UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

JOEMILIA MARIA PINHEIRO ALMEIDA

PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: Investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

São Luís - MA
2018

JOEMILIA MARIA PINHEIRO ALMEIDA

PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: Investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB), da Universidade Federal do Maranhão como requisito obrigatório para a conclusão do Mestrado Profissional em Gestão de Ensino da Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Luna Neres

São Luís - MA
2018

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Pinheiro Almeida, Joemilia Maria.
PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: Investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica / Joemilia Maria Pinheiro Almeida. - 2018.
104 f.

Orientador(a): Raimundo Luna Neres.
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

1. Ensino de Proporcionalidade. 2. Registros de Representação Semiótica. 3. Relações entre conteúdo. I. Luna Neres, Raimundo. II. Título.

JOEMILIA MARIA PINHEIRO ALMEIDA

PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: Investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica (PPGEEB), da Universidade Federal do Maranhão como requisito obrigatório para a conclusão do Mestrado Profissional em Gestão de Ensino da Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Luna Neres.

Aprovada em: ____/____/______

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Raimundo Luna Neres (Orientador)
Doutor em educação matemática PPGEEB - UFMA

____
Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão
Doutor em educação Matemática PROFMAT - UEMA

____
Prof.ª Dra. Vanja Maria Dominices Coutinho Fernandes
Doutora em Educação PPGEEB - UFMA

Dedico este trabalho aos meus pais, João Cruz Almeida e Ely Pinheiro Almeida (*in memoriam)*.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por fazer parte de todos os momentos da minha vida.

Aos meus filhos, Laís Almeida Honda e Luís Almeida Honda, pelo carinho, compreensão e apoio nos momentos difíceis.

Aos meus irmãos, Eliane, João, Jorge, Rosário, Esternilia, Elinalva, Júlio Cesar, pelo carinho e momentos de alegria.

À minha afilhada, Estephane Raquel, pelo apoio e carinho.

Às minhas cunhadas, Maria José Dutra e Maria Marciana pelas palavras de incentivo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Raimundo Luna Neres, por ter aceitado o desafio para realizarmos este trabalho, sobretudo pela oportunidade, incentivo, confiança e contribuições no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos Professores participantes da Banca examinadora, Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão e a Prof.ª Dr.ª Maria Consuelo Alves Lima, pelas valiosas contribuições no momento da qualificação que ajudaram de forma significativa a organizar melhor a estrutura deste trabalho. .

A todos os professores do Programa PPGEEB, pela dedicação e contribuição, em especial ao Prof. Dr. Antônio de Assis Cruz Nunes, coordenador do Programa, pelo acolhimento e apoio durante todo o processo.

Aos professores e alunos da Escola Pública Estadual em que realizei a pesquisa, que aceitaram em contribuir para o desenvolvimento deste trabalho.

A meus amigos, Prof. Me. Jocelino Ribeiro Melo e Prof. Dr. Manoel dos Santos Costa, por estarem sempre dispostos a me ajudar.

Ao Prof. Ramiro Azevedo grata sou pela correção gramatical do texto.

Aos meus colegas de Turma, pelo apoio e carinho durante todo o percurso.

Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

"O mundo é como um espelho que devolve a cada pessoa o reflexo de seus próprios pensamentos e seus atos. A maneira como você encara a vida é que faz toda diferença. A vida muda quando você muda".

Provérbio Indiano

RESUMO

O presente trabalho buscou abordar o ensino e a aprendizagem do conteúdo proporcionalidade, envolvendo conexões com outros ramos da Matemática e outras áreas do conhecimento, com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, realizada com oito professores e seus alunos, de uma escola pública estadual na cidade de São Luís – MA. Para a obtenção dos dados foram utilizados os seguintes instrumentos metodológicos: questionário, observação participante, entrevista e atividades envolvendo conteúdos que faziam conexões com a proporcionalidade. Durante nossas observações, percebemos que a maioria dos professores, em suas aulas, não davam o enfoque necessário aos tipos de relações existentes entre conteúdos matemáticos e de outras áreas do saber. As atividades foram aplicadas pelos professores participantes desta pesquisa, aos seus alunos, com a supervisão da pesquisadora. Vimos em nosso trabalho, realizado por meio dos Registros de Representação Semiótica que adotamos para o desenvolvimento das atividades, que os alunos não estavam familiarizados com essa abordagem no processo de aprendizagem. Os resultados revelaram que os professores perceberam que é possível ensinar os conteúdos de proporcionalidade fazendo conexões com outros ramos da Matemática e com áreas do conhecimento. Constatamos, também, efeitos positivos e específicos nas estratégias utilizadas pelos estudantes quanto à resolução das atividades propostas. Por fim, foram também excelentes as mediações desenvolvidas com os professores a respeito do uso dessa teoria no ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Relações entre conteúdo. Registros de Representação Semiótica. Ensino de Proporcionalidade.

ABSTRACT

The present work sought to address the teaching and learning of content proportionality, involving connections with other branches of Mathematics and other areas of knowledge, with contribution in the Theory of Semiotic Representation Registers. It is a qualitative research carried out with eight teachers and their students, of a state public school in the city of São Luís - MA. To obtain the data, the following methodological instruments were used: questionnaire, participant observation, interview and activities involving contents that made connections with proportionality. During our observations, we realized that most teachers in their classes did not give the necessary focus to the types of relationships between mathematical content and other areas of knowledge. The activities were applied by the teachers participating in this research, to their students, with the supervision of the researcher. We saw in our work, carried out through the Semiotic Representation Registers that we adopted for the development of activities, that the students were not familiar with this approach in the learning process. The results revealed that the teachers realized that it is possible to teach proportionality contents by making connections with other branches of Mathematics and with areas of knowledge. We also found positive and specific effects on the strategies used by students to solve the proposed activities. Finally, the mediations developed with teachers regarding the use of this theory in teaching and learning were also excellent.

Keywords: Relationship between content. Registers of Semiotic Representation. Proportionality Teaching.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A ideia de elaborar o presente trabalho foi baseada na minha experiência profissional como professora licenciada em Matemática. Enquanto ministrava as aulas, observava as dificuldades dos alunos em fazer conexão entre os diversos ramos da Matemática da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio). Sabemos que a maioria dos conteúdos trabalhados no Ensino Médio depende dos conteúdos aprendidos no Ensino Fundamental, que, na maioria das vezes, são desenvolvidos pelos professores de maneira fragmentada, de forma isolada, sem trazer contribuições aos alunos, fazendo com que eles percam a ideia do todo e, consequentemente, do processo que caracteriza o desenvolvimento do pensamento matemático.

A escolha pela investigação do conteúdo proporcionalidade, na presente pesquisa, deu-se pelo fato deste se apresentar como um conceito unificador, ou seja: por fazer diversas conexões com outros ramos da Matemática e outras áreas do conhecimento. E, por assumir esse papel de integração na Matemática, é que "ela aparece sob os mais distintos aspectos, ora em problemas aritméticos, como os de regra de três, ora em Geometria, como no Teorema de Tales, sem que o aluno perceba que existe relação entre eles" (TINOCO, 1996, p. 9).

Desse modo, concordamos que o conceito desse conteúdo é de vital importância para o ensino e para a aprendizagem da Matemática, e suas aplicações são inúmeras, estando presentes em diversos setores da vida humana, o que justifica a relevância do nosso trabalho. Sendo assim, questionamos:

O ensino e a aprendizagem do conteúdo proporcionalidade articulado a outros eixos temáticos da Matemática ou outras áreas de conhecimento por meio do uso dos registros de representação semiótica podem ser um facilitador para que os alunos estabeleçam e compreendam melhor as relações existentes entre os conteúdos matemáticos?

A partir desse questionamento decorreu o objetivo geral da pesquisa, que foi investigar as competências e/ou saberes dos alunos do Ensino Médio no que tange à mobilização das conexões do conteúdo proporcionalidade, na aprendizagem de outros conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

Em função desse desiderato metodológico, elaboramos o produto final de nossa pesquisa na forma de um caderno pedagógico, com o objetivo de divulgar junto aos discentes e professores como os alunos percebem as possibilidades e/ou necessidades de aprofundar a apropriação de conceitos de proporcionalidade, assim como, para mostrar as dificuldades que eles demonstraram em associar, à luz de representações semiótica, as conexões existentes entre a proporcionalidade e outros ramos da Matemática.

Através desse questionamento elaboramos os objetivos específicos:

♦ Identificar, através dos registros de representações semióticas, possíveis dificuldades que limitavam os alunos a explorarem as conexões que poderiam existir entre a proporcionalidade e outros ramos da Matemática;

♦ Averiguar como os alunos percebem a possibilidade e/ou necessidade de aprofundar a apropriação de conceitos de proporcionalidade e, a partir daí, construir novos conhecimentos matemáticos;

♦ Trabalhar com os alunos atividades que envolvessem proporcionalidade e outros ramos da Matemática através das diferentes representações matemáticas.

Para responder a tais situações buscamos expressar um olhar analítico sobre as características de atividades envolvendo proporcionalidade e suas conexões com outros conteúdos matemáticos, elaboradas pelos professores sob o olhar da pesquisadora, para serem desenvolvidos com os alunos dos respectivos docentes. E, para analisar as competências dos estudantes na construção das soluções dos problemas propostos, optamos por fazê-la tendo como referencial a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2012; NERES, 2010; DAMM, 2008; ALMOULOUD, 2007).

O texto apresentado nesta dissertação encontra-se organizado em seis seções. Iniciamos apresentando, na primeira seção (introdução), os motivos que nos ensejaram pesquisar a proporcionalidade e suas conexões sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Na segunda seção, demos ênfase à importância da proporcionalidade e do raciocínio proporcional no Ensino de Matemática da Educação Básica. Na terceira seção, abordamos aspectos relevantes sobre Teoria de Registros de Representação Semiótica no ensino de Matemática. Na quarta seção descrevemos a metodologia e o cenário da pesquisa, bem como os instrumentos de coleta dos dados. A quinta seção, intitulada “apresentação e análise dos dados", traz a descrição e análise dos dados coletados. E finalizamos o relatório de pesquisa, com a seção Considerações Finais, no sexto segmento discursivo. Além disso, apresentamos nos Apêndices um caderno de atividades de apoio pedagógico ao professor como produto final desta dissertação.

2 A PROPORCIONALIDADE E O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Cumpre perceber que a proporcionalidade está presente no dia a dia de qualquer pessoa, nas mais diversas situações, envolvendo desde interpretações estatísticas e gráficas até a compreensão de plantas de imóveis ou mapas, ampliação ou redução de fotos, entre outras (TINOCO, 1996).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN

> A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos, (Brasil, 2001, p. 19-20).

Ainda, segundo os documentos, “o saber matemático não tem se apresentado [**aos alunos**] como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível” (BRASIL, 1998, p. 40, grifo nosso).

Sendo assim, a apropriação dos conceitos relativos ao estudo de proporcionalidade é essencial ao aprendizado de outros ramos da Matemática ensinados nos Ensinos Fundamental e Médio, assim como sua utilização em outras áreas do conhecimento, pois “são inúmeras as aplicações desse conceito à geografia, à física, à química, etc.” (TINOCO, 1996, p. 9).

Na percepção de Duval (2003), para que o aluno consiga visualizar a conexão entre proporcionalidade e outros ramos da Matemática é necessário que ele se aproprie das representações semiótica. Para o autor, o sujeito compreende um determinado conceito matemático quando consegue mobilizar simultaneamente ao menos dois registros de representação, isto é, trocar espontaneamente de um registro de representação para outro. Além disso, as dificuldades encontradas na aprendizagem estão interligadas por três fenômenos: (a) Existência de diversos registros de representação semiótica; (b) Diferenciação entre objeto representado e seus registros de representação semiótica e (c) Coordenação entre diferentes registros de representação.

Nessa perspectiva, o ensino da Matemática e, consequentemente, sua aprendizagem por meio dos registros de representação possibilitará aos alunos compreender e desenvolver a capacidade de analisar as informações que estão ao seu alcance. Com isso, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos metodológicos, bem como de ampliar a visão que têm da Matemática, do mundo em geral, e, assim, desenvolver sua autonomia.

A relação entre conteúdos e diferentes formas de representá-los só é possível por meio das resoluções de atividades durante o processo ensino-aprendizagem. Para Dante (1989), a resolução de atividades matemáticas deve ocupar um lugar de destaque no ensino dessa ciência, a fim de: (1) fazer o aluno pensar produtivamente; (2) desenvolver o raciocínio do aluno; (3) ensinar o aluno a enfrentar situações novas; (4) favorecer ao aluno o envolvimento com as aplicações da Matemática; (5) tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras; (6) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas e (7) oportunizar uma melhor alfabetização matemática ao cidadão comum.

Dessa forma, ensinar Matemática não se limita apenas a apresentar os conteúdos e as atividades aos alunos e ficar “sentado”, esperando que alguma “mágica” aconteça (COSTA, 2012). O professor tem que ser o responsável por criar e manter um ambiente, onde as aulas irão acontecer; que seja motivador e estimulante aos alunos. Segundo Van de Walle (2009), essas aulas deverão acontecer passando por três fases, denominadas de: antes, durante e depois (conforme mostra o quadro 1 abaixo) e o professor precisa garantir e assegurar que todos os alunos estejam prontos a receber a atividade e que todas as expectativas estejam bem claras.

Quadro 1 - Fases para ensinar pela resolução de problemas

Fase ANTES	**Preparando os alunos** • Verifique se o problema foi compreendido. • Ative os conhecimentos prévios úteis. •Estabeleça expectativas claras para os produtos.
⇩	
Fase DURANTE	**Alunos trabalhando** • Deixe os alunos construírem seu conhecimento. Evite antecipações desnecessárias. • Escute cuidadosamente. • Forneça sugestões adequadas. • Observe e avalie.
⇩	
Fase Depois	**Alunos debatendo** •Encoraje a formação de uma comunidade de estudante. • Escute / Aceite soluções dos estudantes sem julgá-las. • Sintetize as principais ideias e identifique futuros problemas

Fonte: Van de Walle, 2009, p. 62

Além disso, cumpre estimular-se o desenvolvimento cognitivo do aluno, permitindo-lhe o pensar matematicamente, por isso, deve aceitar as resoluções apresentadas pelos alunos, avaliá-las e discuti-las com toda a classe, haja vista que, com determinados erros cometidos, também se aprende (VAN DE WALLE, 2009).

No que tange ao ensino da proporcionalidade baseado nos registros de representação semiótica, entendemos que é possível e que pode contribuir para a formação intelectual do aluno, pois permite estudar o funcionamento e o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano.

Segundo Duval (2007), para que haja entendimento do ensino da matemática é necessária uma abordagem cognitiva, uma vez que, no ensino dessa Ciência, buscamos desenvolver nos alunos habilidades e competências que possam vir a contribuir para o desenvolvimento do raciocínio.

No entender de Damm (2008), o interesse de Duval (2007) no desenvolvimento cognitivo do aluno está no pensamento ligado às operações semióticas e, consequentemente, nas suas representações, pois não haverá compreensão sem os recursos das representações semióticas. Dessa maneira, o ensino da Matemática, através dessas representações, requer do professor uma preparação cuidadosa e mais flexível com relação às atividades que serão propostas, ou seja, demanda uma disponibilidade para ultrapassar as dificuldades, que vão desde a administração do tempo até o desenvolvimento das atividades em sala de aula.

Corroborando com essas ideias, Neres (2010) afirma que, para se fazer uma análise epistemológica de como se dá o processo de compreensão da Matemática, é necessário que o aluno se aproprie de pelo menos duas formas de se operar com os registros semióticos: o tratamento do registro em si e a conversão entre eles.

Para Duval (2007), o **tratamento** consiste nas operações numéricas, geométricas, gráficas ou algébricas executadas dentro do próprio registro em que foi gerada a informação e a **conversão** incide nas mudanças realizadas de um registro em outro, ou seja, na mudança de registros; segundo o autor, a articulação dos registros constitui uma condição de acesso à aprendizagem matemática, [grifo nosso].

Nesse contexto, buscamos analisar como os alunos de uma escola pública do Ensino Médio utilizam conceitos de proporcionalidade para resolver atividades de Matemática e se percebem a relação existente entre a proporcionalidade e diferentes ramos da Matemática; nosso intuito foi dar um tratamento adequado e integrado, por meio da (re)construção do conceito de proporcionalidade, que, segundo Tinoco (1996, p. 9), nos permite:

> Construir uma visão mais unificada da matemática, onde a geometria, a álgebra e a aritmética não sejam tratados como matemática distinta, como geralmente acontece; é necessário valorizar a geometria, antecipando tópicos como o Teorema de Tales, para melhor relacioná-los com os outros ramos da matemática.

