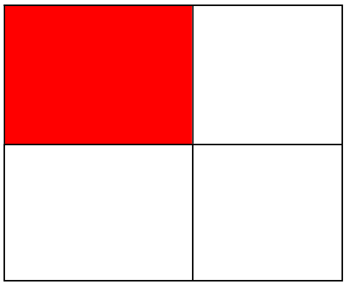
Segere-se ainda desafiar as crianças a resolverem algumas atividades como os problemas que estão abaixo. Para isso é necessário conceder um tempo para que eles tentem resolver sozinhos usando suas próprias estratégias. Em seguida incentizar a socializar as respostas e estratégias utilizadas, finalizando com as considerações do professor para organização do conhecimento.

1- A MÃE DE JOANA FEZ UMA PIZZA DIVIDIU EM 5 PEDAÇOS IGUAIS. JOANA COMEU 2 PEDAÇOS DA PIZZA. DESENHE A PIZZA E PINTE A FRAÇÃO DE PIZZA QUE JOANA COMEU.

2- AGORA OBSSERVE O DESENHO DA PIZZA QUE A MÃE DE JOANA FEZ E REPRESENTE NUMERICAMENTE A PARTE DA PIZZA QUE RESTOU.

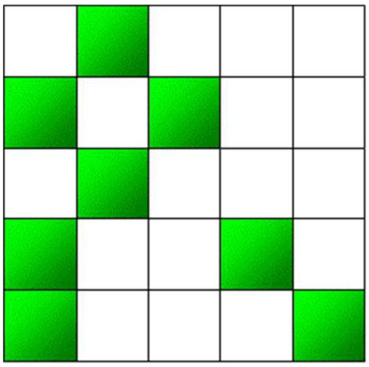
3-OBSERVE AS FIGURAS ABAIXO E ESCREVA AO LADO AS FRAÇÕES QUE CORRESPONDEM A PARTE PINTADA NAS FIGURAS?

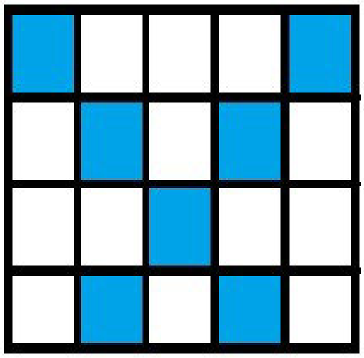




4-AS FIGURAS ABAIXO REPRESENTAM DUAS SALAS QUE ESTÃO SENDO COBERTAS COM LAJOTA.

a) ESCREVA A FRAÇÃO QUE CORRESPONDE A PARTE DA SALA QUE CADA LAJOTA REPRESENTA.
b) ESCREVA A FRAÇÃO QUE CORRESPONDE A PARTE DA SALA ONDE JÁ FOI COLOCADA LAJOTA.

