

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

DANILO LIMA DA GUIA

**OTIMIZAÇÃO DO INTERVALO DE INSPEÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
CONSIDERANDO-SE INCERTEZAS NOS DADOS DE FALHA**

São Luís

2019

DANILO LIMA DA GUIA

**OTIMIZAÇÃO DO INTERVALO DE INSPEÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
CONSIDERANDO-SE INCERTEZAS NOS DADOS DE FALHA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Eletricidade, Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientadora: Prof^a. Maria da Guia da Silva, Ph.D.

Coorientador: Prof. Anselmo Barbosa Rodrigues, D. Sc.

São Luís

2019

Guia, Danilo Lima da

Otimização do Intervalo de Inspeção de Linhas de Transmissão considerando-se Incertezas nos Dados de Falha/ Danilo Lima da Guia. – São Luís, 2019.

121f.: il.

Orientadora: Maria da Guia da Silva.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Eletricidade) – Universidade Federal do Maranhão – UFMA, Mestrado em Engenharia de Eletricidade, 2019.

1. Linhas de Transmissão. 2. Manutenção. 3. Otimização. I. Silva, Maria da Guia da II. Título.

CDU 621.315

DANILO LIMA DA GUIA

**OTIMIZAÇÃO DO INTERVALO DE INSPEÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
CONSIDERANDO-SE INCERTEZAS NOS DADOS DE FALHA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Eletricidade, Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Aprovada em: 25 / 02 / 2019

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Maria da Guia da Silva, Ph.D.
(Orientadora, UFMA)

Prof. Anselmo Barbosa Rodrigues, D.Sc.
(Coorientador, UFMA)

Prof. Christiano Lyra Filho, D.Sc.
(Examinador externo, UNICAMP)

Prof. Raimundo Nonato Diniz Costa Filho, D.Sc.
(Examinador - UFMA)

Dedico este trabalho à minha avó, Lourença, *in memoriam*; e, especialmente à minha mãe, Terezinha, pela sua vitória na luta contra o câncer.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus pelo dom da vida.

À toda minha família pelo apoio durante o Mestrado, pelo incentivo nos momentos de fraqueza e pela compreensão do pouco tempo que pude reservar a eles neste período.

Aos meus amigos do Programa de Pós-Graduação, especialmente do Laboratório de Confiabilidade e Qualidade, pelo apoio mútuo e colaboração durante às atividades de pesquisa.

Aos meus orientadores, pelos valiosos ensinamentos para a vida, por toda a paciência e persistência durante o Mestrado.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão pela liberação para cursar o Mestrado e pelo custeio relativo à participação no VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos.

E a todos aqueles que, embora não estejam aqui relacionados, foram de uma intensa importância para a concretização deste momento.

“Quem julga que conhecemos tudo e que o conhecemos perfeitamente e que somos capazes de comunicar tudo o que conhecemos, comete um exagero não menor e não menos falso que o dos céticos”.

(J. M. Bochenski)

RESUMO

As empresas de transmissão de energia elétrica têm a qualidade do serviço avaliada por meio de indicadores associados à disponibilidade de seus sistemas e equipamentos. A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) define a Parcela Variável (PV) como um valor a ser deduzido da receita da transmissora em função da inadequação da prestação do serviço de transmissão. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é otimizar o intervalo de inspeção destes equipamentos através da minimização da PV sob incerteza. Esta otimização é realizada através de uma metodologia probabilística para o gerenciamento da manutenção de linhas de transmissão do sistema da ELETRONORTE (companhia local de transmissão de energia), englobando-se aspectos técnicos, econômicos e, também, características reais e usuais da manutenção destes equipamentos. Uma técnica probabilística baseada em processos de Markov contínuos é aplicada para modelar a linha de transmissão, a fim de se avaliar o efeito do intervalo de inspeção na PV. As taxas de transição do modelo possuem incertezas devido à realização de um processo estocástico durante um intervalo de tempo finito, isto é, variabilidade amostral. Estas incertezas são propagadas para a PV usando-se as técnicas de Amostragem no Hipercubo Latino, Conjuntos *Fuzzy* e Método de Estimação por Pontos. Estas técnicas são usadas para otimizar o intervalo de inspeção das linhas de transmissão sob incerteza. Além disso, efetua-se uma avaliação comparativa entre os métodos de propagação de incertezas citados acima e a Simulação Monte Carlo. Os resultados dos testes com uma linha de transmissão do sistema ELETRONORTE demonstraram que o método proposto é capaz de determinar de forma eficiente o intervalo de inspeção que minimiza o valor da parcela variável com a presença de incertezas. Adicionalmente, a técnica proposta é muito atrativa para aplicações práticas, com relação aos métodos tradicionais, ou seja, métodos baseados na minimização da indisponibilidade com parâmetros determinísticos.

Palavras-chave: Linhas de Transmissão, Manutenção, Confiabilidade, Modelos Markovianos, Propagação de Incertezas, Otimização, Parcela Variável da Receita.

ABSTRACT

The power transmission companies have the quality of the service assessed through indicators associated with the availability of their systems and equipment. The Brazilian Electricity Regulatory Agency (“ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica”) defines the Variable Portion (VP) as a value to be deducted from the power transmission company revenue due to the inadequacy of the transmission service. In this sense, the aim of this work is to optimize the inspection interval of this equipment through the VP minimization under uncertainty. This optimization is carried out through a probabilistic methodology for the maintenance management of transmission lines of the ELETRONORTE (the local power transmission company) system. This probabilistic approach encompasses technical and economic aspects and usual and real life features of this equipment. A probabilistic approach based on continuous Markov chains is applied to model the transmission line, in order to evaluate the effect of the inspection interval on the VP. The transition rates of the model have uncertainties due to the execution of a stochastic process during a finite time interval, that is, sample variability. These uncertainties are propagated to VP using the techniques of Latin Hypercube Sampling, Fuzzy Sets and Point Estimate Method. These techniques are used to optimize the inspection interval of transmission lines considering the effect of these uncertainties. In addition, a comparative evaluation between the uncertainty propagation methods cited above and Monte Carlo Simulation is also carried out. The tests results with a transmission line from ELETRONORTE system demonstrated that the proposed method is able to determine in an efficient way the inspection interval that minimizes the value of the VP with the uncertainties effects. In addition, the proposed technique is very attractive for practical applications, in relation to traditional methods, that is, methods based on the minimization of unavailability with deterministic parameters.

Keywords: Transmission Lines, Maintenance, Reliability, Markovian Models, Uncertainties Propagation, Optimization, Variable Portion.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Gerenciamento determinístico da manutenção. O ponto mínimo (em vermelho) representa valor ótimo para o número de inspeções.....	21
Figura 1.2 - Modelo probabilístico simples de dois estados.....	22
Figura 1.3 - Diagrama de estados incluindo estágios de deterioração. Adaptado de Sim e Endrenyi (1986).....	22
Figura 1.4 - Diagrama de estados com estágios de degradação e manutenção. Adaptado de Sim e Endrenyi (1988).	23
Figura 1.5 - Modelo com estágios de degradação, inspeção e manutenção. Adaptado de Endrenyi, Anders e Silva (1998).	23
Figura 1.6 - Evolução do número de falhas em subestações e linhas de transmissão de SEP associadas a cortes de carga, evidenciando a degradação da confiabilidade de tais ativos. Adaptado de Operador Nacional do Sistema Elétrico (2018).	26
Figura 1.7 - Aumento no número de desligamentos forçados (por falhas) no SEP no período de 2013 a 2016. Adaptado de Agência Nacional de Energia Elétrica (2018a).	26
Figura 1.8 - Aumento no número de valores pagos referentes à parcela variável. Adaptado de Agência Nacional de Energia Elétrica (2018b).	27
Figura 2.1 - Diagrama de Markov para um componente simples.	31
Figura 2.2 - Modelo markoviano de transformador com 3 estágios de degradação.....	36
Figura 2.3 - Modelo markoviano com 3 estágios de degradação e manutenção.	37
Figura 2.4 - Resultado da otimização sem incertezas para o modelo markoviano do transformador. O ponto em vermelho representa o ponto de mínimo.....	40
Figura 2.5 - Modelo markoviano de linha de transmissão com estágios de degradação, inspeção e manutenção. Adaptado de Castro (2012).....	42
Figura 2.6 - Localização da LT no SIN, horizonte 2023. Adaptado de Operador Nacional do Sistema Elétrico (2019).	46
Figura 2.7 - Diagrama esquemático da interligação Norte–Nordeste em 2017. Adaptado de Empresa de Pesquisa Energética (2016).....	46
Figura 4.1 - Função densidade de probabilidade normal. Montgomery e Hunger (2014).	57
Figura 4.2 - FDP normal original (esquerda) e FDP padronizada (direita). Walpole <i>et al.</i> (2012).	58
Figura 4.3 - Intervalo de confiança da média usando distribuição normal. Li (2005).	60

Figura 4.4 - Funções densidade para várias distribuições t de Student. Adaptado de Montgomery e Hunger (2014).....	61
Figura 4.5 - Intervalo de confiança da média usando distribuição t de Student. Li (2005).....	61
Figura 4.6 - FDPs de várias distribuições chi quadrado. Adaptado de Montgomery e Hunger (2014).	63
Figura 4.7 - Ilustração do método da transformada inversa na geração de números pseudoaleatórios.	64
Figura 4.8 - Fluxograma com algoritmo conceitual para geração de números pseudoaleatórios da distribuição normal.	65
Figura 4.9 - Fluxograma com algoritmo conceitual para geração de números pseudoaleatórios da distribuição t de Student.	66
Figura 4.10 - Fluxograma do método SMC. Adaptado de Hahn e Shapiro (1994).....	67
Figura 4.11 - Função de distribuição acumulada P(x). Assis (2010).	68
Figura 4.12 - Exemplo de circuito com bateria e três resistores.....	68
Figura 4.13 - Propagação de incertezas no modelo do circuito elétrico.....	69
Figura 4.14 - Funções densidade das variáveis de entrada do modelo obtidas via SMC.....	70
Figura 4.15 - Função densidade de probabilidade da corrente elétrica obtida via SMC.....	70
Figura 4.16 - Comparativo entre SMC e AHL.	73
Figura 4.17 - Funções densidade das variáveis de entrada do modelo obtidas via AHL.	74
Figura 4.18 - Função densidade de probabilidade da corrente elétrica obtida via AHL.	75
Figura 4.19 - Comparação entre função característica de um conjunto clássico e a função de pertinência de um conjunto <i>fuzzy</i>	77
Figura 4.20 - Corte- α para uma função de pertinência triangular.	78
Figura 4.21 - Síntese do processo de propagação de incertezas com o MEP.....	85
Figura 5.1 - Síntese do processo de otimização do intervalo de inspeção. O modo tradicional é visto no lado esquerdo e o modo com incertezas no lado direito.....	87
Figura 5.2 - Passos para propagação de incerteza e otimização, com o método AHL.....	88
Figura 5.3 - Função de pertinência para o tempo de reparo. Adaptado de Li <i>et al.</i> (2008).....	90
Figura 5.4 - Passos para propagação de incerteza e otimização, com o método de conjuntos <i>fuzzy</i>	92
Figura 5.5 - Fluxograma para obtenção dos momentos pelo MEP 2m.	93
Figura 5.6 - Fluxograma para obtenção dos momentos pelo MEP 2m+1.	94
Figura 5.7 - Passos para obtenção da FDP da PV pelos MEPs.	95
Figura 5.8 - Resumo do MEP para o GPM de linhas de transmissão.....	95

Figura 6.1 - Processo gráfico de calibração da taxa de degradação.	98
Figura 6.2 - Comportamento dos estados 1 a 3 com a variação do intervalo de inspeção. Gráfico em escala logarítmica.	99
Figura 6.3 - Comportamento dos estados 8,10 e 12 com a variação do intervalo de inspeção. Gráfico em escala logarítmica.	99
Figura 6.4 - Comportamento da indisponibilidade e suas componentes com a variação do intervalo de inspeção. Gráfico em escala logarítmica.	100
Figura 6.5 - Comportamento da indisponibilidade com a variação do intervalo de inspeção.	101
Figura 6.6 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via SMC.....	101
Figura 6.7 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via AHL.....	102
Figura 6.8 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via Conjuntos <i>Fuzzy</i>	102
Figura 6.9 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via MEP 2m.....	103
Figura 6.10 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via MEP 2m+1.	103
Figura 6.11 - Resultado da minimização da PV sem incertezas.....	107
Figura 6.12 - Variação das componentes da PV com o intervalo de inspeção.....	108
Figura 6.13 - Comportamento dos percentuais das componentes da PV, em relação ao valor total.	108
Figura 6.14 - Comparativo dos percentuais das componentes da PV ao longo dos casos de estudo.....	110
Figura 6.15 – Modelo de LT sem atividades de inspeção e manutenção.....	111
Figura 6.16 – Comparativos entre casos de propagação de incertezas.....	112
Figura 6.17 - Intersecção entre duas FDP normais.....	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores médios das taxas de transição do modelo do transformador.	37
Tabela 2.2 - Significado das taxas de transição.....	44
Tabela 2.3 - Dados da linha de transmissão em estudo, obtidos em Eletronorte (2011).....	47
Tabela 2.4 - Valores médios das taxas de transição do modelo da LT.	49
Tabela 4.1 – Valores das grandezas do circuito elétrico.	69
Tabela 4.2 - Resultado das estatísticas para a saída do modelo via SMC.	71
Tabela 4.3 - Resultado das estatísticas para a saída do modelo via AHL.	75
Tabela 6.1 - Resultado de estatísticas para diferentes métodos de propagação. Em ambas as metodologias o mesmo intervalo de inspeção foi encontrado.	104
Tabela 6.2 - Variação percentual das grandezas entre os métodos, em forma de comparativo com SMC.....	105
Tabela 6.3 - Resultados de otimização para diversos casos.	109
Tabela 6.4 – Variação dos valores das componentes da PV com diversos comparativos. Valores em R\$.....	110
Tabela 6.5 – Estatísticas para os comparativos entre casos W-Z, X-Z e Y-Z.	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AHL	Amostragem no Hipercubo Latino
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FZY	Conjuntos <i>Fuzzy</i>
GPM	Gerenciamento Probabilístico da Manutenção
LT	Linha de Transmissão
MCC	Manutenção Centrada na Confiabilidade
MEP	Método da Estimação por Pontos
MTTF	<i>Mean Time to Repair</i>
MTTI	<i>Mean Time to Inspection</i>
MTTR	<i>Mean Time to Failure</i>
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
ONS	Operador Nacional do Sistema
PMU	<i>Phasor Measurement Unit</i>
PV	Parcela Variável
RAP	Receitas Anuais Permitidas
RCM	<i>Reliability Centered Maintenance</i>
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
SMC	Simulação Monte Carlo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Manutenção e confiabilidade.....	16
1.2 Gerenciamento Probabilístico da Manutenção (GPM).....	18
1.2.1 Modelo determinístico.....	19
1.2.2 Modelo probabilístico.....	21
1.3 Revisão bibliográfica sobre GPM	24
1.4 Motivação	26
1.5 Objetivos.....	28
1.6 Estrutura da dissertação	29
2 MODELOS MARKOVIANOS APLICADOS AO GPM	30
2.1 Processos de Markov em tempo contínuo	31
2.1.1 Cálculo das probabilidades dependentes do tempo	32
2.1.1.1 Método das equações diferenciais	32
2.1.1.2 Método de multiplicação de matrizes.....	33
2.1.2 Cálculo das probabilidades em regime permanente através do limite das probabilidades dependentes do tempo	33
2.1.3 Cálculo das probabilidades em regime permanente através da matriz de probabilidade transicional estocástica	34
2.1.4 Aplicação de modelo probabilístico: transformador	36
2.1.4.1 Formulação do modelo	36
2.1.4.2 Otimização.....	39
2.2 Modelo de Markov para linhas de transmissão.....	41
3 ESTIMAÇÃO PROBABILÍSTICA DA PARCELA VARIÁVEL DA RECEITA DEVIDO AS INDISPONIBILIDADES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	50
3.1 Parcela variável.....	50
3.2 Estimação probabilística da PV	52

4 TÉCNICAS DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS.....	56
4.1 Distribuições de probabilidade.....	56
4.1.1 Distribuição Normal	57
4.1.2 Distribuição t de Student	60
4.1.3 Distribuição Chi quadrado.....	62
4.2 Geração de números pseudoaleatórios	63
4.2.1 Método da transformada inversa e distribuição uniforme	64
4.2.2 Distribuição normal	64
4.2.3 Distribuição chi quadrado e t de Student.....	65
4.3 Simulação Monte Carlo (SMC)	66
4.3.1 Exemplo de aplicação da SMC.....	68
4.4 Amostragem no hipercubo latino (AHL)	71
4.4.1 Exemplo de aplicação da AHL.....	74
4.5 Conjuntos <i>Fuzzy</i>.....	76
4.5.1 Função de pertinência.....	76
4.5.2 Cortes α	77
4.6 Método da estimação por pontos (MEP)	78
4.6.1 Esquema dois pontos (2m)	80
4.6.2 Esquema três pontos (2m+1)	81
4.6.3 Cumulantes e séries de expansão.....	82
5 GPM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO CONSIDERANDO-SE INCERTEZAS NOS PARÂMETROS DO MODELO MARKOVIANO	86
5.1 GPM aplicado no modelo da LT	86
5.1.1 Propagação via AHL	88
5.1.2 Propagação via Conjuntos Fuzzy	89
5.1.3 Propagação via MEP	93
6 RESULTADOS	96

6.1 Calibração da taxa de degradação e análise dos estados	96
6.2 Propagação de incertezas	101
6.3 Intervalo de inspeção.....	106
7 CONCLUSÃO.....	115
REFERÊNCIAS	117

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve os aspectos introdutórios sobre manutenção, confiabilidade e gerenciamento probabilístico da manutenção. Além disso, são apresentados a motivação, objetivos e estrutura resumida da dissertação.

1.1 Manutenção e confiabilidade

De acordo com Billinton e Allan (1992), a confiabilidade de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) está associada com a probabilidade de se realizar com sucesso a função para a qual ele foi projetado, dentro de um período de tempo especificado, ou seja: atender à carga continuamente com economia, segurança e continuidade no fornecimento de energia. Esta probabilidade de sucesso é afetada principalmente pelas falhas nos equipamentos que são dependentes de diversos fatores, tais como: idade dos componentes, exposição a condições climáticas adversas, políticas de gestão de manutenção aplicadas, etc.

A manutenção, conforme visto em Associação Brasileira de Normas Técnicas (1994), em sua norma técnica ABNT NBR 5462:1994, pode ser entendida como a combinação de todas as ações técnicas e administrativas, incluindo as de supervisão, destinadas a manter ou restaurar um item para um estado no qual possa desempenhar uma função requerida. Em um entendimento mais aplicado à gestão, Kardec e Nascif (2001) estabelecem que o conceito de manutenção como função estratégica é garantir a disponibilidade da função dos equipamentos e instalações, de modo a atender a um processo de produção e a preservação do meio ambiente, com confiabilidade, segurança e custos adequados.

De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 1994), pode-se enumerar três tipos básicos de manutenção:

- a) Manutenção corretiva: a manutenção efetuada após a ocorrência de uma falha e cujo objetivo é realizar o reparo de um item para restabelecer as funções executadas pelo mesmo;
- b) Manutenção preventiva: manutenção efetuada em intervalos predeterminados, ou de acordo com critérios pré-definidos, destinada a reduzir a probabilidade de falha ou a degradação do funcionamento de um equipamento;
- c) Manutenção preditiva: é o monitoramento ou acompanhamento periódico do desempenho e/ou deterioração de partes de equipamentos. A finalidade é efetuar-se manutenção somente quando, e se, houver necessidade.

Essas atividades de manutenção (inspeção, preditivas, preventivas e corretivas) podem identificar e corrigir defeitos nos equipamentos. Desta forma, a manutenção apresenta como benefícios a diminuição da duração e da frequência das falhas, prolongamento da vida útil ou do tempo de missão, redução nos custos de reparos emergenciais e custos decorrentes de paralisações não programadas de processos produtivos (lucro cessante). Porém, um aumento deliberado da frequência de manutenção resulta em custos adicionais com materiais, mão de obra e interrupções frequentes de processos operacionais.

O planejamento da manutenção vem se tornando um aspecto importante no gerenciamento de ativos das empresas de energia, pois com uma política adequada de manutenção é possível diminuir custos de operação e, simultaneamente, evitar falhas. A determinação do intervalo entre as manutenções, testes e inspeções é, geralmente, realizada durante a fase de planejamento e os efeitos destas decisões influenciarão no desempenho dos equipamentos durante toda sua vida útil.

A necessidade de uma técnica criteriosa para definir os intervalos de inspeção e manutenção resultou no surgimento da Manutenção Centrada em Confiabilidade (MCC), termo originado do inglês *Reliability Centered Maintenance* (RCM). De acordo com Moubray (2000), a MCC trata-se de um processo utilizado para a determinação do tipo de metodologia de manutenção mais efetiva para que o ativo continue a cumprir as funções desejadas, em seu contexto operacional. O processo de desenvolvimento da MCC envolve a identificação de ações que, quando executadas, irão reduzir a probabilidade de falhas em um equipamento, bem como seus custos de manutenção. Busca-se nessa abordagem a melhor combinação entre ações baseadas em condições (“*Condition-Based Actions*”), ações baseadas em intervalos de tempo ou em ciclos (“*Time-Based Actions*” ou “*Cycle-Based Actions*”), ou simplesmente ações corretivas (“*Run-to-Failure approach*”).

Endrenyi *et al.* (2001) citam que, na abordagem MCC, várias políticas de manutenção alternativas podem ser comparadas e a que possuir o melhor custo benefício para manter a confiabilidade do equipamento é selecionada. Os programas de manutenção baseados em MCC têm sido utilizados de forma eficaz por diversas empresas do setor elétrico no processo de tomada de decisão associado com as ações de manutenção.

Conforme Anders e Vaccaro (2011), a MCC baseia-se no monitoramento de condições (e, portanto, pode não seguir cronogramas rígidos de manutenção), na análise de causa de falha e na investigação de necessidades operacionais e prioridades. A partir dessas informações, ela seleciona os componentes críticos em um sistema (aqueles que são os

principais contribuintes para a falha do sistema ou para a perda financeira resultante) e inicia programas de manutenção mais rigorosos e direcionados para esses componentes.

1.2 Gerenciamento Probabilístico da Manutenção (GPM)

As políticas de manutenção mais simples consistem em um conjunto de instruções retiradas de manuais de equipamentos ou baseadas em longa experiência. Não há relações quantitativas envolvidas e as possibilidades são muito limitadas para fazer previsões sobre a eficácia da política ou realizar qualquer tipo de otimização. Para fazer previsões estatísticas e realizar otimizações, são necessários modelos matemáticos que possam representar os efeitos da manutenção na confiabilidade.

Conforme relatado em Endrenyi *et al.* (2001) e Anders *et al.* (2007), muitos modelos empíricos são simples e as regras envolvidas são de fácil entendimento. Mas eles não são muito flexíveis e os benefícios obtidos com sua aplicação não podem ser claramente identificados. Além disso, a otimização de custos ou confiabilidade não pode ser realizada.

De acordo com Anders e Vaccaro (2011), as políticas de manutenção baseadas em modelos matemáticos são muito mais flexíveis do que políticas heurísticas. Modelos matemáticos podem incorporar uma ampla variedade de suposições e restrições, mas, no processo, elas podem se tornar bastante complexas. Uma grande vantagem da abordagem matemática é que os resultados podem ser otimizados, ou seja, alguns parâmetros (intervalos de inspeção e manutenção) podem ser ajustados para maximizar a disponibilidade ou minimizar os custos.

Os modelos matemáticos podem ser classificados em determinísticos ou probabilísticos. Como os modelos de gerenciamento de ativos são usados para prever os efeitos da manutenção no desempenho futuro dos equipamentos, os métodos probabilísticos são mais apropriados do que os determinísticos, mesmo que o preço para seu uso seja o aumento da complexidade e custo computacional.

1.2.1 Modelo determinístico

Um exemplo de modelo determinístico para gerenciamento da manutenção pode ser encontrado em Anders *et al.* (2007) e Anders e Vaccaro (2011), onde tal modelo é utilizado na determinação do número ótimo de inspeções que minimiza o tempo que o equipamento fica fora de operação por ano (“*downtime*”), devido às falhas. As variáveis do modelo são a seguir expostas.

Sejam:

- i) n : o número de inspeções por ano;
- ii) $\lambda(n)$: a taxa de falha, independente do tempo (ocorrências/ano);
- iii) $T(n)$: o tempo total fora de operação (tempo total de falhas);
- iv) k : a constante que indica a frequência da falha, quando não se realiza inspeções;
- v) t_r : o tempo médio de um reparo;
- vi) t_i : o tempo médio de uma inspeção.

A taxa de falha, assumida de forma empírica, é definida pela equação (1.1):

$$\lambda(n) = \frac{k}{n + 1} \quad (1.1)$$

O tempo fora de operação pode ser calculado através da equação (1.2):

$$T(n) = \lambda(n) \cdot t_r + n \cdot t_i \quad (1.2)$$

Substituindo (1.1) em (1.2), tem-se:

$$T(n) = \frac{k}{n + 1} \cdot t_r + n \cdot t_i \quad (1.3)$$

A fim de se minimizar a função $T(n)$, deve-se aplicar as condições de otimalidade: encontrar um minimizador para a função $T(n)$ tomando-se seu gradiente e verificar se o hessiano neste ponto é positivo.

O gradiente da equação (1.3) pode ser dado pela equação (1.4):

$$\frac{dT(n)}{dn} = -\frac{k}{(n+1)^2} \cdot t_r + t_i \quad (1.4)$$

Igualando-se a equação (1.4) a zero, resolvendo em termos de n , e, considerando-se a restrição de que a taxa de falha deve ser positiva, tem-se:

$$n^* = \sqrt{k \cdot \frac{t_r}{t_i}} - 1 \quad (1.5)$$

O hessiano é dado pela expressão da equação (1.6):

$$\frac{d^2T(n)}{dn^2} = \frac{2 \cdot k \cdot t_r}{(n+1)^3} \quad (1.6)$$

Calculando o hessiano no ponto candidato a minimizador, através da substituição da equação (1.5) na equação (1.6), obtém-se a expressão abaixo.

$$\left. \frac{d^2T(n)}{dn^2} \right|_{n^*} = \frac{2 \cdot k \cdot t_r}{\left(\sqrt{k \cdot \frac{t_r}{t_i}} \right)^3} \quad (1.7)$$

Na equação (1.7), para quaisquer valores de $k > 0$, $t_r > 0$ e $t_i > 0$, seu valor torna-se positivo. Logo, o número de inspeções ótimo na equação (1.5) é um ponto de mínimo. Adicionalmente, pode ser necessário considerar restrições de desigualdade para o número ótimo de inspeções a fim de assegurar a factibilidade da solução ótima. Neste caso, deve-se obter o número ótimo de inspeções através das condições de Karush-Khun-Tucker para problemas de otimização com restrições.

Com isso, ao se considerar, por exemplo, os parâmetros $k = 5$ por ano, $t_r = 6h$ e $t_i = 0,6h$, obtém-se $n^* = 6,05$ inspeções por ano ou um intervalo ótimo de inspeção de aproximadamente dois meses. Para este valor ótimo, o tempo total indisponível é $T(6)=7,88$ h/ano; e, sem inspeções, seria de $T(0)=30$ h/ano. A Figura 1.1 ilustra este processo de otimização graficamente.

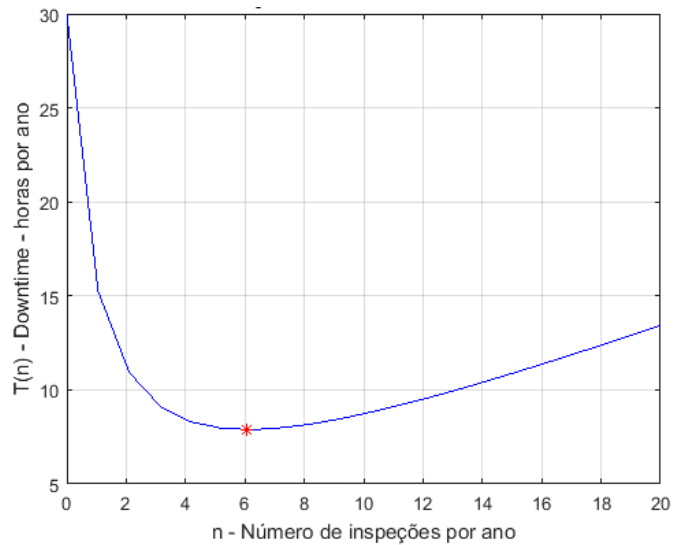


Figura 1.1 - Gerenciamento determinístico da manutenção. O ponto mínimo (em vermelho) representa valor ótimo para o número de inspeções.

É importante destacar que, em um sistema com muitos componentes, deve-se determinar vários números de inspeções. Conseqüentemente, o modelo de otimização torna-se mais complexo.

Como pode ser visto, a otimização é facilmente incluída em modelos matemáticos. Por outro lado, modelar a relação entre manutenção (inspeção) e confiabilidade (taxa de falha) ainda é um problema. Deve-se observar que a relação dada pela equação (1.1) foi arbitrada, ao passo que ela deveria ser obtida através de análises estatísticas e dados históricos. Neste ponto, observa-se a necessidade de um modelo matemático em que a relação entre confiabilidade e manutenção faça parte do modelo.

1.2.2 Modelo probabilístico

Conforme Endrenyi *et al.* (2001) e Anders e Vaccaro (2011), os modelos mais usados para representar os equipamentos nos estudos de gerenciamento da manutenção centrada em confiabilidade, como exemplo a otimização da manutenção, são os modelos probabilísticos de Markov. Nestes modelos, os equipamentos são representados por diagramas de estados (operação, falha, manutenção, inspeção, etc.).

As mudanças entre os estados são determinadas por taxas de transição específicas, por exemplo: a taxa de falha e os tempos de manutenção, inspeção e reparo. As taxas de transição são obtidas a partir de estatísticas calculadas com os dados históricos de falhas e reparos armazenados nos bancos de dados, bem como através de conhecimento prático.

A Figura 1.2 ilustra um modelo probabilístico simples de dois estados, onde λ e μ são a taxa de falha e de reparo, respectivamente.

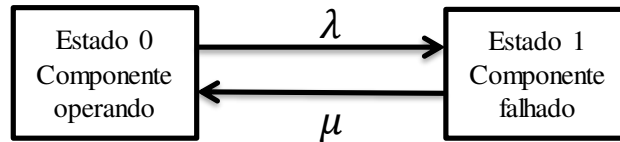


Figura 1.2 - Modelo probabilístico simples de dois estados.

Para se caracterizar melhor o processo de degradação dos equipamentos, um modelo para um equipamento com deterioração encontrado em Sim e Endrenyi (1986) é mostrado na Figura 1.3. Neste modelo, o processo de deterioração é representado por uma sequência de estágios de desgaste crescente, com taxa de degradação λ_d , levando finalmente à falha do equipamento, que será reparado com uma taxa de reparo μ_r . A deterioração é um processo contínuo no tempo; todavia, para simplificar o desenvolvimento do modelo, assume-se que a degradação pode ser representada em etapas discretas.

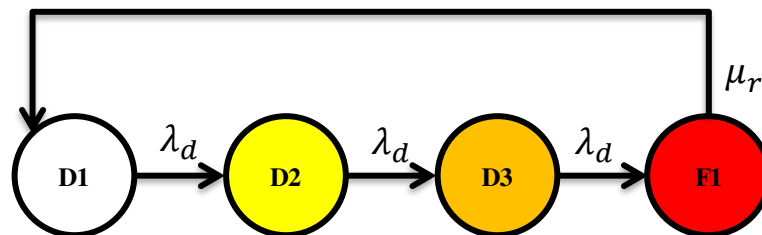


Figura 1.3 - Diagrama de estados incluindo estágios de deterioração. Adaptado de Sim e Endrenyi (1986).

A fim de se observar o impacto da manutenção na confiabilidade e obter uma taxa ótima de manutenção, assim como no modelo determinístico apresentado na seção 1.2.1, pode-se acrescentar estágios de manutenção ou inspeção em tais modelos, onde a definição desses estados e suas respectivas taxas é determinada através do conhecimento pleno do funcionamento do equipamento ou sistema em estudo. A Figura 1.4 ilustra um modelo com degradação e manutenção presente nas referências Sim e Endrenyi (1988) e Endrenyi e Sim (1988).

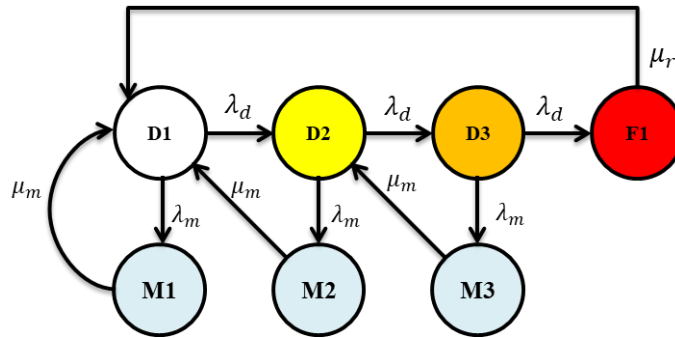


Figura 1.4 - Diagrama de estados com estágios de degradação e manutenção. Adaptado de Sim e Endrenyi (1988).