Sendo assim, no que se refere às formas de trabalhos desenvolvidos em sala de aula, perguntamo-nos: existe a necessidade de mudanças? Segundo Costa (2012), devemos partir de uma situação procurando sempre evidenciar as conexões entre os conteúdos matemáticos, pois, para esse autor, o entendimento mais profundo da Matemática só é reconhecido quando os alunos percebem essas conexões e quando entendem que estão falando “da mesma coisa”, com pontos de vista diferentes.

O conceito de proporcionalidade é um dos conceitos matemáticos mais discutidos na Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio), pois consiste em relacionar e utilizar o raciocínio proporcional em diversas tarefas do cotidiano, como por exemplo, para aumentar uma receita, assim como nos diversos conteúdos matemáticos, como a Álgebra (regra de três: cálculo de porcentagem) e a Geometria (Teorema de Tales) e também em outras áreas do conhecimento, como a Física (estudo do movimento), dentre outras (TINOCO, 1996).

As tarefas do cotidiano oferecem oportunidades para que os alunos estabeleçam conexões entre aquilo que aprendem "dentro" e "fora" da escola. Essas experiências, quando vivenciadas pelos alunos, favorecem oportunidades para que as atividades matemáticas sejam bastante relevantes, isto é, importante que a aprendizagem dos alunos se concretize por meio de suas experiências, ligando a Matemática informal com a Matemática que os alunos aprendem na escola (NCTM, 2007).

É nesse sentido que discutiremos nesta seção, a importância do Ensino de proporcionalidade e a relevância do raciocínio proporcional no ensino da Matemática da Educação Básica. Além disso, apresentaremos a proporcionalidade, de acordo com os documentos oficiais (BRASIL, 1998; MARANHÃO, 2000, BNCC, 2017).

2.1 O Ensino da proporcionalidade na Educação Básica

A importância da proporcionalidade no Ensino de Matemática na Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) se deve ao fato de ser um conteúdo que se articula com os diversos ramos da Matemática e até com outras áreas do conhecimento. Segundo Oliveira e Santos (1999, p. 2),

> No Brasil, o estudo da proporcionalidade ocorre, muitas vezes, de uma maneira fragmentada, onde cada assunto do capítulo referente ao tema proporcionalidade é visto como objeto de estudo em si mesmo, provocando a transformação de ferramenta de resolução a objetos de estudos, o que ocorre, especificamente com a regra de três.

Corroborando com essas ideias, Costa (2012) afirma que é fundamental que os alunos identifiquem e consigam fazer conexões entre os diversos ramos da matemática, uma vez que, se trabalhados de maneira fragmentada e isolada, não contribuem para que os alunos tenham a ideia do todo e, consequentemente, do processo que caracteriza o desenvolvimento do pensamento matemático.

O ensino de forma isolada e mecanizado[1] de procedimentos de cálculo assim como o conhecimento memorizado não ajudam os alunos a compreender o que é a Matemática; não constituem um pré-requisito para o desenvolvimento de capacidades ligadas ao raciocínio à resolução de problemas e nem sequer garante que os alunos sejam capazes de utilizar na prática os conhecimentos supostamente adquiridos. Os conhecimentos matemáticos são relevantes se forem integrados num conjunto mais amplo e significativo de competências e se a sua aquisição progressiva for enquadrada por uma perspectiva que valorize o desenvolvimento de capacidades do pensamento e de atitudes positivas face à Matemática e à aprendizagem.

Geralmente o conceito de proporcionalidade é trabalhado no 7º ano do ensino fundamental de maneira desvinculada dos outros conteúdos da Matemática limitando-se apenas aos conteúdos de razão e proporção. É importante ressaltar que o estudo da proporcionalidade está relacionado com a operação de multiplicação, aprendida pelos alunos desde os anos iniciais. Essa compreensão ajuda no entendimento e na evolução do conceito de proporcionalidade.

Várias são as situações envolvendo a proporcionalidade simples que se apoiam nas Estruturas Multiplicativas. Segundo Vergnaud (2009) e Gitirana et al. (2014), essas estruturas permitem analisar as situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações e divisões.

Nesse sentido, Vergnaud (2009) apresenta duas categorias para o estudo do Campo Conceitual Multiplicativo: a do Isomorfismo de Medidas (relação quaternária) e a do Produto de Medidas (relação ternária). As estruturas multiplicativas comportam uma relação quaternária, como no caso da proporcionalidade, "onde a multiplicação relaciona-se a dois conjuntos e quatro medidas, sendo três conhecidas e uma a ser encontrada através de operações matemáticas" (PESSOA; BORBA 2009, p.113). De acordo com os autores supracitados, essas estruturas multiplicativas estão associadas a alguns objetos matemáticos, como por exemplo, função linear, razão e proporção, que, além de

[1] "Refere-se à informação aprendida sem interagir com conceitos relevantes na estrutura cognitiva" (AUSUBEL, 1982)

ajudar aos alunos a desenvolver conceitos matemáticos, permitem ainda entender as diferentes formas de resolução de problemas.

Ainda, segundo Vergnaud (2009), a compreensão dessas categorias, em relação à proporcionalidade, significa que o aluno é capaz de usar estratégias multiplicativas, ou seja, que é capaz de reconhecer uma relação multiplicativa entre os termos de uma razão e aplicar em outra razão ou reconhecer uma relação multiplicativa entre os termos correspondentes.

Para Duval (2007), só há aprendizagem das operações matemáticas (aditivas e multiplicativas), definidas por Pessoa e Borba (2009) se o sujeito conseguir fazer distinção entre um objeto e sua representação. As operações envolvendo proporcionalidade são utilizadas em atividades de problemas multiplicativos, pois elas são necessárias para o desenvolvimento da compreensão Matemática.

Mas, afinal o que é *proporcionalidade*?

Segundo Van de Walle (2009), a proporcionalidade nada mais é do que a declaração de igualdade entre duas relações, ou seja, a relação entre duas variáveis (grandezas) proporcionais.

De acordo com Soares e Nehring (2013), o conceito de proporcionalidade está relacionado a outros conceitos matemáticos, como por exemplo, porcentagem, função, teorema de Tales. Portanto, a apropriação deste conceito requer uma associação de outros conceitos através da sistematização das diferentes formas de representações semióticas. Essa apropriação só será possível pela compreensão dos conteúdos matemáticos.

Costa e Allevato (2015) afirmam que a proporcionalidade, além de ser um conteúdo matemático, é também um formador de mecanismos cognitivos para o entendimento de outros conteúdos matemáticos, envolvendo questões numéricas, Medidas e Geometria.

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com atividades matemáticas, o que lhes permite conhecer problemas, buscar e selecionar informações e tomar decisões.

Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. Ao relacionar ideias matemáticas entre si, os alunos poderão reconhecer princípios gerais como proporcionalidade, igualdade, composição, decomposição, inclusão e perceber que processos como estabelecimentos de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho com números e operações, como no trabalho com espaço e forma; grandezas e medidas (BRASIL, 1998). Assim, é de fundamental importância que os alunos ampliem os significados que possuem em relação aos números e as operações matemáticas, buscando as relações existentes entre eles.

Para isso, o professor deve conduzir atividades de forma que mantenha relações com o estudo de outros conteúdos, em particular com as atividades numéricas, métricas e a proporcionalidade. Por exemplo, o ensino de grandezas direta e inversamente proporcionais como os juros e a porcentagem. E as métricas, ampliar e reduzir plantas baixa de uma casa, fotografias, etc.

É nessa perspectiva que o conceito de proporcionalidade vem crescendo na Psicologia da Educação Matemática, principalmente no que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos alunos, em etapa escolar ou não. Essa importância ocorre devido à proporcionalidade possibilitar a resolução de atividades abrangendo diversos contextos matemáticos (COSTA JUNIOR, 2010).

Nesse contexto, Maranhão e Machado (2011, p. 142) afirmam que:

> A proporcionalidade é um tema indubitavelmente importante em Matemática e outras Ciências em âmbito escolar, e em diversas situações da atividade humana. Por isso, o pensamento proporcional tem sido objeto de estudo em Educação Matemática e em suas especialidades, a Psicologia da Educação Matemática, há várias décadas.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), o estabelecimento de conexões entre os diversos ramos da Matemática é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, quando abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem ou construção de novos conceitos. Além disso, o documento aponta que o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques, isto é, em uma sucessão linear devem dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam fornecidas e destacadas. Portanto, o significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e o cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes ramos da Matemática.

A ideia, segundo o documento, é partir de certo tema, procurando evidenciar as conexões com outros ramos da Matemática e, sobretudo, tomando como meta o desenvolvimento das competências matemáticas transversais, isto é, daquelas que atravessam todos os temas e devem construir os grandes objetivos de um currículo de matemática.

Alguns autores (VAN DE WALLE, 2009; LAMON, 2012; NUNES; COSTA, 2016), que serão discutidos na próxima seção, sugerem que, ao trabalhar com atividades envolvendo proporcionalidade, o professor deve propor aos seus alunos vários tipos de problemas, considerando que a diversificação é uma condição necessária para que eles desenvolvam seu raciocínio proporcional.

2.2. O Raciocínio proporcional e sua relevância no ensino da Matemática

O raciocínio proporcional, tendo em vista fatos relacionados ao mundo atual, que envolvem relações de proporcionalidade e consistem em relacionar e interpretar esses fenômenos, é fundamental no ensino de Matemática. Essa relação, evidenciada entre a proporcionalidade e o mundo atual, vem expressando destaque por alguns pesquisadores, que têm interesse por esse tema (TINOCO, 1996; LAMON, 2012, COSTA; ALLEVATO, 2015).

Lamon (2012) destaca que o raciocínio proporcional não é um sinônimo de proporcionalidade, mas sim uma condição fundamental para que os indivíduos compreendam os contextos e as aplicações matemáticas e sejam capazes de relacioná-lo à proporcionalidade. Para a autora, o raciocínio proporcional:

> Refere-se a detectar, expressar, analisar, explicar e oferecer evidências em apoio às afirmações sobre relações proporcionais. A palavra raciocínio sugere ainda que usemos a razão, o bom senso e uma abordagem cuidadosa para resolver problemas, em vez de arrancar números dos enunciados e cegamente aplicar regras e operações. [...] (associamos raciocínio) com processos mentais livres que exigem análise consciente das relações entre quantidades (LAMON, 2012, p. 4).

Ela afirma que raciocinar proporcionalmente ultrapassa a capacidade de resolver problemas relacionados à proporcionalidade com a utilização adequada das relações existentes; o raciocínio está conectado com a capacidade que o aluno tem de interpretar, argumentar, elaborar hipóteses e criar estratégias, visando a compreender a coerência existente das variações, em termos de grandezas absolutas e relativas, para a resolução de problemas.

Para Lamon (2012), a grandeza absoluta requer um raciocínio pautado em contagem e medidas diretas de quantidades. Já o raciocínio relativo não pode ser medido: resulta da comparação entre grandezas de natureza às vezes diferentes, possibilitando ao aluno mensurar quantidades complexas e abstratas. Desse modo, podemos perceber que o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional é essencial para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Tinoco (1996), e Nunes e Costa (2016) afirmam que o raciocínio proporcional é uma forma de raciocínio matemático, que envolve o sentido de covariância[2] e múltiplas comparações, assim como a aptidão para reunir e processar mentalmente várias informações.

O raciocínio proporcional envolve pensamento quantitativo e qualitativo e está relacionado à dedução e à previsão. Convém observar que nem sempre o raciocínio qualitativo depende de valores específicos, apesar de ser muito importante para traçar caminhos e chegar a conclusões que se ajustem ao problema (TINOCO, 1996; COSTA, 2012).

Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), o raciocínio proporcional encontra-se presente em diferentes tipos de problemas que envolvem comparações, razões, conversões e combinações. Nas situações de proporcionalidade podem ser usados diferentes procedimentos que recorrerem à redução à unidade, à equivalência de frações ou às equações.

Nesse contexto, os autores sugerem que o professor diversifique as atividades propostas ao aluno, considerando-se que essa condição desenvolva a flexibilidade do seu raciocínio.

Mas, afinal, o que é *Raciocínio Proporcional*?

O raciocínio proporcional, para Piaget e Beth (1966 apud COSTA, 2012), é a capacidade de conduzir significativamente o pensamento, em níveis operacionais concretos e formais.

Para Lest, Post e Beth (1988), o raciocínio proporcional é um modelo de raciocínio matemático que abrange duas variáveis, múltiplas comparações e habilidade para reunir e processar várias informações. Os autores afirmam que o raciocínio proporcional desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de habilidades dos alunos em Matemática. Além disso, eles referem também que o raciocínio proporcional representa a habilidade de compreensão das relações multiplicativas, enquanto a maioria dos conceitos da aritmética é de natureza aditiva.

---

[2] Segundo Lamon (2005), é a percepção de que as grandezas estão relacionadas e variam em conjunto.

Gomes (1999 apud BORRALHO, MONTEIRO; ESPADEIR, 2004) afirma que o raciocínio proporcional pode ser considerado como uma capacidade para reconhecer, explicar, refletir sobre estimar acerca de, construir gráficos, transformar, representar proporções diretas ou inversas.

Van de Walle (2009) nos ensina que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é um dos desígnios mais importantes do currículo dos Ensinos Fundamental e Médio, pois, além de ser necessário para a abstração empírica[3], ainda engloba várias conexões com outros ramos da Matemática, como, por exemplo, com a Álgebra, a Geometria, a Estatística e Probabilidade.

O autor ainda acrescenta que

> O pensamento proporcional é desenvolvido por atividades que envolvem comparar e determinar equivalência de razões e resolver proporções em uma ampla variedade de contextos e situações baseadas em resolução de problemas sem recursos às regras ou fórmulas (VAN DE WALLE, 2009, p. 382).

De acordo com Silvestre e Ponte (2013), pesquisas recentes apontam que o raciocínio proporcional está ligado à compreensão da natureza multiplicativa da relação direta da proporcionalidade. Segundo os autores, o raciocínio proporcional envolve três condições:

> i) capacidade para distinguir situações que têm subjacentes relações de proporcionalidade direta de situações que não o têm; (ii) compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais; (iii) capacidade para resolver vários tipos de problemas, revelando a flexibilidade mental para realizar diferentes abordagens sem ser afetado pelo contexto, dados e estrutura numérica, grandezas e as representações (texto, gráficos, tabelas, razões) (SILVESTRE; PONTE, 2013, p. 12).

Desse modo, é indispensável que o aluno tenha capacidade de saber diferenciar as situações que envolvam proporcionalidade, mesmo que essas não estejam explícitas no contexto, além de perceber e compreender as características matemáticas que podem ser usadas nas diferentes formas de resolver problemas envolvendo o raciocínio proporcional.

Nesse contexto, a constatação da importância desse tipo de raciocínio, como composição de capacidades intelectuais, na estruturação e agilização do pensamento na construção do conhecimento matemático e de outras áreas do

---

[3] Abstração empírica são os conhecimentos que o sujeito consegue tirar dos objetos ou das ações que exercem sobre os objetos, através da observação (Piaget, 1995)

conhecimento, ganhou um lugar de destaque e se mantém nos Padrões de Conteúdos, expressos nos Standards 2000 (NCTM, 2007).

Nesse sentido, alguns autores (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999), consideram essencial para o desenvolvimento do raciocínio proporcional a conexão entre duas grandezas, isto é, uma relação de segunda ordem, em vez de, simplesmente uma relação entre dois objetos concretos. Esta capacidade, que o aluno desenvolve ao logo da Educação Básica, inclui a decisão sobre que tipo de relação numérica em que se aplicam proporcionalidade direta[4], proporcionalidade inversa[5], raciocínio aditivo[6] ou outra, a decisão sobre as operações a realizar e, ainda, a execução destas.

Sendo assim, de acordo com esses autores, os professores da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) devem dar aos alunos a oportunidade de trabalhar com situações problemas envolvendo o raciocínio proporcional, começando por casos em que possam lidar com materiais concretos e esquemas. As situações devem ser de natureza geométrica e numérica. A semelhança entre figuras e as escalas podem dar origens a várias situações de aplicação do raciocínio proporcional permitindo dessa forma relacioná-lo com o raciocínio espacial[7]

O raciocínio proporcional é fundamental no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas do mundo real, na compreensão das outras áreas do conhecimento e no desenvolvimento cognitivo do aluno e por que se trata de um ponto culminante das aprendizagens matemáticas do Ensino Fundamental e uma base importante para o estudo da Matemática no Ensino Médio (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999).

2.3 A Proporcionalidade sob a perspectiva dos documentos oficiais

A importância da Matemática na vida diária pode ser evidenciada nos variados tipos de relações do homem com a sociedade, com a natureza e com seus pares. Nesse sentido, a Matemática ajuda na resolução de problemas que surgem

---

[4] Uma grandeza x é diretamente proporcional a uma grandeza y, se existir um número c, diferente de zero de modo que $x=c.y$ (c é uma constante de proporcionalidade).