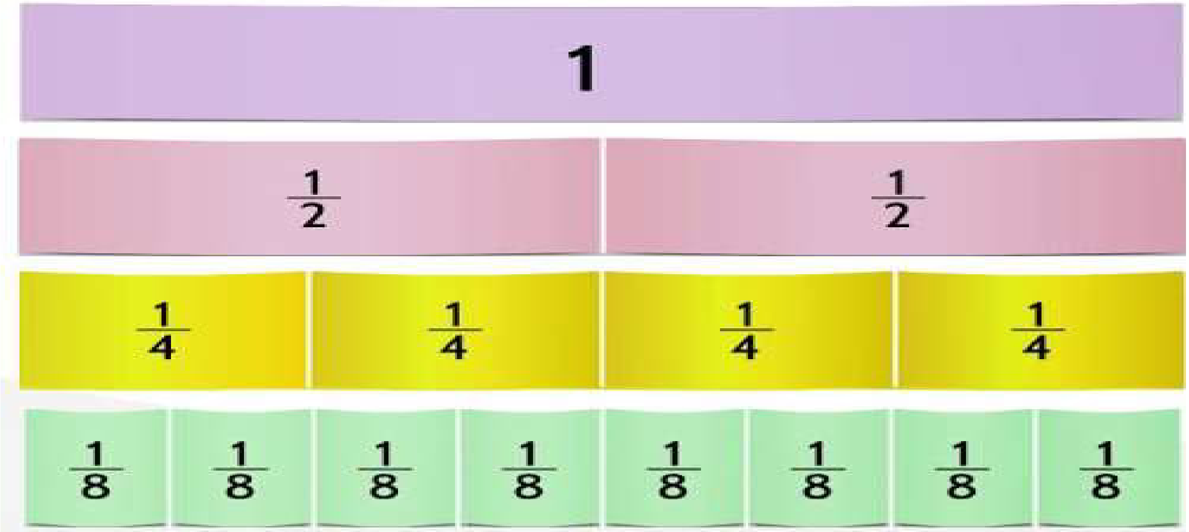




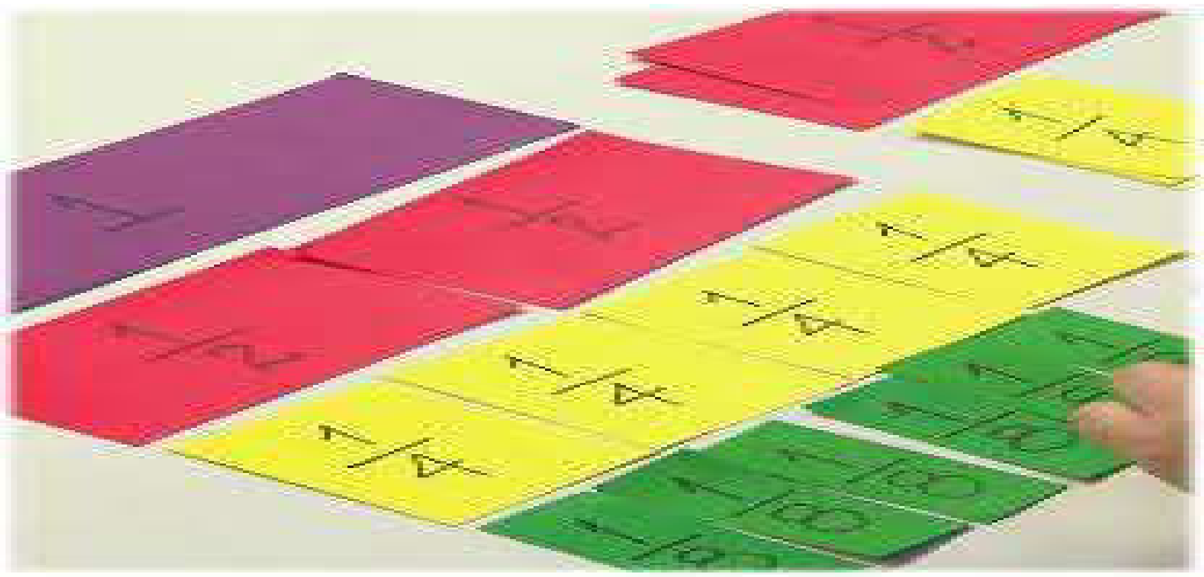
Fonte: https://www.google.com.br/search?

2.4 Ampliação a noção de equivalência de frações

Se cada oportunidade foi aproveitada para lançar as bases para a compreensão da ideia de equivalência já se pode propor algumas atividades para ampliar a visão dos alunos a respeito da ideia de equivalência. Para isso recomenda-se utilizar as tiras de Thompson, que podem ser feitas em papel sulfite que é um recurso que facilita muito a compreensão desse conceito.



Se preferir pode iniciar com uma quantidade menor de tiras e ir aumentando aos poucos a quantidade de tiras à medida que as crianças forem demonstrando domínio do conteúdo. Há ainda a opção de entregar a folha já dividida em 10 partes ou entregar as folhas inteiras o orientar os alunos para fazerem o fracionamento em partes iguais.



Sugestões:

- *Distribua os alunos em grupo ou dupla e entregue a cada grupo uma folha de papel sulfite colorida.*
- *Explique que uma das fitas de papel deve ficar inteira.*
- *Peça aos alunos que façam a divisão das folhas em tiras de papel de acordo com o comando dado pelo professor.*

- *Peça que dividam a primeira fita e duas partes iguais.*
- *Peça que dividam a segunda em três partes iguais.*
- *Repita o procedimento com as demais fitas aumentando a quantidade de partes que cada fita deve ser dividida.*
- *Ao finalizar a divisão da última tira peça aos alunos que coloquem a fita inteira sobre a mesa*
- *Peça que vá emparelhando as fitas divididas junto da inteira começando com a fita que foi dividida em duas partes.*

Incentive os alunos a fazerem a comparação entre as frações questionando-os a respeito de qual delas é maior ou menor. Quem tem a maior parte? a que foi dividida em duas ou três partes? Coloque duas partes de uma tira que foi dividida em quatro $\frac{2}{4}$ em cima de uma parte da tira que foi dividida em dois $\frac{1}{2}$. compare $\frac{5}{10}$ com $\frac{1}{2}$. Repita esse procedimento com outras frações até esgotar todas as possibilidades para que o aluno note a equivalência entre as frações.