No modelo acima, observa-se que a manutenção irá melhorar a condição do dispositivo, levando-o para o estágio anterior de deterioração. A manutenção ocorre a uma taxa λ_m e dura o equivalente a μ_m^{-1} .

Um modelo mais sofisticado que representa os efeitos da manutenção e degradação em equipamentos elétricos foi proposto por Endrenyi, Anders e Silva (1998). Este modelo está ilustrado na Figura 1.5. A partir desta figura, pode-se observar que sem a manutenção e a inspeção o caminho saindo do estado inicial (D1) passaria pelos estágios de deterioração até a falha (estado F). Com a manutenção e a inspeção, este caminho direto para a falha é regularmente desviado por estas atividades.

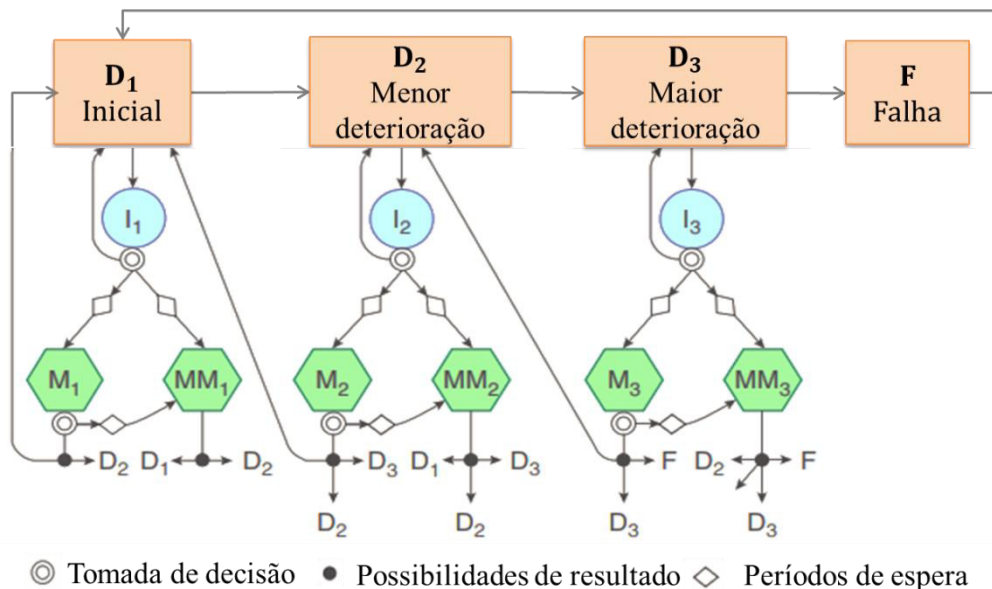


Figura 1.5 - Modelo com estágios de degradação, inspeção e manutenção. Adaptado de Endrenyi, Anders e Silva (1998).

Através dos modelos apresentados acima e, usando a teoria de processos de Markov, a ser explanada no Capítulo 2, pode-se calcular os índices de interesse (disponibilidade, custos, etc.), encontrar sua relação matemática com a taxa de manutenção ou qualquer outra variável do modelo e otimizar as atividades de inspeção/manutenção para minimizar ou maximizar uma função objetivo especificada.

1.3 Revisão bibliográfica sobre GPM

Ao longo da evolução do gerenciamento de ativos centrado na confiabilidade, diversos estudos têm se voltado para a obtenção de um modelo realista para gestão a equipamentos de SEP. Inicialmente os modelos eram categorizados em estados de sucesso ou falha, como observado em Billinton e Allan (1992). No entanto, apenas dois estados não eram suficientes para refletir as condições reais de operação dos equipamentos de um sistema elétrico. A partir disto, a inclusão de estágios de degradação, manutenção e a consequente busca pela otimização do intervalo de manutenção foram inseridas no contexto de gerenciamento de ativos com o uso de modelos probabilísticos.

Anders *et al.* (1990), Endrenyi e Sim (1988) e Sim e Endrenyi (1986, 1988) incluíram o conceito de deterioração ou degradação de equipamentos na formulação matemática dos modelos de confiabilidade. Nesses trabalhos, um modelo de mínima manutenção preventiva é desenvolvido para equipamentos reparáveis e de operação contínua, cujas condições se deterioram ao longo do tempo de serviço. O valor ideal do tempo médio de manutenção preventiva é determinado pela minimização da indisponibilidade do equipamento, através do ajuste do tempo médio de manutenção. Esta estratégia é útil para definir a programação das atividades de manutenção para diversos equipamentos de um SEP, por exemplo, transformadores e disjuntores.

Após o entendimento da necessidade de inclusão de estágios de manutenção e degradação, os modelos evoluíram em complexidade, a fim de melhor representar a característica da gestão de ativos empregada. Um exemplo disto é o modelo proposto por Endrenyi, Anders e Silva (1998) e, também, Endrenyi e Anders (2006), onde são apresentados estágios de degradação, inspeção, níveis de manutenção diferentes e processos de tomada de decisão (possibilidade de escolha).

Em linha com este objetivo de otimização da manutenção, Chan e Asgarpoor (2006) apresentam um método para encontrar a melhor política de manutenção para um componente considerando as falhas aleatórias e falhas devido à deterioração. Através dos processos de

Markov, as probabilidades de estado são calculadas e o valor ideal do tempo médio de manutenção preventiva é determinado pela maximização da disponibilidade de um único componente com relação ao tempo médio para manutenção preventiva mínima.

Mais recentemente, Pereira (2011) com uma nova formulação em termos da função objetivo do problema de otimização da manutenção, propõe um método para minimizar as penalidades associadas com desligamentos de equipamentos de transmissão através da otimização dos intervalos de manutenção programadas. O modelo de otimização proposto se baseia em método analítico capaz de estimar com precisão aceitável os valores esperados das penalidades.

A partir da revisão bibliográfica realizada acima, pode-se concluir que as melhorias introduzidas nos modelos de GPM pelos artigos citados tornaram a avaliação do impacto da manutenção na confiabilidade de equipamentos mais prática. Porém, estes trabalhos desenvolveram seus modelos no paradigma de RCM convencional: com uso dos valores médios das taxas de falha e/ou reparo. Ou seja, as incertezas nas taxas de transição do modelo são ignoradas. Devido a isso, não é possível mensurar o impacto das incertezas nas saídas dos modelos (índices de confiabilidade), bem como não se torna possível assegurar que as estratégias de manutenção geradas por estes modelos convencionais sejam robustas (imunes) às incertezas no modelo.

Estudos mais recentes têm abordado a propagação de incertezas em modelos para o GPM. Contudo, considera-se ainda apenas a maximização da disponibilidade como principal objetivo.

Ge e Asgarpoor (2010) desenvolvem um modelo markoviano para equipamentos com deterioração e subestações no qual as taxas de transição com incertezas são representadas por funções de pertinência de conjuntos *fuzzy*. Aminifar *et al.* (2010) e Wang *et al.* (2012) propõem técnicas baseadas em conjuntos *fuzzy* para modelar incertezas nas taxas de transição de modelos de confiabilidade de unidades de medição fasorial (*Phasor Measurement Unit - PMU*)

1.4 Motivação

A necessidade de conservação dos ativos das empresas de SEP tem sido motivada por aspectos regulatórios e balizada por redução de custos. Esta redução resulta na diminuição da frequência de atividades de manutenção preventiva/corretiva, que, por sua vez, causa uma degradação na confiabilidade dos ativos, como se observa na Figura 1.6 e Figura 1.7.

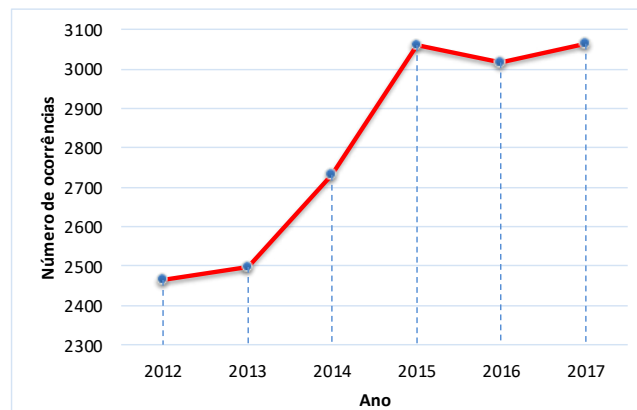


Figura 1.6 - Evolução do número de falhas em subestações e linhas de transmissão de SEP associadas a cortes de carga, evidenciando a degradação da confiabilidade de tais ativos. Adaptado de Operador Nacional do Sistema Elétrico (2018).

Verifica-se na Figura 1.6 que, nos anos de 2015 a 2017, o número de interrupções se manteve aproximadamente constante. Este efeito pode ter sido causado pela redução na carga devido à crise econômica.

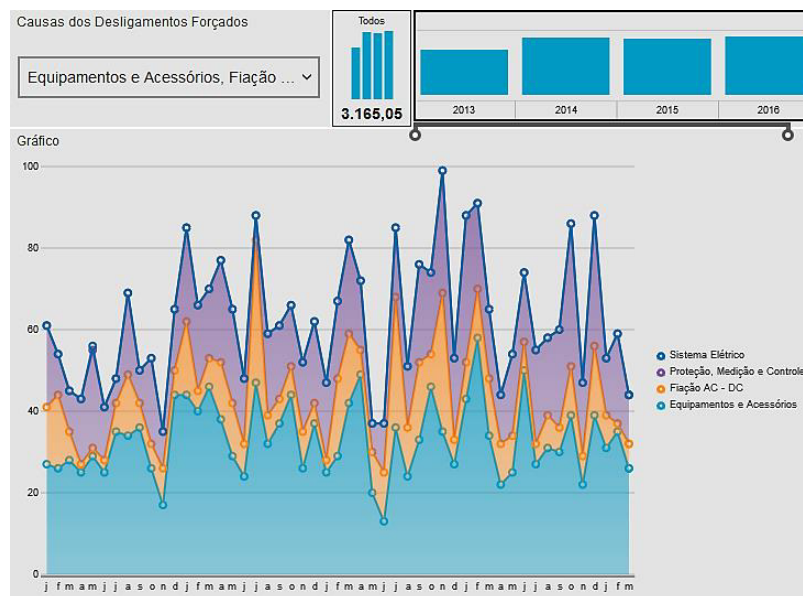


Figura 1.7 - Aumento no número de desligamentos forçados (por falhas) no SEP no período de 2013 a 2016. Adaptado de Agência Nacional de Energia Elétrica (2018a).

O intervalo de inspeção dos equipamentos de SEP possui uma relação conflitante com aspectos técnicos de confiabilidade e com os custos de manutenção, pois à medida que o intervalo é diminuído, é possível aumentar a confiabilidade através dos benefícios que a manutenção oferece; porém, a redução de intervalos de inspeção normalmente aumenta o custo de manutenção, já que mais tarefas de manutenção são requeridas. Em contrapartida, à medida que o intervalo de manutenção é aumentado, é possível se obter uma redução nos custos de manutenção através da economia de mão de obra e insumos. Todavia, isso resulta em uma diminuição de confiabilidade, devido a degradação dos equipamentos.

Frente a isto, torna-se necessário otimizar os intervalos de inspeção de forma que estes não sejam nem subdimensionados nem sobredimensionados. Desta forma, as empresas de SEP podem garantir o nível confiabilidade/disponibilidade especificado, com seus investimentos em políticas de manutenção adequados para evitar a degradação da condição e confiabilidade de seus ativos. A Figura 1.8 aponta o aumento dos valores deduzidos das receitas das empresas de transmissão, em virtude da indisponibilidade de seus equipamentos, evidenciando a necessidade de otimização da manutenção, bem como melhoria nos investimentos em manutenção dos ativos de SEP. Ou seja, deve-se encontrar o melhor *trade-off* entre os investimentos na manutenção e as perdas de receitas das transmissoras.

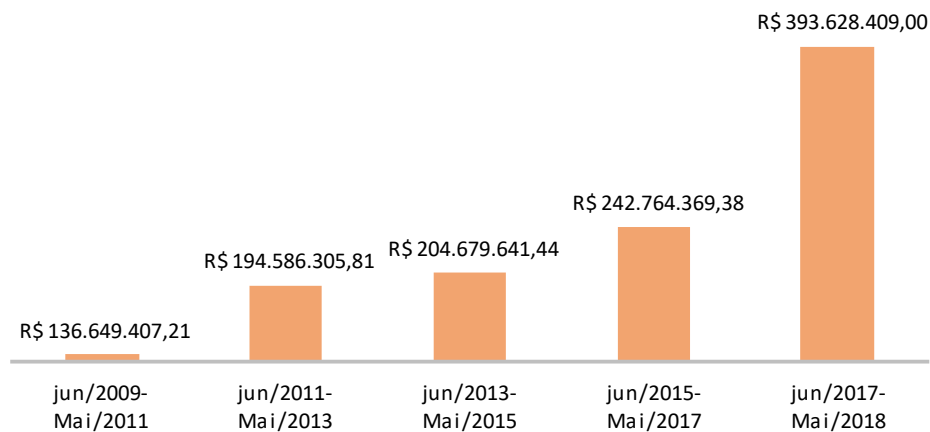


Figura 1.8 - Aumento no número de valores pagos referentes à parcela variável. Adaptado de Agência Nacional de Energia Elétrica (2018b).

As taxas de transição dos modelos markovianos, utilizadas em abordagem de GPM, devem ser obtidas estatisticamente com base nos registros históricos de falhas e reparos, bem como através da experiência prática. No caso da estimação estatística, as taxas estão sujeitas a variabilidade amostral, isto é, variações em seus valores médios causadas pela realização de um processo estocástico em um intervalo de tempo finito. Por outro lado, quando as taxas são definidas com base na experiência, os intervalos de variação das taxas são especificados com

base em estimativas informais para os limites inferior e superior. Consequentemente, é importante considerar estas incertezas nas metodologias de GPM de equipamentos elétricos, visto que as flutuações nos parâmetros do modelo de um componente podem deteriorar a qualidade de uma estratégia ótima de GPM selecionada.

A partir dos aspectos acima, pode-se observar que não há um modelo para otimizar os intervalos de inspeção em linhas de transmissão que considere características econômicas e de manutenção. Além disso, há uma carência de metodologias que incluam as incertezas na formulação do problema de otimização. Desta forma, a pesquisa desta dissertação visa preencher uma lacuna nesse campo de atuação da engenharia, uma vez que fornece ferramentas de apoio a decisão para engenheiros de planejamento e manutenção de linhas de transmissão.

1.5 Objetivos

O objetivo deste trabalho é realizar a otimização do intervalo de inspeção de linhas de transmissão, considerando-se as incertezas que estão presentes nas taxas de transição dos modelos markovianos, devido a variabilidade amostral. Tais incertezas são propagadas para os índices que envolvem confiabilidade e custos (Parcela Variável), usando-se as seguintes técnicas: Amostragem no Hipercubo Latino, Conjuntos *Fuzzy* (difusos ou nebulosos) e Método de Estimação por Pontos.

Além disso, propõe-se a formulação de um modelo probabilístico completo de linha de transmissão (LT), que contempla os seguintes aspectos:

- i) Degradação da LT;
- ii) Políticas de manutenção empregadas no cenário nacional;
- iii) Conhecimento prático de engenharia;
- iv) Disponibilidade de dados;
- v) Aspectos regulatórios associados com o cálculo das penalidades.

1.6 Estrutura da dissertação

O presente trabalho está dividido em sete capítulos que serão descritos resumidamente a seguir:

- i) O capítulo 2 aborda alguns aspectos teóricos da formulação matemática dos modelos markovianos, tendo como base um modelo de transformador; e, inclui também a construção e estabelecimento dos parâmetros do modelo da LT usado no gerenciamento probabilístico da manutenção.
- ii) O capítulo 3 descreve os conceitos básicos sobre a parcela variável da receita de empresas transmissoras, devido as indisponibilidades de linhas de transmissão (PV), bem como discute aspectos matemáticos necessários para a estimação probabilística do seu valor esperado.
- iii) O capítulo 4 descreve técnicas de propagação de incertezas aplicadas neste trabalho para modelar a variabilidade amostral dos dados de falha (taxas de transição do modelo markoviano). Essas incertezas são caracterizadas pela definição de distribuição de probabilidades e intervalos de confiança para os índices de confiabilidade (disponibilidade, parcela variável etc.).
- iv) O capítulo 5 descreve a aplicação dos conceitos apresentados nos capítulos precedentes a fim de se realizar a propagação de incertezas no modelo markoviano de linhas de transmissão, utilizando-se as técnicas de Amostragem no Hipercubo Latino, Conjuntos *Fuzzy* e o Método de Estimação por Pontos. Após isto, as funções objetivo associadas com a PV com incertezas são minimizadas para a obtenção do intervalo ótimo de inspeção de LT.
- v) O capítulo 6 apresenta os resultados dos testes obtidos com a técnica de GPM para linhas de transmissão. A implementação desta metodologia foi realizada usando o *software* MATLAB®. A propagação de incertezas, a avaliação dos impactos destas na Parcela Variável, bem como a otimização do intervalo de inspeção foram realizadas no modelo apresentado no Capítulo 2.
- vi) O capítulo 7 apresenta a conclusão deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 MODELOS MARKOVIANOS APLICADOS AO GPM

Os modelos de Markov podem ser aplicados para estudar o comportamento aleatório de sistemas que variam de forma discreta ou contínua em relação a tempo e espaço. A variação aleatória discreta ou contínua é conhecida como um processo estocástico. Nem todos os processos estocásticos podem ser modelados usando a abordagem básica de Markov (com taxas de transição constantes), embora existam técnicas disponíveis para modelar alguns processos estocásticos adicionais usando extensões desse método básico.

Conforme apontam Billinton e Allan (1992), para que a modelagem de Markov seja aplicável para estudos de confiabilidade, o comportamento do sistema deve ser caracterizado pela falta de memória, isto é, os estados futuros de um sistema são independentes de todos os estados anteriores, exceto o imediatamente anterior. Portanto, o comportamento aleatório futuro de um sistema depende apenas de onde ele está no momento, não importando onde ele esteve no passado ou como chegou à sua posição atual.

Além disso, o processo deve ser estacionário, ou homogêneo, para que a abordagem seja aplicável. Isso significa que o comportamento do sistema deve ser o mesmo em todos os pontos de tempo, independentemente do instante de tempo sendo considerado, ou seja, a probabilidade de fazer uma transição de um estado para outro é a mesma (estacionário) em todos os momentos o passado e o futuro.

Os modelos de Markov podem ser utilizados em sistemas que variam tanto no tempo quanto no espaço de estados (operação, degradação, falha, manutenção, inspeção, saída parcial, *stand by*, etc.). De acordo com Billinton e Allan (1992), na análise da confiabilidade, o espaço é geralmente uma função discreta visto que sua representação utiliza um conjunto finito de estados identificáveis nos quais o componente ou sistema podem residir. O tempo, no entanto, pode ser contínuo ou discreto. Em sistemas de tempo discreto, os modelos markovianos são denominados Cadeias de Markov, e, em sistemas de tempo contínuo, são chamados de Processos de Markov.

Os modelos propostos neste trabalho têm como base os processos contínuos de Markov, tendo em vista que os modelos apresentados estão relacionados com sistemas discretos no espaço (com um número de estados discretos e identificáveis), e contínuos no tempo; isto é, eles residem continuamente em um dos estados do sistema até ocorrer uma transição que os leve discretamente a outro estado, no qual eles permanecem continuamente até ocorrer outra transição.

2.1 Processos de Markov em tempo contínuo

Nos processos estacionários de Markov, a probabilidade condicional de falha ou reparo durante qualquer intervalo fixo de tempo é constante. Isso implica que as características de falha e reparo dos componentes estão associadas a distribuições exponenciais (negativas), pois supõe-se que os componentes operam na fase de vida útil.

Um exemplo de diagrama de Markov de tempo contínuo pode ser observado na Figura 2.1, para um componente simples, com taxas de falha e reparo constantes (funções densidade exponencialmente distribuídas).

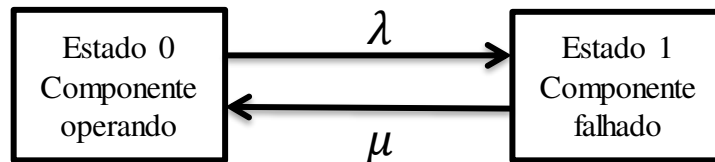


Figura 2.1 - Diagrama de Markov para um componente simples.

As funções densidades de falha do modelo acima podem ser respectivamente definidas como:

$$f_0(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.1)$$

$$f_1(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (2.2)$$

Os parâmetros λ e μ são referidos como taxas de transições de estado e podem ser definidos conceitualmente através das Equações (2.3) e (2.4):

$$\lambda = \frac{\text{número de falhas de um componente em um dado período de tempo}}{\text{período de tempo total em que o componente estava operando}} \quad (2.3)$$

$$\mu = \frac{\text{número de reparos de um componente em um dado período de tempo}}{\text{período de tempo total em que o componente estava sendo reparado}} \quad (2.4)$$

2.1.1 Cálculo das probabilidades dependentes do tempo

2.1.1.1 Método das equações diferenciais

No diagrama da Figura 2.1, ao considerarmos um intervalo de tempo incremental “ dt ” feito suficientemente pequeno de maneira que a probabilidade de dois ou mais eventos ocorrerem durante esse incremento de tempo seja desprezível, a probabilidade de estar no estado operativo após este intervalo de tempo “ dt ”, pode ser encontrada aplicando-se regras da probabilidade condicional: [Probabilidade de operar no tempo t \underline{E} de não falhar no tempo dt] + [probabilidade de falhar no tempo t \underline{E} de ser reparado no tempo dt] (BILLINTON; ALLAN, 1992).

Matematicamente:

$$P_0(t + dt) = P_0(t)(1 - \lambda dt) + P_1(t)(\mu dt) \quad (2.5)$$

$$P_1(t + dt) = P_1(t)(1 - \mu dt) + P_0(t)(\lambda dt) \quad (2.6)$$

Através da substituição de variáveis, e fazendo $dt \rightarrow 0$, as equações acima podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\left[\frac{dP_0(t)}{dt} \quad \frac{dP_1(t)}{dt} \right] = [P_0(t) \quad P_1(t)] \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ -\mu & \mu \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

O sistema de equações (2.7) apresenta equações diferenciais lineares com coeficientes constantes, que podem ser resolvidas por diversos métodos, como transformada de Laplace e substituição direta.

Aplicando-se a transformada de Laplace, obtém-se as probabilidades dependentes do tempo, de acordo com as Equações (2.8) e (2.9), ou seja, as probabilidades de se encontrar os estados de operação e falha, respectivamente, como uma função do tempo, dado que o sistema se iniciou em $t = 0$, no estado operativo (BILLINTON; ALLAN, 1992).

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad (2.8)$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad (2.9)$$

2.1.1.2 Método de multiplicação de matrizes

Neste método a matriz de probabilidade transicional estocástica é construída para um pequeno intervalo de tempo Δt , escolhido de tal maneira que a probabilidade de duas ou mais transições ocorrerem neste intervalo de tempo seja desprezível.

Após o intervalo estabelecido, a matriz de probabilidade transicional estocástica daquele intervalo de tempo pode ser multiplicada por si mesma continuamente até que o período de tempo de estudo desejado seja alcançado. A equação (2.10) ilustra este procedimento.

$$P = \begin{bmatrix} 1 - \lambda\Delta t & \lambda\Delta t \\ \mu\Delta t & 1 - \mu\Delta t \end{bmatrix}^n \quad (2.10)$$

Onde n é a quantidade de vezes necessária para que o período de estudo seja alcançado. Por exemplo, se $\Delta t = 10$ minutos e o período de estudo seja de 8 horas, a matriz precisa ser multiplicada continuamente $n = (8 \times 60)/10 = 48$ vezes.

2.1.2 Cálculo das probabilidades em regime permanente através do limite das probabilidades dependentes do tempo

As probabilidades limite de estado podem ser encontradas fazendo-se $t \rightarrow \infty$ nas expressões de probabilidades dependentes do tempo, ou seja, equações (2.8) e (2.9). Essas expressões de probabilidades limite de estado são aplicáveis não importa em qual estado o sistema tenha se iniciado.

Com isso, sendo P_0 a probabilidade limite do estado operativo e P_1 a do estado de falha, tem-se:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (2.11)$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (2.12)$$

Sendo o tempo médio de reparo (*Mean Time to Repair* - MTTR) definido por μ^{-1} e tempo médio até falhar (*Mean Time to Failure* - MTTF) definido por λ^{-1} , pode-se obter as relações:

$$P_0 = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \quad (2.13)$$

$$P_1 = \frac{MTTR}{MTTF + MTTR} \quad (2.14)$$

Neste ponto é importante observar a diferença entre disponibilidade e confiabilidade. A disponibilidade $A(t)$, dada matematicamente pela probabilidade $P_0(t)$ é definida como a probabilidade de o sistema ser encontrado no estado operativo em algum tempo t no futuro, dado que o sistema iniciou no estado operativo no instante $t = 0$; enquanto que a confiabilidade, definida por $R(t) = e^{-\lambda t}$ em sistemas exponencialmente distribuídos, é a probabilidade de permanecer no estado operativo dado que o sistema iniciou no estado operativo no instante $t = 0$.

2.1.3 Cálculo das probabilidades em regime permanente através da matriz de probabilidade transicional estocástica

Nas cadeias discretas de Markov, uma matriz definida como matriz de probabilidade transicional estocástica apresenta as probabilidades de se fazer uma transição de um estado do sistema para outro, onde cada etapa representa um intervalo de tempo.

Da mesma maneira, uma matriz de probabilidade transicional estocástica P similar pode ser encontrada para um processo contínuo de Markov. A diferença é que neste caso um intervalo de tempo discreto não é parte da especificação do problema, e, portanto, deverá ser incluído de maneira que este seja suficientemente pequeno tal que a probabilidade de duas ou mais transições ocorrerem neste intervalo de tempo seja desprezível.

Para melhor entendimento, se a taxa de falha de um componente é λ , então a probabilidade de uma transição de falha no tempo Δt é $\lambda \Delta t$, e a probabilidade de não falhar no tempo Δt é $1 - \lambda \Delta t$.

Após isto, ao considerarmos $\alpha = [P_0 \quad P_1]$ como o vetor das probabilidades limite de estado, verifica-se que este permanece inalterado quando multiplicado pela matriz de probabilidade transicional estocástica; e, de maneira similar às cadeias de Markov discretas, tem-se:

$$\alpha P = \alpha \quad (2.15)$$

O sistema de equações torna-se:

$$[P_0 \ P_1] \begin{bmatrix} 1 - \lambda\Delta t & \lambda\Delta t \\ \mu\Delta t & 1 - \mu\Delta t \end{bmatrix} = [P_0 \ P_1] \quad (2.16)$$

Expandindo-se o sistema da equação (2.16), tem-se as equações (2.17) e (2.18).

$$-\lambda\Delta t P_0 + \mu\Delta t P_1 = 0 \quad (2.17)$$

$$\lambda\Delta t P_0 - \mu\Delta t P_1 = 0 \quad (2.18)$$

O valor de Δt , desde que seja finito e diferente de zero, pode ser retirado das equações (2.17) e (2.18). Além disso, observa-se que estas equações são redundantes. Desta forma, deve-se eliminar a dependência linear do sistema (2.16) substituindo-se uma das equações por $P_0 + P_1 = 1$. Após esta substituição, as probabilidades podem ser determinadas por métodos comuns de resolução de sistemas lineares, similares aos de cadeias discretas. As probabilidades obtidas a partir deste procedimento são idênticas àquelas calculadas pelas equações (2.11) e (2.12).

Com isso, a lei de formação da matriz P para um processo de Markov genérico pode ser dada por:

$$P_{ij} = \begin{cases} \theta_{ij}, & \text{se } i \neq j \text{ e } j \in \Omega_i \\ 1 - \sum_{j \in \Omega_i} \theta_{ij}, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \text{ e } j \notin \Omega_i \end{cases} \quad (2.19)$$

Onde:

- i) θ_{ij} é a taxa de transição do estado i para o estado j .
- ii) Ω_i é o conjunto de estados adjacentes ao estado i , isto é, os estados que podem ser obtidos a partir do estado i com uma transição.

Adicionalmente, a equação genérica para a eliminação da redundância é dada por:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1 \quad (2.20)$$

Onde n é o número de estados do sistema sob estudo.

2.1.4 Aplicação de modelo probabilístico: transformador

Esta subseção apresenta um modelo de transformador utilizado em Guia, Rodrigues e Silva (2018), com o objetivo de exemplificar o desdobramento da teoria de processos markovianos na obtenção de algumas variáveis úteis para o GPM (probabilidades de estado, indisponibilidade, intervalo ótimo), que será posteriormente aplicado em linhas de transmissão. O modelo de transformador foi aqui elencado pois trata-se de um modelo de grande abordagem na literatura, podendo ser estendido para outros componentes.

2.1.4.1 Formulação do modelo

Conforme aponta Anders (1990), nos sistemas reais tanto o tempo de reparo quanto o tempo de substituição de componentes podem ser representados por variáveis aleatórias. Além disso, nos sistemas elétricos podem existir falhas devidas à degradação de componentes. A degradação ou deterioração de componentes pode ser modelada como ocorrendo em k etapas discretas. Os tempos gastos em cada uma dessas etapas ou estágios de deterioração são exponencialmente distribuídos com valor médio igual a $k\lambda_1^{-1}$.

A deterioração significa que a condição do componente gradualmente piora, devido às condições em que são submetidas e ao uso contínuo, e, portanto, não pode ser negligenciada na construção de modelos. Além disso, os reparos após falhas devido à deterioração sempre irão produzir condições “bom como novo” dos componentes. Um modelo markoviano com essas considerações é ilustrado na Figura 2.2 abaixo (ANDERS, 1990).

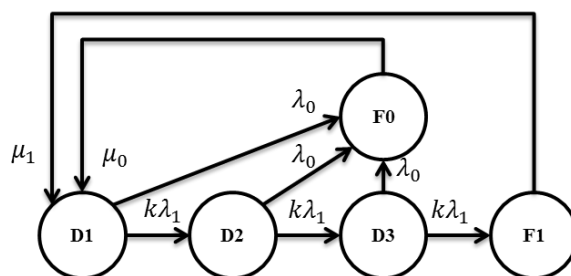


Figura 2.2 - Modelo markoviano de transformador com 3 estágios de degradação.

Uma maneira de incorporar a manutenção no modelo da Figura 2.2 é através do modelo apresentando na Figura 2.3 (ANDERS, 1990). Nesta figura, a manutenção é modelada como um processo de Poisson com parâmetro λ_m e a duração da manutenção é representada pela distribuição exponencial com valor médio de μ_m^{-1} .

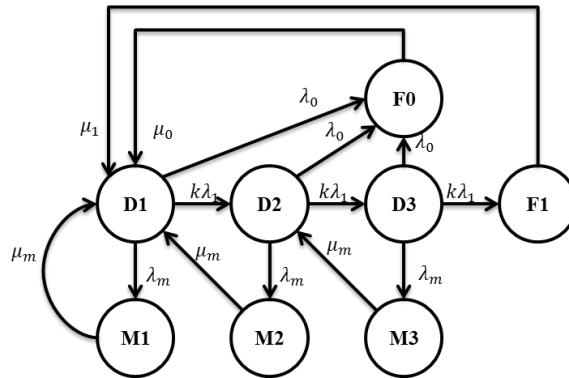


Figura 2.3 - Modelo markoviano com 3 estágios de degradação e manutenção.

Onde:

- i) D1 a D3 são os estados operativos de degradação;
- ii) M1 a M3 são os estágios de manutenção;
- iii) F0 representa as falhas aleatórias que podem acontecer a qualquer momento que o sistema esteja operando, com taxa de falha λ_0 ;
- iv) F1 representa as falhas por degradação;
- v) Não podem acontecer falhas enquanto o sistema está sendo reparado;
- vi) Os reparos após as falhas aleatórias são completados com taxa μ_0 , e após isto o sistema retorna ao estado operativo D1.
- vii) A manutenção restaura a condição do componente para o estado de degradação anterior aquele no qual a manutenção foi efetuada.

Os valores médios das taxas de transição foram obtidos da referência Anders (1990) e são apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores médios das taxas de transição do modelo do transformador.

Taxa	Valor
k	3
μ_0^{-1}	7 dias
λ_0^{-1}	500 dias
μ_1^{-1}	14 dias
λ_1^{-1}	1000 dias
μ_m^{-1}	0,5 dias

A matriz de probabilidade transicional estocástica do modelo da Figura 2.3 é obtida por inspeção, sendo dada pela equação (2.21).

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & k\lambda_1 & 0 & \lambda_m & 0 & 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & P_{22} & k\lambda_1 & 0 & \lambda_m & 0 & \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & 0 & 0 & \lambda_m & \lambda_0 & k\lambda_1 \\ \mu_m & 0 & 0 & P_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_m & 0 & 0 & 0 & P_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_m & 0 & 0 & 0 & P_{66} & 0 & 0 \\ \mu_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{77} & 0 \\ \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{88} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Onde:

- i) D1 a D3 são os estados 1 a 3, respectivamente;
- ii) M1 a M3 são os estados 4 a 6, respectivamente;
- iii) F0 é o estado 7;
- iv) F1 é o estado 8;
- v) $P_{ii} = 1 - \sum_{j \neq i} P_{ij}$ e P_{ij} é um elemento não-diagonal da matriz P, por exemplo, $P_{12} = k\lambda_1$.