[5] Duas grandezas x e y são inversamente proporcionais, se o produto delas for uma constante não nula: $x.y=k \leftrightarrow y=k/x$ (k é uma constante e $x \neq 0$)

[6] O raciocínio aditivo refere-se ao todo como soma das partes.

[7] Remete para a aptidão para criar e manipular representações mentais e visuais. Está relacionada com a capacidade de visualização e de raciocinar em três dimensões (BATTISTA, 2007).

no dia a dia, no mundo do trabalho e na aplicação em outras áreas do conhecimento. Seguindo esse raciocínio, ela é considerada como uma Ciência relevante para a educação integral dos cidadãos, devendo estar presente na escola desde a Educação Básica, como é requerido pelos PCN de Matemática (BRASIL, 1998).

Assim, os documentos fornecem elementos para que o professor implemente os parâmetros curriculares no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esses elementos dão ênfase a que sejam utilizados os conteúdos no aspecto integrado e integrador, visando evidenciar as conexões existentes entre eles. É preciso que o professor atente para as diversas formas de ensinar, pois há muitas maneiras de aprender, além disso, há que ter em mente a consciência da necessidade de vincular os alunos às atividades diárias, construindo e reconstruindo vínculos fortes e positivos.

De acordo com os PCN de Matemática:

> O desafio que se apresenta é o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes. Também apontar em que medida os conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, para a construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, para o desenvolvimento da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos (BRASIL, 1998, p. 49).

Nesse pensamento, para o ensino da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e a Proposta Curricular de Matemática do Estado do Maranhão apresentam, em sua fundamentação teórica, a proporcionalidade como parte integradora do desenvolvimento do raciocínio proporcional e sugerem esse ensino a partir do 7º ano (BRASIL, 1998; MARANHÃO, 2000). Além disso, indicam seus objetivos e justificam que,

> O fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Assim, é desejável explorar no terceiro ciclo[8] problemas que levem os alunos a fazer predições por meio de questões que envolvam aspectos qualitativos e quantitativos [...]. Para resolver esses problemas os alunos poderão construir procedimentos não-convencionais, deixando para o quarto ciclo o estudo dos procedimentos convencionais. (BRASIL, 1998, p.67).

De fato, o ensino da proporcionalidade consiste em relacionar o contexto do dia a dia com o desenvolvimento do raciocínio proporcional por meio das

---

[8] 3º ciclo corresponde aos 6º e 7º anos e o 4º ciclo aos 8º e 9º anos.

observações com o mundo atual. De acordo com os PCN, os conteúdos propostos para os eixos Números e Medidas são para que os alunos sejam capazes de construir novos significados, a partir da utilização, representação e interpretação dos números em situações-problema vinculadas aos contextos matemáticos e não matemáticos (BRASIL, 1998).

Ainda segundo o documento, o ensino de proporcionalidade nesse nível de ensino deve visar o desenvolvimento:

> Do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: * representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional; * resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três (BRASIL, 1988, p. 82).

Desse modo, os conteúdos desenvolvidos nesse nível de ensino indicam que é fundamental que os alunos sejam capazes de perceber as relações existentes entre conteúdos matemáticos, assim como da Matemática com outras áreas do conhecimento e de compreender a proporcionalidade explorando situações em que a relação de duas grandezas em situações-problema seja proporcional ou não, por meio da análise de sua natureza de interdependência.

Segundo a Proposta Curricular do Estado do Maranhão a estruturação dos conteúdos matemáticos está articulada em três eixos: Números, Geometria e Medidas (MARANHÃO, 2000). Ainda, de acordo com o Documento, o estudo da proporcionalidade deverá ser desenvolvido no Ensino Fundamental e está articulado ao eixo dos Números e a extensão do seu conceito deverá ser desenvolvida a partir de situações vividas no cotidiano, abrangendo assim grandezas direta e inversamente proporcionais.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC, fundamentada nos documentos curriculares brasileiros, cita que um dos campos que compõem a Matemática, reunindo um conjunto de ideias fundamentais, é a proporcionalidade (BRASIL, 2017). De acordo com o documento, essas ideias são fundamentais e importantes:

> Para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos [...]. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo das operações com os números naturais, da representação fracionária dos

> números racionais, de áreas, de funções, probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (BRASIL, 2017, p. 266)

Assim, podemos afirmar que, segundo os documentos oficiais PCN (BRASIL,1998), Proposta Curricular Estadual para Ensino de Matemática (MARANHÃO, 2000) e BNCC (BRASIL, 2017), o ensino da proporcionalidade é um eixo direcionador para o processo de aprendizagem da Matemática e deve ser trabalhado, fazendo as conexões entre conteúdos matemáticos e outras áreas do conhecimento, relacionando com situações-problemas do cotidiano.

2.4 Pesquisas relacionadas à proporcionalidade.

Apresentamos, a seguir, algumas pesquisas relacionadas à temática “proporcionalidade” na Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) e Educação Superior.

Pereira Neto (1998) realizou um estudo com alunos do Ensino Fundamental, cujo objetivo foi desenvolver uma proposta de trabalho para o ensino da proporcionalidade em sala de aula, buscando oferecer caminhos na evolução de um pensamento ou ideias intuitivas, para estratégias mais formais e eficientes. Para isso, inicialmente, o autor aplicou um pré-teste para todos os alunos; em seguida, eles foram divididos em dois grupos: um experimental, que participava de encontros com o pesquisador, nos quais eram trabalhadas atividades didáticas envolvendo problemas de proporcionalidade, por meio do seu conhecimento formal; e o outro, controle, que participava das atividades normais da sala de aula, sem a intervenção do pesquisador. Na terceira fase da pesquisa, foi aplicado um pós-teste, semelhante ao primeiro. O desempenho diferenciado do grupo experimental na resolução de problemas se deu pelo fato de terem sido trabalhadas estratégias formalizadas. Com base nessa pesquisa, o autor sugere um conjunto de atividades que devem ser aproveitadas como procedimentos para o ensino de proporcionalidade na escola.

Vizolli (2001), em sua pesquisa de mestrado, abordou aspectos relacionados à construção do conceito de proporcionalidade por meio das diferentes formas de registros de representação. Para esse autor, a metodologia utilizada no decorrer desta pesquisa revelou que houve uma contribuição significativa na evolução da compreensão desse conceito e sua aplicabilidade nas resoluções de outras atividades.

Floriani (2004) buscou verificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas que abrangem o conceito de proporcionalidade. As análises feitas por meio dos registros das estratégias adotadas pelos alunos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa possibilitaram identificar elementos que demonstraram a compreensão dos alunos relacionada à proporcionalidade. Os resultados expressaram também que, em alguns problemas, os alunos não conseguiram reconhecer a proporcionalidade como uma relação multiplicativa.

Em sua tese de doutorado, Vizolli (2006) deu continuidade à pesquisa de mestrado, em que fez um estudo sobre a construção do conhecimento em relação ao conceito de porcentagem explorando os diversos tipos de registros de representação, e objetivando conceituar a porcentagem como proporção. O pesquisador analisou as falas e os registros de representação de alunos e de professores do curso de Educação de Jovens e Adultos, ao solucionarem problemas envolvendo proporção-porcentagem. Os resultados das análises das soluções dos participantes da pesquisa permitiram concluir que o processo de ensino e aprendizagem de proporção-porcentagem deve propiciar oportunidades para que os alunos estabeleçam relações entre dois ou mais textos, permitindo assim generalizar procedimentos de situações, conhecidas ou não.

Silvestre (2006) objetivou verificar se os alunos conseguiam, por meio de atividades matemáticas, reconhecer as situações que envolvem ou não proporcionalidade direta e quais os registros de representação eles utilizavam. Além disso, o autor buscou constatar o tipo de estratégias utilizadas nas resoluções de atividades envolvendo proporcionalidade direta. Os resultados pontuaram que a maioria dos alunos conseguiu diferenciar situações em que "existem" e as em que "não existem" proporcionalidades. Para a representação, organização e interpretação dos dados das atividades, os alunos tiveram preferência pela tabela, mas, para as resoluções, eles desenvolveram estratégias multiplicativas usando o conceito de proporção, ou seja, com uso das igualdades entre razões.

Costa (2012) também abordou o conteúdo proporcionalidade. O pesquisador teve como objetivo investigar como futuros professores de Matemática, em formação inicial, exploravam o conceito de proporcionalidade na resolução de problemas. A pesquisa revelou que os licenciados tinham lacunas de conhecimentos com relação ao tema proporcionalidade e às conexões desse conteúdo com outras áreas da Matemática. Além disso, apontou, também, que eles tinham dúvidas em relação a “quando “e “como” deveriam ensinar esses conteúdos a seus futuros alunos. No entanto, com o uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação matemática através da resolução de problema utilizada no desenvolvimento das atividades, os futuros professores foram motivados a empregar diversas estratégias de resolução nos problemas aplicados: regra de três, tabela, gráfico, dentre outros, aplicando tanto o pensamento quantitativo (que envolve algoritmo numérico) quanto o pensamento qualitativo (que analisa e explica as estratégias utilizadas na resolução de problemas).

Sousa (2013) investigou se o conhecimento da razão áurea e de suas aplicações favorece a aprendizagem da proporcionalidade e, também, se o estudo da razão áurea e suas aplicações contribuem para a percepção dos alunos no que se refere à importância da Matemática e de sua aplicação em outras áreas do conhecimento. A análise dos dados indicou que houve motivação dos alunos no que se refere ao estudo da razão áurea; esse estímulo proporcionou a aprendizagem das razões e proporções. Por outro lado, durante a realização das atividades, a autora constatou que os alunos perceberam a importância da matemática e sua aplicação em outras áreas do conhecimento.

Carvalho (2013) investigou as atividades voltadas para o desenvolvimento do pensamento proporcional do Caderno de Apoio e Aprendizagem Matemática do 5º ano da rede pública de São Paulo. A análise feita nas atividades e orientações ao professor se apoiou nos descritores do pensamento proporcional indicados por Maranhão e Machado (2011) para analisar as atividades. A autora concluiu que, dos cinco descritores: (1) diferenciar situações proporcionais ou não proporcionais; (2) distinguir grandezas diretamente proporcionais das grandezas inversamente proporcionais; (3) resolver atividades envolvendo proporcionalidade através da multiplicação e divisão; (4) comparar situações numéricas ou não numéricas envolvendo números racionais nas atividades com proporcionalidade; (5) ideia de covariância.

As pesquisas relatadas nesta subseção expressam a preocupação dos autores com o conteúdo “proporcionalidade” ensinado na Educação Básica. Dentre essas pesquisas, destacamos a de Vizolli (2001, 2006) e Silvestre (2006), por abordarem aspectos relacionados à construção do conceito de proporcionalidade, explorando os registros de representação. O que difere nossa pesquisa dos demais autores citados é que trazemos o estudo da proporcionalidade e a conexão com outros ramos da Matemática, à luz dos Registros de Representação Semiótica.

3 SOBRE A TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.

Dada a importância da proporcionalidade como conteúdo integrador com os outros ramos da Matemática, perceber tais conexões e ensinar usando diferentes estratégias de representação são um grande desafio para superar as dificuldades encontradas no processo ensino-aprendizagem e promover o conhecimento matemático.

Nessa perspectiva daremos ênfase à Teoria de Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval que está relacionada com o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, sobretudo nas atividades pertinentes a Matemática.

3.1 Abordagens Relevantes Sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica no Ensino de Matemática.

Atualmente a Educação Matemática vem sendo vista por docentes como uma tendência que permite ao aluno a construção do conhecimento matemático para além da simples tarefa de calcular, abordando-a em seus aspectos sociais, políticos e econômicos, propiciando ao cidadão uma formação para a vida individual e coletiva, o que contribuirá na construção de uma nova sociedade (ROZAL, 2007).

O ensino pautado na reprodução de conhecimentos já não atende as necessidades de nossa sociedade. A busca por novas metodologias de ensino e aprendizagem proporciona novos caminhos e amplia as possibilidades de desenvolver uma formação significativa e inovadora no processo educacional. Essa formação significativa é alcançada mediante a compreensão das representações dos objetos matemáticos, que vai além da simples tarefa de responder atividades. A sua formação está relacionada ao desenvolvimento do pensamento matemático fundamental para a construção do conhecimento e ampliação da capacidade de aprendizagem.

A construção desse conhecimento matemático se processa pela exteriorização do pensamento através das diferentes formas de registros de representação e revela a capacidade que o aluno tem em relacionar, interpretar e resolver problemas matemáticos. De acordo Duval (2011), o processo de ensino e aprendizagem está relacionado com as diferentes formas de representar um objeto matemático.

Para Damm (2008), o entendimento da Matemática é estabelecido a partir das representações dos objetos (conceitos, propriedades, estruturas e relações) que podem expressar diversas situações, portanto, no processo de ensino e aprendizagem é importante conhecer as diferentes formas de representação de um determinado objeto matemático.

No que tange à Teoria de Registros de Representação Semiótica, o processo de construção do conhecimento fundamenta-se no desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, especialmente nas atividades relacionadas à Matemática. Nesse contexto, Duval (2011, p. 9) afirma:

> Para que os alunos possam realmente compreender a Matemática, ou para que a Matemática contribua para a formação intelectual e geral deles, que vá além de uma aprendizagem tecnológica de procedimentos executados à mão ou com máquinas, é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas.

Para o autor, aprender Matemática é diferente de aprender outras áreas do conhecimento. Na Matemática, a atividade cognitiva é diferenciada, o que torna necessário o desenvolvimento de um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, que contribui para o crescimento do aluno na sua capacidade de raciocinar, analisar e de visualizar o objeto matemático através das diferentes formas de registros de representação desse objeto.

Esse conhecimento é mobilizado pela representação mental que abrange desde a interiorização de um conjunto de conceitos, concepções que o individuo possui do objeto até a representação semiótica que é a exteriorização da representação mental que funciona tanto com a comunicação, quanto com os meios para o desenvolvimento das atividades matemáticas.

Duval (1993) refere que as dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem da Matemática devem-se ao fato de não conseguirem fazer a distinção entre um objeto matemático e sua representação.

Além disso, afirma ainda que, para haver compreensão da Matemática, o aluno deve operar com alguma habilidade as funções de **Tratamento** e de **Conversão,** as quais ele define, como:

> **Tratamentos** são transformações de representações dentro de um mesmo registro em que foi criado: como por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexão e simetria.

> **Conversão** – deve ser admitida como sendo a transformação de uma representação em outra representação, isto é de um registo em outro registro – devendo conservar a totalidade ou apenas uma parte do registro dado como ponto de partida (DUVAL, 1993, p. 41-42. Grifo nosso).

Nesse pensamento, Damm (2008, p.168) afirma que, se

> [...] ele [o aluno] consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, porém é incapaz de fazer as conversões necessárias para a apreensão desse objeto. Essa apreensão não é significativa. Essa apreensão passa a ser significativa a partir do momento em que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e consegue “passar” de um registro a outro o mais naturalmente possível.

O entendimento da diferença entre o objeto matemático e sua representação é primordial para a compreensão da Matemática, uma vez que os alunos, que não conseguem reconhecer essa diferença sofrem uma perda na percepção dos conhecimentos adquiridos anteriormente.

Então, questionamo-nos: o que são *objetos matemáticos*?

Damm (1999, p.135) afirma que “os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para sua apreensão o uso de uma representação”. Além disso, o conhecimento matemático se estabelece com base nas diversas formas de representação do objeto. Para a autora, em Matemática,

> [...] toda a comunicação se estabelece com base em representações; os objetos a serem representados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto para o seu ensino devemos levar em conta as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático, (DAMM, 1999, p.135).

Diz, pois, Lefebvre (2001) que a compreensão do objeto matemático se manifesta através da sua representação. Portanto, só é possível entender de fato o objeto matemático mediante a sua materialização. De acordo com o autor, o objeto envolve três dimensões: (1) a representação, (2) o conceito e (3) a entidade; e ainda esclarece essas dimensões, exemplificando que:

> [...] o conceito de “círculo”, [...], pode ser resumido por uma curva fechada na qual todos os pontos estão situados a uma distância igual a um ponto interior chamado centro. A entidade matemática é, para o filósofo Desanti, o que está apreendido pela consciência na forma de unidade. Enfim, as representações de um círculo são múltiplas, elas podem ser simbólica (sob a forma, por exemplo, de uma equação: $\{(x, y) \in R^2 / x^2+y^2= 1\}$), linguística (a palavra ‘círculo’) ou, ainda, visual (desenho de um círculo), (LEFEBVRE, 2001, p.155).

Para Lins (2004, p.96), a Matemática é representada através de símbolos, a saber, os objetos matemáticos "são conhecidos, não no que eles são, mas apenas em suas propriedades, no que deles se pode dizer".