Peça que representem numericamente cada fração e faça comparação entre as frações somente com a representação numérica. Chame atenção para situações e que duas frações diferentes podem representar uma mesma quantidade.

A atividade abaixo pode ser utilizada para reforçar o que foi discutido na aula sobre frações equivalentes. Seguindo os procedimentos adotados nos problemas trabalhados anteriormente. Entregue a atividade aos alunos para que façam a leitura e respondam as questões e escrevam como se lê cada fração.

1- REPRESENTE NAS FIGURAS GEOMÉTRICAS AS FRAÇÕES INDICADAS E VERIFIQUE SE SÃO EQUIVALENTES.

a) $\frac{1}{2}$ *b)* $\frac{2}{4}$ *c)* $\frac{4}{8}$

d e) $\frac{2}{10}$ f) $\frac{3}{15}$

Com ambas as atividades é possível também explorar o significado de parte-todo. No caso das tiras de Thompson retira-se uma fração de uma tira e questiona o aluno sobre o número de partes em que foi fracionada a tira. A quantidade retirada do todo e a quantidade que restou. Efetua-se em seguida a leitura da fração retirada e a leitura da fração restante.

2.5 Explorando o significado de razão

Segundo Silva (2005), na concepção de razão não há mais a necessidade de se entender a fração como um número, mas sim como a comparação entre a medida de duas grandezas, ou seja, "três quartos" na concepção da razão, pode ser entendido como "três para quatro", e pode remeter ao raciocínio proporcional, com a representação de proporção. Essa concepção pode ser associada a grandezas de mesma espécie ou não, a contextos contínuos e ou discretos, podendo ainda estar associadas a situações de tipo: todo-todo – quando compara as quantidades de dois inteiros; parte-parte – quando comparada as quantidades de duas partes de um inteiro ou partes de dois inteiros, ou ainda, parte-todo.

Fazer as crianças entender essa relação não é algo simples para o professor. Nesse sentido, acredita-se que os materiais concretos podem se configurar como uma boa opção para introduzir o estudo desse significado da fração. No estudo do significado de razão o professor pode tomar como ponto de partida a seguinte situação: preparar receitas de suco de frutas com os alunos, como a receita abaixo.

1- *PARA PREPARAR UMA JARRA DE SUCO DE MARACUJÁ É NECESSÁRIO 1 COPO DE CONCENTRADO DA FRUTA PARA 1 LITRO DE ÁGUA. QUAL A FRAÇÃO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE CONCENTRADO DE FRUTA EM RELAÇÃO AO TOTAL DA MISTURA.*

Sugestões:

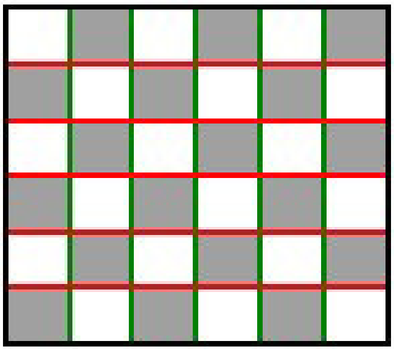
- *Solicite aos alunos que tragam concentrado de frutas, açúcar e copos descartáveis.*
- *Providencie água, e jarras para preparar o suco.*
- *Inicie a discussão lançando o desafio aos alunos e aguarde eles tentarem resolver.*
- *Solicite que socialize suas conclusões.*
- *Faça a demonstração preparando o suco na sala explicando a relação de proporcionalidade.*

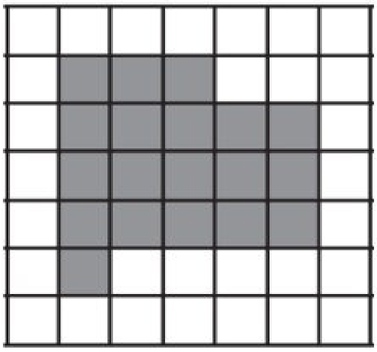
- *Outra opção é leva-los a misturar tinta guache, formando novas cores.*
- *Misturar um pote de tinta branca com dois azul, por exemplo.*
- *Após esse momento proponha situações problemas como as que estão abaixo.*

2- *A MÃE DE TIAGO FEZ 3 BOLOS DE MORANDO E 2 BOLOS DE CHOCOLATE. QUE FRAÇÃO REPRESENTA A QUANTIDADE DE BOLOS DE MORANGO EM RELAÇÃO AO TOTAL DE BOLOS FEITOS PELA MÃE DE TIAGO?*