Através da aplicação da equação (2.15) na matriz de probabilidade transicional estocástica do modelo da Figura 2.3, pode-se encontrar as probabilidades limite de estado, dadas pelas equações (2.22) a (2.29).

$$P_1 = \frac{\mu_0 \mu_1 \mu_m \cdot (\lambda_0^2 + 6\lambda_0 \lambda_1 + 2\lambda_0 \lambda_m + 9\lambda_1^2 + 3\lambda_1 \lambda_m + \lambda_m^2)}{Y} \quad (2.22)$$

$$P_2 = \frac{3\lambda_1 \mu_0 \mu_1 \mu_m (\lambda_0 + 3\lambda_1 + \lambda_m)}{Y} \quad (2.23)$$

$$P_3 = \frac{9\lambda_1^2 \mu_0 \mu_1 \mu_m}{Y} \quad (2.24)$$

$$P_4 = \frac{\mu_0 \mu_1 \lambda_m (\lambda_0^2 + 6\lambda_0 \lambda_1 + 2\lambda_0 \lambda_m + 9\lambda_1^2 + 3\lambda_1 \lambda_m + \lambda_m^2)}{Y} \quad (2.25)$$

$$P_5 = \frac{3\lambda_1 \mu_0 \mu_1 \lambda_m (\lambda_0 + 3\lambda_1 + \lambda_m)}{Y} \quad (2.26)$$

$$P_6 = \frac{9\lambda_1^2 \mu_0 \mu_1 \lambda_m}{Y} \quad (2.27)$$

$$P_7 = \frac{\lambda_0 \mu_1 \mu_m (\lambda_0^2 + 9\lambda_0 \lambda_1 + 2\lambda_0 \lambda_m + 27\lambda_1^2 + 6\lambda_1 \lambda_m + \lambda_m^2)}{Y} \quad (2.28)$$

$$P_8 = \frac{27\lambda_1^3 \mu_0 \mu_m}{Y} \quad (2.29)$$

A indisponibilidade é dada pela soma das probabilidades dos estados não operativos 4 a 8 (M1, M2, M3, F0, F1), de acordo com a equação (2.30) abaixo.

$$U = 1 - \frac{9\lambda_1 \mu_0 \mu_1 \mu_m}{Y} - \frac{3\lambda_1 \mu_0 \mu_1 \mu_m (\lambda_0 + 3\lambda_1 + \lambda_m)}{Y} - \frac{\mu_0 \mu_1 \mu_m (\lambda_0^2 + 6\lambda_0 \lambda_1 + 2\lambda_0 \lambda_m + 9\lambda_1^2 + 3\lambda_1 \lambda_m + \lambda_m^2)}{Y} \quad (2.30)$$

Onde, para as equações (2.22) a (2.30):

$$\begin{aligned} Y = & \lambda_m^3 \mu_0 \mu_1 + \lambda_0^3 \mu_1 \mu_m + 27\lambda_1^3 \mu_0 \mu_m \\ & + 2\lambda_0 \lambda_m^2 \mu_0 \mu_1 + \lambda_0^2 \lambda_m \mu_0 \mu_1 + 6\lambda_1 \lambda_m^2 \mu_0 \mu_1 \\ & + 27\lambda_1^2 \lambda_m \mu_0 \mu_1 + 27\lambda_0 \lambda_1^2 \mu_1 \mu_m + 9\lambda_0^2 \lambda_1 \mu_1 \mu_m \\ & + \lambda_0 \lambda_m^2 \mu_1 \mu_m + 2\lambda_0^2 \lambda_m \mu_1 \mu_m + \lambda_0^2 \mu_0 \mu_1 \mu_m \\ & + 27\lambda_1^2 \mu_0 \mu_1 \mu_m + \lambda_m^2 \mu_0 \mu_1 \mu_m + 9\lambda_0 \lambda_1 \lambda_m \mu_0 \mu_1 \\ & + 6\lambda_0 \lambda_1 \lambda_m \mu_1 \mu_m + 9\lambda_0 \lambda_1 \mu_0 \mu_1 \mu_m + 2\lambda_0 \lambda_m \mu_0 \mu_1 \mu_m \\ & + 6\lambda_1 \lambda_m \mu_0 \mu_1 \mu_m \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.1.4.2 Otimização

A partir da expressão da indisponibilidade, dada pelas equações (2.30)-(2.31), pode-se, através de sua minimização, efetuar a otimização do intervalo de manutenção similarmente ao processo feito para o modelo determinístico apresentado na seção introdutória 1.2.1.

Substituindo-se os valores médios das taxas de transição presentes na Tabela 2.1 nas Equações (2.30)-(2.31), e, deixando a indisponibilidade em função da taxa de manutenção λ_m , tem-se a função objetivo indisponibilidade $U(\lambda_m)$ dada pela equação (2.32).

$$U(\lambda_m) = \frac{125000000\lambda_m^3 + 4750000\lambda_m^2 + 41125\lambda_m + 266}{125000000\lambda_m^3 + 254750000\lambda_m^2 + 2541125\lambda_m + 12516} \quad (2.32)$$

Diferentes técnicas de otimização podem ser empregadas para a minimização da equação (2.32). Neste exemplo, utilizou-se a função nativa *fminunc* do *software* MATLAB® para se proceder com os cálculos, onde foi empregado o algoritmo Quasi-Newton, com o máximo de 1000 resoluções da função objetivo, tolerância de 10^{-7} , e demais parâmetros padrões da função nativa.

Como resultado do processo, obtém-se a taxa ótima de 0,004925 inspeções/dia, equivalente a um intervalo de inspeção de aproximadamente 203 dias, com uma indisponibilidade mínima de 0,019173. A Figura 2.4 ilustra a sensibilidade entre indisponibilidade e o intervalo de manutenção, bem como apresenta o resultado deste processo de otimização.

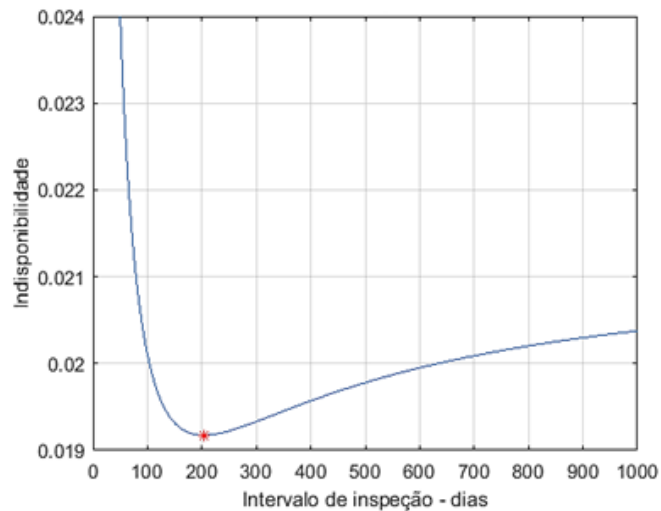


Figura 2.4 - Resultado da otimização sem incertezas para o modelo markoviano do transformador. O ponto em vermelho representa o ponto de mínimo.

Até este ponto, o leitor pode compreender o processo de otimização convencional para equipamentos elétricos (sem incertezas e via minimização da indisponibilidade). Na próxima seção, será abordado o modelo da LT, que se apresenta mais complexo, e, portanto, suas expressões de probabilidades de estado e, conseqüentemente, demais variáveis que dependam destas, como indisponibilidade ou parcela variável, serão definidas implicitamente em sua maioria, tendo em vista a complexidade numérica das expressões analíticas.

2.2 Modelo de Markov para linhas de transmissão

Um modelo probabilístico para o gerenciamento da manutenção de linhas de transmissão do sistema da ELETRONORTE, empresa transmissora de energia que atua no Estado do Maranhão, foi proposto por Castro (2012), baseado no modelo genérico de gerenciamento de ativos de SEP (*“Asset Management Planner”*), apresentado por Endrenyi, Anders e Silva (1998) e já ilustrado anteriormente na Figura 1.5.

No modelo em estudo neste trabalho, são introduzidas diversas contribuições e inovações com relação ao modelo de referência da Figura 1.5. Os pontos de tomada de decisão, ou escolha, tiveram suas transições devidamente identificadas e direcionadas aos estados apropriados (transição entre os estados de inspeção e degradação, por exemplo), de acordo com os aspectos reais do gerenciamento de linhas de transmissão empregado na ELETRONORTE. Além disso, o período de espera após as inspeções foi posto na forma de um estado do diagrama, com sua transição devidamente obtida em registros históricos. Por fim, são incluídos os novos conceitos de manutenção em linha energizada e manutenção em linha desligada, que merecem estados próprios no modelo, devido a suas especificidades e taxas de ocorrência de manutenção distintas.

As seguintes premissas podem ser consideradas para o modelo apresentado neste trabalho:

- i) Nas linhas de transmissão de SEP, as manutenções são normalmente precedidas de inspeções periódicas. Desta forma, o efeito da realização de inspeções deve ser considerado no GPM e, portanto, o modelo deve representá-las;
- ii) As atividades de manutenção podem ser executadas tanto com a linha energizada quanto com a linha desligada. As operações com linha energizada (manutenção em linha viva), são executadas logo que anormalidades são encontradas. Para a ocorrência da manutenção com linha desligada, torna-se necessária uma autorização gerencial da transmissora. Desta forma, existe um intervalo de tempo (espera) entre a detecção de um defeito e sua correção. Devido à crescente demanda por parte das agências de regulação e do mercado de energia para a minimização da indisponibilidade dos ativos de SEP, as manutenções com desligamento são evitadas e sua realização dá-se apenas quando não há alternativas sem impacto na disponibilidade, e quando o pedido é justificado tecnicamente;

- iii) Assim como nos demais equipamentos elétricos, a LT e seus componentes sofrem processo de envelhecimento ou degradação devido às condições operacionais a que são submetidos e ao uso contínuo. Desta forma, é necessário que se considere no modelo os estágios que representam o processo de deterioração;
- iv) As falhas terminais, que são falhas em componentes adjacentes à LT, como as subestações, foram desconsideradas neste GPM já que os componentes que as geraram são externos e não fazem parte da Linha de Transmissão.

A Figura 2.5 condensa as informações descritas acima e apresenta o modelo utilizado neste trabalho para o GPM.

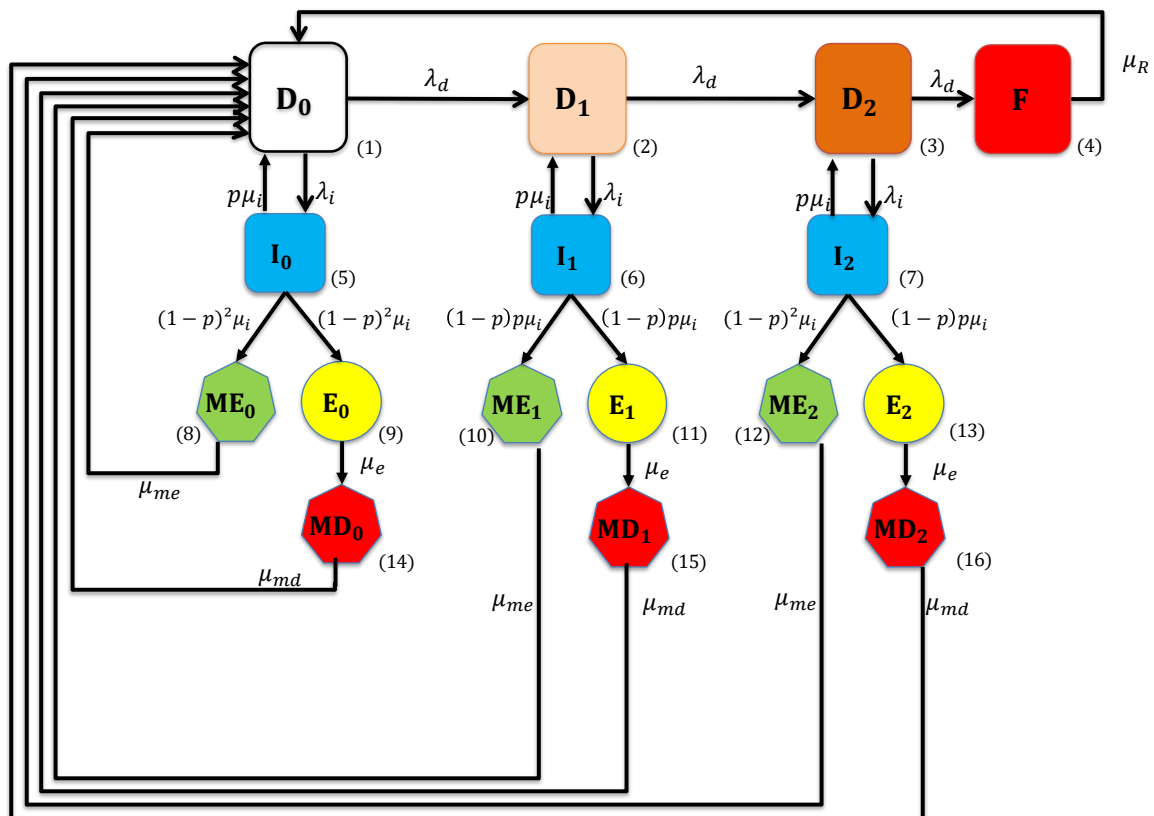


Figura 2.5 - Modelo markoviano de linha de transmissão com estágios de degradação, inspeção e manutenção. Adaptado de Castro (2012).

Onde:

- i) Os estados 1 a 3 representam os estágios de degradação (branco, rosa e marrom). O estado 1 representa a LT e todos os seus componentes operativos sem qualquer restrição ou limitação, isto é, a LT está nova (ou tão boa quanto nova – “*as good as new*”) e operando;

- ii) O estado 4 (vermelho) representa o estado de falhas, onde a linha encontra-se fora de operação.
- iii) Os estados 5 a 7 (azul) representam as operações de inspeção. As inspeções são realizadas para detectar anormalidades, possíveis causas de falhas futuras, bem como itens degradados que devem ser substituídos. Há a probabilidade, muito embora em sistemas práticos ela seja muito pequena, de que mesmo com o sistema degradado a inspeção não consiga detectar anormalidades. Neste caso, após a inspeção o sistema retorna ao seu estado anterior. No modelo isto é representado pelas transições dos estados 6 para o estado 2 e do estado 7 para o estado 3. Desta forma, os estados de Inspeção conduzem o sistema ou à manutenção (que pode ser em linha energizada ou com desligamento) ou ao próprio estado anterior à inspeção, neste caso representando uma inspeção imperfeita.
- iv) Os estados 8, 10 e 12 (verde) representam as manutenções em linha energizada. As manutenções são precedidas por inspeções, desta forma, o estado anterior ao estado de manutenção em linha energizada é sempre um estado de Inspeção.
- v) Os estados 9, 11 e 13 (amarelo) representam os intervalos de tempo necessários à liberação do desligamento da linha, isto é, são os estados de espera. Estes estados precedem o estado de manutenção com desligamento.
- vi) Os estados 14, 15 e 16 (vermelho) representam as manutenções com desligamento da LT. Nos sistemas reais a probabilidade destes estados é pequena, já que quando tais atividades são realizadas, elas incorrem no aumento da indisponibilidade e, por consequência, das penalidades associadas à essa indisponibilidade programada.

Onde:

- i) $x = \mu_i(1 - p)^2$ e $y = p\mu_i(1 - p)$;
- ii) $P_{ii} = 1 - \sum_{j \neq i} P_{ij}$, com P_{ij} sendo um elemento não-diagonal da matriz P, por exemplo, $P_{12} = \lambda_d$.

Através da aplicação da equação (2.15) na matriz presente na equação (2.33), pode-se encontrar as probabilidades limite de qualquer estado e, conseqüentemente, quaisquer índices que levem em conta estes valores em sua formulação, como a parcela variável ou indisponibilidade. Esta última é dada pela soma das probabilidades dos estados não operativos (4, 14, 15 e 16), conforme equação (2.34).

$$U = P_4 + P_{14} + P_{15} + P_{16} \quad (2.34)$$

Para o cálculo dos valores médios das taxas de transição do modelo markoviano da LT, fez-se uso dos registros históricos de ocorrências contidas no banco de dados da empresa ELETRONORTE, para um período de estudo de 7 anos. Foi considerada a linha de transmissão IZPDLT701, que faz parte da interligação Norte–Nordeste do Sistema Interligado Nacional (SIN), ligando as Subestações de Imperatriz e Presidente Dutra, ambas no Estado do Maranhão. A Figura 2.6 ilustra a localização da LT dentro do SIN, a Figura 2.7 apresenta o diagrama esquemático da interligação Norte–Nordeste em 2017 e a Tabela 2.3 apresenta algumas características operacionais e construtivas da LT em estudo.



Figura 2.6 - Localização da LT no SIN, horizonte 2023. Adaptado de Operador Nacional do Sistema Elétrico (2019).

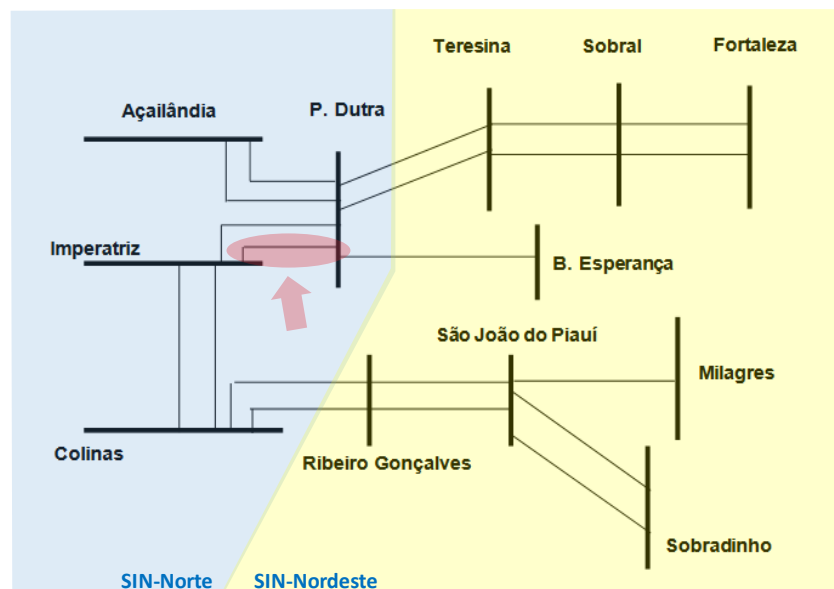


Figura 2.7 - Diagrama esquemático da interligação Norte–Nordeste em 2017. Adaptado de Empresa de Pesquisa Energética (2016).

Tabela 2.3 - Dados da linha de transmissão em estudo, obtidos em Eletronorte (2011).

Comprimento	386 km
Extensão do vão da linha	420 m
Largura Faixa de Servidão	60 m
Tensão nominal	500 kV
Tensão máxima operativa	550 kV
Corrente nominal de projeto	3100 A
Corrente máxima admissível	3906 A
Distância entre fases AB	10,5 m
Distância entre fases AC	21 m
Distância entre fases BC	10,5 m
Número de circuitos e disposição	1 - Horizontal
Especificação do cabo fase	<i>Grosbeak</i> 374,3 mm ²
Diâmetro dos condutores	2,5146 cm
Número de condutores por fase	4
Espaçamento entre condutores	457 mm
Distância mínima do cabo condutor ao solo	9,5 m
Número de cabos para-raios	2
Disposição e diâmetro dos cabos para-raios	Horizontal - EHS 3/8"

Os registros históricos de horas indisponíveis para operação e o número de reparos são utilizados para o cálculo da taxa de reparo. O número total de reparos foi de 14, com duração total de 7,57 horas. A equação (2.35) estabelece o cálculo da taxa de reparo.

$$\mu_r = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{nr} Tr_i}{nr}} = \frac{1}{\left(\frac{7,57}{14}\right)} = 1,849405 h^{-1} \quad (2.35)$$

Onde:

- i) “nr” é o número de reparos;
- ii) $\sum_{i=1}^n Tr_i$ é o somatório dos tempos de reparo.

Com os registros das durações das inspeções da LT, obtém-se o tempo médio de inspeção equivalente a 43,4 horas. Com isso, a equação (2.36) estabelece o cálculo da taxa de saída do estado de inspeção, equivalente ao inverso da duração média das inspeções.

$$\mu_i = \frac{1}{43,4} = 0,023041 \text{ h}^{-1} \quad (2.36)$$

Como a programação de manutenções é realizada para intervalos de um mês, o tempo médio de espera é de 720h. Com isso, a taxa de transição do estado de espera para o estado de manutenção com linha desligada pode ser encontrada pela equação (2.37).

$$\mu_e = \frac{1}{720} = 0,001389 \text{ h}^{-1} \quad (2.37)$$

O número de ocorrências de manutenção com linha energizada apurado foi de 101, com uma duração total de 2653,12 horas. Com isso, a taxa de transição do estado de manutenção em linha energizada para o estado operativo normal pode ser obtida pela equação (2.38).

$$\mu_{me} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{ne} Tme_i}{ne}} = \frac{1}{\left(\frac{2653,12}{101}\right)} = 0,038328 \text{ h}^{-1} \quad (2.38)$$

Onde:

- i) “ne” é o número de manutenções com linha energizada;
- ii) $\sum_{i=1}^{ne} Tme_i$ é o somatório dos tempos de manutenção em linha energizada.

O número de ocorrências de manutenção com linha desligada foi de 4, com uma duração total de 12,28 horas. Com isso, a taxa de transição do estado de manutenção em linha desligada para o estado operativo normal pode ser obtida pela equação (2.39).

$$\mu_{md} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{nd} Tmd_i}{nd}} = \frac{1}{\left(\frac{12,28}{4}\right)} = 0,325733 \text{ h}^{-1} \quad (2.39)$$

Onde:

- i) “nd” é o número de manutenções com linha desligada;
- ii) $\sum_{i=1}^{nd} Tmd_i$ é o somatório dos tempos de manutenção em linha desligada.

A probabilidade de uma inspeção resultar em uma manutenção em linha desligada pode ser obtida pela equação (2.40).

$$p = \frac{nd}{ne + nd} = \frac{4}{101 + 4} = 0,038095 \quad (2.40)$$

Onde:

- i) “ p ” é a probabilidade de um evento de inspeção transitar para um evento de manutenção com desligamento;
- ii) “ ne ” é o número de manutenções com linha energizada e “ nd ” é o número de manutenções com linha desligada.

A taxa de inspeção é obtida de acordo com os procedimentos determinados pelas gerências de manutenção, na qual estipulam a realização de uma inspeção anual. Com isso, a taxa de inspeção pode ser obtida pela equação (2.41).

$$\lambda_i = \frac{1}{8760} = 1,1415 \times 10^{-4} \text{ h}^{-1} \quad (2.41)$$

Por fim, a Tabela 2.4 compila os valores das taxas de transição obtidas nesta seção para o modelo da LT.

Tabela 2.4 - Valores médios das taxas de transição do modelo da LT.

Taxa	Valor
μ_R	1,849405 h ⁻¹
μ_i	0,023041 h ⁻¹
μ_e	0,001389 h ⁻¹
μ_{me}	0,038328 h ⁻¹
μ_{md}	0,325733 h ⁻¹
p	0,038095
λ_i	1,1415 × 10 ⁻⁴ h ⁻¹

3 ESTIMAÇÃO PROBABILÍSTICA DA PARCELA VARIÁVEL DA RECEITA DEVIDO AS INDISPONIBILIDADES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Este capítulo descreve os conceitos básicos sobre a parcela variável da receita de empresas transmissoras, devido as indisponibilidades de linhas de transmissão, bem como discute aspectos matemáticos necessários para estimação probabilística de seu valor esperado.

3.1 Parcela variável

A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) apresenta como principais atribuições a regularização e fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica. Em sua Resolução Normativa nº 729 de 28 de junho de 2016, a ANEEL estabelece as disposições relativas à qualidade do serviço público de transmissão de energia elétrica, associada à disponibilidade e à capacidade operativa das instalações sob responsabilidade das concessionárias de transmissão ou transmissoras.

Na referência ANEEL (2016), é apresentado um destes aspectos regulatórios: a Parcela Variável Referente à Disponibilidade de Instalações da Rede Básica, ou simplesmente Parcela Variável (PV).

A PV faz parte de um conceito chamado regulação por incentivos, no qual torna-se um sinal econômico para maximizar a disponibilidade do serviço de transmissão, por meio de:

- i) Aprimoramento das técnicas e logísticas de manutenção;
- ii) Otimização das periodicidades das manutenções e das durações e frequências dos desligamentos;
- iii) Redução do tempo de retorno à operação;
- iv) Aproveitamento de desligamentos.

Inicialmente a PV foi idealizada como uma proposta de resolução que atende às determinações das Leis nº 8987/95 e 9074/95, do Decreto nº. 2335/97 e dos contratos de concessão, eliminando, assim, a lacuna existente nos requisitos de qualidade do serviço de transmissão.

As transmissoras disponibilizam suas instalações para operação do SIN, firmando o Contrato de Prestação de Serviços de Transmissão com o Operador Nacional do Sistema (ONS). Em contrapartida, recebem as Receitas Anuais Permitidas (RAP), independente do fluxo de energia que passa por suas instalações.

Portanto, uma forma efetiva para regular a qualidade do serviço é a que vincula a receita auferida à disponibilidade plena das instalações. Assim, as transmissoras poderão ter as suas RAP reduzidas de uma parcela variável, refletindo a efetiva disponibilização das instalações. Portanto, pode-se conceituar a PV como um desconto a ser incorporado na receita da transmissora em função da não prestação adequada do serviço público de transmissão, decorrente da indisponibilidade de operação de seus equipamentos.

De acordo com Pereira *et al.* (2011), as indisponibilidades dos ativos de transmissão podem ocorrer de duas maneiras: de forma voluntária ou programada (manutenções, conveniência operativa, manobras e outras) e por saídas forçadas ou não programadas (falhas). A expressão que apresenta o cálculo da PV com estas variáveis é apresentada na equação (3.1).

$$PV = \frac{PB}{24 \cdot 60 \cdot D} \cdot \left\{ \left(\sum_{i=1}^{NP} g(PADP_i) \right) + \left(\sum_{j=1}^{NO} h(PAOD_j) \right) \right\} \quad (3.1)$$

Onde:

- i) PV é a parcela variável;
- ii) D é o número de dias no mês da ocorrência;
- iii) $24 \times 60 \times D$ é o número de minutos no mês da ocorrência;
- iv) PB é o pagamento base, parcela equivalente ao duodécimo da Receita Anual Permitida (RAP), associada à plena disponibilidade dos ativos que compõem uma instalação de uma empresa de transmissão de energia. Neste estudo foi utilizado o valor de R\$ 2.150.000,00 obtido em Pereira *et al.* (2011);
- v) $g(PADP_i) = K_p \times PADP_i$;
- vi) $h(PAOD_i) = \begin{cases} K_o \times PAOD_i, & \text{para } t \leq 300 \text{ min} \\ 300K_o + K_p \times (PAOD_i - 300), & \text{para } t > 300 \text{ min} \end{cases}$
- vii) K_p é o fator multiplicador para Desligamento Programado (igual a 10 para linhas de transmissão);
- viii) K_o é o fator multiplicador para Outros Desligamentos (igual a 150 para linhas de transmissão), sendo que esse fator será reduzido para K_p após o 300º minuto;
- ix) NP é o número de Desligamentos Programados da instalação ocorrido ao longo do mês;
- x) NO é o número de Outros Desligamentos da instalação ocorrido ao longo do mês;
- xi) $PADP_i$ é o período associado a Desligamento Programado i , em minutos;

xii) $PAOD_j$ é o período associado a Outro Desligamento j , em minutos.

3.2 Estimação probabilística da PV

O equacionamento desta seção, referente à estimação probabilística da PV, tem como base os estudos sobre parcela variável presentes em Pereira *et al.* (2011).

A PV é definida pela soma das parcelas referentes à desligamentos programados e não programados, e, seu valor esperado é dado por:

$$E[PV] = E[PV^P] + E[PV^O] \quad (3.2)$$

$$E[PV^P] = \frac{PB}{24 \times 60 \times D} \times E \left[\sum_{i=1}^{NP} g(PADP_i) \right] \quad (3.3)$$

$$E[PV^O] = \frac{PB}{24 \times 60 \times D} \times E \left[\sum_{j=1}^{NO} h(PAOD_j) \right] \quad (3.4)$$

Onde:

- i) $E[PV]$ é o valor esperado da PV;
- ii) $E[PV^P]$ é o valor esperado da parcela da PV, referente a desligamentos programados;
- iii) $E[PV^O]$ é o valor esperado da parcela da PV, referente a outros desligamentos.

Como demonstrado em Pereira *et al.* (2011), os valores esperados apresentados nas equações (3.3) e (3.4) são valores esperados da soma de um número aleatório de variáveis aleatórias idênticas. De acordo com Leon-Garcia (2008), o valor esperado da soma de um número aleatório de variáveis aleatórias idênticas é dado pelo produto entre o valor esperado do número aleatório de variáveis e o valor esperado das variáveis aleatórias idênticas. Este resultado é matematicamente definido como se segue.

$$S_N = \sum_{k=1}^N X_k \Rightarrow \quad (3.5)$$

$$E[S_N] = E[N] \times E[X] \quad (3.6)$$

Onde:

- i) N é o número aleatório de variáveis aleatórias;
- ii) S_N é a soma de um número aleatório de variáveis aleatórias;
- iii) X_k é k -ésima variável aleatória identicamente distribuída;
- iv) $E[N]$ é o valor esperado de N ;
- v) $E[X]$ é o valor esperado de X_k ;

Aplicando-se (3.5) e (3.6) ao cálculo dos valores esperados dos componentes da PV tem-se que:

$$E[PV^P] = \frac{PB}{24 \times 60 \times D} \times E[NP] \times E[g(PADP_i)] \quad (3.7)$$

$$E[PV^O] = \frac{PB}{24 \times 60 \times D} \times E[NO] \times E[h(PAOD_j)] \quad (3.8)$$

Os números esperados de desligamentos programados e não programados podem ser obtidos calculando-se as frequências dos estados de manutenção com linha desligada (F_{DP} - estados 14, 15 e 16) e falha (F_{OD} - estado 4) do modelo de Markov da Figura 2.5, isto é:

$$E[NP] = F_{DP} \quad (3.9)$$

$$E[NO] = F_{OD} \quad (3.10)$$

Billinton e Allan (1992) e Singh e Billinton (1977) definem a frequência acumulada de um subconjunto de estados X do espaço amostral através da equação (3.11).

$$F_X = \sum_{i \in X} p_i \times \sum_{j \in Y} \theta_{ij} \quad (3.11)$$

Onde:

- i) p_i é a probabilidade do estado i ;
- ii) θ_{ij} é a taxa de transição do estado i para o estado j ;
- iii) Y é o conjunto de estados que não pertencem ao subconjunto X e que pode ser alcançado a partir dele em uma transição simples.

Desta forma, tem-se que as frequências dos estados de manutenção com linha desligada e de falha (F_{DP} e F_{OD}) são dadas, respectivamente, por:

$$F_{DP} = P_{14}\mu_{md} + P_{15}\mu_{md} + P_{16}\mu_{md} = (P_{14} + P_{15} + P_{16})\mu_{md} \quad (3.12)$$

$$F_{OD} = P_4\mu_r \quad (3.13)$$

Já o valor esperado das funções g e h estão associados com o cálculo do valor esperado de funções de variáveis aleatórias, isto é:

$$E[\rho(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x)f_x(x)dx \quad (3.14)$$

Onde: $f_x(x)$ é a função densidade de probabilidade da variável aleatória x e $\rho(x)$ é a função da variável aleatória x .

Em uma cadeia de Markov homogênea, o tempo gasto em um estado tem distribuição exponencial com taxa de falha igual à soma de todas as taxas de transição que saem deste estado. Isso implica que as características de falhas e reparos estão associadas com distribuições exponenciais negativas (BILLINTON; ALLAN, 1992). Com isso, as funções densidade dos tempos das manutenções (relativas aos desligamentos programados) e reparos (relativos outros desligamentos - falhas) são dadas por:

$$f_{dp}(t) = \frac{1}{m} e^{-\frac{t}{m}} \quad (3.15)$$

$$f_{od}(t) = \frac{1}{r} e^{-\frac{t}{r}} \quad (3.16)$$

Onde “ m ” representa o tempo médio das manutenções com linha desligada e “ r ” o tempo médio de reparo após falhas.