Pierce (2005), citado por Neres (2010), considera que objeto matemático é a representação efetiva de um signo, podendo ser percebível ou abstrato, uma entidade exclusivamente mental ou imaginaria.

O objeto matemático, para Godino (2007), é tudo que pode ser mostrado, que pode ser mencionado ou ao que podemos fazer referência. Para o autor, um mesmo objeto pode apresentar diversas representações, daí a compreensão de que Matemática só acontece quando conseguimos fazer a distinção entre objeto e sua representação. Nesse pensamento, ele afirma que

> Não pode haver compreensão em matemática se não se distingui um objeto de sua representação. Não se deve confundir nunca os objetos matemáticos (números, funções, retas, sistemas lineares, etc) com suas representações (escritas decimais, ou fracionários, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras, etc), pois um mesmo objeto matemático pode apresentar-se através de representações muito diferentes. (GODINO, 2003, p.56).

Dessa forma, a compreensão em Matemática está condicionada a uma capacidade de permutação de registro dos objetos. Para Neres (2010), as diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático são essenciais para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, pois, em geral, estes não são facilmente perceptíveis, numa experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos reais ou físicos. Neste caso, é preciso fazer outras representações que tornem possível a percepção pelos sujeitos.

Para que se possa incorporar uma significação aos objetos matemáticos por meio de Registros de Representação Semiótica, Neres (2010) afirma que todas as formas de signos semióticos são importantes para que se possa explicitar o que deve ser verdadeiro quanto à sua representação utilizada pela inteligência científica.

Tem-se, então, a diferença entre um objeto matemático e sua representação como fator essencial para o desenvolvimento cognitivo do sujeito. Torna-se, assim, uma condição necessária e suficiente para que, de fato, haja compreensão dos objetos matemáticos estudados, e neste caso, específico, a resolução de problemas envolvendo a proporcionalidade.

Duval (1993) designa estas representações do objeto de "representação semióticas" meio pelos quais o individuo exterioriza o pensamento, que ultrapassam as comunicações de ideias necessárias para o desenvolvimento das atividades matemáticas.

E ainda acrescenta, dizendo que

> [...] representações semióticas são externas e conscientes aos indivíduos. Estas representações são constituídas pela utilização de símbolos, que vão além da comunicação de ideias para o desenvolvimento das representações mentais... que..."são a interiorização da percepção externa" (DUVAL, 1993, p. 2).

O quadro 2 sintetiza bem esse tipo de representação consciente e externa e suas funções.

Quadro 2 - Tipo de representação e suas funções.

	Externa
Consciente	Semiótica Função de objetivação Função de expressão Função de tratamento intencional

Fonte: Adaptação Neres (2010)

De acordo com Neres (2010), as representações conscientes e externas são indispensáveis para a função de tratamento, uma vez que a atividade de tratamento está diretamente relacionada com a utilização de um sistema semiótico.

Sendo assim, a percepção dos objetos matemáticos depende de uma representação que os designe. Segundo Duval (1993), o aluno só constrói o conhecimento através das representações semióticas, visto que estas são responsáveis pelo desenvolvimento do pensamento humano mediante certas funções cognitivas. A dificuldade encontrada pelos alunos na compreensão da Matemática está relacionada com o "fazer" a separação entre o objeto matemático e seu sistema de representação. Nesse contexto, o autor afirma que:

> [...] não podemos nos restringir ao campo matemático ou à sua história. É necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, análise e visualização (DUVAL, 2003, p.11).

O desenvolvimento cognitivo faz-se necessário para compreensão da Matemática uma vez que cada objeto pode ser representado por meio de diferentes registros de representação. Segundo os PCN (BRASIL, 1997) o ensino da Matemática deve relacionar as representações (esquemas, tabelas, gráficos) com os princípios e conceitos matemáticos através da comunicação que deve ser estimulada a trabalhar com as diferentes formas de representações. Ainda de acordo com o documento

> [...] a aprendizagem Matemática está ligada a compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. [...] A atividade Matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (BRASIL, 1997, p.19).

Por outro lado, Duval (1993) destaca que os registros de representação semiótica na compreensão do objeto e no desenvolvimento do pensamento matemático é um fator primordial para a aprendizagem Matemática. Ademais, as atividades cognitivas para a compreensão do objeto matemático através de registros de representação podem ocorrer de três maneiras: (1) pela formação de uma representação identificada, (2) pelo tratamento e (3) pela conversão.

Isso, segundo o autor, significa dizer que a formação de uma representação identificada é comparada com a descrição de uma tarefa, como, por exemplo, o desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, etc. Com isso, podemos perceber que a descrição do objeto matemático se torna necessária para que uma representação seja identificável.

O tratamento de um registro de representação se processa pelas operações realizadas no mesmo registro de representação do objeto matemático, e a conversão é a transformação de um registro em outro registro, conservando ou não, na sua totalidade as particularidades do objeto matemático em estudo.

As diferentes formas de representar um objeto matemático, utilizando esse processo "a conversão", constitui uma condição fundamental ao processo de aprendizagem, possibilitando assim o desenvolvimento do pensamento matemático. Nesse contexto Duval (2003, p.14) afirma que "a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação".

Os objetos matemáticos precisam ser evidenciados através dos Registros de Representação Semióticas, uma vez que a construção do conhecimento baseia-se nos registros do pensamento matemático. É através desses registros que são definidos os tratamentos que podem ser usados no estudo do objeto matemático. De acordo com a Teoria de Registros de Representação Semiótica, a compreensão do objeto estudado está relacionada às diferentes formas de representar esse objeto, e a apropriação do seu significado acontece a partir da conversão (KLUPPEL; BRANDT, 2014).

Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão; portanto, precisamos desenvolver um ensino pautado nas diferentes formas de representar um objeto matemático, pois a compreensão em matemática demanda da capacidade de transformar o registro de um objeto em outros registros (DUVAL, 2007)

Apesar das particularidades citadas entre as duas transformações de representação, ainda existem pessoas que confundem tratamento e conversão. Na perspectiva cognitivista, a conversão é fundamental, pois é ela que é responsável pela construção do conhecimento e consequentemente pelo desenvolvimento do pensamento matemático (DAMM, 2008). Portanto, observamos em nossa pesquisa que, no ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em incluir observações do mundo atual através de (gráficos, tabelas, figuras, fórmulas, escrita); e outro consiste em relacionar essas representações com objetos matemáticos.

Nesse contexto, a comunicação gera grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a pensar, falar e a escrever sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, figuras, fórmulas ou escrita. Acreditamos que são essas diferentes formas de registros do objeto matemático aplicados no processo de ensino e aprendizagem que contribuirão para a construção do conhecimento Matemático.

3.2. O Papel das Representações Semióticas na Aprendizagem Matemática.

O modelo de ensino “tradicional”, baseado na reprodução de valores e de conhecimentos científicos arquitetados pelo homem no decorrer da História, há muito tempo não atende às necessidades de uma sociedade tecnológica e globalizada. É imprescindível que a escola assuma um papel mais significativo na formação dos estudantes, oferecendo-lhes muito mais que conceitos, teoremas e definições, pois a sociedade atual necessita de pessoas que participem das decisões da comunidade, com equidade social, consciência política e ambiental (RIPARDO; OLIVEIRA; SILVA, 2009).

A construção desse conhecimento, para a formação significativa dos estudantes é um grande desafio para os professores; é cumpre que este atente para as diversas formas de ensinar, para atender a diferentes maneiras de aprender. O educador tem que ter consciência da necessidade de buscar diferentes metodologias de ensino que facilitam na construção e (re) construção do pensamento matemático.

Nesse contexto, as novas metodologias para ensino de Matemática, devem ser utilizadas como ponto de partida e chegada do processo de ensino e aprendizagem, numa perspectiva construtivista do desenvolvimento intelectual dos estudantes, com vista numa formação integral de novos sujeitos para atuarem na sociedade de modo crítico, reflexivo e participativo.

A constatação da importância dessas novas metodologias se apoia no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas conhecimento. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilidade do raciocínio dedutivo do aluno (BRASIL, 1998).

O próprio PCN (BRASIL, 1998) admite haver necessidade de mudanças nos procedimentos de ensino, pois o professor deve buscar novas metodologias que despertem no aluno habilidades para elaborar, comparar, validar seus procedimentos, e despertar uma ação reflexiva, que possibilita a construção do seu próprio conhecimento.

No entanto por ser uma disciplina abstrata, não existe acesso perceptível sem uma representação do objeto matemático. Com base nessa realidade, a importância dos signos como compreensão dos objetos matemáticos tem aumentado significativamente. Dentre as teorias de ensino destaca-se a de Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003), que transforma a face oculta da atividade matemática, em registros de representação que proporciona a construção desse conhecimento.

De acordo com o autor, a Matemática apresenta um campo muito vasto de representação semiótica, e a grande dificuldade dos alunos está em relacionar os diversos tipos de representações que um objeto matemático possui. E ainda justifica que, para compreender-se o objeto matemático, vai-se além de ser capaz de resolver um problema por meio de uma propriedade, pois é preciso reconhecer o mesmo objeto em diferentes formas de representações, como, por exemplo, 0,5 = ½ = 2^{-1}; isto se trata do desenvolvimento cognitivo: saber substituir uma representação por outra representação, para o mesmo objeto. Então, do ponto de vista cognitivo, se o aluno for capaz de transferir um conhecimento aprendido para outros conhecimentos em situações totalmente diferentes, houve, então, uma aprendizagem significativa.

Ainda, de acordo com Duval (1988), citado por Moretti (2002), na Matemática a diferença entre sentido e referência está absolutamente ligada ao princípio da substituição, que é fundamental nos procedimentos de calcular ou de deduzir. Isto significa que expressões, apresentando a mesma referência, quando trocadas uma pela outra, o resultado não se altera (como no exemplo anterior), mas não possuem a mesma natureza cognitiva. Para esse autor, em Matemática, entender essa diferença é fundamental.

Otte (2001), que também estuda a Teoria dos Registros de Representação Semiótica na Educação Matemática, diz que a generalização é fundamental no processo do pensamento matemático. E que no ensino o ato de conhecer, pensar e raciocinar paralelamente com os signos conduz os envolvidos a um pensamento mais generalizado no que se refere à atividade matemática. Nesse pensamento o autor adverte que o professor deve fazer uma integração entre conceitos, signos e objetos, visto que o conceito matemático depende da representação semiótica.

Segundo Moretti (2002), a diversidade de representação que existe de um objeto matemático, aumenta as capacidades cognitivas do sujeito, em consequência, potencializa as suas representações mentais.

Para Neres (2010), a aplicação dessa teoria nas aulas de Matemática, além de identificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos na resolução de problemas, pode ainda ajudar a melhorar o desempenho escolar dos alunos.

Dessa forma, podemos perceber que o uso dessa teoria de ensino traz significativas contribuições no desenvolvimento cognitivo dos alunos, uma vez que proporciona a realização de diferentes formas de resolver o problema matemático, aprimorando assim novas maneiras de pensar e agir diante de um determinado problema. A aprendizagem matemática está relacionada tanto aos conceitos do objeto matemático quanto ao funcionamento cognitivo do pensamento humano (NERES, 2010).

Nesse contexto, o estudo dessa teoria, no ensino de Matemática, enseja inovações no processo de ensino e aprendizagem despertando nos alunos novas formas de raciocinar, contribuindo assim para a construção do conhecimento e ampliação do potencial humano. Com fulcro nesse cenário cabe ao professor fazer uso dessa teoria no ensino, oferendo aos alunos condições para que sejam capazes de trabalhar os objetos matemáticos. Essa forma de trabalhar os objetos matemáticos através dos Registros de Representação Semiótica é um dos objetivos dos PCN, para que os alunos sejam capazes de,

> [...] comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (BRASIL, 1998, p. 48)

Nesse pensamento fica evidente que os diferentes registros de representação de um objeto matemático tendem a desenvolver o pensamento matemático para que o aluno construa novos conhecimentos. Nesse sentido, Duval (2009) destaca que o ensino deve ser pautado nos Registros de Representação Semiótica para aquisição do conhecimento da Matemática. De acordo com o autor, o uso dessa teoria em sala de aula requer uma mudança do ponto de vista de “atividade” matemática.

Isso se explica pelo fato de que, para se resolver uma atividade matemática, é necessário ter conhecimento das transformações de representação semiótica, por meio de mudanças de registro e pelo tratamento especifico dado a cada registro. Os problemas apresentados em sala de aula geralmente são construídos para serem resolvidos como aplicação dos conhecimentos matemáticos, essa é a compreensão do ponto de vista matemático. Contudo, do ponto de vista cognitivo, é importante fazer com que os alunos entendam como elaborar um problema partindo de um conhecimento matemático, para que sejam capazes de resolvê-los, reconhecendo assim o objeto em diferentes formas de representações.

Temos, por exemplo, o estudo das funções, que não são perceptíveis sem um registro de representação semiótica que o identifique. De acordo com

Maggio e Nehring (2014, p. 91), “a função pode ser representada por registros gráficos (representação gráfica cartesiana e tabular), por registros formais (representação algébrica, numérica e simbólica) e registros da linguagem natural”.

No quadro 3 é apresentada uma categorização dos diferentes tipos de registros de representação semióticas do conceito de função, seguindo seus respectivos sistemas de representação, com base na teoria de Raymond Duval.

Quadro 3 - Representações Semióticas do conceito de função

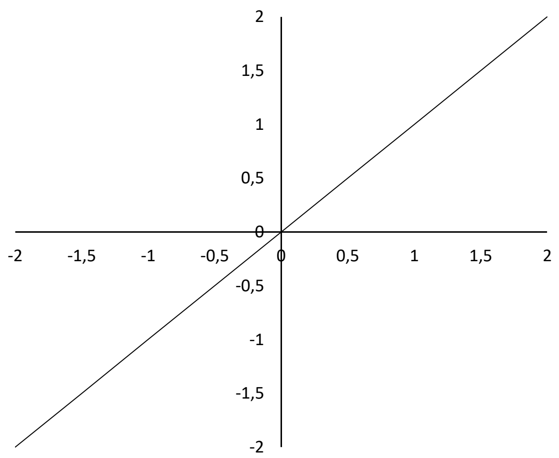
<table>
<tr><th>REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS</th><th>REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS</th></tr>
<tr><td>
Registro da linguagem natural
* Uma função $f : A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, domínio da função (ou conjunto onde a função é definida), um conjunto B, contradomínio da função (ou o conjunto onde a função toma valores) e uma regra que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $f(x) \in B$.
* Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; y é uma função de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \longmapsto f(x)$.
Registro dos sistemas de escrita
Simbólico (línguas formais)
$f : A \to B, x \longmapsto f(x), f(x) = y \; ou \; y = f(x)$
Algébrico
$y = x$
Numérico (natural, inteiro, racional,
</td><td>
Registro gráfico
Gráfico cartesiano


Tabela
<table>
<tr><th>x</th><th>Y</th></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr>
<tr><td>- 1/4</td><td>- 1/4</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1/4</td><td>1/4</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

irracional) $f(1) = 1$ e $f(-1) = -1$	

Fonte: Maggio (2011, *apud* Maggio e Nehring, 2014), com base em Duval (2003)

Para Duval (2012), a diversidade de registros de representações semióticas para o conceito de função é fundamental em razão da economia de tratamento, complementariedade e a coordenação de registros. Sobre esses aspectos o autor afirma que, em se tratando de custo, os registros algébricos são mais rápidos que os registros na linguagem natural; a complementariedade permite com que cada registro de representação da função tenha uma funcionalidade diferente e a coordenação de registros semióticos demonstra o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Dentre outros objetos matemáticos, podemos citar também como exemplo a Geometria, que é fundamental para o desenvolvimento do pensamento humano. De acordo com os PCN (BRASIL, 1988 p. 51), “esse pensamento lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive”. Essa compreensão se estende a quase todos os ramos da Matemática e a outras áreas do conhecimento (GOLDIN; MCCLINTOK, 1997).