3- *PARA PREPARAR UMA MASSA DE CIMENTO O PEDREIRO UTILIZA DUAS LATAS DE CIMENTO COM SEIS LATAS DE AREIA. PARA PREPARAR DUAS PORÇÕES QUANTAS LATAS DE AREIA ELE VAI PRECISAR?*

4- *OBSERVE ATENTAMENTE A MALHA QUADRICULADA E ESCREVA AO LADO A FRAÇÃO QUE REPRESENTA A RAZÃO ENTRE A QUANTIDADE DE PARTES PINTADA E O TOTAL DE QUADRINHOS.*





Fonte: https://www.google.com.br/search

Segundo Silva (2005) Quando à notação de porcentagem é associada ao raciocínio de proporcionalidade pode ser utilizada em várias situações da vida diária. A representação “x%” é uma forma distinta de exprimir o número fracionário “x/100”, “que uma vez fixado pode ser aplicado a diferentes números para obter séries de números proporcionais”. Desse modo, na sequência pode-se fazer o estudo das relações entre fração e porcentagem.

2.6 Explorando a relação entre fração e porcentagem

O estudo de fração e porcentagem precisa levar os alunos a perceberem que nos percentuais há uma relação entre parte e todo. Ao ler uma informação presente em uma pesquisa ou anuncio que trazem percentuais como 50% e 25% sabe-se que fazem referência a metade, ou metade da metade de um todo, isto é um quarto. Já que o todo compreende 100%. Essa relação pode ser explorada com alunos do 5º ano.

Existe uma série de possibilidades para fazer um estudo desse conteúdo de forma mais atrativa e significativa para o aluno. O professor pode selecionar por exemplo, manchetes de notícias em jornais, revistas ou internet que contenha percentuais. Anúncios promocionais que também contenha percentuais ou, gráficos com resultados de pesquisa. O importante é selecionar algo que faça sentido para os alunos e desperte o seu interesse.

Como o objetivo no 5º ano é introduzir o conteúdo, sugere-se começar o estudo com percentuais como 50%, 25% e 75%), e 100%) que são mais usuais e mais fácil para o aluno estabelecer a comparação e perceber a relação com representações fracionárias como, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$.

Uma sugestão é o professor levar para a sala de aula anúncios como os que aparecem abaixo para dar início ao estudo sobre porcentagem e descobrir o que os alunos sabem a respeito dessa forma de representação numérica.

Sugestões:

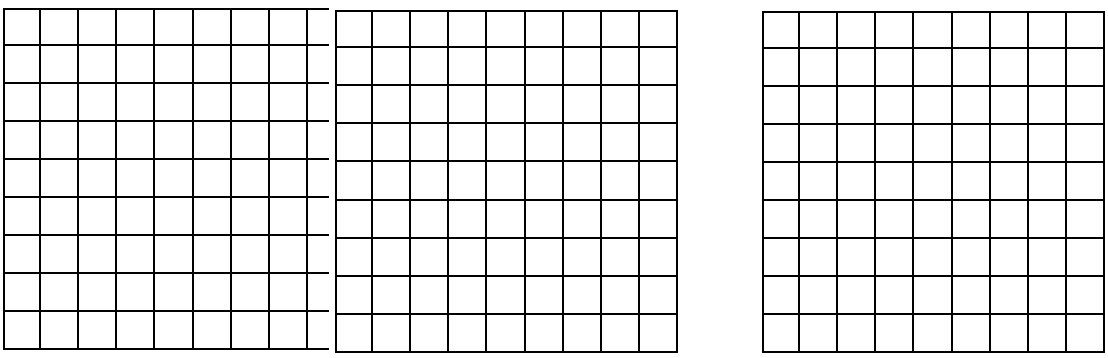
- *Distribuir os alunos em dupla e entregar a cada dupla um anúncio para fazer a leitura.*
- *Observar como eles fazem a leitura dos percentuais.*
- *Questione-os sobre o significado do símbolo de porcentagem.*
- *Questione-os se é possível saber de quanto é o desconto anunciado no anúncio.*
- *Que dado é necessário para saber de quanto é o desconto, no caso dos anúncios acima.*
- *Registre as respostas dos alunos.*
- *Caso os alunos apresentem dificuldades ajude-os a fazer a leitura dos anúncios.*

Selecione e apresente aos alunos outros anúncios, manchetes ou gráficos em aparecem percentuais para leitura e discussão com a turma.