Com isso, os valores esperados das funções g e h tornam-se:

$$E[g(PADP_i)] = \int_0^{\infty} \frac{K_p t}{1440mD} \times e^{-\frac{t}{1440mD}} dt = 1440Dk_p m \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned}
E[h(PAOD_j)] &= \left(\int_0^{300} \frac{K_o t}{1440rD} \times e^{\left(\frac{-t}{1440rD}\right)} dt \right) \\
&\quad + \left(\int_{300}^{\infty} \frac{300K_o + K_p(t - 300)}{1440rD} \times e^{\left(\frac{-t}{1440rD}\right)} dt \right) \\
&= 1440rD [K_o + (K_p - K_o)] \times e^{\left(\frac{-5}{24rD}\right)}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Substituindo-se as equações (3.12), (3.13), (3.17) e (3.18) em (3.7)-(3.8), e depois na equação (3.2), tem-se a expressão que estima o valor esperado da PV, em função das variáveis do modelo markoviano:

$$E[PV] = PB \times k_p(P_{14} + P_{15} + P_{16}) + PB \times P_4 [K_o + (K_p - K_o)] e^{\left(\frac{-5}{24rD}\right)} \tag{3.19}$$

4 TÉCNICAS DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS

Este capítulo descreve algumas técnicas de propagação de incertezas que são aplicadas neste trabalho para modelar a variabilidade amostral dos dados de falha (taxas de transição do modelo markoviano). Essas incertezas são caracterizadas pela definição de distribuição de probabilidades e intervalos de confiança para os índices de confiabilidade (disponibilidade, parcela variável etc.).

Hahn e Shapiro (1994) ponderam que, em muitas situações práticas que envolvem sistemas complexos, o desempenho dos modelos ou sistemas flutuam devido a variações nos parâmetros de seus componentes. A partir do conhecimento dessas variações e de um entendimento da estrutura do sistema, é possível extrair conclusões sobre o desempenho do modelo/sistema.

De acordo com Ramos (2014), é imperioso quantificar as incertezas já que grande parte dos modelos estão sujeitos a elas, seja em seus parâmetros ou nas condições de contorno. A quantificação de incertezas é um processo que pode ser dividido em três etapas: representar as incertezas nos parâmetros de entrada de um sistema, propagar as incertezas através do modelo e estimar o efeito na saída. Propagar incertezas significa determinar estatísticas de uma determinada resposta referente a um modelo matemático ou computacional, a partir de distribuições de probabilidades nos parâmetros de entrada.

Nas subseções seguintes serão apresentadas algumas distribuições de probabilidades úteis para a propagação de incertezas dos dados de falhas de equipamentos para os índices de confiabilidade.

4.1 Distribuições de probabilidade

Esta seção descreve as distribuições de probabilidade utilizadas para representar as incertezas nas taxas de transição. Inicialmente são apresentadas as definições da distribuição normal e t de Student (MONTGOMERY; HUNGER, 2014) que serão utilizadas para modelar as variações em torno do valor médio dos tempos de reparo. Além disso, são apresentados alguns conceitos sobre a distribuição chi quadrado (CHOWDHURY; KOVAL, 2009), que será utilizada posteriormente na geração de números pseudoaleatórios.

4.1.1 Distribuição Normal

A distribuição de probabilidade normal, referida também como gaussiana, é provavelmente a distribuição mais importante e mais utilizada no campo de probabilidade e estatística. Ela é utilizada em muitas variáveis aleatórias de ocorrências naturais, como altura de pessoas em uma população, e também em algumas técnicas estatísticas, como análise de variância, regressão, e alguns testes de hipóteses.

A função densidade de probabilidade (FDP) de uma variável aleatória x com distribuição normal, e parâmetros μ e σ^2 , é dada pela equação (4.1).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{com } -\infty < x < \infty \quad (4.1)$$

Onde: μ é a média e σ^2 é a variância.

A notação para uma variável que possua distribuição normal é $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. A FDP da distribuição normal é perfeitamente simétrica em torno do seu valor médio e a dispersão sobre a média é medida e determinada pelo seu desvio padrão.

A Figura 4.1 ilustra a FDP de uma distribuição normal. O eixo x apresenta os pontos marcados pela variação do desvio padrão. Nesta figura, toda a área abaixo da curva, dentro do intervalo de 3 desvios padrões para cada lado da média, equivale a uma probabilidade de 99,7%. Em suma, a probabilidade de uma observação assumir um valor entre dois pontos quaisquer é igual à área compreendida entre estes dois pontos.

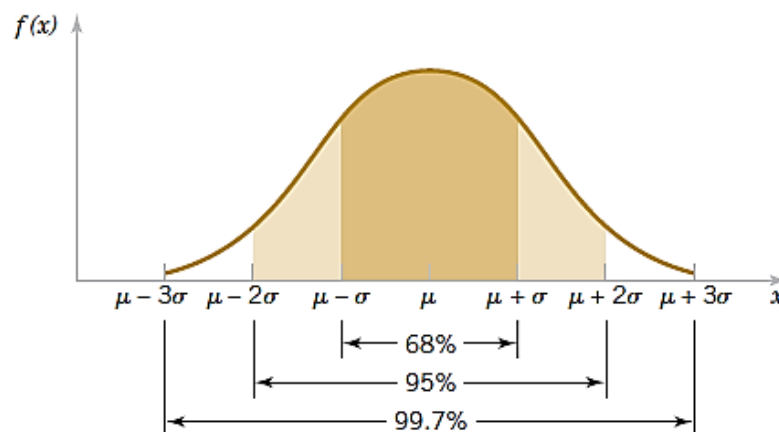


Figura 4.1 - Função densidade de probabilidade normal. Montgomery e Hunger (2014).

A função de distribuição acumulada (FDA) de uma variável aleatória normal é dada pela equação (4.2).

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (4.2)$$

Se x é uma variável aleatória contínua normal, então a variável $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ possui média igual a zero e desvio padrão igual a 1. Esta variável Z possui a chamada distribuição normal padrão, ou seja $Z \sim N(0,1)$. A FDP de Z é dada pela equação (4.3).

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{Z^2}{2}} \quad (4.3)$$

A Figura 4.2 ilustra o comparativo da FDP da normal padronizada com a FDP da distribuição normal original.

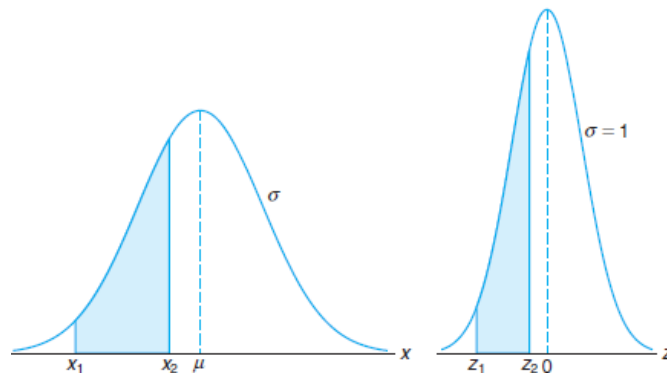


Figura 4.2 - FDP normal original (esquerda) e FDP padronizada (direita). Walpole *et al.* (2012).

O teorema do limite central (WALPOLE *et al.*, 2012) afirma que se \bar{X} é a média amostral de uma amostra aleatória de tamanho n , tomada a partir de uma população com média μ e variância finita σ^2 , então a forma limite da distribuição da média amostral, quando $n \rightarrow \infty$, é a distribuição normal com média μ e variância σ^2/n , ou seja:

$$\bar{X} = \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} N(0,1) \quad (4.4)$$

Walpole *et al.* (2012) mostram que a aproximação normal para \bar{X} geralmente será adequada se $n \geq 30$, desde que a distribuição da população não seja muito distorcida. Se $n < 30$, a aproximação é apropriada somente se a população não é muito diferente de uma distribuição normal e, como dito acima, se a população é conhecida como normal, a distribuição amostral de \bar{X} seguirá exatamente uma distribuição normal, não importa quão pequeno seja o tamanho das amostras.

Em termos de estimação de intervalo de confiança para a média, conforme explana Li (2005), quando uma variável aleatória x não segue uma distribuição normal, sua média amostral \bar{X} geralmente não segue uma distribuição normal. Para uma amostra grande, no entanto, qualquer variável aleatória x segue aproximadamente uma distribuição normal de acordo com o Teorema do Limite Central. Como resultado, a média amostral (\bar{X}) é uma boa estimativa da média da população (μ) e a variância amostral (s^2) é uma boa estimativa da variância da população (σ^2).

Com isso, substituindo-se o desvio padrão amostral (s) pelo desvio padrão da população (σ), pode-se afirmar que a variável aleatória $\frac{\bar{X}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ está localizada entre $-Z_{\alpha/2}$ e $Z_{\alpha/2}$ com a probabilidade $1 - \alpha$, na qual $Z_{\alpha/2}$ é definido como se segue:

$$Z_{\alpha/2} = F^{-1}(\alpha/2) \quad (4.5)$$

Onde:

- i) $F(z_{esp}) = P(z \leq z_{esp}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_{esp}} e^{-\left(\frac{z^2}{2}\right)} dz$
- ii) $F(z)$ é a distribuição de probabilidade cumulativa de uma variável aleatória normal padronizada z ;
- iii) $F(z_{esp})$ é a probabilidade de z ser menor ou igual a um valor especificado z_{esp} ($P(z \leq z_{esp})$).
- iv) $F^{-1}(\alpha/2)$ é a inversa da distribuição de probabilidade cumulativa da distribuição normal padronizada para o percentil $\alpha/2$. Ou seja, $F^{-1}(\alpha/2)$ é o limite superior da integral associada com a distribuição de probabilidade cumulativa (z_{esp}) para o qual o valor desta integral é igual a $\alpha/2$.

Com isto, tem-se:

$$-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2} \quad (4.6)$$

Ou equivalentemente:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (4.7)$$

A Figura 4.3 traz a representação das variáveis da equação (4.7).

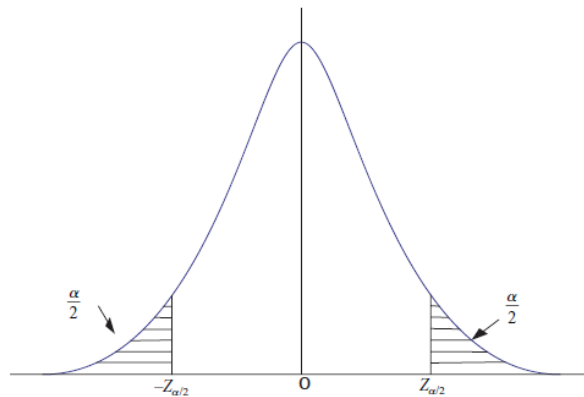


Figura 4.3 - Intervalo de confiança da média usando distribuição normal. Li (2005).

4.1.2 Distribuição t de Student

Uma variável aleatória contínua x tem distribuição t de Student com n graus de liberdade se sua FDP for definida de acordo com a equação (4.8).

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{(n+1)}{2}}, \text{ com } -\infty < x < \infty \quad (4.8)$$

Onde a média é zero, a variância é dada por $\frac{n}{n-2}$ com $n > 2$ e $\Gamma(n)$ é a função Gama.

De acordo com Montgomery e Hunger (2014), a aparência geral da distribuição t de Student é semelhante à distribuição normal padrão, pois ambas as distribuições são simétricas e unimodais, e o valor máximo das ordenadas é alcançado quando a média $\mu = 0$.

Entretanto, a distribuição t de Student tem caudas mais alargadas do que a normal; isto é, tem mais probabilidade nas caudas do que a distribuição normal. Quando o número de graus de liberdade $n \rightarrow \infty$, a forma limite da distribuição t de Student é a distribuição normal padrão. A Figura 4.4 ilustra várias curvas de densidade para a distribuição t, com diferentes graus de liberdade.

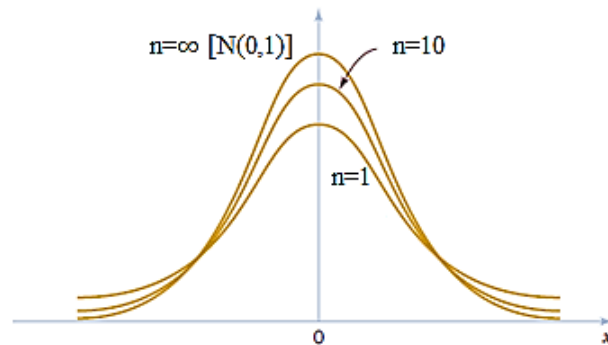


Figura 4.4 - Funções densidade para várias distribuições t de Student. Adaptado de Montgomery e Hunger (2014).

Assim como na distribuição normal, a distribuição t de Student é amplamente utilizada na inferência sobre a média populacional ou problemas que envolvem comparativos entre amostras. Se \bar{X} e s são a média e o desvio padrão amostral de uma amostra de tamanho n , tomada de uma população normal $X \sim N(\mu, \sigma)$, então $\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ segue uma distribuição t de Student com $(n-1)$ graus de liberdade. Com isso, tem-se:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (4.9)$$

A Figura 4.5 traz a representação das variáveis da equação (4.9).

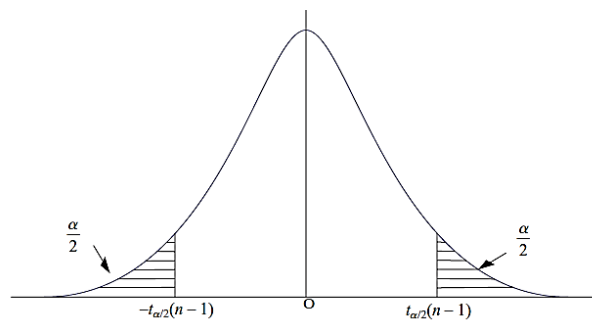


Figura 4.5 - Intervalo de confiança da média usando distribuição t de Student. Li (2005).

Montgomery e Hunger (2014), Li (2005) e Walpole *et al.* (2012), apontam que ao se construir intervalos de confiança na média μ de uma população normal quando σ^2 é conhecido, pode-se usar diretamente o procedimento da equação (4.7). Este intervalo de confiança também é aproximadamente válido (por causa do teorema do limite central), independentemente de a população ser normal ou não, desde que n seja razoavelmente grande ($n \geq 30$). Porém, se o tamanho da amostra é pequeno, os valores de s^2 flutuam consideravelmente de amostra para amostra e a distribuição t de Student se desvia consideravelmente de uma distribuição normal padrão. Neste caso, recomenda-se a utilização de intervalos de confiança baseados na distribuição t de Student.

4.1.3 Distribuição Chi quadrado

De acordo com Chowdhury e Koval (2009), as distribuições chi quadrado são uma família de distribuições de uma variável aleatória conhecida como χ^2 , podendo tomar qualquer valor entre zero e infinito. Essa distribuição tem um parâmetro chamado grau de liberdade (n), e, para cada grau de liberdade, existe uma curva específica. Como a distribuição chi quadrado é uma distribuição de probabilidade contínua, a área abaixo da curva e à direita de um valor χ^2 representa a probabilidade desse valor ser excedido.

A FDP da distribuição chi quadrado é dada pela equação (4.10).

$$f(x, n) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma(n/2)} x^{(n/2)-1} e^{-x/2}, & x > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.10)$$

Onde n é um inteiro positivo, a média é dada por n e a variância é dada por $2n$.

A Figura 4.6 ilustra a FDP dessa distribuição.

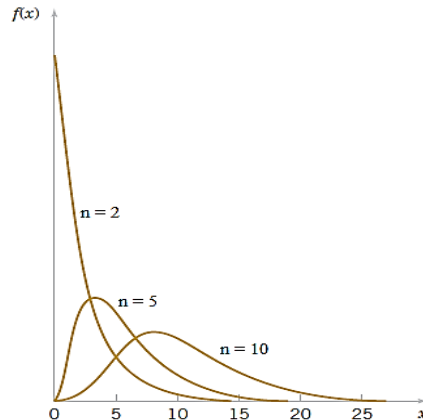


Figura 4.6 - FDPs de várias distribuições chi quadrado. Adaptado de Montgomery e Hunger (2014).

Na Figura 4.6, observa-se que a distribuição chi quadrado é não-negativa e inclinada para a direita. Entretanto, à medida que n aumenta, a distribuição torna-se mais simétrica. Quando $n \rightarrow \infty$, a forma limitante da distribuição chi quadrado é a distribuição normal.

Conforme aponta Walpole *et al.* (2012), a distribuição chi quadrado tem um papel fundamental na inferência estatística, com aplicações importantes como teste estatístico de hipóteses e estimação paramétrica. Além disso, a distribuição chi quadrado por ser vista como um caso especial da distribuição gama para $\alpha = v/2$ e $\beta = 2$, ou como sendo a soma de distribuições normais padronizadas ao quadrado.

4.2 Geração de números pseudoaleatórios

De acordo com Assis (2010), uma componente muito importante de um modelo de simulação consiste na amostragem dos processos estocásticos. O procedimento que permite executar uma amostragem designa-se processo gerador. O processo gerador pode basicamente se dividir em duas etapas: geração de variáveis aleatórias uniformes independentes (0,1) e conversão destas em variáveis aleatórias com uma distribuição particular, pelo método da transformada inversa.

Cabe salientar que os números gerados por um computador são obtidos com recurso a geradores determinísticos com caráter recursivo — daí a perda de aleatoriedade e a designação de números pseudoaleatórios. Estes números constituem uma sequência com a particularidade de os últimos números gerados serem responsáveis pela geração do seguinte.

4.2.1 Método da transformada inversa e distribuição uniforme

Seja U uma variável aleatória uniforme no intervalo $(0,1)$. Para qualquer distribuição contínua F , se definirmos a variável aleatória Y como $Y = F^{-1}(U)$, então Y tem função distribuição F (define-se $F^{-1}(x)$ como sendo o valor de y para o qual $F(y) = x$).

Desta forma, o algoritmo do método da transformada inversa para uma variável aleatória contínua compreende os seguintes passos:

- i) Gerar um número pseudoaleatório U da distribuição Uniforme $(0,1)$;
- ii) Efetuar a atribuição: $x = F^{-1}(U)$.

O método pode ser visualizado através do gráfico presente na Figura 4.7.

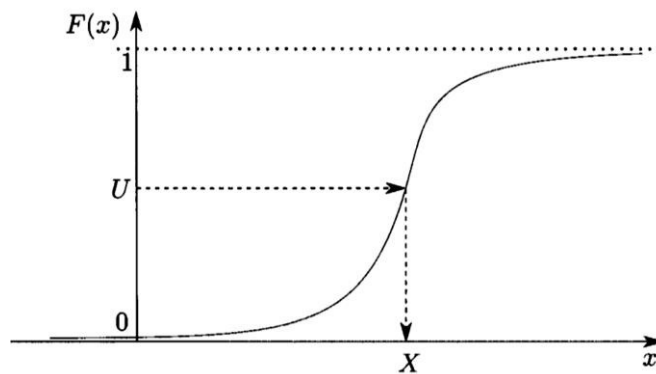


Figura 4.7 - Ilustração do método da transformada inversa na geração de números pseudoaleatórios.

A prova do teorema utilizado nesta seção, bem como demais procedimentos para obtenção de números pseudoaleatórios de diversas distribuições pode ser vista em Hahn e Shapiro (1994). A seguir são apresentadas as equações que permitem gerar números pseudoaleatórios de cada distribuição apresentada nas subseções anteriores.

4.2.2 Distribuição normal

Amostras da distribuição normal $Z \sim N(0,1)$ podem ser facilmente obtidas pela transformação de Box-Muller. Considerando-se dois números independentes uniformemente distribuídos entre 0 e 1, ou seja: u_1 e $u_2 \sim U(0,1)$. Então z_1 e $z_2 \sim N(0,1)$ são independentes.

$$\begin{cases} z_1 = \cos(2\pi u_2)\sqrt{-2\ln(u_1)} \\ z_2 = \sin(2\pi u_2)\sqrt{-2\ln(u_1)} \end{cases} \quad (4.11)$$

Para gerar $Y \sim N(\mu, \sigma)$, utiliza-se a transformação linear $Y = \sigma Z + \mu$.

O seguinte algoritmo conceitual da Figura 4.8 pode ser empregado para a geração de um número pseudoaleatório Y normalmente distribuído, com média μ e desvio padrão σ .

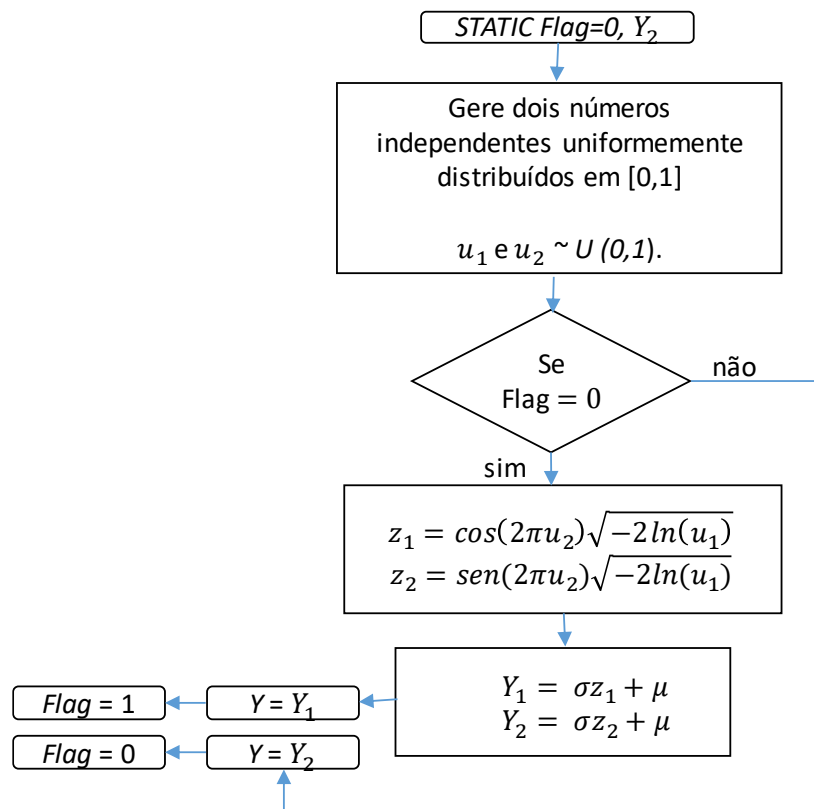


Figura 4.8 - Fluxograma com algoritmo conceitual para geração de números pseudoaleatórios da distribuição normal.

4.2.3 Distribuição chi quadrado e t de Student

Além do emprego diretamente do método da transformada inversa, as seguintes relações entre as distribuições de probabilidade são úteis para a geração de números pseudoaleatórios com as distribuições chi quadrado e t de Student:

- i) Se $\{Z_1 \dots Z_n\} \sim N(0,1)$, e $V = \sum_{i=1}^n (Z_i)^2$ então $V \sim \chi^2(n)$, $\forall n \in \mathbb{Z}$. Onde n é o grau de liberdade. Exemplo: $V = Z^2 \sim \chi^2(1)$, para $n = 1$.

- ii) Se $Z \sim N(0,1)$, e $V \sim \chi^2(n)$ são independentes, então $T = \frac{Z}{\sqrt{V/n}}$ possui distribuição t de Student com n graus de liberdade, ou seja, $T \sim t(n)$.

O algoritmo resumido no diagrama de blocos da Figura 4.9 pode ser empregado para a geração de um número pseudoaleatório T , que segue a distribuição t de Student, com n graus de liberdade.

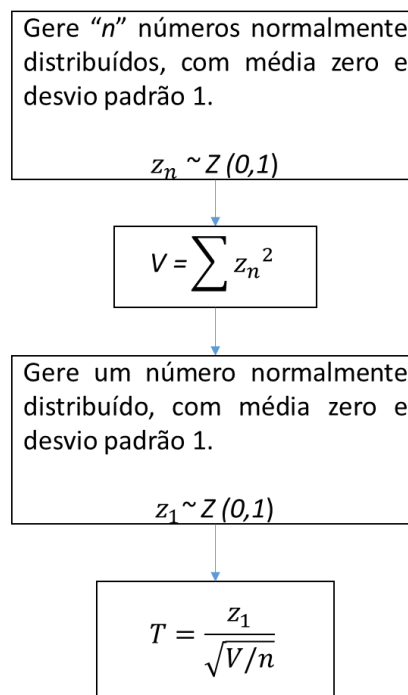


Figura 4.9 - Fluxograma com algoritmo conceitual para geração de números pseudoaleatórios da distribuição t de Student.

4.3 Simulação Monte Carlo (SMC)

A Simulação Monte Carlo (SMC) é uma das abordagens mais utilizadas na análise de propagação de incertezas, de acordo com Hahn e Shapiro (1994). Ela é capaz de modelar qualquer incerteza nos parâmetros de entrada de um modelo e possui flexibilidade de produzir diversas estatísticas sobre as saídas previstas do modelo, por exemplo: desvio padrão, distribuições de probabilidade, percentis e intervalos de confiança, etc.

Em linhas gerais, a SMC gera uma amostra dos índices previstos por um modelo e avalia as estatísticas amostrais. A amostra é obtida utilizando-se geradores de números pseudoaleatórios para se sortear valores dos parâmetros de entrada, com base nas distribuições que representam as incertezas nesses parâmetros.

A Figura 4.10 ilustra o fluxograma conceitual do método SMC.

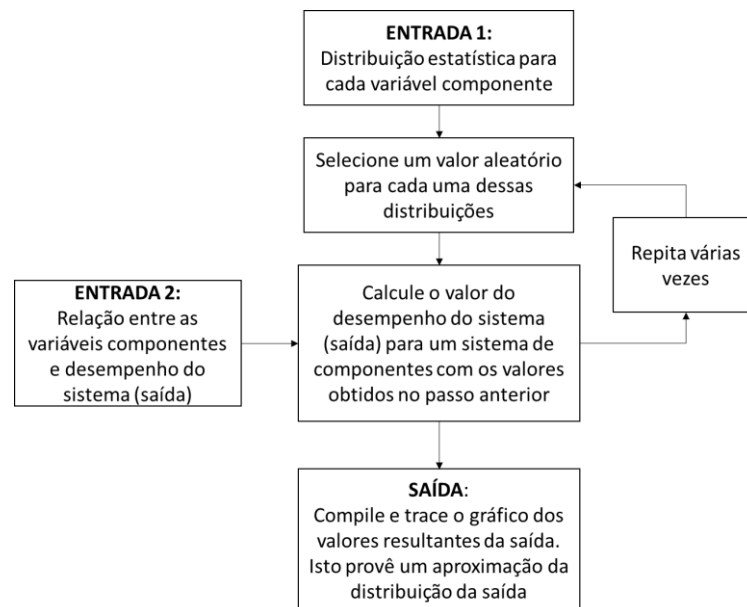


Figura 4.10 - Fluxograma do método SMC. Adaptado de Hahn e Shapiro (1994).

Se o método da transformada inversa é utilizado para representar as incertezas nas variáveis de entrada, então tem-se o seguinte algoritmo conceitual para o sorteio das variáveis de entrada na SMC (ASSIS, 2010):

- i) Passo 1 – Define-se a FDA $P(x)$, da variável aleatória x , a qual pode ser uma distribuição teórica (Uniforme, Triangular, Normal, Beta, Weibull, etc.) ou uma distribuição empírica qualquer. A Figura 4.11 representa uma função de probabilidade acumulada $P(x)$ da variável aleatória contínua x ;
- ii) Passo 2 – Sorteia-se um número aleatório equiprovável entre 0 e 1. Representa-se este número y_p no eixo das ordenadas da função $P(x)$;
- iii) Passo 3 – Projeta-se y_p horizontalmente até à curva $P(x)$, definindo-se o ponto P . Este ponto, por sua vez, é projetado sobre o eixo das abcissas, definindo-se o valor x_p de uma amostra;
- iv) Passo 4 – Repete-se os passos (1)-(3) para todas as variáveis de entrada para se sortear uma amostra das entradas do sistema.

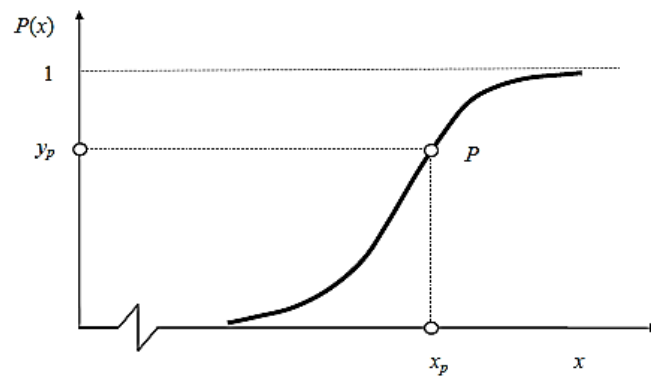


Figura 4.11 - Função de distribuição acumulada $P(x)$. Assis (2010).

4.3.1 Exemplo de aplicação da SMC

A fim de se realizar o processo de propagação de incertezas via SMC, que servirá de base para a propagação a ser utilizada posteriormente no modelo markoviano em estudo, considere-se o circuito elétrico da Figura 4.12, com três resistores de resistências R_1 , R_2 e R_3 conectados em paralelo sob uma bateria com tensão nominal V .

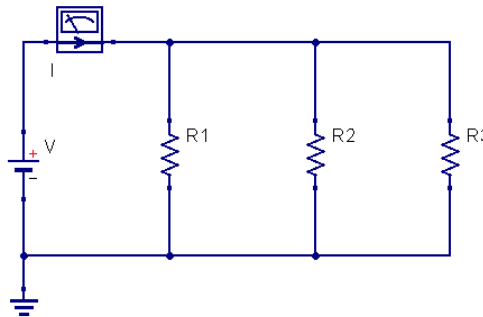


Figura 4.12 - Exemplo de circuito com bateria e três resistores.

O valor da corrente total fornecida pela fonte é dado pela Lei de Ohm, na forma da equação (4.12), interpretada como a soma das correntes individuais que passam por cada resistor. Porém, a corrente drenada por cada resistor, na prática, difere de seu valor calculado ($V/R_i \forall i = 1, \dots, 3$) tendo em vista que as resistências reais e tensão aplicadas no circuito diferem de seus valores especificados, devido a fatores de construtivos, temperatura, etc.

$$I = V \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (4.12)$$

Sejam os valores das resistências e da tensão dados por seus valores nominais (valor médio) e por seus desvios padrões (relativos à tolerância de cada componente) aferidos experimentalmente, com valores descritos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores das grandezas do circuito elétrico.

Variável	Valor médio	Desvio padrão
R_1	10Ω	1Ω
R_2	47Ω	3Ω
R_3	100Ω	5Ω
V	$24V$	$2V$

Ao tomar-se apenas os valores médios, ou nominais, das grandezas sujeitas a incertezas, e, aplicá-los na equação (4.1), obtém-se um valor de corrente de aproximadamente 3,151A.

Assumindo-se agora que as incertezas neste modelo possam ser caracterizadas pelos parâmetros da distribuição normal, pode-se efetuar a propagação de incertezas para se mensurar os efeitos destas na saída do sistema. A Figura 4.13 ilustra este procedimento.

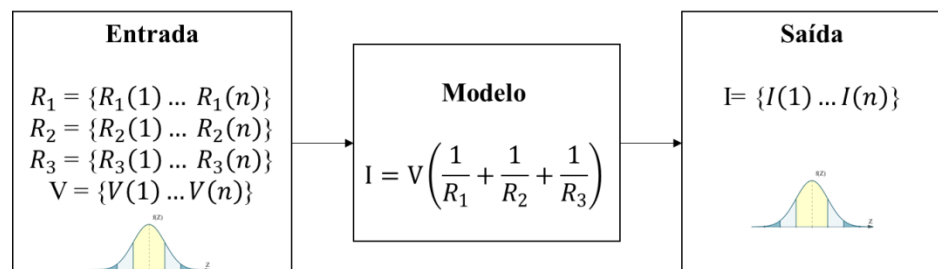


Figura 4.13 - Propagação de incertezas no modelo do circuito elétrico.

Para tanto, obtém-se inicialmente os números aleatórios normalmente distribuídos para cada uma das grandezas de entrada, de acordo com a equação (4.12). Essa geração foi feita utilizando-se a função do MATLAB® *normrnd*, com os parâmetros de média e desvio padrão dados pela Tabela 4.1 e com o número de $n=1000$ amostras, como critério de parada da SMC. A Figura 4.14 ilustra a FDP das amostras das variáveis de entrada do modelo.

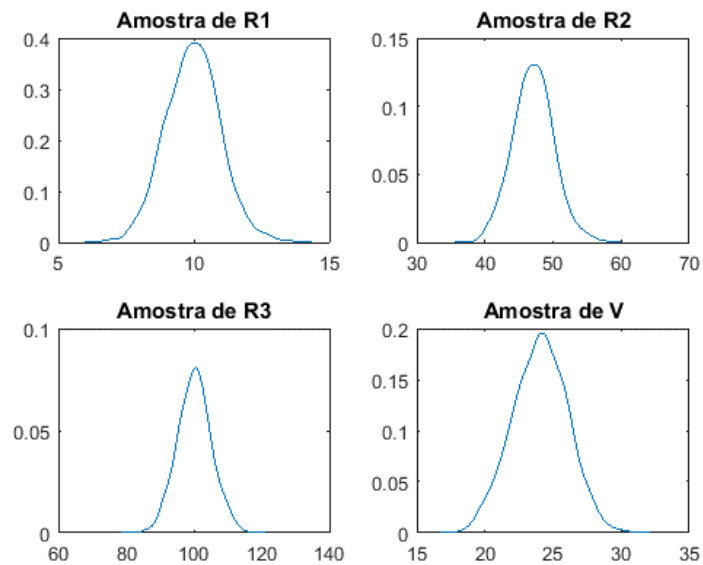


Figura 4.14 - Funções densidade das variáveis de entrada do modelo obtidas via SMC.