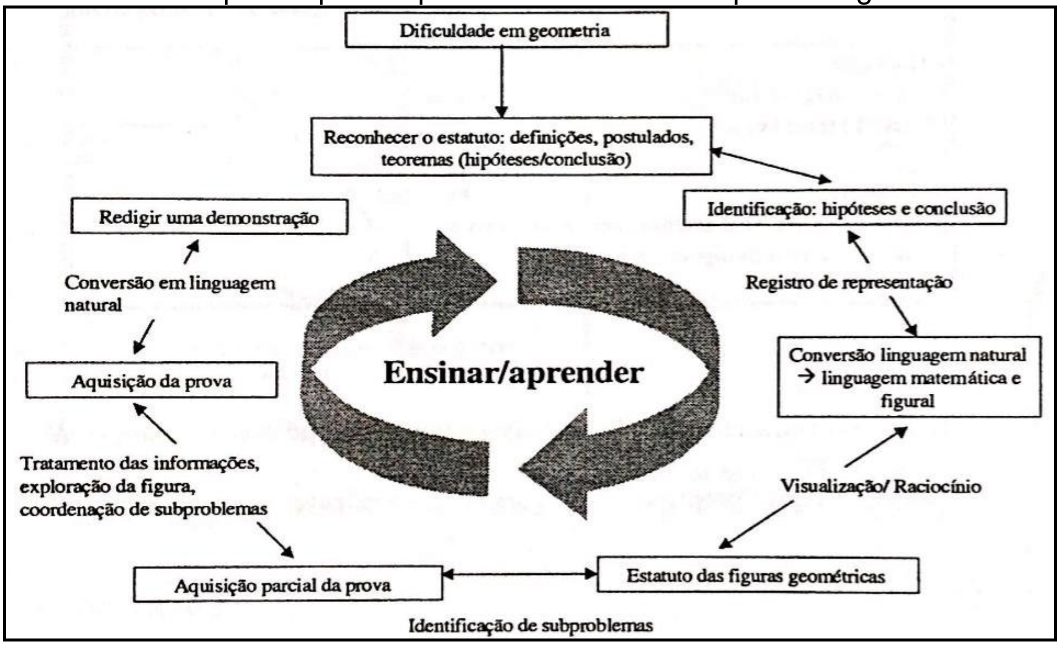
De acordo com Durval (1995) o processo cognitivo da Geometria, que completa em particular as funções epistemológicas, são: a visualização, a construção e o raciocínio. A visualização leva a criar um método para resolver uma situação complexa. Partindo dessa visualização construímos um modelo ligado ao objeto matemático representado para construir o raciocínio que conduz para a explicação do objeto matemático.

Essa visualização se processa através das figuras geométricas. Nesse pensamento Almouloud (2007) afirma que as figuras proporcionarem uma visão maior do enunciado do problema. É relevante nas etapas da demonstração geométrica, porém nem sempre são suficientes para “ver as relações ou as propriedades em relação às hipóteses dadas, as quais correspondem à solução procurada” (2007, p. 130). Para o autor:

> O processo de aquisição dos conhecimentos, em particular dos conhecimentos em geometria, apoia-se sobre: a) construções geométricas (conversão do registro discursivo ao figural); b) atividades de resolução dos problemas geométricos; c) atividades de formulação (registro discursivo); d) observação de provas associadas a tomadas de decisão; e) entendimento e redação da solução do problema (ALMOULOUD, 2007, p. 131).

Ainda, segundo Almouloud (2007), as atividades que contribuem para sanar as dificuldades enfrentadas pelos alunos, no que se refere ao ensino e à aprendizagem da Geometria, devem atender aos aspectos teóricos e métodos que contribuem para a construção dos conceitos geométricos, conforme mostra o esquema apresentado no quadro 4 a seguir:

Quadro 4 – Esquema para o processo de ensino- aprendizagem de Geometria



Fonte: Almouloud, 2007

De acordo com o esquema (quadro 4), para responder às atividades propostas, os alunos deverão apropriar-se das definições, dos postulados e dos teoremas através da coordenação dos registros de representação semiótica. Dessa forma, podemos perceber que o uso dessa teoria na Educação Matemática favorece o processo de ensino e aprendizagem sobre os mais diferentes aspectos, principalmente no que se refere a compreensão dos objetos matemáticos através das diferentes formas registros de representação.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Michaliszyn e Tomasini (2009, p. 47) definem Metodologia da Pesquisa como sendo “o ramo da lógica que se ocupa dos métodos utilizados nas diferentes ciências”. Os autores ainda conceituam a metodologia como sendo a parte de uma ciência que estuda os métodos e os instrumentos utilizados aos quais ela própria recorre.

Dessa forma, abordaremos nesta seção a natureza da pesquisa, o cenário em que a pesquisa foi realizada, quem foram os participantes e a instituição, os instrumentos para a coleta de dados e o produto da pesquisa. Além disso, nas leituras que realizamos com base na literatura atual (FIORENTINI; LOREZATO, 2012; LÜDKE; ANDRÉ, 2017) que tratam do tema, procuramos destacar a pesquisa qualitativa, uma vez que a nossa pesquisa é dessa natureza.

4.1 O Cenário da pesquisa: os participantes e a instituição de ensino

Os participantes desta pesquisa de campo foram 8 (oito) professores de Matemática de uma escola pública estadual, na cidade de São Luís / MA, com idade média de 40 anos; sendo seis desses professores com licenciatura em Matemática, um com licenciatura em Ciência, com habilitação em Matemática e um Bacharel em Ciências Econômicas, com licenciatura (esquema I) em Matemática. Além do curso de graduação, dois desses professores tinham curso de aperfeiçoamento e os outros seis, especialização: sendo dois em Estatística, um em Matemática e Estatística, um em Estatística e Ciências Matemática, um em Fundamentos da Matemática e um em Educação Básica e Superior.

No momento da coleta dos dados, os professores atuavam nos Ensinos Fundamental e Médio. A pesquisa foi realizada de acordo com a autorização do diretor pedagógico da Escola (Anexo A, p. 103).

A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual, na cidade de São Luís/MA. A instituição foi fundada em 3 de outubro de 1999, com o propósito de oferecer um atendimento diferenciado à comunidade do bairro do Anil e adjacências. Por muito tempo, funcionavam setores de alojamentos, posto de saúde, oficinas profissionalizantes, teatro, divisão de orientação ao educando (Psicóloga e Assistente Social), apoio pedagógico (reforço). Entretanto, alguns desses setores já foram desativados.

A escola atende a aproximadamente 6.370 alunos, dos Ensinos Fundamental e Médio, nas modalidades regular e EJA (Educação de Jovens e Adultos), nos turnos: matutino, vespertino e noturno; dispõe de 370 professores e 176 funcionários administrativos. A estrutura escolar totaliza 56 salas em funcionamento, além da cozinha, refeitório, teatro, laboratórios, auditório, biblioteca e banheiros. A instituição ainda dispõe de uma quadra poliesportiva coberta e uma academia de saúde.

Os alunos podem contar ainda com escolinha de vôlei, basquete, xadrez, ginástica rítmica, futsal e com o Projeto mais Educação, que funciona em parceria com o Governo Federal, com as oficinas de leitura, horta e música.

De acordo com o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em 2015, a escola obteve a nota 5,5; cresceu, mas não atingiu a meta para a escola, que seria de 5.9.

4.2 A Natureza da pesquisa

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, pois foi realizada no local de origem dos dados. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), Lüdke e André (2017) a diversidade existente nas pesquisas qualitativas se destaca em função de suas características, como, por exemplo: (1) a fonte dos dados é o ambiente natural; (2) o pesquisador é o instrumento principal; (3) apresenta caráter descritivo/analítico; (4) valoriza muito o processo e não apenas o resultado e (5) emprega enfoque indutivo.

A escolha pela pesquisa qualitativa se deve ao fato de que ela atende, de forma mais adequada, ao nosso objetivo que é Investigar as competências ou saberes dos alunos do Ensino Médio no que tange à mobilização das conexões do conteúdo proporcionalidade, na aprendizagem de outros conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

Nesse contexto, buscamos analisar, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como os alunos do Ensino Médio utilizam conceitos de proporcionalidade para resolver atividades de Matemática e se percebem a relação existente entre a proporcionalidade e diferentes ramos da Matemática. Desse modo buscamos responder à seguinte questão:

O ensino e a aprendizagem do conteúdo proporcionalidade articulado a outros eixos temáticos da matemática ou outras áreas do conhecimento, por meio do uso dos registros de representação semiótica, será um facilitador para que os alunos estabeleçam e compreendam melhor as relações existentes na Matemática?

A pesquisa qualitativa tem como objetivo principal interpretar o fenômeno que observa, ou seja, é basicamente aquela em que se busca entender um fenômeno específico, em profundidade. Em vez de trabalhar com instrumental estatístico, regras ou outras generalizações para análise dos dados, a pesquisa qualitativa trabalha com descrições e interpretações.

A pesquisa qualitativa é mais participativa e, portanto, menos controlável. Os sujeitos da pesquisa podem direcionar o rumo da pesquisa em suas interações com o pesquisador, pois faz parte a obtenção de dados mediante contato direto e interativo do pesquisador com o objeto de estudo e a situação a ser estudada. Além disso, o pesquisador deve procurar entender os fenômenos de acordo com as perspectivas dos sujeitos e da situação a ser estudada, podendo, assim, situar a interpretação dos fenômenos. Desse modo, existe uma preocupação forte por parte do pesquisador com o significado que as pessoas dão às coisas, aos fatos e à sua vida.

4.3 Instrumentos para coleta de dados

Em nossa investigação, utilizamos diferentes instrumentos de pesquisa. Iniciamos com dois questionários: um realizado com a assistente de direção, para levantamento da estrutura física da escola em que realizamos a coleta dos dados (Apêndice A, p. 82); e outro (Apêndice C, p. 85), aplicado aos professores, com o objetivo de verificar se eles, ao ministrarem suas aulas, envolvendo o conteúdo de proporcionalidade, fazem conexão com outros ramos da Matemática.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012), o questionário é um dos instrumentos de pesquisa mais utilizados na coleta de informações, pois é constituído por uma série de perguntas (abertas, fechadas ou mistas) e deve ser respondido por escrito pelo próprio informante, na presença, ou não, do pesquisador.

Também foi utilizado o instrumento composto de 04 problemas de Matemática aplicado pelos professores aos seus alunos, envolvendo proporcionalidade e suas conexões com outros ramos da Matemática e com outras áreas do conhecimento, acompanhadas pela pesquisadora com o objetivo de verificar a ocorrência de aprendizagem, desses alunos, nesse tipo de atividade, com aporte em registros semióticos.

Outro instrumento utilizado em nossa pesquisa foi a observação participante. Trata-se de um instrumento fundamental na pesquisa de campo, bastante utilizado pelos pesquisadores para a coleta de dados. Segundo (FIORENTINI; LORENZATO, 2012; LÜDKE, ANDRÉ, 2017), o pesquisador se vale dos sentidos para obtenção dos dados; porém, não consiste somente em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja pesquisar. Também se caracteriza por uma participação ativa, implicando a participação real do pesquisador no cotidiano do grupo ou na situação a ser observada.

Em nossa pesquisa, as observações foram feitas pela pesquisadora durante os encontros realizados com os professores e no momento em que a pesquisadora observava o professor aplicando as atividades de Matemática para os seus alunos. Os dados e fatos observados pela pesquisadora foram registrados em um diário de campo, à medida que os mesmos foram ocorrendo.

Finalizamos o levantamento do corpus da nossa pesquisa com entrevistas semiestruturas (Apêndice D, p. 88) com o objetivo de entender melhor os dados que foram coletados durante os encontros que tivemos com os professores, pois, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), nessa modalidade, o pesquisador pode organizar o roteiro da entrevista, alterar e formular novas questões, de acordo com a necessidade do assunto em questão.

As discussões dos dados coletados nos questionários, nas atividades matemáticas aplicadas, nas observações que foram registradas no diário de campo e nas entrevistas se encontram na seção 5, que trata da apresentação e análise dos dados.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS DADOS

Conforme estabelecido na seção 4, que trata da metodologia da pesquisa, utilizamos para a coleta de dados os seguintes instrumentos: questionários, atividades de matemática, observação participante registrada em um diário de campo e entrevistas, cuja análises desses instrumentos educacionais foram feitos com todo o rigor necessários em trabalhos dessa natureza.

Ressaltemos que as atividades resolvidas pelos alunos foram analisadas à luz de Registros de Representação Semiótica (ALMOULOUD, 2007; DAMM, 2008; DUVAL, 2009, 2011, 2012; GITIRANA *et al.*, 2014; GODINO, 2007; MACHADO, 2007; NERES, 2010, VERGNAUD, 2009).

Na identificação dos dados e com o intuito de preservar a identidade dos professores e dos alunos, adotamos, respectivamente, os pseudônimos P_1, P_2,...,P_8 e A_1, A_2, ..., A_{114}, o pesquisador, foi identificado como PE.

5.1 Etapas da coleta dos dados

Inicialmente a pesquisa foi realizada com 8 (oito) professores de Matemática do Ensino Médio de uma escola pública estadual na cidade de São Luís/MA, em três etapas: (1) aplicação de questionário para levantamento do perfil dos professores participantes e também para verificar se esses professores tinham conhecimento da conexão do conteúdo proporcionalidade com outros ramos da Matemática; (2) aplicação de 04 problemas para 114 alunos de quatro turmas, de três desses professores, relacionadas ao tema desta pesquisa, e que estão colocadas também no Caderno Pedagógico, produto final desta Dissertação, e por fim, (3) uma entrevista com dois dos professores que responderam ao questionário, buscando melhor compreensão dos dados coletados no questionário e discutindo as diferentes formas que trabalham o conceito de proporcionalidade em conexão com outros ramos da Matemática registrados no diário de campo. Esses dados serão discutidos na próxima seção.

5.1.1 Momento 1: questionário - perfil dos professores

Todos os professores participantes da pesquisa são efetivos e trabalham na escola pesquisada há aproximadamente nove anos. Apresentam vasta experiência de aproximadamente vinte e dois anos no magistério da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio).

Foi questionado aos professores sobre qual série de escolaridade e nível de ensino eles mais gostam de lecionar. Dois professores responderam que gostam de lecionar no 3.º ano do Ensino Médio. A justificativa é que, nessa série, os alunos já possuem um grau de maturidade maior; dois responderam que preferem o 2.º ano, por causa do conteúdo a ser ministrado nessa série; um professor respondeu que sua preferência é pelo 1.º ano, para conhecer o nível de aprendizagem dos alunos que iniciam no Ensino Médio; um respondeu que gosta do 9.º ano do Ensino Fundamental porque, nesse ano de escolaridade, ele pode contribuir de forma enfática, exigindo e dando condições para que os alunos entendam os conteúdos necessários para o Ensino Médio; um respondeu apenas que gosta do Ensino Médio, sem especificar o ano, em função de saber lidar melhor com os alunos dessa faixa etária e um respondeu que não tem preferência por série ou nível de escolaridade.

Outro questionamento realizado com os professores foi em relação à formação continuada. Perguntamos: Você participou ou participa de alguma formação que tenha contribuído para o seu desenvolvimento profissional? Dois dos oitos professores pesquisados não responderam ao questionamento, os demais disseram que participaram do Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio. Essas discussões representam a articulação e coordenação de ações e estratégias pedagógicas entre as secretárias de educação, com intuito de formular e implementar políticas para elevar o padrão e a qualidade do ensino Médio em suas diferentes modalidades, incluído a Educação de Jovens e Adultos e a Educação Profissional e Tecnológica.

Após esses questionamentos, fizemos outros, mais de especificidade do Ensino de Matemática. Inicialmente, questionamos se é possível fazer conexão entre os conteúdos matemáticos. Todos os participantes responderam que sim, que é possível, mas nem todos conseguiram exemplificar, conforme solicitado. Os que conseguiram, responderam que é possível fazer conexão entre razão, proporção e teorema de Tales; matriz, determinantes e sistemas lineares; progressão aritmética com função afim e juros simples; progressão geométrica com função exponencial e juros compostos.

Outro questionamento realizado foi: Nas suas práticas pedagógicas em sala de aula, você costuma fazer essas conexões entre os conteúdos matemáticos? De que maneira?

Todos os professores responderam que sim, no entanto, alguns deles não conseguiram explicar de que maneira eles fazem essas conexões em suas aulas. Outros explicaram que as fazem abordando assuntos de Geografia, Biologia, Química e Física em conexão com a Matemática para solucioná-los; resolvendo questões em que esses assuntos aparecem, sem exemplificar como isso é feito.

Continuando os questionamentos, foi perguntado: É possível relacionar o conteúdo de proporcionalidade com outros conteúdos da Matemática? Cite alguns. Todos os professores responderam que é possível. Alguns referiram que é possível fazer essa conexão entre o Teorema de Tales, Área de figuras planas e Probabilidade; Função afim e juros simples (P_5); Semelhança de triângulos e teorema de Tales (P_7); Geometria Espacial, medidas de áreas e escala (P_6).

Também foi questionado se eles utilizam alguma metodologia de ensino e aprendizagem diferente da que normalmente usam em suas práticas pedagógicas; quatro não responderam, ou seja, deixaram o questionamento em branco; P_4 respondeu que não utiliza; P_1 respondeu que utiliza atividades envolvendo resolução de problemas; P_6, que utiliza a interdisciplinaridade com metodologia e P_5, respondeu que usa jogos como metodologia com o intuito de mostrar de forma mais lúdica o conteúdo.