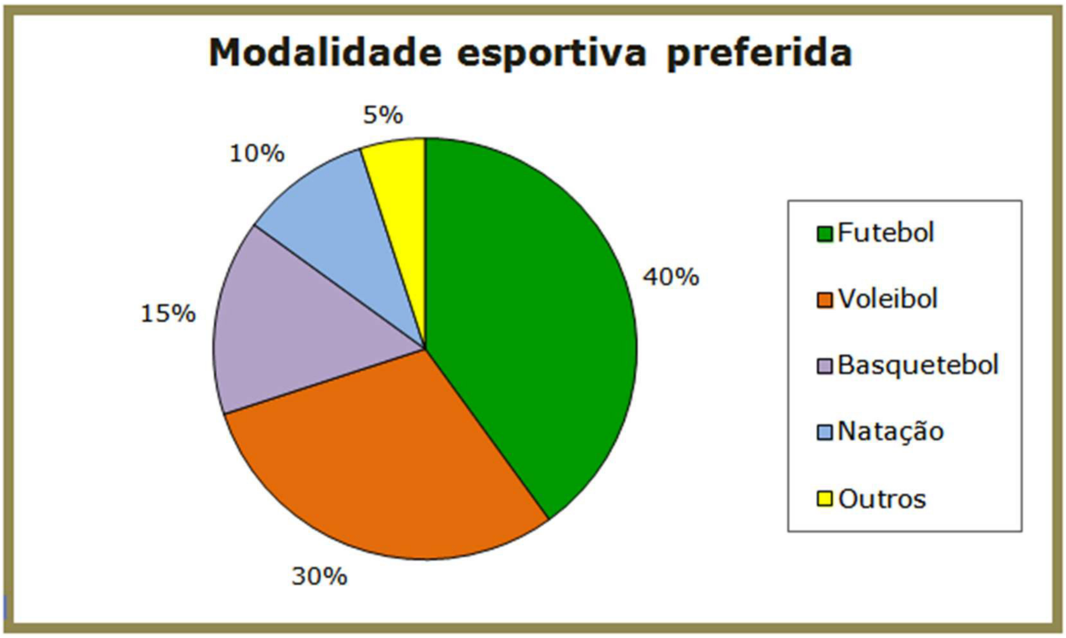
É interessante aproveitar para discutir com a turma as informações que tira dos números auxiliando-os na interpretação do que estar sendo lido. Como pode ser feito para saber de quanto é o desconto. Estabelecer um valor para tomar como base de cálculo. Explicar o significado de 100%, retomando a ideia de um inteiro. Analisar quanto representa cada percentual quando se estabelece um inteiro para tomar como base.

Após a discussão inicial desafie os alunos a resolver questões como as que estão abaixo:

1- *REPRESENTE NAS FIGURAS ABAIXO A QUANTIDADE DE QUADRINHOS QUE REPRESENTA AS SEGUINTES FRAÇÕES: 25/100, 50/100 E 75/100.*



2- *UM PROFESSOR DE EDUCAÇÃO FÍSICA ENTREVISTOU 75 ALUNOS DE UMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA. O PROFESSOR QUERIA SABER QUAL O ESPORTE PREFERIDO POR CADA UM. O RESULTADO DESSA PESQUISA FOI APRESENTADO NO GRAFICO ABAIXO.*



Fonte: OBMEP

RESPONDA:

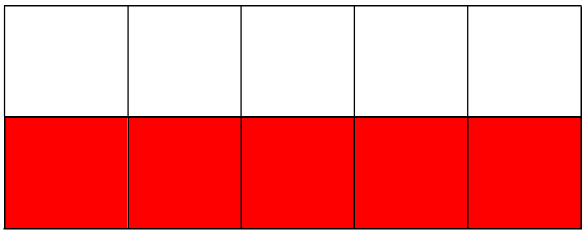
a) *DOS ALUNOS ENTREVISTADOS QUANTOS PREFEREM FUTEBOL?*
b) *QUANTOS PREFEREM VOLEIBOL?*
c) *QUANTOS PREFEREM BASQUETEBOL?*

Quando perceber que os alunos já conseguiram compreender bem a ideia de porcentagem é importante criar situações didáticas em que eles sejam levados a relacionar percentuais como 10% ,25%, 50%, 75% e outros com representações fracionárias como $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e perceber que eles representam quantidades equivalentes de um todo isso ampliar a visão conceitual dos alunos.