Para cada um dos 1000 conjuntos de amostras obtidos com as quatro variáveis de entrada (resistências e tensão), 1000 amostras da saída (corrente elétrica) são obtidas através da propagação de incertezas dos dados da entrada.

A Figura 4.15 ilustra FDP dos resultados da variável de saída. As retas vermelhas indicam os limites inferior e superior do intervalo de confiança, tomado para um nível de confiança de 95%.

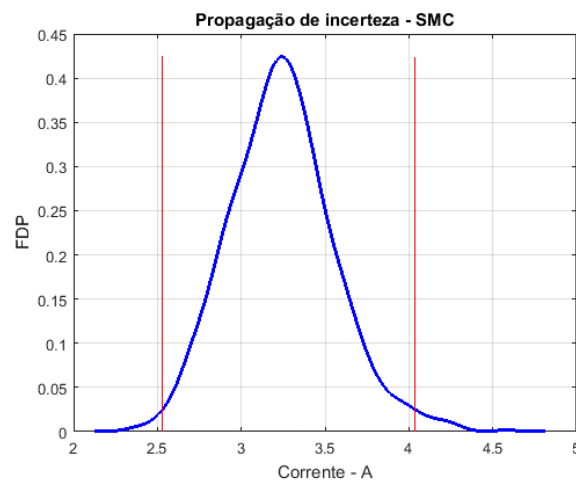


Figura 4.15 - Função densidade de probabilidade da corrente elétrica obtida via SMC.

A Tabela 4.2 apresenta algumas estatísticas da variável de saída. Nela, o índice de dispersão equivale à diferença entre os limitantes máximos e mínimos do intervalo de confiança dividida pelo valor médio.

Tabela 4.2 - Resultado das estatísticas para a saída do modelo via SMC.

Estatística	Valor da SMC
Valor médio	3,192 A
Desvio padrão	0,376 A
Limite superior do intervalo de confiança	2,525 A
Limite inferior do intervalo de confiança	4,036 A
Índice de dispersão	47,315%
Esforço computacional	0,720 s

Comparando-se o valor médio obtido na Tabela 4.2 (3,192A) com o valor nominal da corrente sem incertezas (3,151A), observa-se que houve uma ligeira variação, tendo em vista a presença das incertezas descritas e também o fato de o processo de simulação ser uma representação do modelo real, onde, para estatísticas mais precisas, o número de amostras tomadas deve ser aumentado.

Com a propagação de incertezas realizada, é possível verificar o intervalo de confiança dos valores de corrente, para um nível de confiança de 95%, e, avaliar adequadamente a variabilidade da saída do sistema em estudo. Tal entendimento será utilizado mais adiante neste trabalho para o modelo de linhas de transmissão, a partir do uso de diferentes técnicas de propagação.

4.4 Amostragem no hipercubo latino (AHL)

A amostragem direta via Simulação Monte Carlo (SMC) é realizada de forma aleatória e independente. Assim, para uma amostra de tamanho pequeno, existe a possibilidade de que algumas regiões das variáveis de entrada (taxas de transição) nunca sejam amostradas. Conforme pontuam Kumamoto e Henley (1996), isso resulta em erros significativos, especialmente quando há poucas amostras de valores críticos para variáveis que dominam a saída (indisponibilidade, parcela variável, etc.). A Amostragem no Hipercubo Latino (AHL) é uma mistura de amostragem aleatória e sistemática para assegurar que cada intervalo ou estrato da variável X_i seja visitado por exatamente uma amostra de Monte Carlo.

De acordo com Queiroz e Borges (2016), a Amostragem no Hipercubo Latino é entendida como uma alternativa mais eficiente ao método SMC e outros similares. A AHL busca realizar a amostragem de variáveis aleatórias a partir de uma estratificação, que,

conforme já explanado, consiste em dividir o domínio das variáveis em intervalos de igual probabilidade chamados de estratos. Enquanto a SMC exige um grande número de pontos da amostra para representar com precisão as variáveis, uma vez que os pontos são gerados aleatoriamente e de forma independente, a AHL gera pontos de forma aleatória controlada. Em outras palavras, na AHL faz-se a seleção aleatória de um ponto da amostra por estrato, evitando que todos os pontos venham de uma mesma região. Quando existe mais de uma variável, os pontos são gerados para cada variável e depois combinados aleatoriamente visando respeitar um ponto por estrato.

Em síntese, pode-se conceituar a AHL como uma técnica de amostragem estratificada que tem como objetivo espalhar os pontos da amostra de forma uniforme em todos os valores possíveis, garantindo que cada uma das variáveis de entrada tenha todas as partes de sua distribuição representadas por valores de entrada. Assim, os valores das variáveis (taxas) podem ser divididos em intervalos com a mesma probabilidade de ocorrência.

Na AHL, o intervalo da variável X_i é dividido em N estratos de igual probabilidade equivalente a $1/N$. Um valor de X_i é amostrado a partir de cada estrato, de acordo com uma densidade de probabilidade proporcional a $p\{X_i\}$, isto é, a probabilidade condicional da variável X_i , dado que a variável assume um valor no estrato. Seja $X_{ij}, j = 1, \dots, N$ o conjunto de amostras da variável X_i ; X_{i1} é o valor amostrado a partir do primeiro estrato e X_{iN} o valor amostrado a partir do último estrato. Da mesma maneira, amostras semelhantes são geradas para as outras n variáveis. (KUMAMOTO; HENLEY, 1996). Em uma forma matricial, tem-se na equação (4.13) as seguintes amostras das variáveis de entrada.

$$\begin{pmatrix} \text{Estrato 1} & \dots & \text{Estrato } N \\ X_{11} & \dots & X_{1N} \\ X_{21} & \dots & X_{2N} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ X_{n1} & \dots & X_{nN} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{para variável } X_1 \\ \text{para variável } X_2 \\ \vdots \\ \text{para variável } X_n \end{array} \quad (4.13)$$

Quando essas amostras são aleatoriamente combinadas, tem-se amostras comuns da SMC em um vetor de dimensão n , equivalente a (X_1, X_2, \dots, X_n) . Na AHL, os elementos de linha da matriz de amostragem (4.13) são aleatoriamente permutados dentro de cada linha; essa permutação é repetida independentemente para cada linha, e uma nova matriz de amostragem é obtida. Cada vetor de coluna da nova matriz de amostragem resultante torna-se uma amostra do Hipercubo Latino de n dimensões. Assim, tem-se um total de N amostras. Um valor é

amostrado a partir de cada estrato e esse valor aparece exatamente uma vez em uma amostra do vetor coluna. (KUMAMOTO; HENLEY, 1996).

A fim de consolidar o entendimento da amostragem da AHL, considere-se o exemplo ilustrativo da matriz (4.14), com duas dimensões e três estratos.

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 25 \\ -10 & 5 & 20 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

As permutações aleatórias em cada linha podem resultar, por exemplo, na matriz (4.15).

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 25 \\ 20 & 5 & -10 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

As amostras bidimensionais do Hipercubo Latino tornam-se:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 25 \\ -10 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

A Figura 4.16 ilustra a principal diferença do método AHL em relação ao método tradicional de Simulação Monte Carlo. Observa-se que na SMC ocorre a concentração dos pontos em uma determinada região do espaço amostral, enquanto na AHL há uma cobertura mais homogênea e controlada do espaço, com um ponto por estrato, o que permite uma convergência mais rápida.

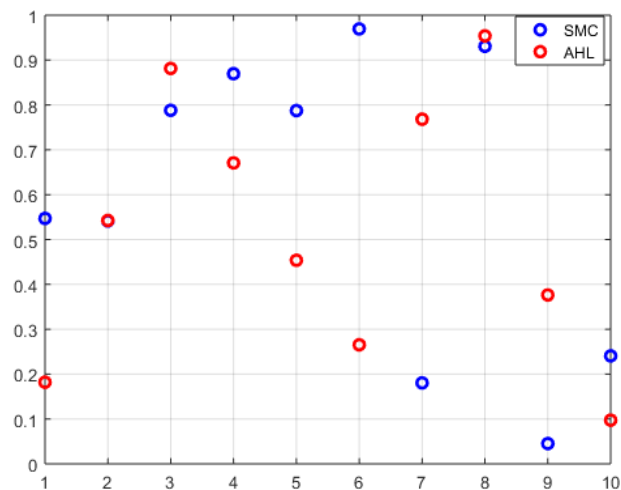


Figura 4.16 - Comparativo entre SMC e AHL.

Helton e Davis (2003) enfatizam que a AHL se tornou uma técnica amplamente utilizada para a propagação de incertezas nas análises de sistemas complexos devido a simplicidade conceitual e facilidade de implementação, a estratificação densa no intervalo de cada variável amostrada e a provisão direta de resultados de análise de incerteza sem o uso de modelos de substituição, como aproximações ao modelo original. Além disso, permite uma variedade de procedimentos de análise de sensibilidade e eficácia como procedimento de verificação do modelo. Os autores concluem que a AHL tende a produzir resultados mais estáveis, ou seja, com menores variações nas funções de distribuição estimadas de amostra para amostra, do que a amostragem aleatória convencional de SMC.

4.4.1 Exemplo de aplicação da AHL

Efetuando-se os mesmos procedimentos realizados para o exemplo observado na Seção 4.3.1, agora com a geração de números aleatórios baseada na AHL, com número de 1000 amostras, obtém-se a Figura 4.17, que elenca a FDP das variáveis de entrada do modelo em questão.

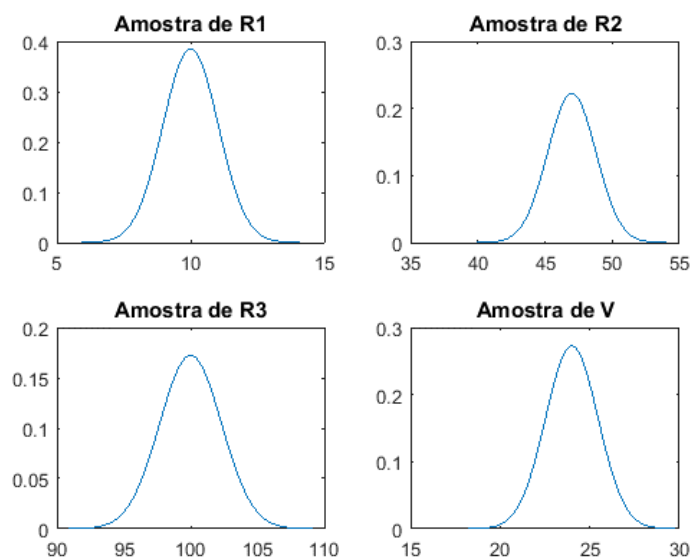


Figura 4.17 - Funções densidade das variáveis de entrada do modelo obtidas via AHL.

Do mesmo modo, a Figura 4.18 ilustra FDP da variável de saída. As retas vermelhas indicam os limites inferior e superior do intervalo de confiança, tomado para um nível de confiança de 95%.

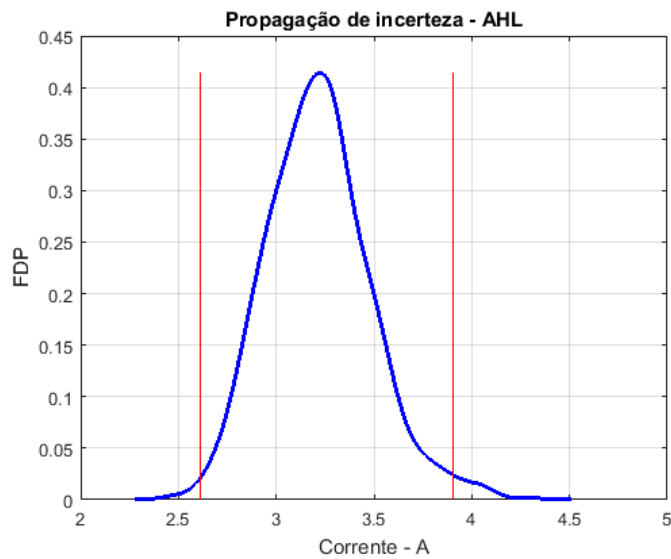


Figura 4.18 - Função densidade de probabilidade da corrente elétrica obtida via AHL.

A Tabela 4.3 apresenta algumas estatísticas da variável de saída via AHL e traz novamente os resultados para SMC observados na Tabela 4.2.

Tabela 4.3 - Resultado das estatísticas para a saída do modelo via AHL.

Estatística	Valor via SMC	Valor via AHL
Valor médio	3,192A	3,177A
Desvio padrão	0,376A	0,322A
Limite superior do intervalo de confiança	2,525A	2,608A
Limite inferior do intervalo de confiança	4,036A	3,907A
Índice de dispersão	47,315%	40,878%
Esforço computacional	0,720s	0,745s

A partir da análise dos dados acima, observa-se que a AHL possui desempenho melhor em termos de menor dispersão dos valores de corrente apresentados na FDP resultante, além de que a FDP das amostras geradas (tensão e resistências) apresenta-se mais uniforme em torno de seus respectivos valores médios. Porém, devido o maior tempo de processamento computacional necessário para gerar amostras mais estratificadas, o desempenho da AHL, neste quesito, é inferior ao método SMC.

4.5 Conjuntos *Fuzzy*

De acordo com Pedriycz e Gomide (1998), conjuntos *fuzzy* (ou conjuntos difusos, nebulosos) são funções que mapeiam um valor que pode ser um membro do conjunto para um número entre zero e um indicando seu grau real de pertinência (associação). Um grau de pertinência igual a zero significa que o valor não está no conjunto e um grau de significância igual a 1 significa que o valor é completamente representativo do conjunto. Isso produz uma curva entre os membros do conjunto.

Os conjuntos *fuzzy* são um dos métodos utilizados para modelagem de imprecisão nos dados de falha. De acordo com Pedriycz e Gomide (1998), na teoria clássica, os conjuntos são denominados *crisp* e um dado elemento do universo de discurso (domínio) apenas pertence ou não pertence ao referido conjunto. Na teoria dos conjuntos *fuzzy*, existe um grau de pertinência de cada elemento a um determinado conjunto.

Um conjunto *fuzzy* é definido por uma função chamada de função de pertinência e pode ser visto como uma generalização da noção de conjunto na qual a função de pertinência pode assumir valores no intervalo $[0,1]$. Neste caso não se pode dizer simplesmente que um elemento pertence ou não ao conjunto como na teoria clássica, mas sim que o elemento pertence ao conjunto com um certo grau de pertinência.

4.5.1 Função de pertinência

Uma definição matemática para função de pertinência pode ser vista em Pedriycz e Gomide (1998). Seja X um conjunto de objetos, chamado universo, cujos elementos são denotados por x . A associação em um subconjunto \tilde{A} de X é a função de pertinência, $\mu_{\tilde{A}}$ de X no intervalo real $[0,1]$. \tilde{A} é chamado de conjunto *fuzzy* e é um subconjunto de X que não possui uma fronteira definida. $\mu_{\tilde{A}}$ é o grau de pertinência (associação) de x em \tilde{A} . Quanto mais próximo o valor de $\mu_{\tilde{A}}$ é de 1, mais x pertence a \tilde{A} .

De acordo com Zimmermann (2013) e Klir e Yuan (1995), um conjunto *fuzzy* \tilde{A} é um subconjunto de U (universo de discurso), definido como um conjunto de pares ordenados, tal como na equação (4.17).

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in U)\} \quad (4.17)$$

Onde: $\mu_{\tilde{A}}(x)$ é chamada de função de pertinência do conjunto \tilde{A} (ou função característica), em que se atribui a cada elemento de U um certo grau de pertinência que varia entre 0 e 1.

Para melhor entendimento acerca do conceito de função de pertinência, considere o seguinte exemplo. Seja P o conjunto de pessoas altas. Considerando um limiar de altura equivalente a 1,75 metros, no que se refere ao conjunto clássico, todas as pessoas com alturas menores que 1,75 metros não pertencem ao conjunto P e todas as pessoas com alturas maiores ou iguais a 1,75 metros pertencem ao conjunto P . Já em se tratado de conjuntos *fuzzy* uma pessoa com altura menor que 1,75 metros irá pertencer ao conjunto P com um certo grau de pertinência. Observando a Figura 4.19 tem-se que uma pessoa com 1,70 metros pertence ao conjunto P com um grau de pertinência igual a 0,9 e todas as pessoas com alturas maiores ou iguais a 1,75 metros pertencem ao conjunto P com grau de pertinência igual a 1.

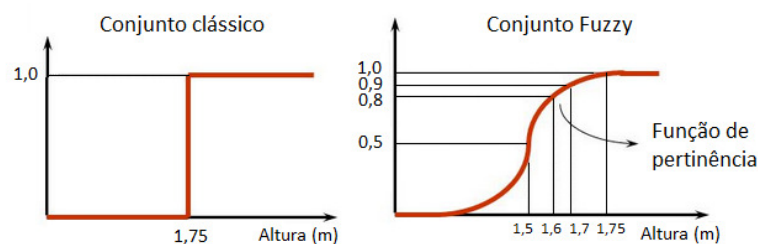


Figura 4.19 - Comparação entre função característica de um conjunto clássico e a função de pertinência de um conjunto *fuzzy*.

A atribuição da função de pertinência de um conjunto difuso é de natureza subjetiva, no entanto, não pode ser definida arbitrariamente. Além disso, uma função de pertinência pode ter várias formas como triangular, trapezoidal e gaussiana. De acordo com Pedrycz e Gomide (1998), a função de pertinência triangular é a função mais utilizada e a mais prática pela simplicidade dessas funções e pelo fato de que o custo computacional adicional exigido pelos outros tipos de funções não reflete, em geral, em uma melhoria significativa na qualidade dos valores de saída dos sistemas. A escolha da função de pertinência mais adequada depende da aplicação e do contexto do problema abordado.

4.5.2 Cortes α

De acordo com Zimmermann (2013), um corte α ou conjunto nível α , de um conjunto *fuzzy* \tilde{A} é um conjunto *crisp* A que contém todos os elementos do universo U que possuam um grau de pertinência em \tilde{A} maior ou igual a α . Ou seja,

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha, \alpha \in (0,1]\} \quad (4.18)$$

Como exemplo, considerando $A=\{1,2,3\}$, e seus elementos com graus de pertinência respectivamente iguais a $gp=\{0,3; 0,5; 1\}$. Então, $A_{\alpha=0,3} = \{2,3\}$, $A_{\alpha=0,1} = \{1,2,3\}$ e $A_{\alpha=1} = \{3\}$.

Como complementação do entendimento, a Figura 4.20 ilustra o conceito de um corte- α para uma função de pertinência triangular, o qual contém todos os elementos do domínio (de i até j) que possuem valores de pertinência igual ou maior que α .

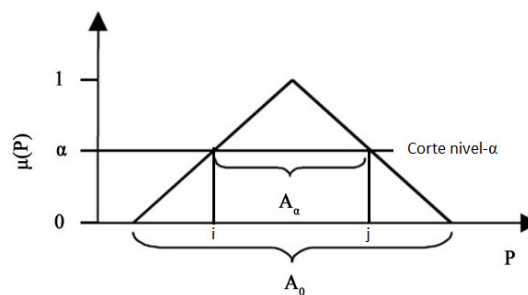


Figura 4.20 - Corte- α para uma função de pertinência triangular.

4.6 Método da estimação por pontos (MEP)

Conforme apontam Hahn e Shapiro (1994), além do valor central, frequentemente deseja-se descrever o espalhamento da distribuição, o achatamento e a simetria. Essas características podem ser descritas pelos momentos de uma distribuição. Uma variável aleatória x com função densidade de probabilidade $f(x)$, possui função de distribuição acumulada de acordo com a equação (4.19):

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t)dx \quad (4.19)$$

Onde $F(t) = P(x \leq t)$ é a probabilidade da variável aleatória x ser menor ou igual a t .

Para uma da função densidade de probabilidade, o momento estatístico de ordem n , onde n é um inteiro, é definido como exposto na equação (4.20):

$$\alpha_n = E[x^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x) dx \quad (4.20)$$

Onde α_n é o momento de ordem n e x é uma variável aleatória contínua.

Fazendo-se $n = 1$, obtém-se o valor esperado da variável aleatória: $\alpha_1 = E[x] = \mu$.

A partir deste valor esperado μ , os momentos centrais, ou momentos sobre a média, podem ser calculados de acordo com a equação (4.21):

$$\mu_{c_n} = E[(x - \alpha_n)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \alpha_n)^n f(x) dx \quad (4.21)$$

Onde μ_{c_n} é o n -ésimo momento central da variável aleatória contínua x .

De acordo com Morales e Perez-Ruiz (2007), os MEPs concentram as informações estatísticas obtidas a partir dos primeiros momentos centrais em pontos (concentrações) de uma variável aleatória de entrada. Fazendo uso desses pontos e de uma função F , que relaciona as variáveis de entrada e de saída, pode-se obter informações sobre as incertezas associadas com o problema das variáveis aleatórias de saída.

A k -ésima concentração $(p_{l,k}, w_{l,k})$ de uma variável aleatória p_l pode ser definida como um par composto de uma localização $p_{l,k}$ e de um peso $w_{l,k}$. A localização é o k -ésimo valor da variável p_l no qual a Função F (função que relaciona entradas e saídas) é calculada. O fator $w_{l,k}$ é um fator de peso que contribui para a importância relativa do cálculo de F nas variáveis aleatórias de saída.

Através do MEP, a função F deve ser calculada k vezes para cada variável aleatória de entrada p_l nos k pontos construídos da k -ésima localização $p_{l,k}$ da variável de entrada e pelo valor médio μ das $(i - 1)$ variáveis de entrada restantes. Em outras palavras, o problema determinístico precisa ser resolvido k vezes para cada variável aleatória de entrada p_l .

Gallego, Echeverria e Feltrin (2012) citam que os métodos de estimação por pontos foram desenvolvidos para superar dificuldades associadas à falta de um conhecimento completo e perfeito das FDP das variáveis estocásticas.

Todo o equacionamento das seções seguintes tem como base os estudos realizados em Gallego, Echeverria e Feltrin (2012) e Morales e Perez-Ruiz (2007).

4.6.1 Esquema dois pontos (2m)

O MEP esquema $2m$ é um caso particular do método de estimação de pontos proposto em Hong (1998) o qual permite calcular os momentos estatísticos das variáveis aleatórias.

No esquema dois pontos (MEP- $2m$) são seleccionadas duas concentrações ou pontos os quais possuem a máxima probabilidade de ocorrência ($p_{l,1}$ e $p_{l,2}$) e que podem ser estimados através da equação (4.22).

$$p_{l,k} = \mu_{pl} + \xi_{l,k}\sigma_{pl} \quad (4.22)$$

Onde μ_{pl} e σ_{pl} são a média e desvio padrão da FDP de f_{pl} .

A componente $\xi_{l,k}$ pode ser calculada a partir da equação (4.23).

$$\xi_{l,k} = \frac{\lambda_{l,3}}{2} + (-1)^{3-k} \times \sqrt{m + \left(\frac{\lambda_{l,3}}{2}\right)^2}, \text{ com } k = 1,2. \quad (4.23)$$

Onde $\lambda_{l,3}$ é o coeficiente de assimetria (“*skewness*”) de p_l , e pode ser calculado como:

$$\lambda_{l,3} = \frac{E[(pl - \mu_{pl})^3]}{\sigma_{pl}^3} = \frac{\alpha_3}{\sigma_{pl}^3} \quad (4.24)$$

Onde α_3 é o terceiro momento central com respeito ao valor médio e ao desvio padrão de pl .

Uma vez definidos os pontos $p_{l,1}$ e $p_{l,2}$, podem ser estimados os valores das funções de saída $Z_i(l, 1)$ e $Z_i(l, 2)$. Os momentos estatísticos $w_{i,k}$ (fatores de peso) são calculados da seguinte forma:

$$w_{l,k} = \frac{1}{m} (-1)^k \times \frac{\lambda_{l,3-k}}{\zeta_l} \quad (4.25)$$

Onde m é igual ao número de variáveis aleatórias de entrada com incertezas e ς_l é definido como:

$$\varsigma_l = 2 \times \sqrt{m + \left(\frac{\lambda_{l,3}}{2}\right)^2} \quad (4.26)$$

Os valores de cada $w_{l,k}$ pertencem ao intervalo $[0, 1]$ e a soma de todos deve ser igual a 1, para cada variável de entrada.

4.6.2 Esquema três pontos ($2m+1$)

O esquema de três pontos é denominado MEP $2m+1$ já que, em relação ao esquema $2m$, precisa de uma avaliação adicional da função F . No esquema $2m+1$ são empregadas três concentrações ou pontos para cada variável aleatória, neste caso, uma das concentrações é fixada no valor médio da variável de interesse.

Neste esquema, os valores de $\xi_{l,k}$ podem ser estimados da seguinte forma:

$$\xi_{l,k} = \frac{\lambda_{l,3}}{2} + (-1)^{3-k} \times \sqrt{\lambda_{l,4} - \frac{3}{4}\lambda_{l,3}^2}, \text{ com } k = 1,2. \quad (4.27)$$

$$\xi_{l,3} = 0 \quad (4.28)$$

Onde $\lambda_{l,3}$ é o coeficiente de assimetria (“*skewness*”) de p_l , calculado pela equação (4.24) e $\lambda_{l,4}$ é o coeficiente de achatamento (“*kurtosis*”), sendo calculado como:

$$\lambda_{l,4} = \frac{\alpha_4}{\sigma_{pl}^4} \quad (4.29)$$

Para este esquema, os pesos são estimados da seguinte forma:

$$w_{l,k} = \frac{(-1)^{3-k}}{\xi_{l,k}(\xi_{l,1} - \xi_{l,2})} \text{ com } k = 1,2 \quad (4.30)$$

$$w_{l,3} = \frac{1}{m} - \frac{1}{\lambda_{l,4} - \lambda_{l,3}^2} \quad (4.31)$$

Nos dois esquemas ($2m$ e $2m+1$), uma vez que as concentrações ($p_{l,k}; w_{l,k}$) são obtidas, a função F pode ser avaliada nos pontos ($\mu_{p1}, \mu_{p2}, \dots, p_{l,k}, \dots, \mu_{pm}$) obtendo-se os valores de $Z(l,k)$. Finalmente, são utilizados os fatores de peso $w_{l,k}$, e os valores de $Z(l,k)$ para estimar o j -ésimo momento das variáveis aleatórias de saída, que podem ser estimados da seguinte forma:

$$E(Z_i^j) \cong \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^3 w_{l,k} \times [Z_i(l,k)]^j \quad (4.32)$$

A partir da equação (4.32) qualquer momento da variável de saída Z pode ser estimado, bem como algumas estatísticas características. Como exemplo, a média e o desvio padrão da variável de saída Z , podem ser calculados pelas Equações (4.33)-(4.34).

$$\mu_{Z_i} = E(Z_i^1) \quad (4.33)$$

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{E(Z_i^2) - [E(Z_i^1)]^2} \quad (4.34)$$

Conforme concluem Gallego, Echeverria e Feltrin (2012), Morales e Perez-Ruiz (2007), o esquema $2m+1$ é mais preciso que o esquema $2m$ já que corresponde a uma aproximação de quarta ordem e leva em conta informações dos coeficientes de assimetria e achatamento. Além disso, só requer de uma avaliação adicional da função F para todo o processo de simulação.

4.6.3 Cumulantes e séries de expansão

Após o cálculo dos momentos pelo MEP, é necessário fazer o uso de métodos para gerar as FDPs. Isto pode ser feito através do cálculo dos cumulantes e de expansão em séries ortogonais.

O momento de uma variável aleatória de cada ordem é uma característica numérica e, de certo modo, representa a natureza da sua distribuição de probabilidade. O cumulante é também um tipo de característica numérica, que pode ser calculada a partir dos momentos de todas as ordens, não superiores à ordem de interesse.

Todo o equacionamento desta seção tem como base os estudos presentes em Wang, Song e Irving (2008) e Fan *et al.* (2012).

Os cumulantes k_n estão relacionados aos momentos α_n pela equação recursiva (4.35).

$$k_n = \alpha_n - \sum_{m=1}^{n-1} \binom{n-1}{m-1} k_m \alpha_{(n-m)} \quad (4.35)$$

Como exemplo, as relações entre os quatro primeiros cumulantes e os momentos de cada ordem são dadas abaixo pelas Equações (4.36)-(4.39):

$$k_1 = \alpha_1 = \mu \quad (4.36)$$

$$k_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \sigma^2 \quad (4.37)$$

$$k_3 = \alpha_3 - 3\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3 \quad (4.38)$$

$$k_4 = \alpha_4 - 3\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3 + 12\alpha_1^2\alpha_2 - 6\alpha_1^4 \quad (4.39)$$

Uma vez que os cumulantes foram calculados, o próximo passo é utilizá-los para gerar a distribuição de uma variável aleatória usando-se as expansões em séries ortogonais. Wang, Song e Irving (2008) elencam diversos métodos para resolver este problema. A expansão da série Gram-Charlier é um destes métodos, usada principalmente em estudos probabilísticos de fluxo de potência e custo de produção. A série de Gram-Charlier representa a função de distribuição acumulada da variável aleatória de interesse através de um somatório cujos termos são funções das derivadas da distribuição normal e dos cumulantes da variável aleatória de interesse.

Para simplificar a forma da série, define-se:

$$g_v = \frac{k_v}{\sigma^v} \quad (4.40)$$

Onde g_v é o cumulante normalizado de ordem v e σ o desvio padrão.

Com isso, a FDA da variável aleatória pode ser expressa como a expansão seguinte da série Gram-Charlier, usando os cumulantes normalizados:

$$\begin{aligned}
F(x) = & \int_x^{\infty} N(x)dx + \frac{g_3}{3!}N^{(2)}(x) - \frac{g_4}{4!}N^{(3)}(x) - \frac{g_5}{5!}N^{(4)}(x) \\
& - \frac{g_6 + 10g_3^2}{6!}N^{(5)}(x) + \frac{g_7 + 35g_3g_4}{7!}N^{(6)}(x) \\
& - \frac{g_8 + 56g_3g_5 + 35g_4^2}{8!}N^{(7)}(x) + \dots
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Onde $F(x)$ é a probabilidade quando a variável aleatória adota um valor maior ou igual a x , $N(x)$ é a FDP da distribuição normal padrão de x , dada pela equação (4.40) e $N^{(y)}(x)$ é a derivada de ordem y de $N(x)$.

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \tag{4.42}$$

Após a diferenciação da equação (4.42), tem-se:

$$N^{(y)}(x) = (-1)^y H_y(x) N(x) \tag{4.43}$$

Onde $H_y(x)$ é polinômio de Hermite, obtido pela equação (4.44).

$$H_y(x) = y! \sum_{k=0}^{y/2} \frac{(-1)^k x^{y-2k}}{2^k k! (y-2k)!} \tag{4.44}$$

Como exemplo, tem-se abaixo os cinco primeiros polinômios de Hermite, representados pelas Equações (4.45) -(4.49).

$$H_0(x) = 1 \tag{4.45}$$

$$H_1(x) = x \tag{4.46}$$

$$H_2(x) = x^2 - 1 \tag{4.47}$$

$$H_3(x) = x^3 - 3x \tag{4.48}$$

$$H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3 \tag{4.49}$$

Substituindo os polinômios encontrados pela equação (4.44) na equação (4.43) e posteriormente na equação (4.41), obtém-se a expansão de Gram-Charlier para a função distribuição acumulada, em termos do polinômio de Hermite:

$$F(x) = \int_x^{\infty} N(x)dx + N(\bar{x}) \left[\frac{g_3}{3!} H_2(\bar{x}) + \frac{g_4}{4!} H_3(\bar{x}) + \frac{g_5}{5!} H_4(\bar{x}) + \frac{g_6 + 10g_3^2}{6!} H_5(\bar{x}) + \frac{g_7 + 35g_3g_4}{7!} H_6(\bar{x}) + \frac{g_8 + 56g_3g_5 + 35g_4^2}{8!} H_7(\bar{x}) + \dots \right] \quad (4.50)$$

Onde \bar{x} é a variável aleatória normalizada dada por:

$$\bar{x} = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (4.51)$$

A fim de se obter a FDP de uma variável aleatória, observar seu comportamento gráfico e, com isso, mensurar estatísticas de interesse, é necessário expandir a função de densidade usando a série Gram-Charlier. Isto pode ser feito através da diferenciação da equação (4.50) em relação a x , resultando em:

$$f(x) = N(\bar{x}) \cdot \left[1 + \frac{g_3}{3!} H_3(\bar{x}) + \frac{g_4}{4!} H_4(\bar{x}) + \frac{g_5}{5!} H_5(\bar{x}) + \frac{g_6 + 10g_3^2}{6!} H_6(\bar{x}) + \frac{g_7 + 35g_3g_4}{7!} H_7(\bar{x}) - \frac{g_8 + 56g_3g_5 + 35g_4^2}{8!} H_8(\bar{x}) + \dots \right] \quad (4.52)$$

A Figura 4.21 ilustra o procedimento de propagação genérica de incertezas com o MEP e séries de expansão.