Questionamos aos professores: Como eles avaliam a aprendizagem dos seus alunos? Um respondeu que não há regras ou teorias, apenas a observação direta, e que cada grupo de alunos responde de maneira direta, contudo, em geral, não possuem domínio de leitura ou lógica. A maioria respondeu que permite que eles resolvam questões no quadro, fazendo a intervenção, quando necessária e através de atividades avaliativas e provas. Quando perguntamos se eles se baseiam em alguma pesquisa, sete dos professores responderam que não, apenas um afirmou que procura aplicar a Teoria do Construtivismo, partindo dos conhecimentos prévios dos alunos e os ampliando, até atingir os objetivos dos conteúdos propostos.

Quando perguntamos aos professores se eles tinham conhecimento sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a resposta foi unânime: que não conheciam. Essa resposta nos indica que há necessidade de ensejar para a formação continuada dos professores que estão em sala de aula, discussões envolvendo novas práticas, novas metodologias para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos.

Finalizamos nossos questionamentos com os professores, perguntando se eles costumavam participar ou se já tinham participado de algum evento, tais como congressos e/ou seminários da área. Apenas um dos participantes, P2, respondeu que nunca participou, P_5, respondeu que já participou, mas não na área da Educação, e os demais participantes responderam que costumam participar e ainda citaram alguns desses eventos: SPBC (UFMA), Semana da Matemática (UFMA). Colóquio da Região Norte (UFPA). Colóquio Brasileiro de Matemática (IMPA), Seminário de Matemática (UEMA), dentre outros eventos locais.

5.1.2 Momento 2: análise cognitiva dos problemas matemáticos e suas representações

A seguir apresentamos 04 (quatro) problemas que foram aplicados aos alunos de quatro turmas, sendo três do 1.º ano e uma do 3.º ano do Ensino Médio, dos professores (P_1, P_5 e P_6) participantes de nossa pesquisa, através dos quais procuramos responder à questão norteadora:

O ensino e a aprendizagem do conteúdo proporcionalidade articulado aos eixos números, geometria e medidas, por meio do uso dos registros de representação semiótica, será um facilitador para que os alunos estabeleçam e compreendam melhor as relações existentes na Matemática?

Ressalte-se que cada problema apresenta um objetivo específico, conforme segue:

Problema 1 – Conexões entre conteúdos matemáticos

Na frutaria o abacaxi é vendido por unidades, e cada unidade custa três reais e cinquenta centavos. Pense nestas variáveis: x correspondendo à quantidade de abacaxis vendidos e y o custo total pago por x abacaxis. a) Descreva, através de uma fórmula, a relação entre custo total e a quantidade (x) de abacaxis vendidos. b) Se João comprou dez abacaxis, quanto ele pagou? c) Quanto custam quinze abacaxis? d) Represente graficamente essa relação (quantidade x custo). e) Pode-se afirmar que o valor pago e a quantidade de abacaxis vendidos são diretamente proporcionais? Por quê?

Fonte: Dados do autor (2018)

O objetivo com a aplicação desse problema, elaborado com aporte na Teoria dos Registros das Representações Semiótica, era que o aluno fizesse a conversão do registro dado em linguagem natural para os registros algébrico, numérico e gráfico, pois, de acordo com Duval (2012), as diferentes formas de representações semióticas são fundamentais para o conceito de funções. E que, ao realizar o tratamento dos registros construídos, os alunos desencadeiam processos de (re)construção do conhecimento acerca dos elementos que constituem o conceito de proporcionalidade, assim como identificasse possíveis conexões entre a proporcionalidade e função linear.

A seguir, apresentamos nas figuras 1 e 2 os registros das resoluções apresentados pelos alunos.

Com relação ao item (a) do problema, foi solicitado aos alunos que descrevessem através de uma fórmula a relação entre custo total e a quantidade (x) de abacaxis vendidos. Notamos que a maioria dos alunos conseguiu fazer a transformação do registro da linguagem natural para o registro algébrico, como também apresentaram respostas bem semelhantes.

Figura 1 - Resposta apresenta por A6

$3,50x = y$

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

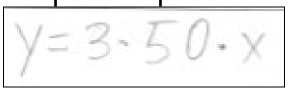
Figura 2 - Resposta apresentada por A15

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Além disso, observamos que os registros de representação da expressão matemática solicitada no item (a) do problema, apresentados pelos alunos, apesar de ser diferente na ordem das grandezas (x e y), o valor da grandeza y sempre depende da grandeza x.

Apesar de a maioria dos alunos ter mostrado os registros de representação da expressão bem parecidos, houve também quem apresentasse de forma errada, conforme se observa na figura 3:

Figura 3 - Resposta apresentada por A17



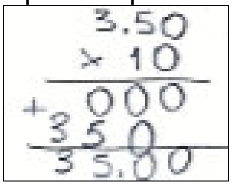
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Percebemos que o aluno A_{17} demonstrou dificuldade em registrar a expressão matemática solicitada. Acredita-se que esse obstáculo epistemológico possa estar relacionado a não apropriação de conhecimento algébrico, pois escreveu a expressão **y = 3.50 . x**, quando o correto seria **y = 3,50 . x**.

No item (b) do problema, foi questionado quanto João pagaria se ele comprasse 10 abacaxis. Nesse item, buscou-se verificar se o aluno conseguiria fazer a mudança do registro algébrico para o numérico, o que caracteriza o tratamento, pois as operações realizadas foram feitas no mesmo registro de representação. Percebemos, no momento da resolução, que os alunos não apresentaram dúvidas quanto ao enunciado, embora alguns desses tenham colocado apenas a resposta final sem registrar os cálculos ou procedimentos utilizados por eles.

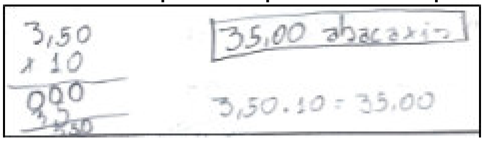
Todos os estudantes responderam que João pagaria R$ 35,00; no entanto, é possível notar nos registos de representação apresentados nos protocolos das figuras abaixo, que os alunos utilizaram diferentes estratégias de resolução.

Figura 4 - Resposta apresentada por A23



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 5 - Resposta apresentada por A1

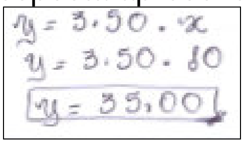


Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Os alunos A_1 e A_{23}, para solucionar esse item simplesmente multiplicaram o valor de cada abacaxi, pelo total comprado.

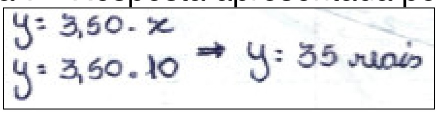
Já os alunos A_{15} e A_{22} recorreram diretamente ao registro algébrico encontrado por eles no item (a) do problema:

Figura 6 - Resposta apresentada por A22



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 7 - Resposta apresentada por A15



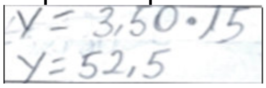
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Em relação aos registros dos cálculos, apresentados por A_{15} e A_{22}, percebemos que utilizaram a mesma estratégia de resolução, ou seja, eles recorreram a fórmula matemática descrita por meio do enunciado do item (a), para relacionar o custo total e a quantidade (x) de abacaxis vendidos, o que facilitou encontrar a solução.

Os registros utilizados por esses alunos vão ao encontro com o que apontam Vergnaud (2009) e Gitirana et al., (2014), isto é, essas estruturas multiplicativas permitem analisar situações cujo tratamento matemático implica em uma ou várias multiplicações.

O item (c), semelhante ao item (b), em que foi questionado quanto custaria 15 abacaxis, os registros foram bem semelhantes ao do item anterior, conforme figura a seguir:

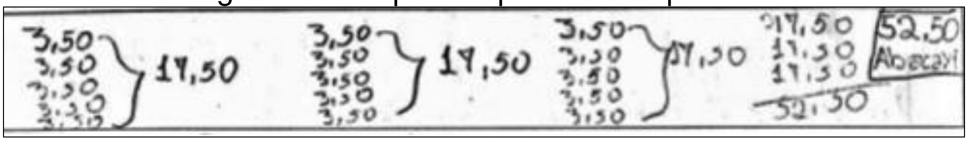
Figura 8 - Resposta apresentada por A17



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

No entanto, houve quem recorresse a outras estratégias de resolução, mesmo tendo criado uma fórmula matemática para facilitar tal procedimento, foi o caso do aluno A_{17}.

Figura 9 - Resposta apresentada por A17



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

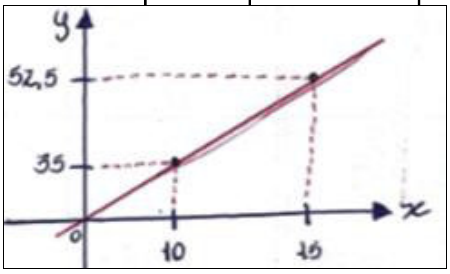
Podemos perceber, pelos registros de representação do aluno, que ele utilizou, como estratégia de resolução, estruturas aditivas, isto é, inicialmente ele fez três agrupamentos (adição) de cinco valores (R$ 3,50 cada), em seguida, realizou um novo agrupamento com a soma dos três valores anteriores (R$ 17,50), para encontrar o valor total que seria pago pelos 15 abacaxis (R$ 52,50). Isto nos levou a entender que o estudante conseguiu compreender que há diferentes registros de representação semiótica para o objeto matemático estudado.

Esse tipo de agrupamento, segundo Vergnaud (2009), estabelece relações entre os invariantes operatórios e a situação a que se refere, a saber, implica em realizar uma ou várias operações de adição ou uma combinação dessas operações, como fez o aluno.

Isto nos leva a crer que os alunos não apenas resolveram a situação apresentada, como também associaram os diferentes registros de representação semiótica ao objeto matemático em estudo, conforme aponta Damm (2008).

No item (d), buscou-se trabalhar o problema com conversão do registro da linguagem natural para o registro de representação gráfica, conforme as situações encontradas nos itens (b) e (c). Os registros dessas representações estão apresentados nas figuras a seguir:

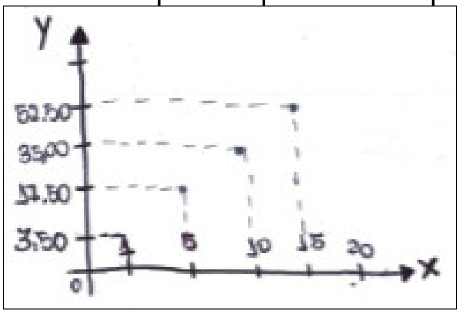
Figura 10 - Resposta apresentada por A15



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Certamente o registro gráfico apresentado pelo aluno A_{15} confirma que ele sabia que a representação **y = a. x** para todos **x**$\in$ **R** na relação é uma reta, ou seja, que se trata de uma função linear. Entretanto, o aluno não respeitou a relação de proporcionalidade necessária para a representação da escala correta nos eixos (x e y)?

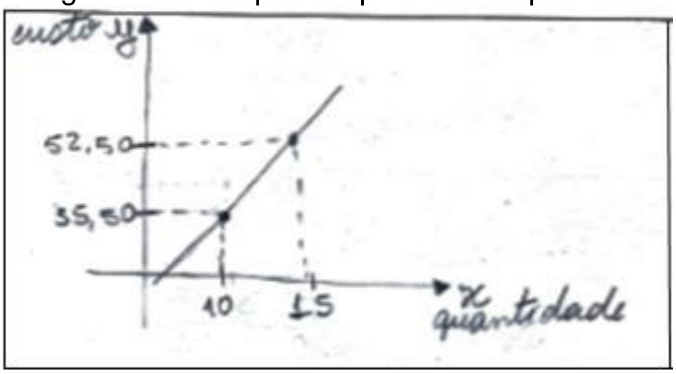
Figura 11 - Resposta apresentada por A6



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Com base na figura acima é possível perceber que o aluno A6 também demonstrou conhecimento sobre a representação **y = a. x**; no entanto, faltou para ele conhecimento de que, nesse tipo de função (linear), a relação estabelecida entre as grandezas é uma reta que passa pela origem. Além disso, o aluno também não respeitou a relação de proporcionalidade necessária para a representação escalar nos eixos x e y.

Figura 12 - Resposta apresentada por A23

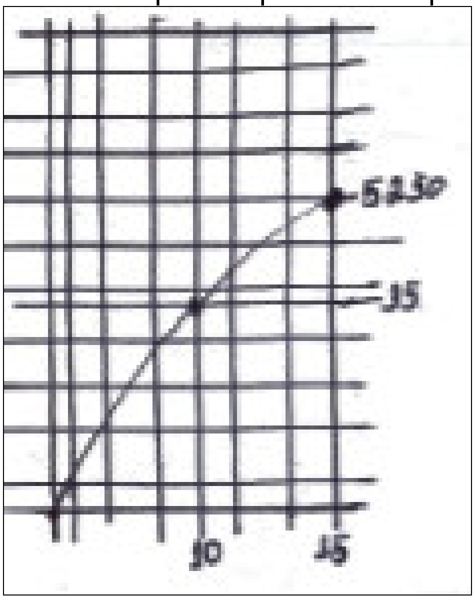


Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

É possível perceber através do registro representado pelo estudante (A_{23}), que ele procedeu da mesma forma que os dois estudantes anteriores (A_6 e A_{15}) para representar as grandezas. A diferença desse registo (figura 12) para os outros dois registros (figura 10 e 11), dos alunos anteriormente citados, é que neste, o aluno identificou no gráfico o eixo x como sendo a grandeza “quantidade”, e o eixo y, a grandeza “custo”.

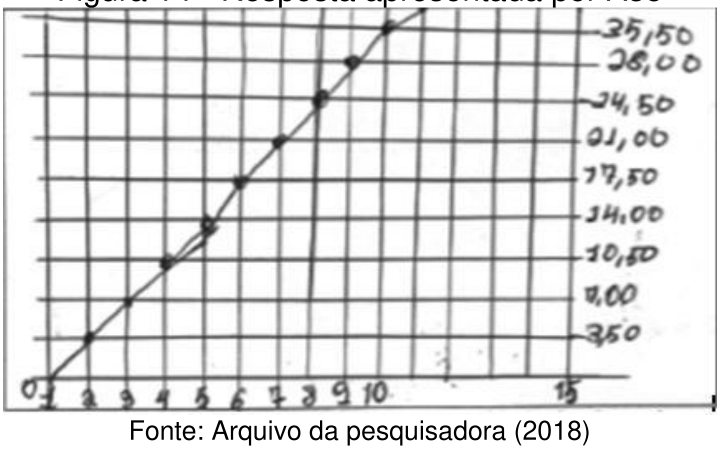
Alguns estudantes tiveram dificuldade em representar graficamente, conforme solicitado do item d do problema 1, a relação existente entre as grandezas “custo e quantidade” fato que se observa nas representações dos registros figurais, figuras 13 e 14, da função linear (**y = a. x).**

Figura 13 - Resposta apresentada por A31



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 14 - Resposta apresentada por A35



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Percebemos que os alunos associaram erroneamente os registros de representação existente entre as grandezas apresentadas no problema em estudo. Esses registros pontuam um caminhar para a sistematização de um conhecimento que aprenderam seguindo “metodologias” que foram estudadas, porém, quando convergem de uma representação à outra, ainda apresentam falhas como as que foram observadas nos registros gráficos.

As respostas apresentadas pelos alunos nos indicam que, do ponto de vista da cognição, as dificuldades não estão na falta da compreensão do conceito de função linear. De acordo com as ideias de Duval (2011), está na falta do conhecimento das relações existentes entre os registros de representação algébrica e os registros gráficos.

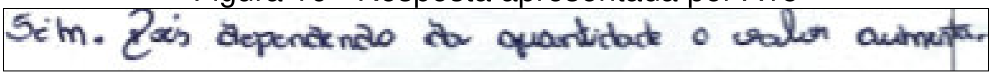
Ao finalizarmos o problema (1) questionamos no item (e): Pode-se afirmar que as grandezas “valor a ser pago” e “quantidade” de abacaxis vendidos são diretamente proporcionais? E justificassem suas respostas. Para esse questionamento todos os alunos responderam que **SIM**, que são diretamente proporcionais; no entanto, as justificativas apresentadas foram bem diversificadas, conforme apresentadas a seguir:

Figura 15 - Resposta apresentada por A6


Sim, a cada unidade aumenta o valor total.

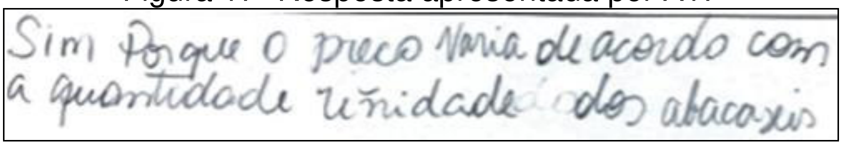
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 16 - Resposta apresentada por A15


Sim. Pois dependendo da quantidade o valor aumenta.