Para ampliar ainda mais a discussão e a visão dos alunos a respeito do conteúdo, recomenda-se tomar problemas como o que está abaixo ou outro semelhante e desafiar os alunos a analisarem as afirmações feitas por cada um dos personagens citados e verificar se estão corretas ou não. Para isso, pode se adotar os seguintes procedimentos:

Sugestões:

- *Reproduza o problema na quantidade necessária.*
- *Divida os alunos em dupla e entregue a cada o problema para façam análise das afirmações feitas por João, Carolina e Ana.*
- *Conceda o tempo que julgar necessário e observe-os para tentar perceber as interpretações feitas por cada dupla.*
- *Ao finalizar o tempo concedido incentive-os a socializar suas conclusões.*
- *Encerre retomando cada afirmação feita no problema e faça análise junto com os alunos demonstrando o porquê das afirmações estarem corretas ou não.*



JOÃO*: ESTA FIGURA ESTÁ DIVIDIDA EM 10 PARTES, CADA PARTE REPRESENTA UM DÉCIMO DO INTEIRO = 0,1. TEMOS 5 PARTES PINTADAS QUE CORRESPONDEM A CINCO DÉCIMOS = 0,5*

CAROLINA*: ESTA FIGURA POSSUI DEZ PARTES E TEMOS CINCO PARTES PINTADAS. A FRAÇÃO QUE REPRESENTA AS PARTES PINTADAS É* $\frac{5}{10}$.

ANA*: ESTA FIGURA POSSUI METADE DE SUAS PARTES PINTADAS, PORTANTO, PODE SER REPRESENTADO PELA FRAÇÃO* $\frac{1}{2}$

Essa atividade pode ser usada como ponto de partida para discutir a relações entre números decimais e números fracionários. Posteriormente o professor pode fazer uma breve explanação enfatizando as relações entre números fracionários, decimais e percentuais para que o aluno possa compreender melhor, pois a apreensão dessas relações não ocorre de forma tão rápido. É necessário persistência e estratégias variadas.

Sugere-se que o professor utilize a atividade abaixo para finalizar o estudo desse tópico, ou alguma atividade semelhante.

5-*COMPLETE O QUADRO ABAIXO COM AS REPRESENTAÇÕES DECIMAIS E PERCENTUAIS CORRESPONDES A CADA FRAÇÃO.*

FRAÇÃO	DECIMAL	PERCENTUAL
$\frac{1}{2}$		
$\frac{3}{4}$		
$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{10}$		

Acredita-se que essa atividade pode ser uma boa opção para auxiliar na organização do conhecimento do aluno, porque o quadro possibilita relacionar as representações fracionarias, percentual e decimal, fazendo uma síntese do conteúdo como estratégia para auxiliar o aluno em uma melhor visualização e apreensão desse objeto de estudo.

3 AVALIAÇÃO

Mudanças na maneira de conceber o ensino aprendizagem da Matemática e seus conteúdos requerem o estabelecimento de novos objetivos a serem alcançados pelos alunos; nova forma de abordagem dos conteúdos dessa disciplina e novas finalidades para a avaliação. Requer também redefinir o que avaliar e como avaliar num trabalho que em que o foco da aprendizagem não é mais cópia e repetição de procedimentos. Segundo os PCNs (1998), nessa nova perspectiva de ensino aprendizagem a tarefa do avaliador constitui um permanente exercício de interpretação de sinais, de indícios, a partir dos quais manifesta juízos de valor que lhe permitem reorganizar a atividade pedagógica.

A análise do erro do na atividade matemática pode ser uma pista interessante, porque o erro é inevitável e pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, ou outro instrumento avaliação, como o aluno está pensando, o professor obtém pistas do que ele não está compreendendo e pode interferir para auxiliá-lo. Por isso, durante o processo de ensino aprendizagem é primordial estimular os alunos a socializarem suas respostas e expressarem seus raciocínios, a fim de tornar conhecido como pensaram para resolver um determinado problema.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (PCNs) Matemática Ensino. Fundamental. Primeiro e segundo ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBROSIO, B. S. **Como Ensinar Matemática Hoje**? SBEM, Brasília, ano 2, n.2, p.15-19, 1989. Disnpoível em: https://docplayer.com.br/20763962-Como-ensinar-matematica-hoje-1-beatriz-s-d-ambrosio- >. Acesso em: 20 dez. 2017.

DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

________. **Ver e ensinar matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemá**tica: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus Ed. 2003.

MARANHÃO, M. C.; IGLIORI, Sonia B. Camargo. **Registros de representação e números racionais.** In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, **Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino.** RBEP: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos. Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, maio/ago. 2009.