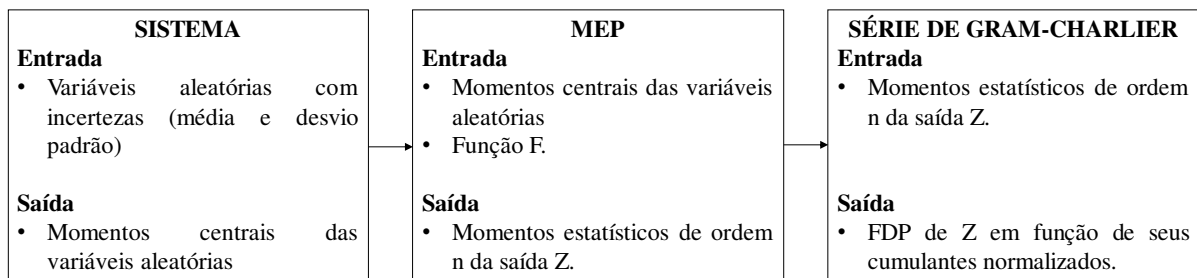


Figura 4.21 - Síntese do processo de propagação de incertezas com o MEP.

5 GPM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO CONSIDERANDO-SE INCERTEZAS NOS PARÂMETROS DO MODELO MARKOVIANO

Este capítulo descreve a aplicação dos fundamentos apresentados nos capítulos precedentes a fim de se realizar a propagação de incertezas no modelo markoviano de linha de transmissão, utilizando-se as técnicas de Amostragem no Hipercubo Latino, Conjuntos *Fuzzy* e o Método de Estimação por Pontos. Após isto, as funções objetivos resultantes da PV com incertezas são minimizadas para a otimização do intervalo de inspeção da LT.

5.1 GPM aplicado no modelo da LT

A fim de se obter o intervalo ótimo de inspeção de linhas de transmissão, pode-se caracterizar o seguinte problema de otimização como requisito para obtenção do intervalo ótimo de inspeção:

$$\text{Minimizar } \{PV(\lambda_i, \hat{\mu}_R, \hat{\mu}_i, \hat{\mu}_e, \hat{\mu}_{me}, \hat{\mu}_{md}, \bar{p}, \bar{\lambda}_d)\} \quad (5.1)$$

$$\text{Sujeito a: } \lambda_i^{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\max} \quad (5.2)$$

Onde:

- i) λ_i é a taxa de inspeção;
- ii) $\hat{\mu}_R, \hat{\mu}_i, \hat{\mu}_e, \hat{\mu}_{me}, \hat{\mu}_{md}, \bar{p}$ e $\bar{\lambda}_d$ são as demais taxas de transição do modelo, com significado dado pela Tabela 2.2. O acento circunflexo, como em $\hat{\mu}_R$, indica que uma taxa de transição foi estimada a partir de dados históricos e possui incertezas associadas com a variabilidade amostral. A barra sobre uma taxa de transição, como em $\bar{\lambda}_d$, indica que ela foi obtida via calibração ou a partir da experiência prática dos engenheiros de manutenção.
- iii) $PV(\lambda_i)$ é a parcela variável em função da taxa de inspeção, dada pela relação presente na equação (3.19);
- iv) λ_i^{\min} e λ_i^{\max} são os limites mínimo e máximo factíveis para a taxa de inspeção.

As incertezas presentes na taxa de reparo, devido à realização de um processo estocástico por um período de tempo finito, foram representadas usando-se a distribuição normal ou t de Student, a partir dos valores da média e desvio padrão dos tempos de reparo

obtidos historicamente. A escolha da distribuição depende do tamanho da amostra dos dados de falha, conforme procedimento adotado em Neves (2018) e Guia, Rodrigues e Silva (2018).

As taxas de transição não observáveis (entre estágios de degradação) foram fixadas na obtenção das equações da PV. Além disso, as incertezas relativas ao tempo de duração das inspeções e tempo de duração da manutenção foram assumidas, a partir de conhecimento prático de engenharia, sendo estas normalmente distribuídas com valor médio igual ao fornecido na Tabela 2.1 e desvio padrão igual a 10% do valor médio.

É importante destacar que a otimização do intervalo de inspeção/manutenção realizada neste trabalho (considerando-se a variabilidade nas taxas de transição) é distinta da otimização convencional (sem incertezas). A diferença está no fato de que 1000 amostras de cada uma das taxas de transição são obtidas através das técnicas de propagação de incertezas, e, após isto, são calculadas 1000 equações da PV (*fitness*) em função da taxa de inspeção (λ_i), de acordo com a equação (3.19). Cada uma destas 1000 funções é minimizada através da função nativa do MATLAB® *fminbnd*, que é baseada na otimização via interpolação parabólica e usa o método de busca da razão áurea, com os seguintes parâmetros:

- i) O número máximo de iterações é 500;
- ii) A tolerância especificada é de 10^{-4} ;
- iii) O intervalo de inspeção foi limitado inferiormente a 1 mês e superiormente a 1 ano.

A escolha de modelos de otimização para determinação do intervalo ótimo de inspeção da LT é deve-se ao fato de que estas técnicas têm sido aplicadas com sucesso na solução de problemas de alocação de recursos de manutenção para maximização da confiabilidade em redes de distribuição e gerenciamento da manutenção de equipamentos elétricos, conforme elencado em Usberti *et al.* (2015) e Anders (1990), respectivamente. A Figura 5.1 ilustra a diferença entre os processos de otimização.

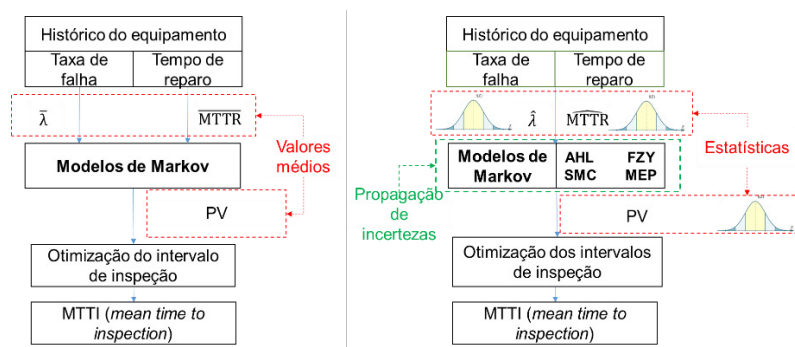


Figura 5.1 - Síntese do processo de otimização do intervalo de inspeção. O modo tradicional é visto no lado esquerdo e o modo com incertezas no lado direito.

5.1.1 Propagação via AHL

O principal pré-requisito para a AHL é definir as distribuições de probabilidade que vão representar as incertezas. Após as taxas de transição serem ajustados às distribuições apropriadas, geram-se amostras de dados de confiabilidade da linha de transmissão. Cada elemento desta amostra é usado para se determinar valores PV de acordo com a equação (3.19). Neste ponto, calculam-se índices estatísticos associados para avaliar o impacto das incertezas (entrada) na PV (saída); e, por fim estes valores da PV serão minimizados de acordo com o problema das Equações (5.1)-(5.2).

Os passos do fluxograma da Figura 5.2 resumem o processo de propagação de incertezas e otimização via AHL.

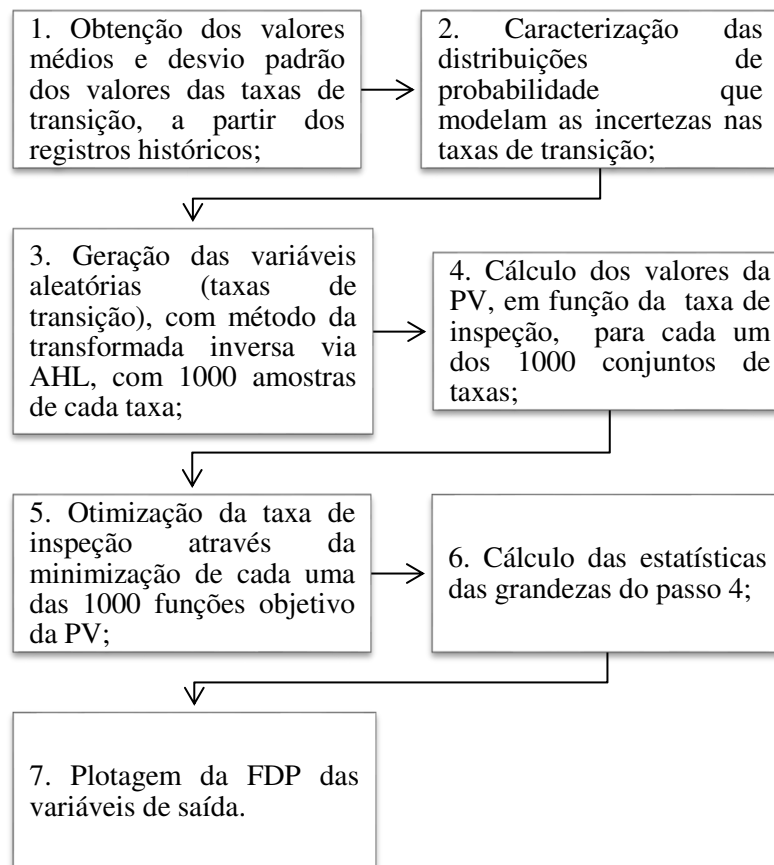


Figura 5.2 - Passos para propagação de incerteza e otimização, com o método AHL.

5.1.2 Propagação via Conjuntos Fuzzy

De acordo com Li *et al.* (2008), a média amostral do tempo de reparo pode ser calculada por uma média aritmética direta dos tempos de reparo para diferentes eventos de falhas, de acordo com a equação (5.3).

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i \quad (5.3)$$

Onde: \bar{r} é a média amostral para o tempo de reparo, r_i é o i -ésimo tempo de reparo e n é o número de reparos.

Tendo em vista se tratar de um valor médio, o intervalo de confiança para o tempo médio de reparo pode ser estimado utilizando-se a distribuição t de Student ou a distribuição normal (dependendo do tamanho da amostra), conforme descrito na seção 4.1.

Considerando-se que μ representa o tempo de reparo real esperado e s é o desvio padrão da amostra de tempo de reparo. Se para o cálculo do intervalo de confiança é utilizado a distribuição t de Student, pode-se afirmar que para um dado um nível de significância α , a variável aleatória $\frac{\bar{r}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ é localizada entre $-t_{\alpha/2}(n-1)$ e $t_{\alpha/2}(n-1)$ com a probabilidade $1 - \alpha$, onde $t_{\alpha/2}(n-1)$ é um valor tal que a integral da FDP da distribuição t de Student com $(n-1)$ graus de liberdade de $t_{\alpha/2}$ para ∞ é igual a $\alpha/2$. A equação (4.10) pode ser reescrita em termos do tempo de reparo através da equação (5.4).

$$r' = \bar{r} - t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{r} + t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = r'' \quad (5.4)$$

A equação (5.4) indica que o tempo de reparo real esperado é localizado entre os limites inferior e superior do intervalo de confiança, os quais são determinados por tempos de reparo amostrados.

Caso seja utilizada a distribuição a normal, os limites inferior e superior para o tempo de reparo real esperado podem ser obtidos de acordo com a equação (4.8), reescrita em termos do tempo de reparo na forma da equação (5.5).

$$r' = \bar{r} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{r} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = r'' \quad (5.5)$$

Onde: $Z_{\alpha/2}$ é um valor tal que a integral da FDP da distribuição normal padrão de $Z_{\alpha/2}$ até ∞ é igual a $\alpha/2$.

A partir dos valores médios e dos limitantes do intervalos de confiança para o tempo médio de reparo, é possível construir uma função de pertinência triangular para a média amostral deste parâmetro. Essa média amostral estimada (\bar{r}) têm como grau de pertinência correspondente o valor 1.

De acordo com Li *et al.* (2008), como tanto a ideia de significância quanto a ideia de grau de pertinência são conceitualmente similares, pois ambos refletem uma confiança subjetiva, adota-se o grau de pertinência como o nível de confiança.

Adota-se um valor de significância $\alpha = 5\%$. Metade do valor de α (2.5%) corresponde a uma pequena área em cada um dos dois lados da função de pertinência triangular. Deste modo, pode-se presumir que os limites superiores e inferiores obtidos a partir das equações (4.19), relacionados aos pontos ($[r', r'']$), possuem grau de pertinência $\alpha/2$. Como o valor de $\alpha/2$ é muito pequeno, para o cálculo das equações das retas a esquerda e a direita dos valores médios assume-se que os limites inferiores e superiores dos intervalos de confiança ($[r', r'']$) são os dois pontos extremos da função de pertinência triangular ($[r-, r+]$), de acordo com procedimento observado em Li *et al.* (2008) e Neves (2018).

A Figura 5.3 ilustra a função de pertinência do tempo de reparo.

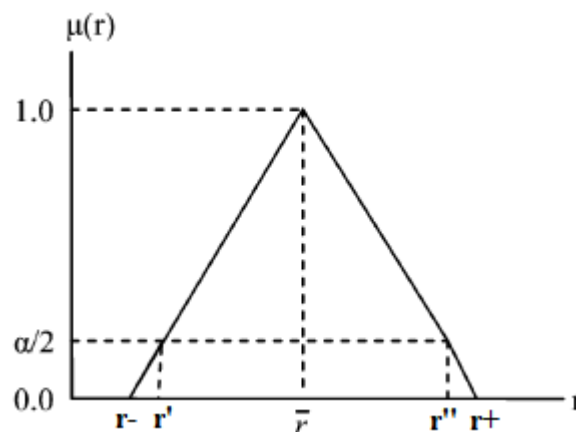


Figura 5.3 - Função de pertinência para o tempo de reparo. Adaptado de Li *et al.* (2008).

Com a função de pertinência do tempo médio reparo construídos e todos os pontos estimados, o conceito de cortes- α pode ser aplicado com o objetivo de gerar novas amostras para os dados de falha.

A aplicação do corte α consiste em dividir o intervalo $[0,1]$ que representa o grau de pertinência (eixo y) em subintervalos. Em seguida, os valores do grau de pertinência de cada subintervalo são usados para calcular o valor que corresponde aos dados de falha (tempo de reparo). Devido a forma triangular da função de pertinência, as equações da reta a esquerda e a direita da média são aplicadas para encontrar os dois valores do tempo de reparo que correspondem a cada valor do grau de pertinência correspondente.

Através da Figura 5.3, pode-se encontrar as equações das retas. O coeficiente angular de uma reta genérica que passe pelos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) pode ser definido como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (5.6)$$

Da mesma maneira, o coeficiente linear pode ser dado por:

$$n = y_1 - mx_1 \quad (5.7)$$

Na Figura 5.3, para a reta à esquerda da média, temos: $(x_1, y_1) = (r', 0)$ e $(x_2, y_2) = (\bar{r}, 1)$ e para a reta à direita $(x_1, y_1) = (\bar{r}, 1)$ e $(x_2, y_2) = (r'', 0)$. Com isso, as equações da reta podem ser dadas pelas Equações (5.8)-(5.9).

$$r_1 = \frac{\alpha + m_1 r'}{m_1} \quad (5.8)$$

$$r_2 = \frac{(\alpha - 1) + m_2 \bar{r}}{m_2} \quad (5.9)$$

Onde:

- i) α é o grau de pertinência (localizado no eixo y);
- ii) m_1 é o coeficiente angular da reta a esquerda da média;
- iii) m_2 é o coeficiente angular da reta a direita da média;
- iv) r' é o limite inferior do intervalo de confiança calculado para o tempo de reparo;
- v) \bar{r} é a média amostral calculada para o tempo de reparo;

- vi) r_1 é o valor do tempo de reparo para a reta a esquerda da média, para um determinado grau de pertinência α (localizado no eixo x);
- vii) r_2 é o valor do tempo de reparo para a reta a direita da média, para um determinado grau de pertinência α (localizado no eixo x);

O fluxograma da Figura 5.4 resume o procedimento descrito anteriormente.

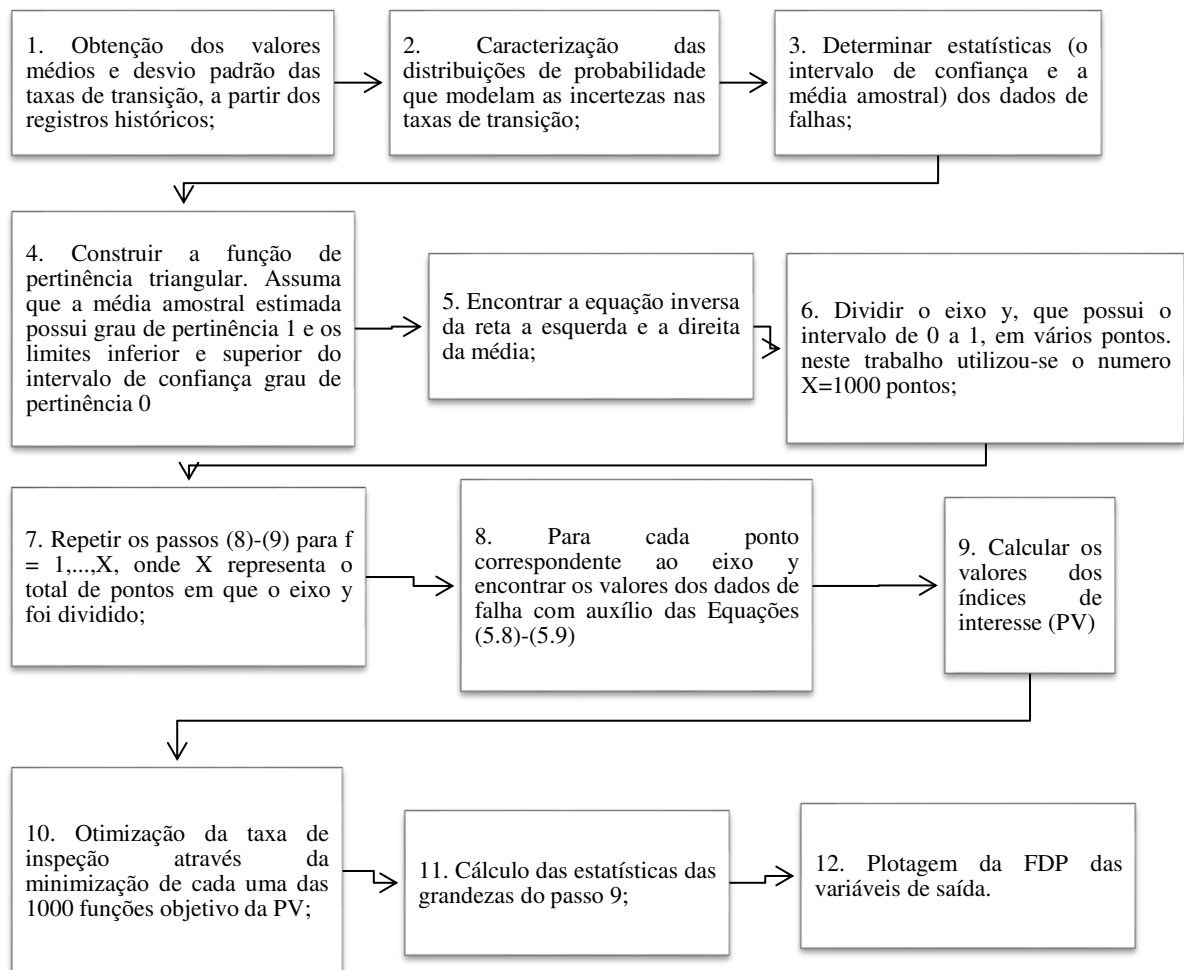


Figura 5.4 - Passos para propagação de incerteza e otimização, com o método de conjuntos *fuzzy*.

5.1.3 Propagação via MEP

A fim de realizar a propagação de incertezas originárias das variáveis aleatórias de entradas (taxas do modelo markoviano), utilizou-se neste trabalho os dois esquemas do MEP: MEP $2m$ e MEP $2m+1$.

Em síntese, a utilização do MEP para o GPM baseia-se no cálculo dos momentos estatísticos da PV, a partir dos momentos centrais das taxas de transição, propagando então as incertezas nessas taxas. Após isto, os momentos são minimizados a fim de se obter o intervalo ótimo de inspeção, podendo-se obter com eles a FDP respectiva e verificar as estatísticas pertinentes, como intervalos de confiança, valores médios, etc.

O fluxograma da Figura 5.5 ilustra os passos adotados para obtenção dos momentos da PV, utilizando-se o MEP $2m$.

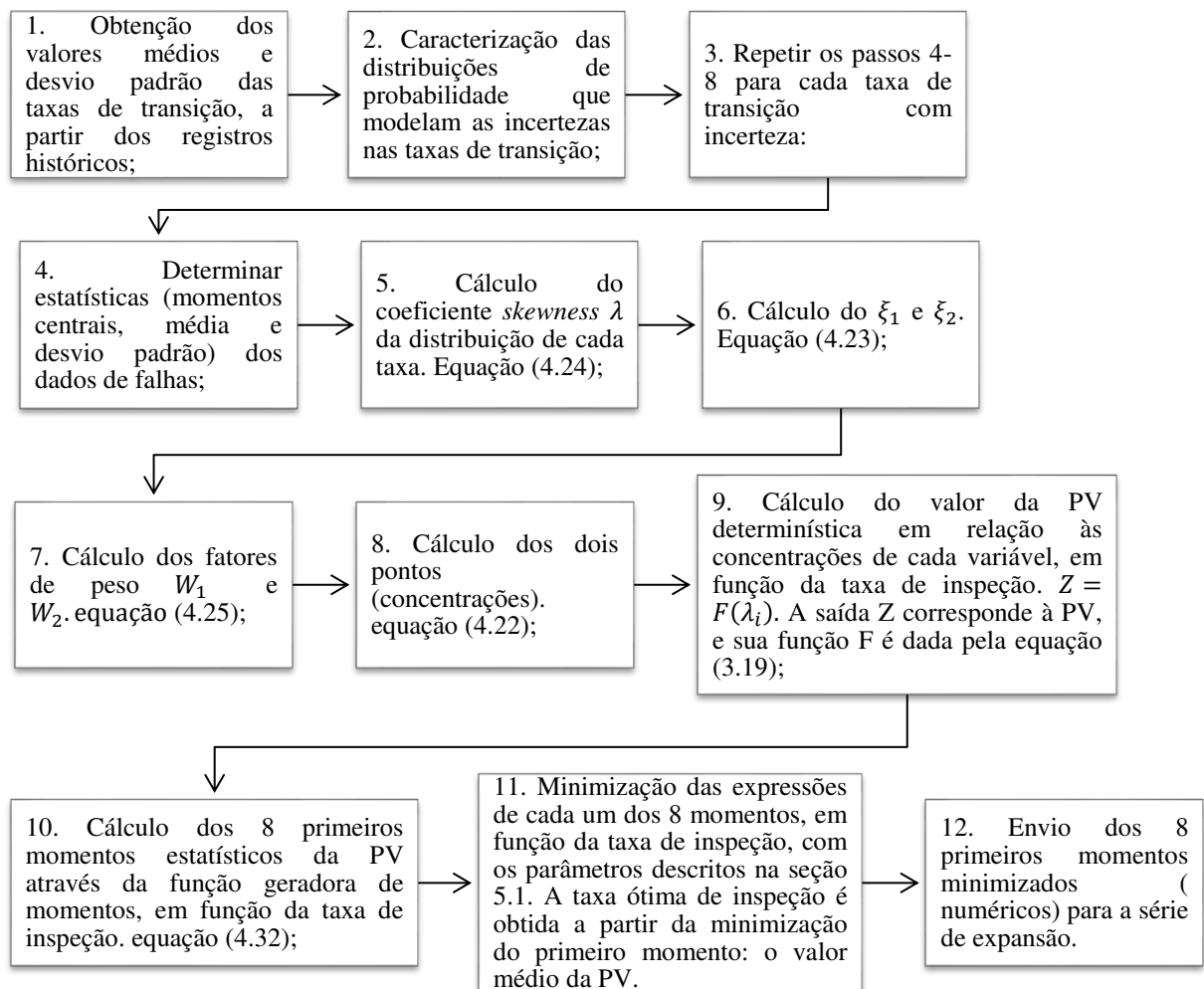


Figura 5.5 - Fluxograma para obtenção dos momentos pelo MEP $2m$.

De maneira similar, a implementação do MEP $2m+1$ para propagação de incertezas pode ser entendida a partir da execução dos passos previstos no fluxograma seguinte da Figura 5.6.

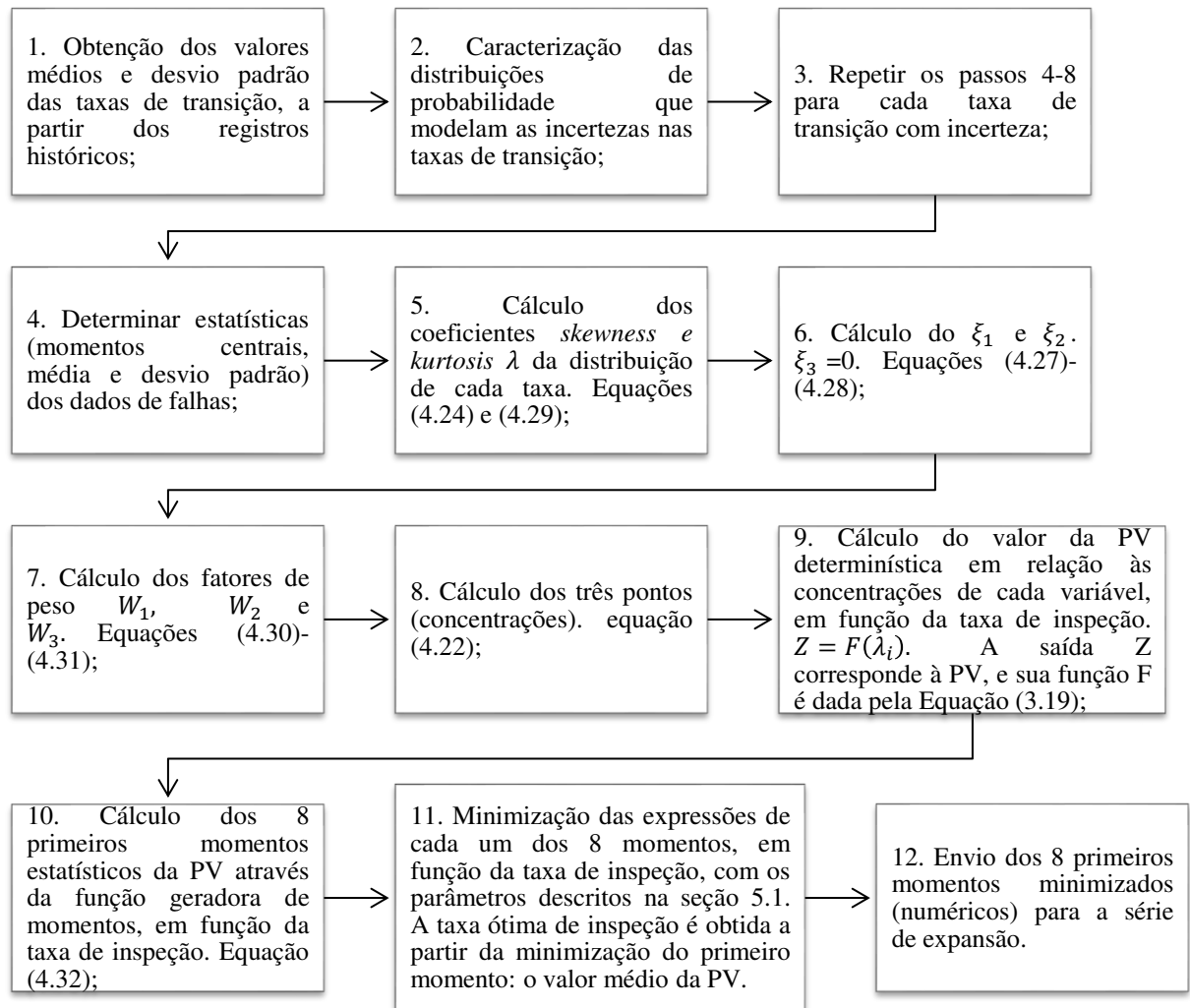


Figura 5.6 - Fluxograma para obtenção dos momentos pelo MEP $2m+1$.

Após o referido cálculo dos momentos pelo esquema $2m$ ou $2m+1$, é necessário fazer o uso de métodos de visualização das formas das FDPs, através do cálculo dos cumulantes e uso da série de expansão de Gram-Charlier. O fluxograma da Figura 5.7 ilustra os passos adotados para a plotagem da PDF a partir dos momentos numéricos da PV.

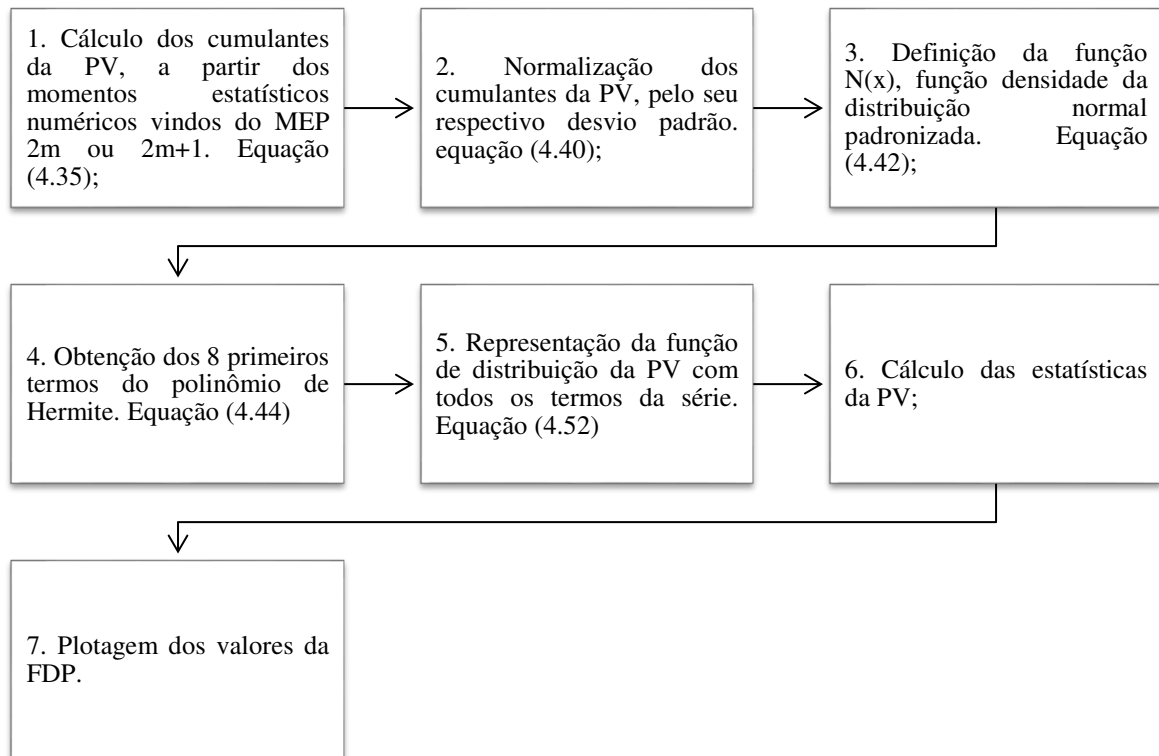


Figura 5.7 - Passos para obtenção da FDP da PV pelos MEPs.

De maneira geral, a Figura 5.8 resume o funcionamento do MEP, nos dois esquemas, para o GPM de linhas de transmissão.

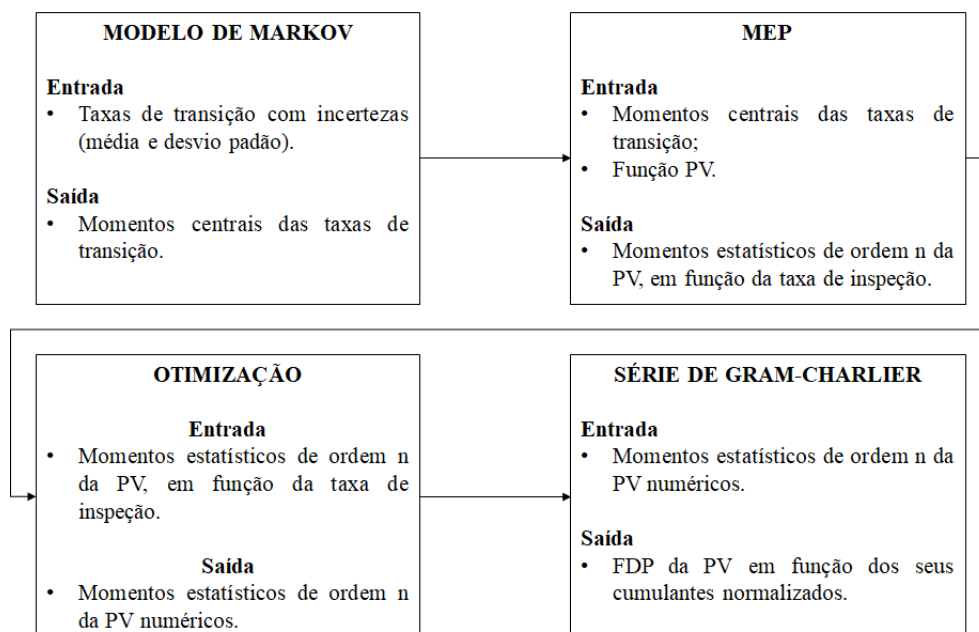


Figura 5.8 - Resumo do MEP para o GPM de linhas de transmissão.