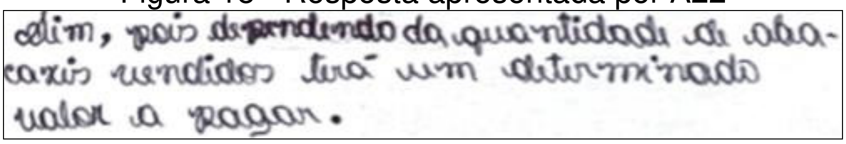
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 17 -Resposta apresentada por A17


Sim Porque o preço varia de acordo com a quantidade unidade dos abacaxis

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 18 - Resposta apresentada por A22


Sim, pois dependendo da quantidade de abacaxis vendidos terá um determinado valor a pagar.

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

De fato, as grandezas (quantidade e custo), apresentadas no problema 1, são diretamente proporcionais, conforme apontados pelos alunos; no entanto, as justificativas não estavam corretas, o que indica que os alunos não tinham clareza em relação ao conceito de proporcionalidade, pois, para que duas grandezas sejam diretamente proporcionais, é necessário que, quando uma aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção.

A proporcionalidade é um dos conceitos matemáticos com que mais nos deparamos no cotidiano, pois são frequentes as situações para as quais necessitamos mobilizar processos que coloquem em prática as noções relacionadas a esse conceito; dessa forma, a proporcionalidade se torna fundamental no dia a dia das pessoas. Além disso, o raciocínio proporcional é importante na resolução de problemas envolvendo os diversos ramos da Matemática, como a álgebra, citado no problema 1.

No problema 2, nosso objetivo foi expor para os alunos uma exemplificação de conexão de proporcionalidade aplicado à Física, e nele requereu-se dos sujeitos de nossa pesquisa que realizassem a conversão do registro dado em linguagem natural para o registro numérico – algébrico, e também efetuassem as operações de tratamento dos registros construídos.

Problema 2: Conexão da matemática com a física

Um móvel se desloca sobre uma reta com a velocidade constante de 40 m/s e leva 10 segundos para percorrer certa distância. Pergunta-se: a) Se a velocidade fosse 80 m/s, quanto tempo levaria para percorrer a mesma distância? b) E se a velocidade fosse de 200 m/s, quanto tempo levaria? c) As grandezas, velocidade e tempo, são diretamente proporcionais? Justifique.

Fonte: Adaptação Tinoco, 1996

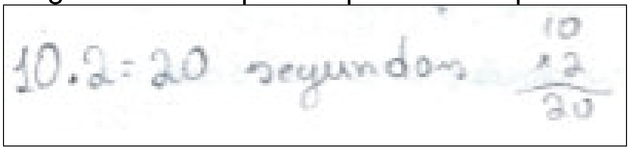
Observamos que alguns alunos tiveram dúvidas, no que se refere à interpretação do problema. Em alguns momentos o pesquisador teve de intervir, respondendo, a alguns questionamentos, fornecendo sugestões adequadas para que os alunos pudessem resolver o problema.

Após as dúvidas esclarecidas, a maioria dos alunos, no momento da resolução do problema, "falou" que não tinha mais duvidas. Mesmo assim, um dos alunos não respondeu, a nenhum item da questão.

Algumas respostas dadas pelos alunos para cada item do problema 2 são apresentadas a seguir:

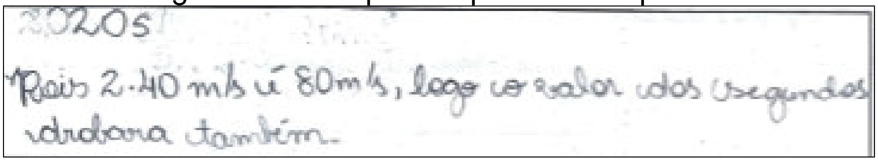
Foi questionado no item (a) se a velocidade fosse de 80 m/s, quanto tempo levaria para percorrer a mesma distância? A seguir, nas figuras 19, 20, 21 e 22, respectivamente, mostramos as soluções dadas pelos alunos A_1, A_6, A_{15} e A_{22}.

Figura 19 - Resposta apresentada por A1



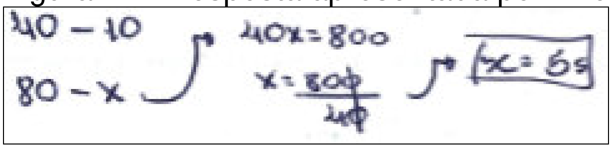
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 20 - Resposta apresentada por A6



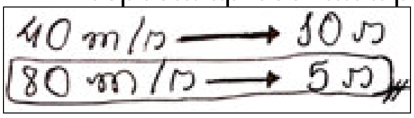
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 21 - Resposta apresentada por A15



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 22 -Resposta apresentada por A22

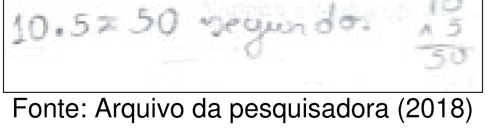


Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Com base nas respostas dadas pelos estudantes A_1, A_6 e A_{15}, observamos que eles apresentaram problemas com relação à interpretação do que estava sendo pedido e responderam de forma incorreta. Com relação à resolução, apresentada pelo estudante A_{22}, percebemos que não recorreu a cálculos para dar a resposta correta, usou apenas a interpretação do problema.

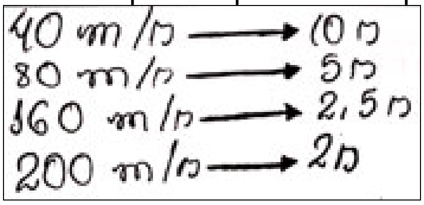
As respostas construídas pelos alunos A_1, A_{22}, A_6 e A_{15} para o item (b) estão, respectivamente, representadas nas figuras 23, 24, 25 e 26.

Figura 23 - Resposta apresentada por A1



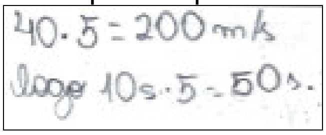
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 24 - Resposta apresentada por A22



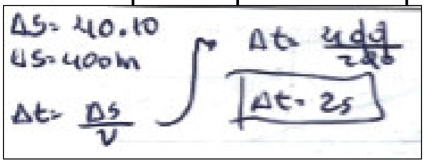
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 25 - Resposta apresentada por A6



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 26 - Resposta apresentada por A15



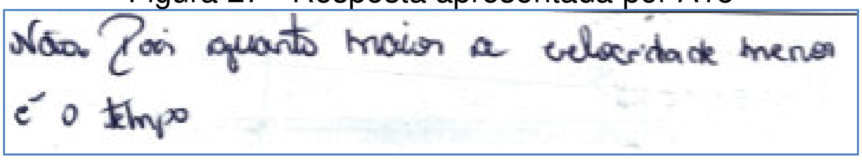
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Observou-se que os estudantes A_1 e A_6 continuaram errando, visto que também erraram o item (a). Isso mostra que os alunos não foram capazes de associar esse conteúdo com outros conteúdos. Já o aluno A_{22} continuou usando o mesmo raciocínio do item (a), respondeu corretamente sem descrever os cálculos.

No item (b), o aluno A_{15} recorreu à fórmula da velocidade para dar a resposta correta, o que nos leva a pensar que conseguiu fazer a conexão da proporcionalidade com a física. Também soube aplicar corretamente a conversão entre os registros dados, assim como efetuar as operações de tratamento solicitados no problema 2.

Quanto à pergunta do item c do problema 2: se as grandezas “velocidade” e “tempo” são diretamente proporcionais? Alguns alunos, como, por exemplo, A_{15} e A_{22}, responderam que **NÃO**, que as grandezas não são diretamente proporcionais. No entanto os alunos A_{17}, A_{31} responderam que **SIM**, que são diretamente proporcionais. As respostas e justificativas são apresentadas nos protocolos das figuras 27, 28, 29 e 30 a seguir:

Figura 27 - Resposta apresentada por A15



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 28 - Resposta apresentada por A22

Não. Porque de acordo com que a velocidade aumenta o tempo dimi-nui.

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 29 - Resposta apresentada por A17

Sim, Porque com a proporcas que a velocidade ocorre alteracas o tempo vai diminuindo.

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 30 - Resposta apresentada por A31

São proporcionais poque quanto maior a velocidade constante maior é o tempo o percorrer.

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Os registros acima apresentados pelos alunos nos indicam que eles não tinham clareza em relação ao conceito de proporcionalidade.

Os alunos A_{15} e A_{22} afirmaram que as grandezas não são diretamente proporcionais, o que está correto; no entanto, apresentaram uma justificativa incompleta, pois o fato de “uma grandeza aumentar enquanto a outra diminuir” não é condição suficiente para ocorra proporcionalidade.

Já os alunos A_{17} e A_{31} afirmaram que as grandezas são diretamente proporcionais, o que não está correto, pois o fato de “uma grandeza aumentar enquanto a outra aumenta”, também não é condição para que ocorra proporcionalidade entre duas grandezas.

Com relação à conexão exposta no problema, os Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN (BRASIL, 1998) recomendam que, no desenvolvimento e atividades envolvendo o conteúdo proporcionalidade, é fundamental considerar as relações com outras áreas do conhecimento, como por exemplo, com a Física.

Percebeu-se que a compreensão das conexões entre os conteúdos matemáticos e entre outras áreas do conhecimento faz com que os alunos apresentem bloqueios para se apropriarem de alguns conteúdos de Matemática. Constatou-se também que, em geral, quando os alunos aprendem os conceitos matemáticos isolados de um contexto, rapidamente esquecem o seu significado. Esse fato encontrou respaldo em (NCTM, 2007; COSTA, ALLEVATO, 2015) quando afirmam que os alunos apreendem melhor os conceitos matemáticos quando estes estão associados a situações do mundo real.

O terceiro problema, que apresentamos a seguir, teve por objetivos os seguintes: (1) analisar se os alunos do ensino médio conseguem fazer a conversão de um registro para outro registro e as operações de tratamentos nos registros de representações semióticas e (2) verificar como os alunos exploram o conceito de proporcionalidade na resolução de problema que envolve o Teorema de Tales.

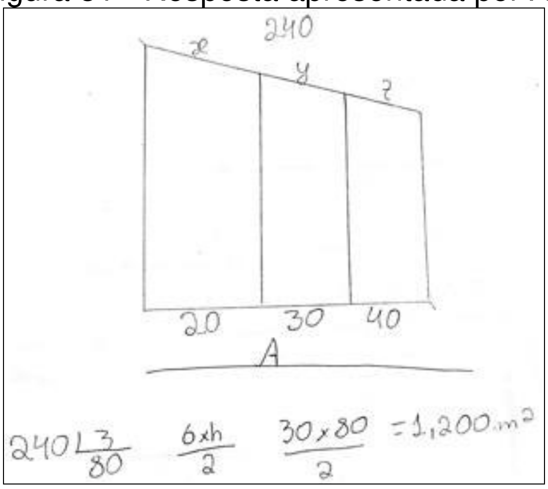
Problema 3: Registro semiótico em linguagem natural

Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo e é limitado por duas ruas (rua A e rua B). O proprietário loteou o terreno em 3 lotes com 40m, 30m e 20m na rua, formando lotes que são trapézios retângulos. O comprimento do terreno da rua B mede 240m. Calcule os comprimentos dos lotes na rua B.

Fonte: Adaptação – Dolce; Pompeo, 2013

Inicialmente, antes da resolução do problema, foi feita uma leitura coletiva para esclarecimento do que estava sendo solicitado. Para resolver o problema, todos os alunos recorreram à figura geométrica para representar os dados do problema, conforme as figuras abaixo. Contudo, importa ressaltar que nem todos os alunos conseguiram solucioná-lo.

Figura 31 - Resposta apresentada por A1

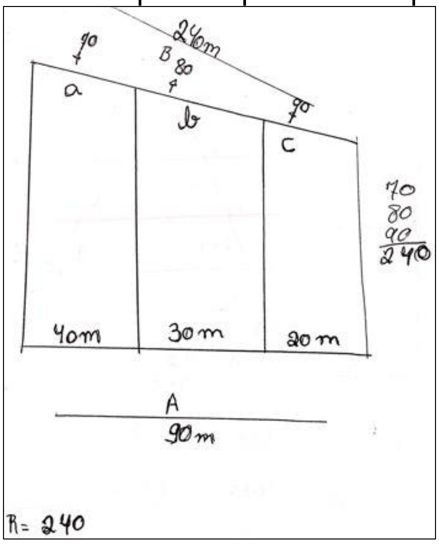


Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Analisando a resolução apresentada por A_1, percebeu-se que o aluno conseguiu converter os registros de linguagem natural do problema, em registro de linguagem figural geométrica; em seguida, ele tentou solucioná-lo, o que fez erroneamente, pois tentou resolver usando a fórmula da área do triângulo, isto demostra que o estudante teve dificuldade em interpretar corretamente o que havia sido solicitado no problema. Além disso, demonstrou a falta de conhecimento do conceito de proporcionalidade e sua relação com o Teorema de Tales, pois essa seria a forma correta de solucionar o problema. Contudo, cumpre ressaltar que aluno apresentou registros representação em linguagem matemática.

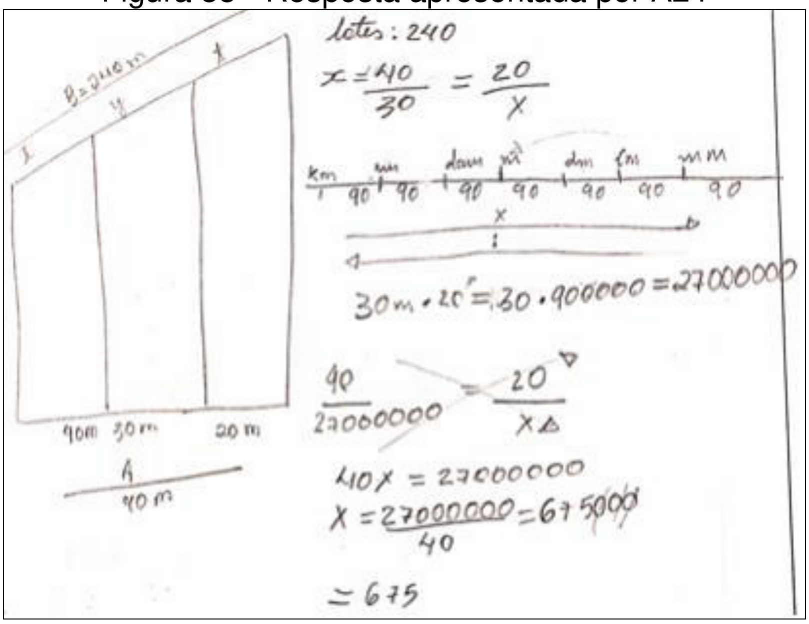
Outros alunos (A_{18} e A_{24}) apresentaram registros da linguagem natural para a linguagem figural, semelhantes ao aluno anterior, no entanto, os registros matemáticos de resolução são diferentes, conforme podemos verificar a seguir:

Figura 32 - Resposta apresentada por A18



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 33 - Resposta apresentada por A24



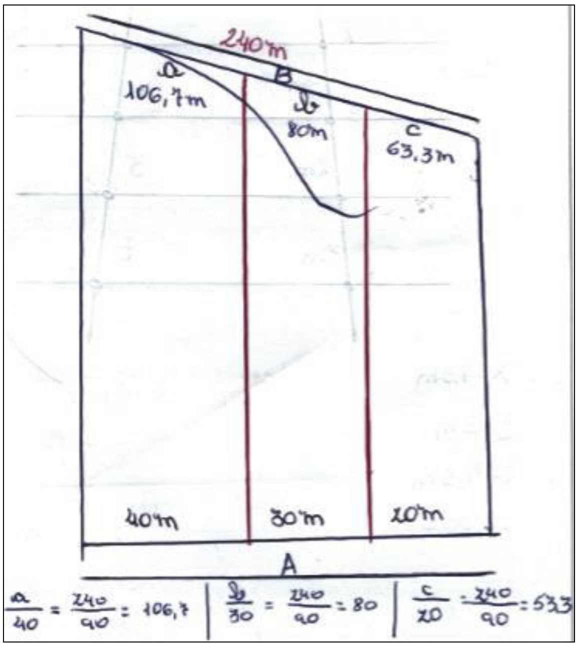
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Notou-se, com base nas resoluções apresentadas pelos alunos que eles fizeram registros gráficos similares. No entanto, A_{18}, não conseguiu solucionar o problema. Isto nos leva a crer que o estudante apresentou dificuldade em interpretar os próprios registros; O aluno A_{24} conseguiu fazer uma interpretação matemática, mas de forma errada, o que nos mostra também que ele teve dúvidas em relacionar o conceito de proporcionalidade na resolução do problema que envolve o conteúdo Teorema de Tales.