MERLINI. Lucia Vera. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e6ª séries do ensino fundamental.** (dissertação de Mestrado em educação matemática). PUC- São Paulo. São Paulo. 2005.

NACARATO, Adair Mendes. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Autentica editora, 2009.

NUNES, Terezinha (et al.). **Educação matemática: números e operações**. São Paulo: Cortez, 2009

PARANÁ, **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDF produções didático-pedagógicas**. Vol. II- SEED. 2014.

SANTANA. Larissa Elfisia de Lima. **Saberes conceituais e didáticos de pedagogo em formação acerca de fração**. (dissertação de mestrado). Universidade Estadual do Ceará. Ceará. 2012.

SANTOS. Maria José Silva. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial**. (dissertação de mestrado). Universidade Federal do Ceará. Ceará. 2007.

SILVA, Maria José Ferreira da. I**nvestigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para quinta série**. 2005. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ANEXOS

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu ____,Professora do 5ºAno B da ____, pertencente a Rede Municipal de Ensino de São Luís Ma, concordo em conceder entrevista à discente ____, do Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica, da Universidade Federal do Maranhão, para a pesquisa de Dissertação, intitulada: **REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**: contribuições a constituição do conceito de fração no 5º Ano do Ensino fundamental.

Declaro estar ciente de que minha participação é voluntária e que fui devidamente esclarecido (a) quanto aos objetivos e procedimentos desta pesquisa.

Declaro, ainda, estar ciente de que por intermédio deste Termo são garantidos a mim os seguintes direitos: (1) solicitar, a qualquer tempo, maiores esclarecimentos sobre esta pesquisa; (2) ter ampla possibilidade de negar-me a responder a quaisquer questões ou a fornecer informações que julgue prejudiciais à minha integridade física, moral e social.

São Luís, 20 de dezembro de 2018.

____
Assinatura do entrevistado

ANEXO B - O SIGNIFICADOS E USOS DOS NÚMEROS

César Coll e Ana Teberosky

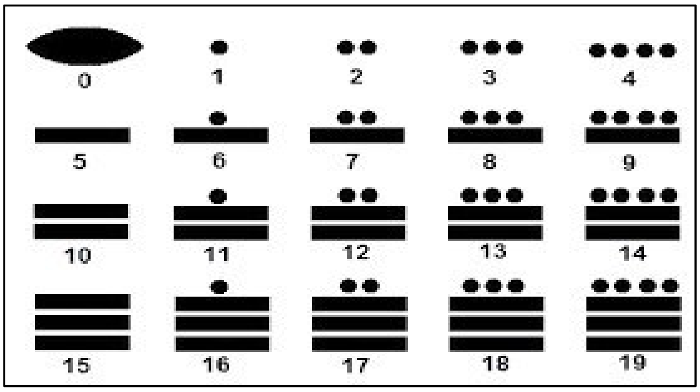
Se observarmos os números que encontramos que utilizamos diariamente, poderemos verificar seus diferentes usos. Quando reunimos vários amigos para jogar futebol, contamos quantos somos antes de formar as equipes. Quando vestimos as camisas, cada jogador tem nas costas um número que o simboliza e o distingue dos demais.

Antes do início de uma corrida, é preciso saber qual a distância a ser percorrida, e sua medida é expressa por um número; assim dizemos: esta corrida é de 50 metros. No final da corrida, a ordem de chegada dos participantes também é expressa com números: primeiro, segundo terceiro, etc.

Se analisarmos os jogos e esportes que praticamos e prestarmos atenção no uso que fazemos dos números, poderemos reconhecer suas diferentes funções: contar, medir, ordenar ou codificar."