6 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados dos testes obtidos com a técnica de GPM para linhas de transmissão. A implementação desta metodologia foi realizada usando o *software* MATLAB®. A propagação de incertezas, a avaliação dos impactos destas na Parcela Variável, e a otimização do intervalo de inspeção foram realizadas no modelo markoviano da Figura 2.5.

Os resultados obtidos são apresentados da seguinte forma:

- i) A seção 6.1 apresenta os resultados obtidos através da calibração da taxa de degradação, bem como desenvolve uma análise sobre o comportamento dos estados modelo da linha de transmissão usado nos testes;
- ii) A seção 6.2 apresenta os resultados obtidos na propagação de incertezas e realiza uma análise comparativa entre os métodos empregados;
- iii) A seção 6.3 apresenta os resultados globais do GPM em termos do intervalo de inspeção obtido através do procedimento de otimização.

6.1 Calibração da taxa de degradação e análise dos estados

A partir do modelo da Figura 2.5 utilizado para o GPM, pode-se encontrar as probabilidades de estado, e, conseqüentemente, pode-se obter a expressão de índices de confiabilidade (indisponibilidade, parcela variável, etc.) em função destas probabilidades. Deve-se destacar que as probabilidades de estado são dependentes das taxas de transição do modelo markoviano, dentre elas a taxa de inspeção.

De acordo com Endrenyi *et al.* (2001), existem, essencialmente, duas maneiras de definir os estágios de degradação: por duração (o segundo estágio é alcançado, em média, em três anos, o terceiro em seis e assim por diante), ou por sinais físicos (corrosão, desgaste, etc.). Em aplicações práticas, como neste trabalho, utiliza-se a segunda abordagem que, necessita do uso de inspeções periódicas para determinar o estágio de deterioração que o equipamento atingiu. Ao utilizar essa abordagem, os tempos médios entre os estágios são selecionados a partir de dados de desempenho ou por julgamento com base na experiência. Além disso, as rotinas de manutenção empregadas nos vários estágios também podem ser diferentes.

Neste sentido, as taxas de falha de degradação das LTs não são observáveis diretamente, uma vez que os defeitos internos e a condição das linhas de transmissão e seus subconjuntos são parcialmente monitorados. Em consequência, a taxa de degradação (λ_d) deve ser estimada a partir de outras variáveis observáveis, utilizando-se as equações do modelo,

conforme explanam Rodrigues e Silva (2013). As variáveis observáveis são ocorrências e durações de eventos visíveis, tais como tempo médio de reparo, periodicidade de inspeção, tempo médio da inspeção, etc.

As empresas transmissoras tendem a armazenar os dados históricos das falhas nos componentes. Essa informação pode ser utilizada para ajustar as taxas de degradação dos componentes de tal forma que os índices calculados pelo modelo sejam os mais próximos possíveis dos índices históricos (apurados ou medidos). Este processo de ajuste dos dados de falha dos modelos de confiabilidade preditiva é denominado de calibração.

A probabilidade do estado de falha pode ser obtida através da divisão do tempo total de permanência neste estado pelo intervalo total de observação, utilizando-se os valores apurados da linha de transmissão presentes na seção 2.2, conforme descreve a equação (6.1).

$$P_{4_NUM} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{falhas}^{hist}} MTTR_i^{hist}}{8760 \times N_{anos}^{hist}} = \frac{N_{falhas}^{hist} \times \widehat{MTTR}_i^{hist}}{8760 \times N_{anos}^{hist}} \quad (6.1)$$

Onde:

- i) N_{falhas}^{hist} é o número de falhas observado nos dados históricos;
- ii) N_{anos}^{hist} é o número de anos associado com os dados históricos;
- iii) $MTTR_i^{hist}$ é o tempo médio de reparo associado com a falha i nos dados históricos;
- iv) $\widehat{MTTR}_i^{hist} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{falhas}^{hist}} MTTR_i^{hist}}{N_{falhas}^{hist}}$ é o tempo médio de reparo estimado a partir dos dados históricos.

Para a realização deste processo de calibração foi considerado um tempo total de 7 anos, com a ocorrência de 14 falhas com durações médias de 0,5407h. Com isso, a equação (6.1) torna-se:

$$P_{4_NUM} = \frac{N_{falhas}^{hist} \times \widehat{MTTR}_i^{hist}}{8760 \times N_{anos}^{hist}} = \frac{14 \times 0,5407}{8760 \times 7} = 123,4508 \times 10^{-6} \quad (6.2)$$

A partir da matriz da equação (2.32) e da teoria de processos de Markov, pode-se encontrar a expressão literal da probabilidade do estado 4 em função da taxa de degradação, substituindo-se os valores das demais taxas presentes na Tabela 2.4. A expressão algébrica

referente à equação (6.3) abaixo foi omitida devido à sua complexidade em número de termos e operações.

$$P_{4_LIT} = f(\lambda_d) \quad (6.3)$$

Igualando-se as expressões das Equações (6.2) e (6.3) e, resolvendo a equação não linear resultante em termos de λ_d , pode-se encontrar o valor da taxa de degradação desejada. Neste caso prático foi utilizada a função *solve* do MATLAB® para resolver tal equação, sendo obtido o valor da taxa de aproximadamente $7,9270 \times 10^{-4} h^{-1}$.

Graficamente, o resultado também é obtido variando-se a taxa de degradação em um intervalo pré-especificado até que a probabilidade de falha calculada esteja muito próxima da probabilidade de falha observada. Após isto, utiliza-se um método numérico para encontrar a raiz da equação (6.3). A Figura 6.1 ilustra este entendimento.

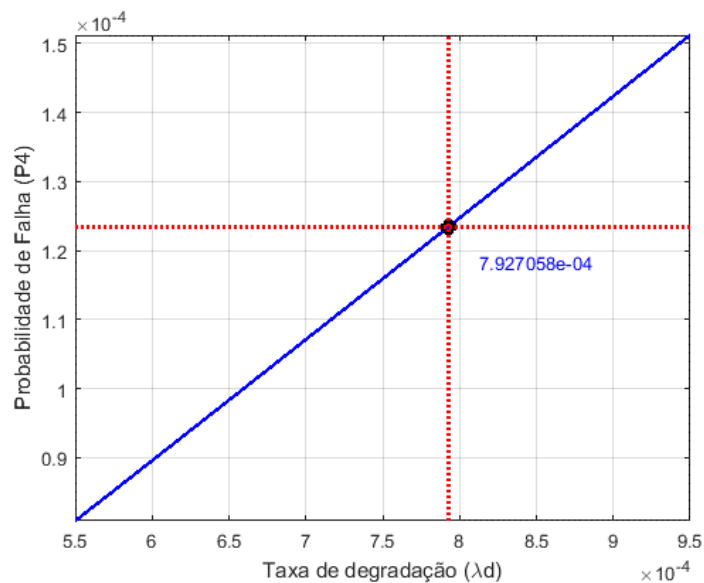


Figura 6.1 - Processo gráfico de calibração da taxa de degradação.

Após a calibração da taxa de degradação do modelo, pode-se avaliar as probabilidades de regime permanente dos estados em função do intervalo entre as inspeções. A Figura 6.2 ilustra o comportamento das probabilidades dos estados operativos 1 a 3, de acordo com a variação no intervalo de inspeção.

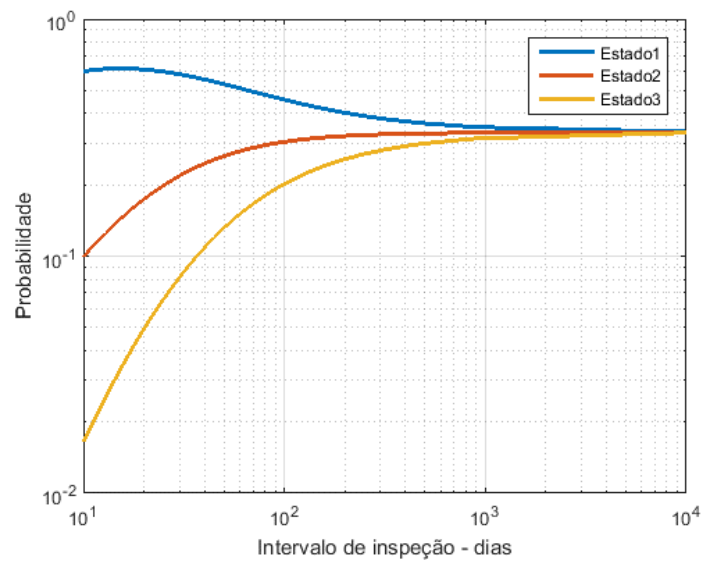


Figura 6.2 - Comportamento dos estados 1 a 3 com a variação do intervalo de inspeção. Gráfico em escala logarítmica.

A partir da análise da Figura 6.2, é possível observar que à medida que o intervalo de inspeção é aumentado, ou taxa de inspeção diminuída, a probabilidade de ocorrência do estado 1 diminui, enquanto que o inverso ocorre com os demais estados operativos 2 e 3. Tal fato pode ser entendido devido o processo de degradação, que tende a deteriorar a condição do equipamento, levando-o para longe do estado 1 (“*as good as new*”).

Em uma mesma linha de raciocínio, a Figura 6.3 ilustra o comportamento das probabilidades dos estados que representam manutenção com linha energizada.

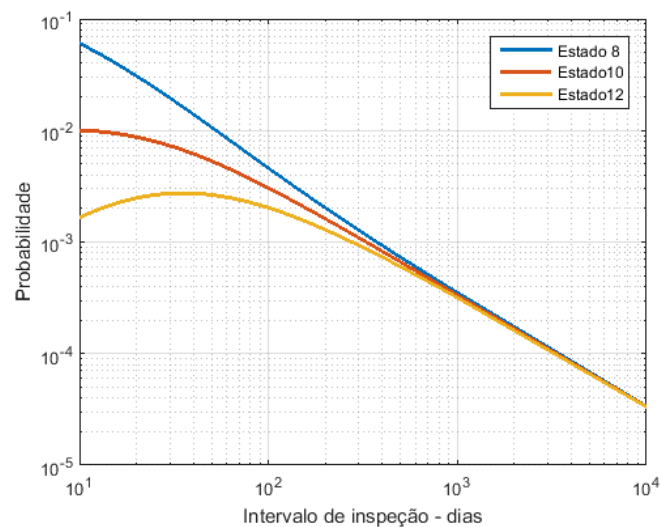


Figura 6.3 - Comportamento dos estados 8,10 e 12 com a variação do intervalo de inspeção. Gráfico em escala logarítmica.

Como pode-se observar na Figura 6.3, à medida que se aumenta o intervalo entre as inspeções, diminui-se a probabilidade de detecção de itens com degradação, e, conseqüentemente, diminui-se a probabilidade de ocorrência de manutenção em linha energizada. Castro (2012) destaca que tal fato é desvantajoso, visto que a não detecção de itens degradados poderá levar ao desligamento indevido do equipamento numa ocorrência de falha, representada pelo estado 4.

Observando-se agora o gráfico das componentes da indisponibilidade (probabilidades dos estados 4, 14, 15 e 16) na Figura 6.4, verifica-se que seu comportamento inicialmente é mais influenciado pelos estados 14 a 16, pois à medida que o intervalo aumenta, a probabilidade desses estados tende a diminuir, já que menos manutenções serão realizadas. Contrariamente, a probabilidade do estado 4 (estado de falha) tende a se elevar ao longo do incremento do intervalo de manutenção, devido aos efeitos que ocorrem na confiabilidade do equipamento pela falta de manutenção preventiva regular. Essas componentes com comportamentos adversos (com probabilidades crescentes e decrescentes na mesma composição), ao serem somadas, causam um ponto de inflexão na curva da indisponibilidade resultante. Este ponto tem sido utilizado nos GPM tradicionais (sem incertezas nas taxas de transição) como intervalo ótimo de inspeção. Uma visualização mais detalhada e ampliada do ponto de inflexão da indisponibilidade é apresentada na Figura 6.5.

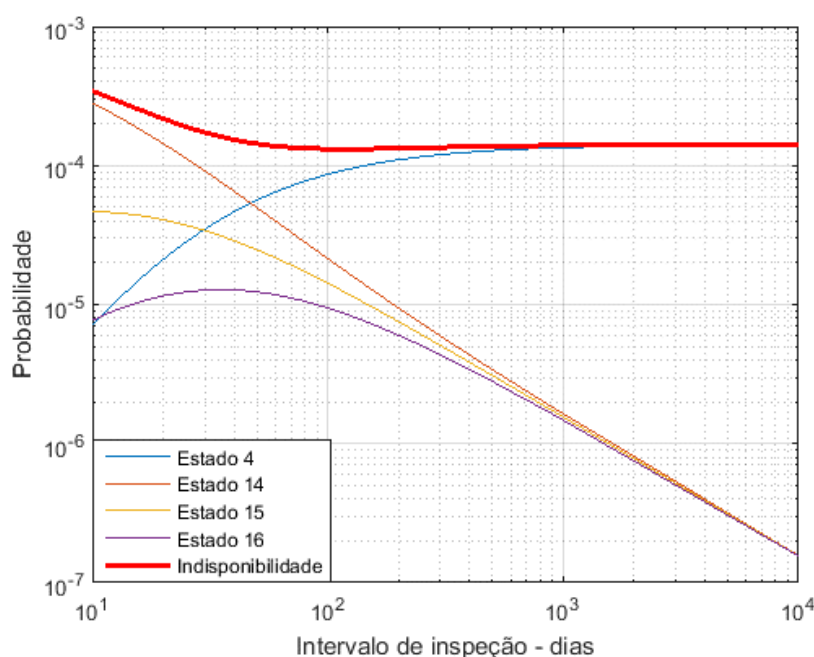


Figura 6.4 - Comportamento da indisponibilidade e suas componentes com a variação do intervalo de inspeção. Gráfico em escala logarítmica.

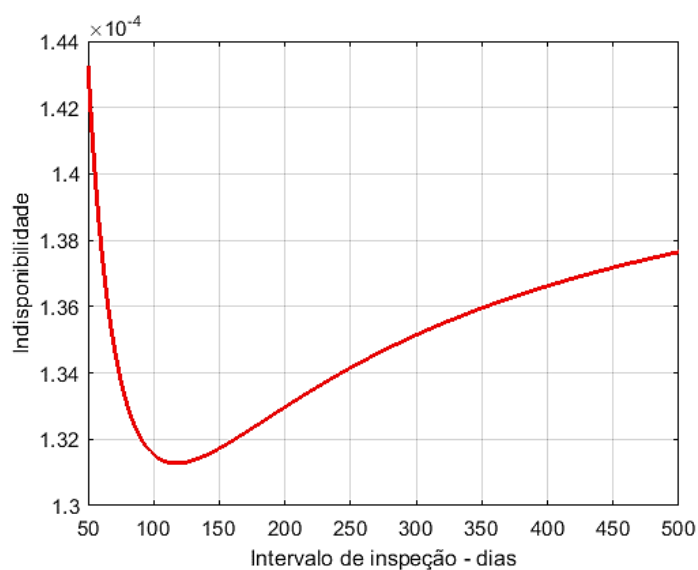


Figura 6.5 - Comportamento da indisponibilidade com a variação do intervalo de inspeção.

6.2 Propagação de incertezas

As incertezas foram propagadas no modelo em estudo através da equação da PV em função da taxa de inspeção, descrita pela equação (3.19).

A Figura 6.6 ilustra o resultado da propagação de incertezas das taxas de transição (variáveis de entrada) para a parcela variável (variável de saída) via SMC, que é um método padrão de propagação de incertezas, visando-se uma análise comparativa. O intervalo de confiança é ilustrado através das retas verticais vermelhas e foi tomado para um nível de confiança de 95%.

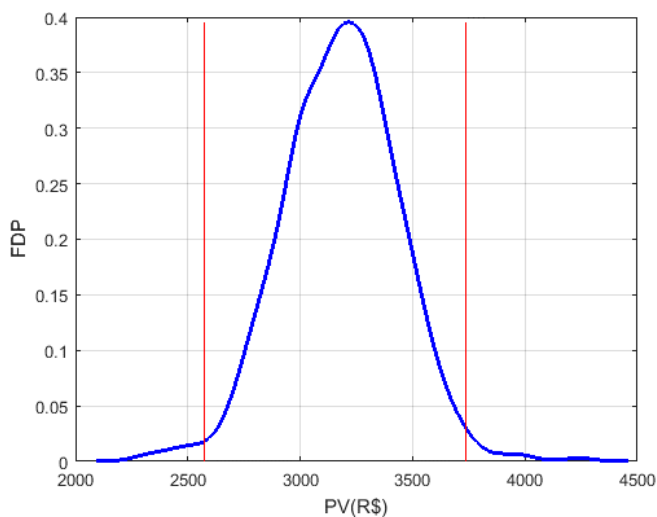


Figura 6.6 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via SMC.

Do mesmo modo, a Figura 6.7 ilustra o resultado da propagação da incerteza na parcela variável do modelo markoviano da LT, via AHL. O intervalo de confiança é ilustrado através das retas verticais vermelhas e foi tomado para um nível de confiança de 95%.

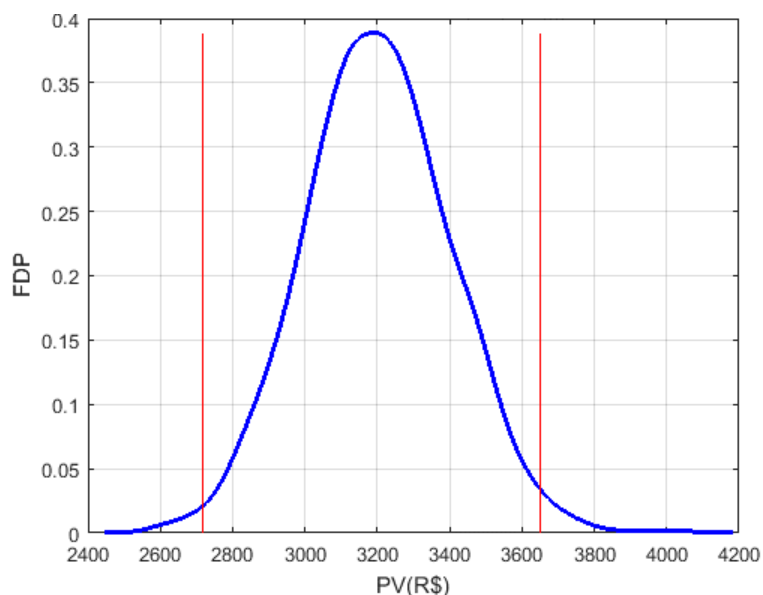


Figura 6.7 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via AHL.

A Figura 6.8 ilustra o resultado da propagação da incerteza na variável de saída do modelo markoviano de LT (parcela variável), via Conjuntos *Fuzzy*. O intervalo de confiança é ilustrado através das retas verticais vermelhas e foi tomado para um nível de confiança de 95%.

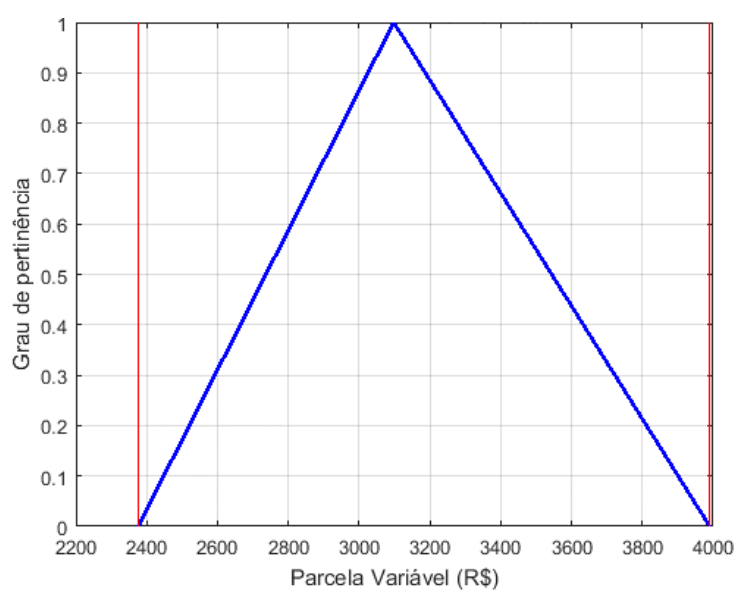


Figura 6.8 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via Conjuntos *Fuzzy*.

Por fim, a Figura 6.9 e a Figura 6.10 ilustram os resultados da propagação de incertezas e otimização do intervalo de inspeção utilizando-se os MEP $2m$ e $2m+1$, respectivamente. O intervalo de confiança é ilustrado através das retas verticais vermelhas e foi tomado para um nível de confiança de 95%.

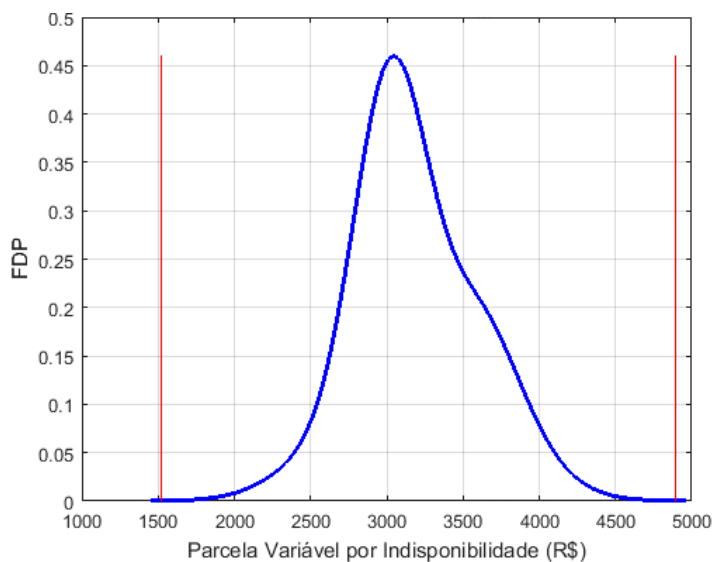


Figura 6.9 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via MEP $2m$.

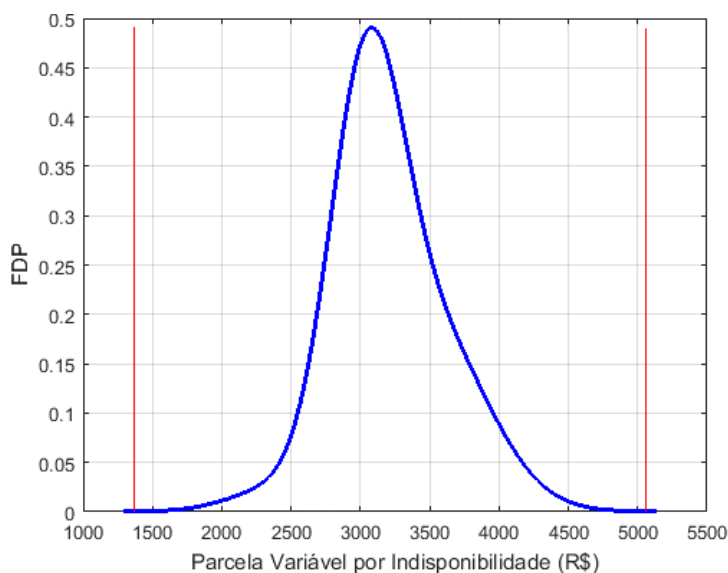


Figura 6.10 - Resultado da propagação de incertezas na variável na PV via MEP $2m+1$.

A partir da análise das figuras anteriores, observa-se que existe dispersão dos valores da PV em torno de seu valor médio, causada pela presença das incertezas inerentes às taxas, ou seja, pode-se obter valores de PV diferentes para um mesmo intervalo de inspeção. A Tabela 6.1 elenca o resultado de parâmetros estatísticos calculados para a parcela variável, de

acordo com o método de propagação empregado. Apresenta também o índice de dispersão, que é definido pela diferença entre o limite superior e o inferior do intervalo de confiança dividida pela média. Nessa tabela, observa-se que o mesmo valor do intervalo ótimo de inspeção é obtido para todas as variações nas taxas de transição, independentemente do método de propagação de incertezas.

Tabela 6.1 - Resultado de estatísticas para diferentes métodos de propagação. Em ambas as metodologias o mesmo intervalo de inspeção foi encontrado.

Estatística	Técnica de propagação empregada				
	SMC	AHL	Fuzzy	MEP 2m	MEP 2m+1
Valor médio da PV minimizada ($\times 10^3$)	3,162150	3,176229	3,097601	3,211797	3,204867
Desvio padrão ($\times 10^2$)	3,058733	2,427126	ND	4,811932	4,391992
Limite inferior do intervalo de confiança ($\times 10^3$)	2,574662	2,715732	2,375894	1,364793	1,519052
Limite superior do intervalo de confiança ($\times 10^3$)	3,737137	3,649864	3,990583	5,058801	4,890682
Índice de dispersão (%)	36,762150	29,410079	52,127068	115,013764	105,203442
Esforço computacional (s)	150,774250	168,769329	176,117286	48,891967	56,403130
Intervalo ótimo de inspeção (dias)	69,3220	69,3220	69,3220	69,3220	69,3220

A Tabela 6.2 apresenta as variações entre os valores obtidos para as estatísticas com os métodos de propagação empregados, na forma de erros relativos com relação a SMC. A determinação desses erros é importante, pois permite avaliar qual método é mais adequado para avaliar os impactos das incertezas nas previsões realizadas pelo modelo. De maneira genérica, um erro relativo (ϵ) de uma estatística qualquer (E_X), em relação à mesma estatística obtida pela SMC (E_{MC}) pode ser calculado pela equação (6.4).

$$\varepsilon = \frac{E_X - E_{MC}}{E_{MC}} \times 100\% \quad (6.4)$$

Tabela 6.2 - Variação percentual das grandezas entre os métodos, em forma de comparativo com SMC.

Estatística (E_X)	Técnica de propagação empregada			
	AHL	<i>Fuzzy</i>	MEP 2m	MEP 2m+1
Valor médio da PV minimizada ($\times 10^3$)	0,445%	-2,041%	1,570%	1,351%
Desvio padrão ($\times 10^2$)	-20,649%	ND	57,318%	43,589%
Limite inferior do intervalo de confiança ($\times 10^3$)	5,479%	-7,720%	-46,991%	-41,000%
Limite superior do intervalo de confiança ($\times 10^3$)	-2,335%	6,782%	35,366%	30,867%
Índice de dispersão	-19,999%	41,795%	212,859%	186,173%
Esforço computacional (s)	11,935%	16,809%	-67,573%	-62,591%
Intervalo ótimo de inspeção (dias)	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%

Pela análise das tabelas anteriores pode-se perceber que os intervalos de confiança estimados através da AHL são mais precisos que aqueles obtidos via conjuntos *fuzzy* e via MEPs. Por exemplo, verifica-se que o erro relativo dos intervalos de confiança e do valor médio associados com os conjuntos *fuzzy* e do MEP são superiores ao do Hipercubo Latino, em comparação com a SMC. Os erros elevados associados com conjuntos *fuzzy* e MEP foram causados pelos seus intervalos de confiança terem maiores amplitudes do que os do Hipercubo Latino e Monte Carlo, conforme pode ser observado pela magnitude do índice de dispersão.

Ainda em relação ao índice de dispersão e esforço computacional, observa-se que o AHL possui um índice de dispersão menor que SMC e MEP, porém com um custo computacional maior em relação a SMC. Tal fato deve-se ao fato de que, conforme comentado nas seções anteriores, a AHL possui amostragem estratificada, com os pontos mais espalhados na geração de números aleatórios, ajudando a diminuir sua dispersão. Isto, no entanto, faz com que o algoritmo de geração destes números leve mais tempo para seu processamento, pois precisa ter a capacidade de analisar os estratos para produzir amostras mais bem distribuídas.

Nesse mesmo aspecto, relativo a esforço computacional, verifica-se que a técnica de conjuntos *fuzzy* possui o pior desempenho. Isto deve-se ao fato de que mais operações são

necessárias para construção das funções de pertinência das variáveis, bem como a otimização é feita duplamente nas amostras que compõem as retas à direita e à esquerda da média. De maneira contrária, os MEP $2m$ e $2m+1$ apresentam melhor desempenho em termos de esforço computacional, pois se baseiam em técnicas analíticas. As técnicas analíticas possuem vantagem, neste aspecto, em relação a simulação estocástica, já que representam o sistema por um modelo matemático e calculam os índices de confiabilidade a partir deste modelo com o uso de soluções matemáticas.

Ainda em relação ao MEP, comparando-se apenas seus dois esquemas, observa-se que o MEP $2m+1$ é mais preciso que o $2m$, conforme também apontado pelas referências citadas nos capítulos precedentes. No $2m+1$, todos os valores de erros relativos com relação a SMC são menores do que o esquema $2m$. Todavia, o custo computacional do esquema $2m+1$ é maior do que o do $2m$, pois no esquema $2m+1$ é executada uma avaliação a mais da função PV para cada taxa de transição com incerteza.

6.3 Intervalo de inspeção

Todas as técnicas usadas no GPM sob incerteza da linha de transmissão resultaram em uma taxa ótima de inspeção de $6,0106 \times 10^{-4} h^{-1}$, ou seja, a um intervalo ótimo de 69,3220 dias.

Com o objetivo de melhorar o entendimento dos resultados, define-se o problema de otimização sem incertezas (6.5)-(6.6) a partir do problema (5.1)-(5.2), aplicando-se às taxas os seus valores médios, presentes na Tabela 2.4. Dessa forma, tem-se:

$$\text{Minimizar } \{PV(\lambda_i, \overline{\mu}_R, \overline{\mu}_v, \overline{\mu}_e, \overline{\mu}_{me}, \overline{\mu}_{md}, \overline{p}, \overline{\lambda}_d)\} \quad (6.5)$$

$$\text{Sujeito a: } \lambda_i^{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\max} \quad (6.6)$$

Onde:

- i) λ_i é a taxa de inspeção;
- ii) $\overline{\mu}_R, \overline{\mu}_v, \overline{\mu}_e, \overline{\mu}_{me}, \overline{\mu}_{md}, \overline{p}$ e $\overline{\lambda}_d$ são os valores médios das demais taxas de transição do modelo, com significado dado pela Tabela 2.2.
- iii) $PV(\lambda_i)$ é a parcela variável em função da taxa de inspeção, dada pela relação presente na equação (3.19);
- iv) λ_i^{\min} e λ_i^{\max} são os limites mínimo e máximo factíveis para a taxa de inspeção.

A partir da resolução do problema das Equações (6.5)-(6.6) via minimização da PV, obtém-se uma PV mínima de $R\$ 3,1538 \times 10^3$ e uma taxa ótima de inspeção de $4,7462 \times 10^{-4} h^{-1}$, equivalente a um intervalo ótimo de 87,7892 dias. A sensibilidade da PV sem incertezas com o intervalo de inspeção pode ser vista na Figura 6.11.

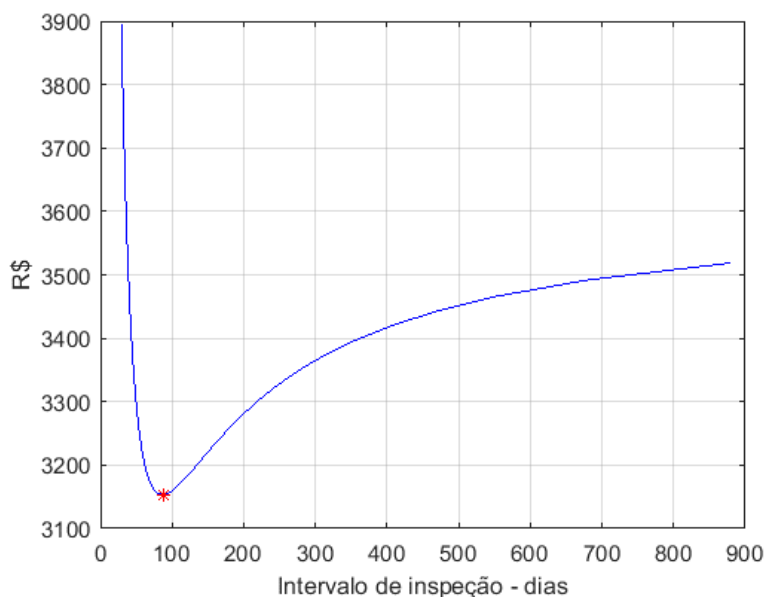


Figura 6.11 - Resultado da minimização da PV sem incertezas.

Devido à não linearidade da função objetivo que representa a PV, definida na equação (3.19), e a variabilidade nas taxas de transição, pode-se observar que as incertezas alteram a gama de valores obtidos no processo de otimização, em relação à otimização sem incertezas, causando uma variação no valor médio da PV minimizada de 0,26% (SMC), 0,71% (AHL), -1,78% (conjuntos *fuzzy*), 1,84% (MEP $2m$), 1,62% (MEP $2m+1$) e uma variação de -21% no valor do intervalo de inspeção resultante (87,7892 dias sem incertezas versus 69,322 com incertezas). Ou seja, a presença das incertezas claramente interfere na obtenção do intervalo ótimo de inspeção; e, portanto, torna-se necessário considerá-las na formulação de problemas de otimização referentes ao GPM.