ANEXO C - IMAGENS DE REGISTROS NUMÉRICOS DOS POVOS ANTIGOS UTILIZADOS NAS AULAS

MAIAS

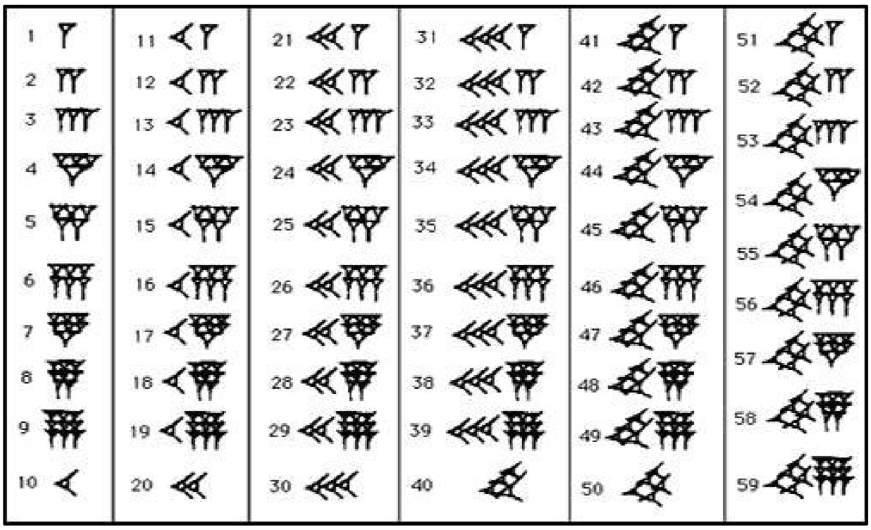


EGÍPCIOS

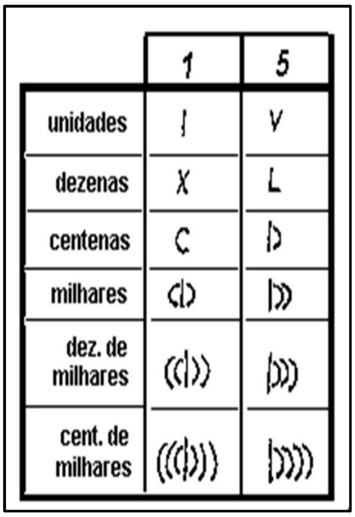
GREGOS

Letra	Nome	Valor	Letra	Nome	Valor	Letra	Nome	Valor
α	alfa	1	ι	iota	10	ρ	ro	100
β	beta	2	κ	kappa	20	σ	sigma	200
γ	gamma	3	λ	lamda	30	τ	tau	300
δ	delta	4	μ	mu	40	υ	upsilon	400
ε	epsilon	5	ν	nu	50	φ	phi	500
ζ	zeta	7	ξ	xi	60	χ	chi	600
η	eta	8	ο	omicron	70	ψ	libra por polegada quadrada	700
θ	theta	9	π	pi	80	ω	omega	800

BABILÔNICOS

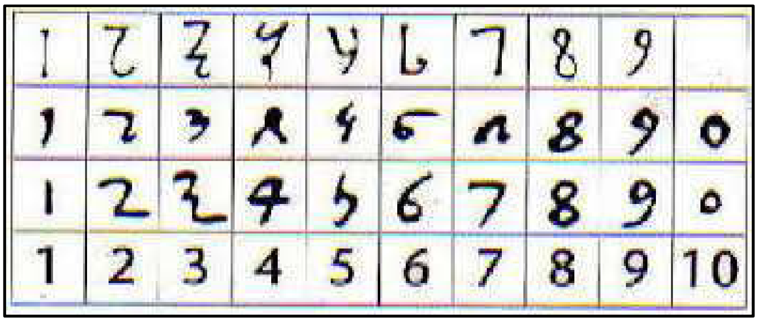


ROMANO



Decimal	Romana
1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

INDUS



ANEXO D – CARTA DE APRESENTAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
(PPGEEB)

PPGEEB

CARTA DE APRESENTAÇÃO PARA CONCESSÃO DE PESQUISA DE CAMPO

Prezado(a) Senhora(a) Rogevanna

Vimos por meio desta apresentar-lhe o(a) estudante Geni Pereira Cardoso, regularmente matriculado(a) no Mestrado Profissional Gestão de Ensino da Educação Básica, da Universidade Federal do Maranhão para desenvolver uma pesquisa de conclusão de curso, intitulada: Teoria dos Registros de Representação Semiótica: Contribuições a Construção do Conceito de Fração. Na oportunidade, solicitamos autorização de Vossa Senhoria em permitir a realização da pesquisa neste recinto educacional para que o(a) referido(a) estudante possa coletar dados por meio de observações, entrevistas, questionários e outros meios metodológicos que se fizerem necessários.

Solicitamos ainda a permissão para a divulgação desses resultados e suas respectivas conclusões, preservando sigilo e ética, conforme termo de consentimento livre que será assinado pelos sujeitos envolvidos na pesquisa. Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição.

Colocamo-nos à disposição de V. Sª para quaisquer esclarecimentos.

São Luis, 05 / 02 / 2018

Professor Dr. Antonio de Assis C. Nunes
Coordenador do PPGEEB/UFMA

Prof. Dr. ANTONIO DE ASSIS CRUZ NUNES
Coordenador do PPGEEB/UFMA