Analisando a Figura 6.12, que traz o comportamento das componentes da PV apresentadas nas Equações (3.3)-(3.4), verifica-se que a parcela da PV referente a desligamentos programados (curva azul) tende a diminuir à medida que se estende o intervalo de inspeção, pois menos inspeções serão feitas em cada período; já a parcela da PV referente a outros desligamentos (curva vermelha) tende a aumentar à medida em que se aumenta o

intervalo entre as inspeções. Isto convalida o resultado obtido do intervalo de inspeção, pois este encontra-se numa região de ajuste, onde os valores pagos da PV tendem a se manter próximos.

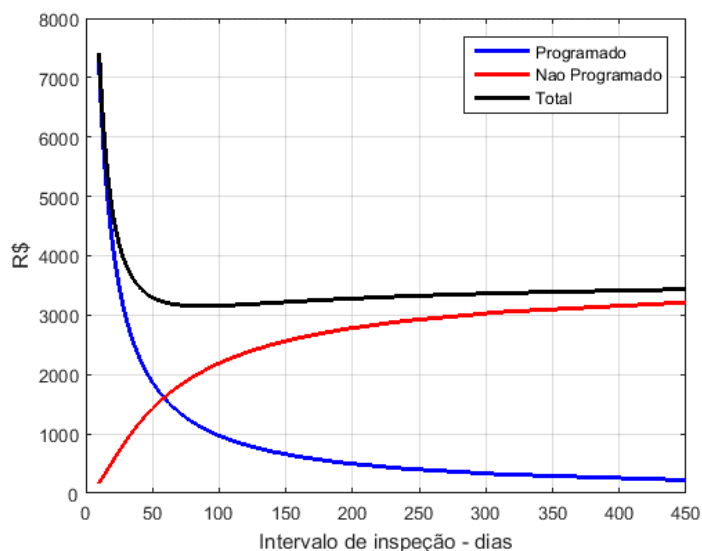


Figura 6.12 - Variação das componentes da PV com o intervalo de inspeção.

De fato, isso é facilmente observável na Figura 6.13, onde verifica-se que o percentual da PV programada ($E[PV^P]/E[PV]$) diminui com o aumento do intervalo de inspeções, e o percentual da PV devido a desligamentos não programados aumenta com o aumento do intervalo de inspeções.

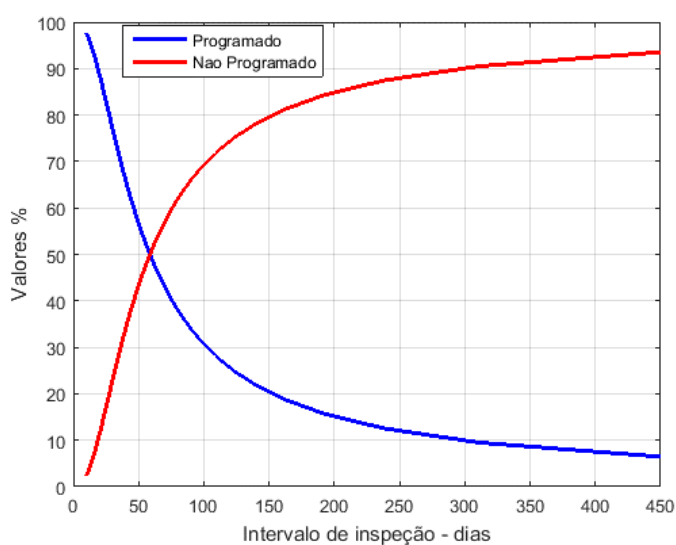


Figura 6.13 - Comportamento dos percentuais das componentes da PV, em relação ao valor total.

A Tabela 6.3 apresenta resultados de otimização para diferentes cenários (diferentes funções objetivos), a fim de avaliar a importância do método de GPM proposto. Esta avaliação é realizada considerando-se os seguintes casos de estudo:

- i) Caso A: é o intervalo de inspeção recomendado por normas da ANEEL, presentes na referência Agência Nacional de Energia Elétrica (2015), que regulamentam os requisitos mínimos de manutenção e o monitoramento da manutenção de instalações de transmissão de rede básica;
- ii) Caso B: é o intervalo de inspeção obtido através da minimização da indisponibilidade sem incertezas, com função objetivo definida na equação (2.33);
- iii) Caso C: é o intervalo de inspeção obtido através da minimização da PV com incertezas, com problema de otimização definido nas equações (5.1)-(5.2), que é o modelo proposto nesta dissertação.

Tabela 6.3 - Resultados de otimização para diversos casos.

	Casos		
	A	B	C
Intervalo otimizado (dias)	365	116	69
PV (x10³ R\$)	3,4019	3,1771	3,1621

Comparando-se os valores de intervalo de inspeção obtidos na Tabela 6.3, observa-se que o método de otimização proposto neste trabalho é o mais adequado por levar em conta aspectos técnicos e financeiros da gestão de ativos, além de determinar o intervalo de inspeção que possua o menor custo total em relação às abordagens descritas na revisão bibliográfica deste trabalho, portanto, sendo mais robusto em relação à minimização tradicional da indisponibilidade (ou maximização da disponibilidade).

Além disso, um outro ponto importante a se analisar é o comportamento do percentual associado com às componentes da PV (devido a desligamentos programados e devido a outros desligamentos) para cada um dos casos descritos anteriormente. A Figura 6.14 ilustra este comparativo e a Tabela 6.4 apresenta a variação dos valores das componentes da PV, em um comparativo entre os casos tradicionais (A e B) versus o GPM empregado neste trabalho (caso C).

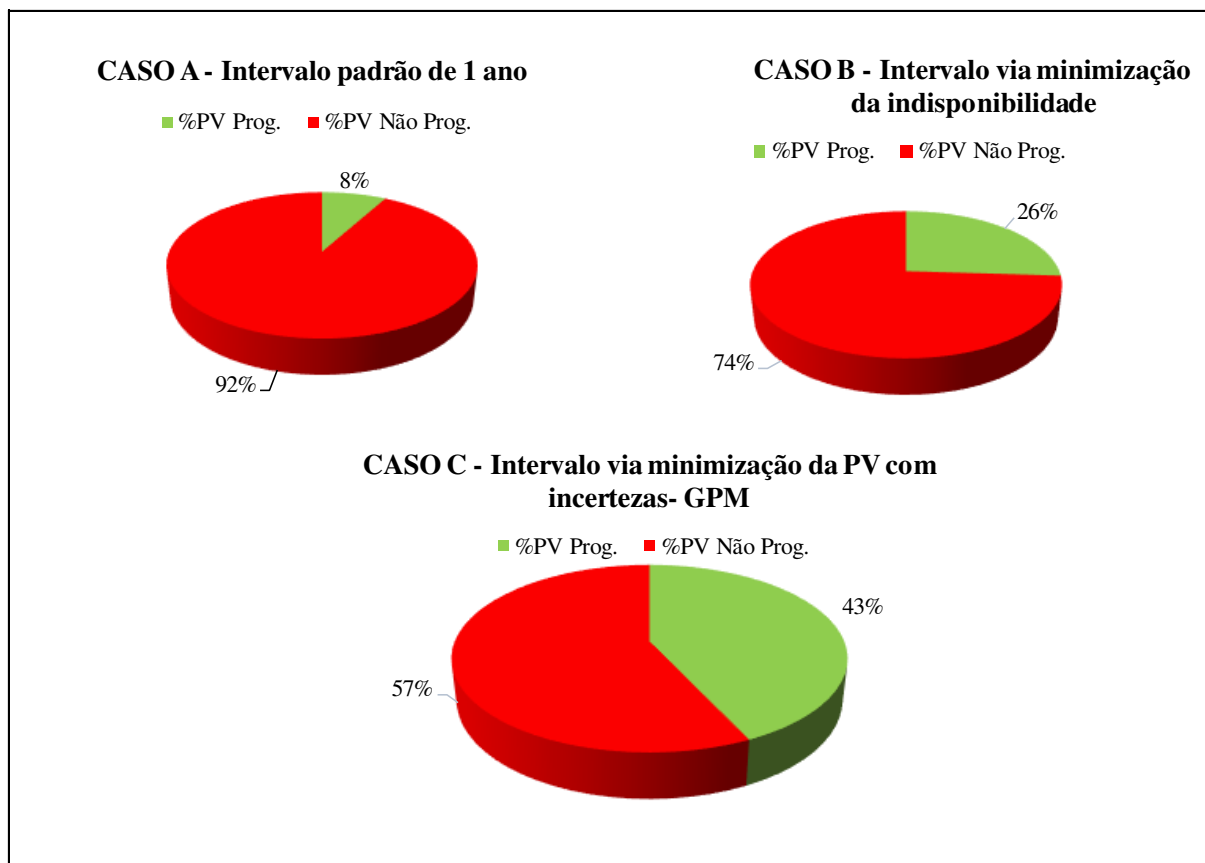


Figura 6.14 - Comparativo dos percentuais das componentes da PV ao longo dos casos de estudo.

Tabela 6.4 – Variação dos valores das componentes da PV com diversos comparativos. Valores em R\$.

Casos	PV Prog.	PV Não Prog.	PV total
A	272,15	3129,75	3401,90
B	826,05	2351,05	3177,10
C	1359,70	1802,40	3162,10
C-A	1087,55	-1327,35	-239,80
C-B	533,66	-548,66	-15,00

A partir da análise da Figura 6.14, pode-se verificar que a solução ótima do problema minimização da PV deste GPM apresenta uma divisão mais equitativa do $E[PV]$ entre as suas componentes (desligamentos programados e outros desligamentos) comparando-se com os percentuais resultantes do intervalo obtido através da minimização da indisponibilidade e, também, comparando-se com os percentuais resultantes do intervalo de inspeção empírico das LTs, comumente empregado pelas transmissoras e recomendado pela ANEEL. Além disso, observando-se a Tabela 6.4, verifica-se que nos dois comparativos (C-A e C-B) a redução dos

valores correspondentes da PV não-programada é mais expressiva do que o aumento na PV programada. Devido a isto o efeito resultante é a diminuição da PV total.

Por fim, a fim de se validar a robustez do método de otimização empregado, pode-se traçar um comparativo entre os valores da PV, obtidos com a propagação de incertezas para os seguintes casos:

- i) Caso W: Propagação de incertezas no valor esperado da PV, dado pela equação (3.19), realizada com os parâmetros de propagação da seção 5.1, utilizando-se o intervalo de inspeção do caso A anterior (padrão ANEEL), equivalente a 365 dias;
- ii) Caso X: Propagação de incertezas no valor esperado da PV, dado pela equação (3.19), realizada com os parâmetros de propagação da seção 5.1, utilizando-se o intervalo de inspeção do caso B anterior (minimização da indisponibilidade), equivalente a 116 dias;
- iii) Caso Y: Propagação de incertezas no valor esperado da PV, dado pela equação (3.19), realizada com os parâmetros de propagação da seção 5.1, utilizando-se o intervalo de inspeção do caso C anterior (GPM), equivalente a 69 dias;
- iv) Caso Z: Propagação de incertezas no valor esperado da PV para o modelo sem manutenção da Figura 6.15, realizada com os parâmetros de propagação da seção 5.1.

O modelo sem atividades de inspeção e manutenção do caso Z, pode ser visto na Figura 6.15 abaixo, similar ao modelo da Figura 1.3.

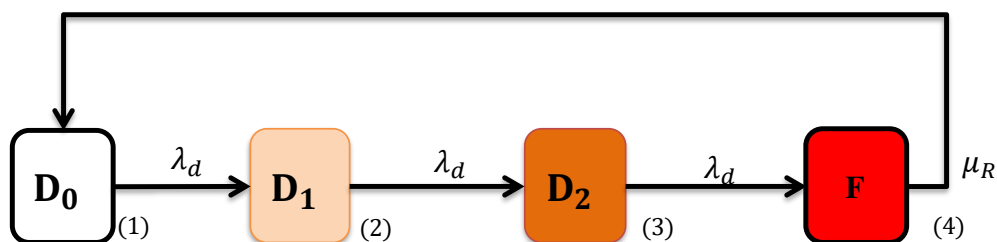


Figura 6.15 – Modelo de LT sem atividades de inspeção e manutenção.

O valor esperado da PV para este modelo pode ser calculado a partir da fundamentação apresentada no capítulo 3, desconsiderando-se as variáveis referentes à manutenção e inspeções.

A partir da realização da propagação de incertezas via SMC, nas funções objetivos da PV para os casos W a Z, obtém-se as FDP resultantes da Figura 6.16.

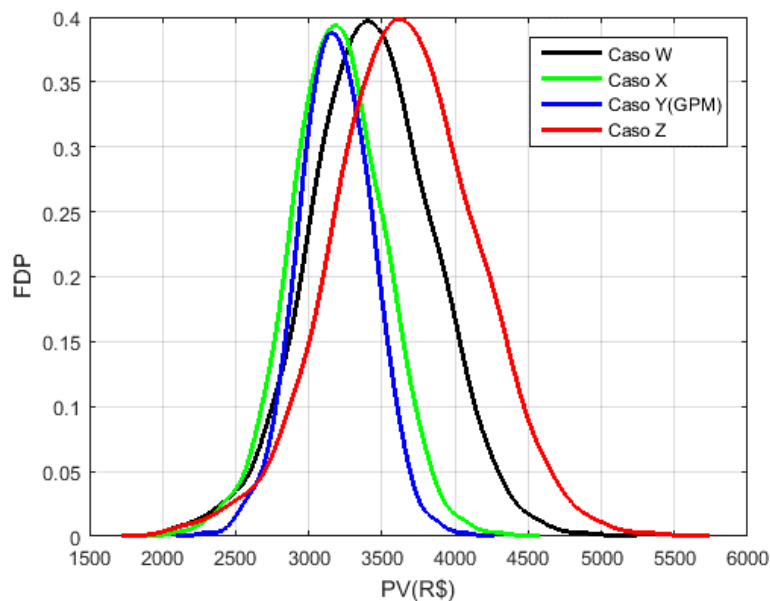


Figura 6.16 – Comparativos entre casos de propagação de incertezas.

Uma alternativa para se avaliar o grau de relação entre as FDPs resultantes da propagação de incertezas nos casos W a Z é a margem de segurança. Ela é um índice utilizado no projeto probabilístico de componentes mecânicos submetidos a uma carga (L) que possuem uma resistência (S) para suportar essa carga. Desta forma, quanto maior for a margem de segurança, maior será a separação relativa entre as médias da resistência e carga. Este índice é matematicamente definido pela equação (6.7).

$$MS = \frac{|\bar{S} - \bar{L}|}{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_L^2}} \times 100\% \quad (6.7)$$

Onde:

- i) MS é a margem de segurança;
- ii) \bar{S} (\bar{L}) são os valores esperados da força (carga), respectivamente;
- iii) σ_S (σ_L) são os desvios padrões da força (carga), respectivamente.

Substituindo-se adequadamente os valores esperados e desvios da equação (6.7) pelos valores médios e desvios padrões obtidos na propagação dos casos W a Z, pode-se obter os valores referentes às margens de segurança entre os casos. Além disso, pode-se calcular a área de sobreposição entre as curvas, que é uma medida que expressa o risco de se obter valores da PV tão elevados quanto aqueles sem manutenção, mesmo com alguma otimização do

intervalo de inspeção ou especificação baseada na experiência. A área de sobreposição, pode ser calculada a partir da equação (6.8), com suas variáveis ilustradas na Figura 6.17.

$$\text{Área} = \int_{-\infty}^P FDP_B + \int_P^{+\infty} FDP_A \quad (6.8)$$

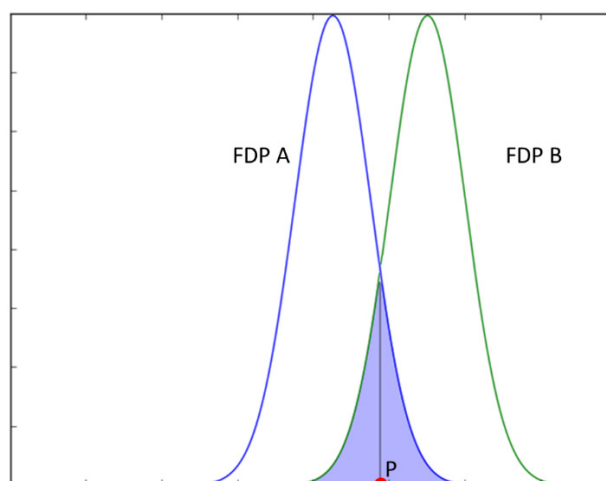


Figura 6.17 - Intersecção entre duas FDP normais.

A Tabela 6.5 apresenta as margens de segurança calculadas entre os casos W-Z, X-Z e Y-Z e, também, as respectivas áreas de sobreposição (que tem natureza de probabilidade) para os mesmos comparativos já citados.

Tabela 6.5 – Estatísticas para os comparativos entre casos W-Z, X-Z e Y-Z.

Estatísticas	Comparativo entre casos		
	W-Z	X-Z	Y-Z
Margem de segurança	28,10%	63,29%	68,11%
Área de sobreposição	83,76%	62,35%	56,12%

A partir da análise qualitativa da Figura 6.16 e da análise quantitativa da Tabela 6.5, pode-se observar que o intervalo de inspeção comumente praticado nas transmissoras e recomendado pela ANEEL, possui a menor margem de segurança com o caso Z, ou seja, as incertezas anulam os benefícios de se ter a manutenção em termos de valores pagos da PV. Tal fato pode ser convalidado pelo alto valor da área de sobreposição W-Z. Em outras palavras, é possível atingir valores da PV com a manutenção anual tão altos quanto aqueles alcançados sem manutenção.

Por fim, ainda analisando a Tabela 6.5, observa-se que a maior margem de segurança, em relação ao caso Z, foi a que resultou do intervalo obtido no GPM proposto nesta dissertação (comparativo Y-Z), com um valor aproximadamente 2,4 vezes maior que a margem do intervalo padrão de um ano (comparativo W-Z), e, apresentando uma redução de ~27,64% na área de sobreposição, evidenciando-se, novamente, a robustez do método empregado.

A partir de todos os quesitos apresentados nesta seção, pode-se sintetizar as principais inovações em termos de metodologias e resultados obtidos com o GPM proposto nesta dissertação:

- i) Considera-se o efeito de incertezas nas taxas de transição do modelo markoviano da LT, efetua-se sua caracterização com as distribuições de probabilidade adequadas e realiza-se a propagação destas para a parcela variável;
- ii) Emprega-se diferentes métodos de propagação de incertezas, dentre eles métodos analíticos e de simulação estocástica, traçando-se diversos comparativos entre estes;
- iii) Verifica-se que os experimentos computacionais fornecem um indicativo de que o intervalo de inspeção obtido possui a menor PV minimizada resultante, em comparação aos métodos tradicionais;
- iv) Observa-se que a solução ótima do problema minimização da PV deste GPM apresenta uma divisão mais equitativa do $E[PV]$ entre as suas componentes;
- v) Verifica-se a propagação de incertezas na PV com o intervalo de inspeção obtido através do GPM proposto apresenta maior margem de segurança dentre os métodos de GPM atualmente empregados, comparando-se com os valores da PV para um modelo sem manutenção;
- vi) Observa-se que a propagação de incertezas na PV com o intervalo de inspeção obtido através do GPM proposto apresenta menor área de sobreposição com valores da PV do modelo sem manutenção.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um modelo probabilístico markoviano para o Gerenciamento da Manutenção Centrada em Confiabilidade de linhas de transmissão sob incerteza. Este modelo utiliza características e parâmetros reais das políticas de manutenção atualmente empregadas no Brasil, como a degradação, inspeções e o tempo de espera para se realizar manutenções. Para obtenção das taxas de degradação, utilizou-se técnicas de calibração de dados, tendo em vista que tais taxas não são diretamente observáveis, devido à ausência de sensores para monitorar a deterioração.

O modelo proposto tem potencial de aplicação no ambiente das empresas transmissoras do setor elétrico nacional, pois representa a realidade operativa das linhas de transmissão. Em outras palavras, o modelo e a metodologia empregados neste trabalho servem como ferramenta de apoio à decisão para os profissionais (engenheiros de manutenção ou gestores) envolvidos no processo de definição das políticas de manutenção dos ativos das empresas.

O método proposto neste trabalho baseou-se na combinação das seguintes técnicas: modelos markovianos, propagação de incertezas e técnicas de otimização unidimensional para determinar o intervalo de inspeção ótimo que minimiza as penalidades decorrentes dos desligamentos programados e não-programados das linhas de transmissão. Estas penalidades foram calculadas com base na Parcela Variável da Receita (PV), que é um desconto a ser incorporado na receita da transmissora em função da não prestação adequada do serviço. A utilização de técnicas de propagação de incertezas permitiu avaliar a dispersão do valor ótimo da PV devido a variabilidade amostral nas taxas de transição do modelo.

As incertezas estão presentes nas taxas de transição do modelo markoviano devido à realização de um processo estocástico em um tempo finito. Estas variações foram propagadas através das técnicas de Amostragem no Hipercubo Latino, Conjuntos *Fuzzy* e o Método de Estimção por Pontos (esquemas $2m$ e $2m+1$). Essas técnicas tiveram seus resultados comparados com os resultados obtidos via Simulação Monte Carlo, que é um procedimento amplamente utilizado na propagação de incertezas em modelos de confiabilidade. A análise comparativa técnicas de propagação de incertezas revelou que a Amostragem no Hipercubo Latino produz resultados mais precisos, com relação a Simulação Monte Carlo, do que as demais técnicas, e com custos computacionais moderados. Desta forma, a Amostragem no Hipercubo Latino parece ser a técnica mais promissora para a propagação de incertezas em estudos de gerenciamento probabilístico da manutenção nos quais se dispõe de dados históricos

para identificar as distribuições de probabilidade associadas às taxas de transição do modelo markoviano.

Os resultados dos testes demonstraram que as incertezas das taxas não podem ser negligenciadas no desenvolvimento de modelos e nem na formulação de problemas de otimização da manutenção, tendo em vista que elas se propagam a partir das taxas de transição do modelo da LT (entrada) para as penalidades devido aos desligamentos baseadas na PV (saída), resultando na dispersão dos valores minimizados da PV. Além disso, foi observado que estes valores podem diferir ligeiramente de acordo com o método de propagação utilizado, escolha das distribuições que modelam as incertezas, número de amostras e com parâmetros estimados para algumas das taxas de transição pelo conhecimento prático de engenharia.

Por fim, pode-se concluir que o modelo de otimização proposto neste trabalho se apresenta com bom significado prático em relação aos métodos baseados na minimização da função indisponibilidade (ou maximização da disponibilidade), por levar em conta simultaneamente aspectos técnicos (indisponibilidade das linhas de transmissão) e financeiros (penalidades baseadas na PV). Desta forma, um ponto de equilíbrio ótimo é atingido entre os percentuais devidos a pagamentos da PV por desligamentos programados e não programados. Esta abordagem determina o intervalo ótimo que possui o menor custo total de PV resultante dentre os enfoques comumente encontrados na literatura e maior margem de segurança relativa ao modelo de manutenção, tornando-se mais adequado à estrutura regulatória do setor elétrico nacional.

Após a conclusão do trabalho, identificou-se alguns pontos onde a metodologia proposta pode ser aprimorada e expandida. Isto motiva o desenvolvimento de modelos que incluam:

- i) Os custos totais das atividades de manutenção na determinação do intervalo de manutenção/inspeção;
- ii) Gerenciamento Probabilístico da Manutenção em dispositivos de proteção;
- iii) Gerenciamento Probabilístico da Manutenção em unidades de medição fasorial sincronizada.

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. **Dados Estatísticos da Transmissão**. 2018a. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/fiscalizacao-da-transmissao>. Acesso em: 12 maio 2018.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. **Histórico dos Indicadores de Qualidade**: parcela variável. 2018b. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/transmissao3>. Acesso em: 12 maio 2018.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. **Resolução Normativa nº 669 de 14 de julho de 2015**. 2015. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br>. Acesso em: 15 ago. 2018.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. **Resolução Normativa nº 729 de 28 de junho de 2016**. 2016. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br>. Acesso em: 10 jun. 2018.
- AMINIFAR, F. et al. Reliability Modeling of PMUs Using Fuzzy Sets. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 4, p. 2384-2391, out. 2010.
- ANDERS, G. J. et al. A probabilistic model for evaluating the remaining life of evaluating the remaining life of electrical insulation in rotating machines. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 5, n. 4, p. 761-767, dez. 1990.
- ANDERS, G. J. et al. Tutorial book on Asset Management - Maintenance and Replacement Strategies. **IEEE Power Engineering Society General Meeting**. Tampa: KTH School of Electrical Engineering, 2007.
- ANDERS, G. J. **Probability Concepts in Electric Power Systems**. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- ANDERS, G. J.; VACCARO, A. **Innovations in Power Systems Reliability**. 1. ed. Springer-Verlag London Limited, 2011.
- ASSIS, R. **Apoio à Decisão em Manutenção na Gestão de Activos Físicos**. 1. ed. Porto: Lidel, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. **ABNT NBR 5462:1994** - Confiabilidade e manutenibilidade. Rio de Janeiro: ABNT, 1994.
- BILLINTON, R.; ALLAN, R. N. **Reliability Evaluation of Engineering Systems: Concepts and Techniques**. 2. ed., New York: Plenum Press, 1992.
- CASTRO, J. F. C. **Modelo markoviano para a Otimização o Intervalo de Inspeção de Linhas de Transmissão, Estudo de Caso**: linhas de transmissão do sistema ELETRONORTE. 2012. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2012.

CHAN, G. K.; ASGARPOOR, S. Optimum Maintenance Policy with Markov Processes. **Electric Power Systems Research**, v. 76, n. 6–7, p. 452–456, abr. 2006.

CHOWDHURY, A. A.; KOVAL, D. O. **Power Distribution System Reliability – Practical Methods and Applications**. 1. ed. Wiley-IEEE Press, 2009.

ELETRONORTE. **Determinação de Campos Elétrico e Magnético na Linha Imperatriz / Presidente Dutra – 01, 500 kV, da ELETROBRAS ELETRONORTE**. 2011. 10p.

Disponível em:

[http://extranet.aneel.gov.br/gcem_site/\(S\(1klzvplafumm3kqtrmsxoy0i\)\)/ConsultaWeb/ConsultarSubestacoesLinhasTransmissaoExterno.aspx?Estado=MA](http://extranet.aneel.gov.br/gcem_site/(S(1klzvplafumm3kqtrmsxoy0i))/ConsultaWeb/ConsultarSubestacoesLinhasTransmissaoExterno.aspx?Estado=MA). Acesso em: 10 jan. 2019.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA - EPE. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2026: Transmissão de Energia Elétrica**. Brasília: Empresa de Pesquisa Energética, 2016. 42p. Disponível em: http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-40/topico-70/Cap4_Texto.pdf. Acesso em: 10 jan. 2019.

ENDRENYI, J.; SIM, S. H. Availability Optimization for Continuously Operating Equipment with Maintenance and Repair. In: PMAPS SYMPOSIUM, 2, 1988, Oakland. **Proceedings of Second PMAPS Symposium**. EPRI Publication EL-6555.

ENDRENYI, J. et al. The Present Status of Maintenance Strategies and the Impact of Maintenance on Reliability. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 16, n. 4, p. 638-646, nov. 2001.

ENDRENYI, J.; ANDERS, G. J. Aging, Maintenance, and Reliability - approaches to preserving equipment health and extending equipment life. **IEEE Power and Energy Magazine**, v. 4, n. 3, p. 59-67, maio/jun. 2006.

ENDRENYI, J.; ANDERS, G. J.; SILVA, A.M.L. Probabilistic Evaluation of the Effect of Maintenance on Reliability - an application [to power systems]. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 13, n. 2, p. 576-583, maio 1998.

FAN, M. et al. Probabilistic Power Flow Studies for Transmission Systems With Photovoltaic Generation Using Cumulants. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 27, n. 4, p. 2251-2261, nov. 2012.

GALLEGO, L. A.; ECHEVERRIA, M. G.; FELTRIN, A. P. Fluxo de Potência Trifásico Probabilístico para Redes de Distribuição usando o Método de Estimação por Pontos. **SBA Controle & Automação**, Campinas, v. 23, n. 2, p. 179-189, abr. 2012.

GE, H.; ASGARPOOR, S. Reliability Evaluation of Equipment and Substations With Fuzzy Markov Processes. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, n. 3, p. 1319-1328, ago. 2010.

GUIA, D. L.; RODRIGUES, A. B.; SILVA, M. G. A Robust Maintenance Management of Transformers considering Uncertainties in Fault Data. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELETRICOS (SBSE), 7, 2018, Niterói. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos**.

HAHN, G. J.; SHAPIRO, S. S. **Statistical Models in Engineering**. 1. ed. John Wiley & Sons, 1994.

HELTON, J. C.; DAVIS, F. J. Latin Hypercube Sampling and the Propagation of Uncertainty in Analyses of Complex Systems. **Reliability Engineering and System Safety**, v. 81, n.1, p. 23-69, jul. 2003.

HONG, H. P. An Efficient Point Estimate Method for Probabilistic Analysis. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 59, n. 3, p. 261-267, mar. 1998.

KARDEC, A.; NASCIF, J. **Manutenção: função estratégica**. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Qualitymark, 2001.

KLIR, G. J; YUAN, Bo. **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications**. Prentice Hall, 1995.

KUMAMOTO, H.; HENLEY, E. J. **Probabilistic Risk Assessment and Management for Engineering and Scientists**. 2. ed. New York: IEEE Press, 1996.

LEON-GARCIA, A. **Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering**. 3. ed. Pearson-Prentice Hall, 2008.

LI, W. et al. Power System Risk Assessment Using a Hybrid Method of Fuzzy Set and Monte Carlo Simulation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.23, n. 2, p. 336-343, maio 2008.

LI, W. **Risk Assessment of Power Systems - Models, Methods, and Applications**. 1. ed. Wiley-IEEE Press, 2005.

MONTGOMERY, D. C.; HUNGER, G. C. **Applied Statistics and Probability for Engineers**. 6. ed. John Wiley & Sons, 2014.

MORALES, J. M.; PEREZ-RUIZ, J. Point Estimate Schemes to Solve the Probabilistic Power Flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1594-1601, nov. 2007.

MOUBRAY, John. **RCM II – Manutenção Centrada em Confiabilidade**. Edição brasileira. Traduzido por: Kleber Siqueira, Aladon Ltd. Inglaterra, 2000.

NEVES, L. S. **Alocação Robusta de Chaves para a Maximização da Confiabilidade em Redes de Distribuição Elétrica**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO – ONS. **Relatório de Desempenho de Indicadores do SIN**. Brasília: Operador Nacional do Sistema Elétrico, 2018. 12p. Disponível em: http://ons.org.br/AcervoDigitalDocumentosEPublicacoes/201801-Relatorio_Indicadores_Janeiro.pdf. Acesso em: 02 maio 2018.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO – ONS. **Sistema de Informações Geográficas Cadastrais do SIN**. Brasília: Operador Nacional do Sistema Elétrico, 2019. Disponível em: <http://sindat.ons.org.br/SINDAT/Home/ControleSistema>. Acesso em: 10 jan. 2019.

PEDRIYCZ, W.; GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets: analysis and design**. 1. ed. Bradford Book, 1998.

PEREIRA, F. E. L. et al. Maintenance Scheduling of Transmission Lines Protection. In: IEEE TRONDHEIM POWERTECH, Trondheim, 2011. **Proceedings of 2011 Trondheim Powertech**, pp. 1-8.

QUEIROZ, L. R. S.; BORGES, R. A. Hipercubo Latino e Polinômio do Caos Aplicados ao Estudo de Incertezas em Sistemas Mecânicos. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia – RIPE**, v. 2, n.16, p.23-31, dez. 2016

RAMOS, K. P. G. **Propagação de Incertezas via Expansão por Caos Polinomial em Simulação de Reservatórios de Petróleo**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2014.

RODRIGUES, A. B.; SILVA, M. G. Confidence Intervals Estimation for Reliability Data of Power Distribution Equipment Using Bootstrap. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 3283-3291, ago. 2013.

SIM, S. H.; ENDRENYI, J. Optimal Preventive Maintenance with Repair. **IEEE Transactions on Reliability**, v.37, n.1, p.92-96, abr. 1988.

SIM, S. H.; ENDRENYI, J. Optimal Preventive Maintenance for Continuously Operating Repairable Equipment. **Ontario Hydro Research Division Report**, dez. 1986.

SINGH, C.; BILLINTON, R. **System Reliability Modelling and Evaluation**. Hutchinson Publishing Group, U.K, 1977.

USBERTI, F. L. et al. Hierarchical multiple criteria optimization of maintenance activities on power distribution networks. **Annals of Operations Research**, v. 224, n. 1, p. 171–192, jan. 2015.

WALPOLE, R. E. et al. **Probability and Statistics for Engineers and Scientists**. 9. ed. Boston: Prentice Hall, 2012.

WANG, Xi-Fan; SONG, Y.; IRVING, M. **Modern Power Systems Analysis**. New York: Springer, 2008.

WANG, Y. et al. Reliability Analysis of Phasor Measurement Unit Considering Data Uncertainty. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 27, n. 3, p. 1503-1510, ago. 2012.

ZIMMERMANN, Hans-Jürgen. **Fuzzy Set Theory - and Its Applications**. 2. ed. Springer, 2013.