Observou-se ainda que, apesar de todos os alunos terem conseguido fazer a conversão da linguagem natural para a linguagem figural, em algumas das resoluções faltou a conversão algébrica e o tratamento adequado para responder a questão corretamente. Mesmo assim, percebemos que o trabalho realizado pelos alunos está de acordo com Almouloud (2007), às vezes, apenas a figura geométrica não é suficiente para resolver o problema, pois o aluno deveria ter-se apropriado de outros conhecimentos como, por exemplo, das propriedades das proporções. Fato também observado por Neres (2010), quando afirma em sua pesquisa que, se os alunos se apropriavam de diversos registros de representações semióticas de um mesmo objeto matemático, o desenvolvimento cognitivo do aluno também melhora.

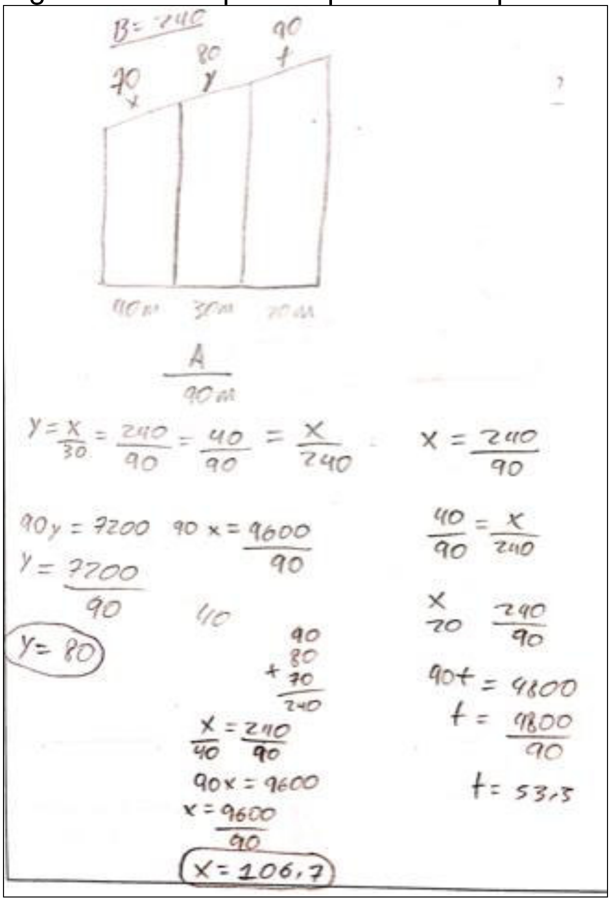
Os registros, a seguir, apresentados pelos estudantes A_{16} e A_{15}, expressam que os alunos conseguiram interpretar de maneira mais clara o que estava sendo solicitado no problema. Dessa forma, a conversão do registro da linguagem natural para a figural e algébrica realizada por eles, foi feita de maneira correta para solucionar o problema.

Figura 34 - Resposta apresentada por A15



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 35 - Resposta apresentada por A16



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Analisando os registros (Figuras 34 e 35) das resoluções apresentadas pelos alunos, percebe-se que eles não tiveram dificuldade em transcrever as representações semióticas do problema proposto. Esses registros nos mostraram que os alunos compreenderam o conceito de proporcionalidade e sua conexão com o Teorema de Tales, embora não o tenham mencionado na sua resolução.

Notamos que, para justificar a resolução do problema, os alunos (A_{15} e A_{16}), buscaram primeiramente fazer a transformação do registro em linguagem natural para o registro figural, para, em seguida, fazer o registro algébrico. Isto vai ao encontro das ideias de Duval (2009). Para esse autor, as transformações dos diferentes tipos de representação são necessárias para a aquisição do conhecimento por parte do aluno.

Analisando as resoluções dos alunos à luz da Teoria de Registros de Representação Semiótica percebeu-se que eles não apresentaram dificuldades de na resolução desse problema; isso nos demonstra que, de fato, aconteceu a aprendizagem. Nossa afirmação está de acordo Neres (2010), quando diz ele que a aplicação dessa teoria em sala de aula, além de identificar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, enseja também significativas contribuições para o seu desenvolvimento cognitivo.

De acordo com Dam (2008), o fato de os alunos terem conseguido passar de um registro para outro registro e realizarem os tratamentos necessários para resolver o problema corretamente, nos demonstram que houve apreensão do objeto matemático.

O último problema que apresentamos aos alunos e que será analisado a seguir tinha como objetivos: (1) verificar se os alunos do ensino médio conseguiam fazer a conexão da proporcionalidade com outros ramos da Matemática, no caso, com a Geometria e (2) Averiguar se os estudantes conseguem fazer a conversão de um registro de representação em outro registro e os tratamentos necessários, foi o seguinte:

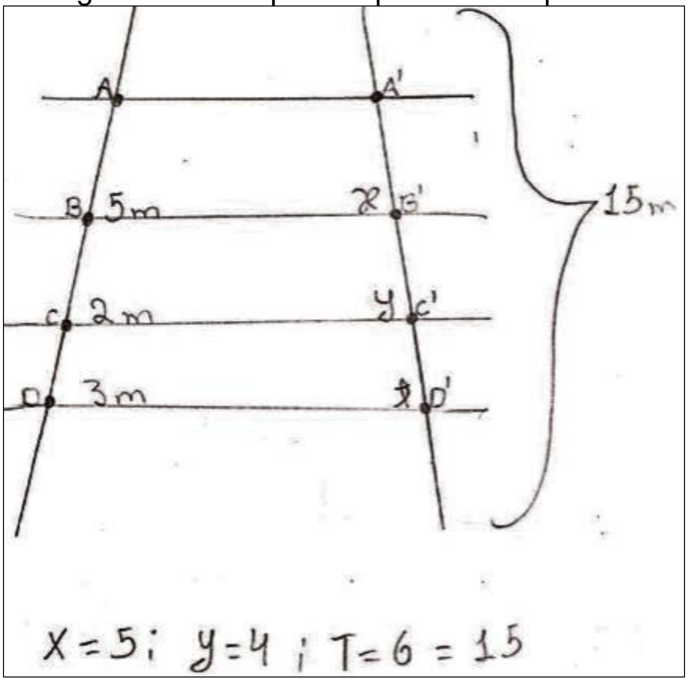
Problema 4: Conexões geométricas com a proporcionalidade

Um feixe de quatro retas paralelas é cortado por duas transversais t_1 e t_2. A transversal t_1 corta o feixe nos pontos A, B, C e D (de cima para baixo). A transversal t_2 corta o feixe nos pontos A', B', C' e D' (de cima para baixo). Se $\overline{AB} = 5m$, $\overline{BC} = 2m$, $\overline{CD} = 3m$ e $\overline{A'D'} = 15m$, então, determine as medidas de $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.

Fonte: Adaptação – Dolce; Pompeo, 2013

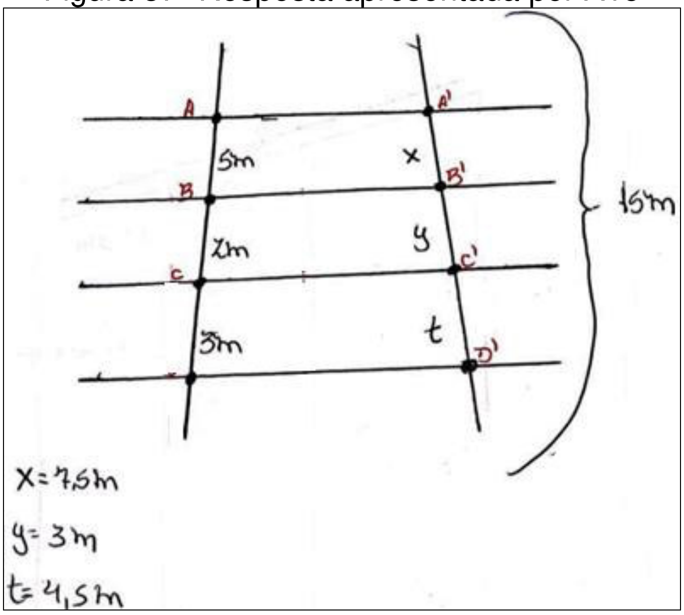
Apresentamos algumas das resoluções construídas pelos alunos, analisando as estratégias realizadas por eles em relação ao conceito de proporcionalidade em conexão com a Geometria (através do teorema de Tales), utilizando diferentes tipos de registros de representação.

Figura 36 - Resposta apresentada por A1



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 37 -Resposta apresentada por A15

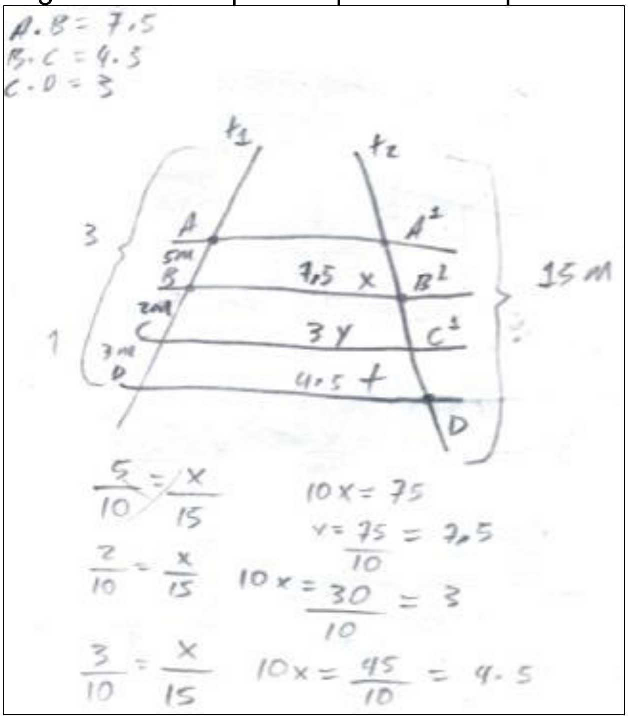


Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Observamos através das Figuras 36 e 37 que os alunos (A_1 e A_{15}) conseguiram fazer o registro das retas paralelas cortadas pelas transversais formando segmentos de retas proporcionais correspondentes. No entanto, eles apresentaram somente o resultado final sem descrever seus procedimentos.

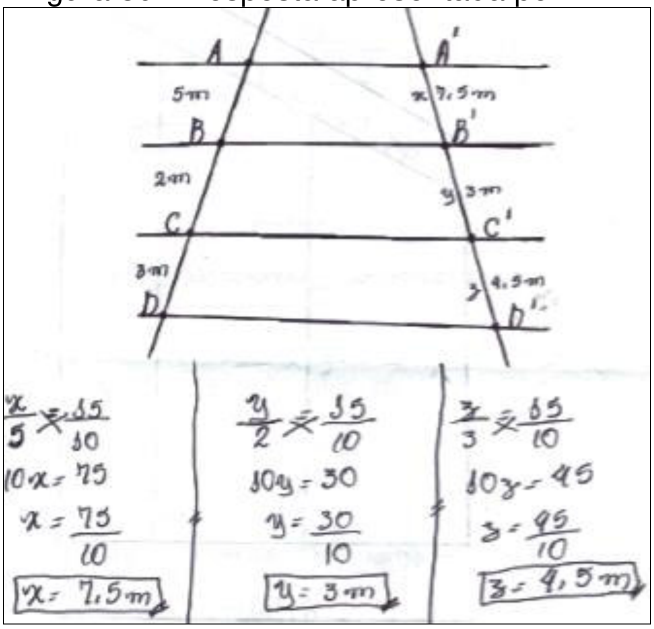
Outros alunos demonstraram o desenvolvimento de suas resoluções.

Figura 38 - Resposta apresentada por A16



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

Figura 39 - Resposta apresentada por A22



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2018)

A_{16} e A_{22}, além de descreverem o objeto matemático (Teorema de Tales) que se apresentava em linguagem natural para um registro figural, conseguiram demonstrar, através das resoluções apresentadas, que houve interpretação desses elementos, conforme demonstrado nas figuras 39 e 40. Além disso, é possível perceber a conexão realizada por eles entre o conceito proporcionalidade e a Geometria.

De acordo com Durval (2008) o processo de ensino e aprendizagem se manifesta através das diferentes formas de representação de um objeto matemático. Observando as respostas apresentadas, pôde perceber que os alunos conseguiram fazer a distinção entre o objeto e sua representação (GODINO, 2007), o que nos leva e crê que houve a compreensão desse conteúdo.

5.1.3 Momento 3: Entrevista com os professores

Após termos aplicado os problemas aos alunos, retomamos nossa pesquisa com os professores que responderam ao questionário inicial, desta vez, apenas com P_5 e P_6, por meio de uma entrevista estruturada[9], para esclarecimento de eventuais dúvidas. A seguir apresentamos os questionamentos e a transcrição das respostas dadas pelos professores[10]:

— PE: Em sua opinião, as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução das atividades matemáticas, estão relacionadas a quê?

— P5: Na verdade os alunos do Ensino Médio apresentam uma dificuldade muito grande em relação aos conteúdos básicos de Matemática, não porque os professores do Ensino Fundamental fizeram um trabalho ruim, mas devido à falta de acompanhamento da família. Como os alunos não têm esse acompanhamento em casa, sua rotina de estudo fica comprometida, e, com isto, terminam por ter um déficit de conteúdo ao longo do Ensino Fundamental. Então, o aluno chega ao Ensino Médio com pouca base, e nós professores precisamos muito para dar continuidade aos conteúdos; consequentemente, acabamos perdendo tempo tentando resgatar esses conteúdos anteriores fazendo revisão no começo do ano.

Essa dificuldade se dá com os alunos que vêm do Ensino Fundamental, e também já não fizeram a Educação Infantil, ou chegam tarde à escola, tendo todo um histórico de problemas que acontecem durante as suas vidas, e quando chegam ao Ensino Médio vão ter muita dificuldade pois os assuntos são mais difíceis, requerendo que tenham um pouco mais de conhecimento.

— P6: A Matemática, assim como o conhecimento científico de qualquer natureza, parte do entendimento de conceitos mais simples até os considerados

[9] As entrevistas estruturadas pressupõem perguntas precisas, previamente formuladas e organizadas segundo uma determinada ordem, das quais o entrevistador não se pode desviar (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 120).
[10] Os discursos dos professores estão reproduzidos na íntegra, *verbum ad verbum*, *ipsis litteris*.

mais complexos. Se o alunado chega ao Ensino Médio sem ter concluído satisfatoriamente o Ensino Fundamental, consequentemente a resolução dos exercícios fica prejudicada, uma vez que o básico de compreensão necessário para encontrar a solução dos mesmos fica comprometido.

— PE: O acesso perceptivo dos objetos matemáticos se processa através das atividades semióticas. Durante as aulas são aplicados problemas relacionadas a esse tipo de atividades, no entanto, muitas vezes percebemos que o aluno não consegue fazer as representações e os tratamentos desses objetos. Em sua opinião o que está faltando para que o aluno perceba isso?

— P5: Nós professores, usamos diversas linguagens, interpretações de conceitos matemáticos, usamos gráficos e representação algébrica e até tentamos fazer representação geométrica de determinadas coisas. Contudo, o grau de abstração deles também é deficitário. A Matemática é também um conteúdo muito abstrato. A própria dificuldade da matemática em si, da linguagem matemática pode ser mais difícil para o aluno que já tem deficiência do conteúdo. Ele não consegue enxergar, entender ou fazer uma relação entre o gráfico e uma situação. Acho que pela própria dificuldade da Matemática por ser um conteúdo que um grande grau de abstração, a maioria sente essa dificuldade e assim é geral. Temos, como exemplos, a prova do ENEM e outras provas que acontecem por aí, cujo desempenho matemático é mais baixo. A linguagem matemática é uma linguagem muita própria, talvez isso também dificulta. A não ser aquele aluno que já gosta, já tenha uma afinidade, aí sim esse é só adaptar, os demais vão ter mesma essa dificuldade de ver os objetos matemáticos apesar de trabalhar isso com eles.

— P6: Atualmente, percebo uma supervalorização das imagens por parte dos adolescentes, em particular, Selfies, Memes, Gifs, Emojis e afins dominam a comunicação da maioria dos jovens. Com isso, a leitura é desestimada. Aqueles que pouco leem, pouco imaginam; interpretam menos ainda e assim, apresentam dificuldade em visualizar mentalmente tais objetos. O imaginário desses alunos está acostumado ao concreto imediato, ao "receber pronto". Não há o costume de exercitar o pensar, nem relacionar o conteúdo à sua realidade.

— PE: Para Reymond Duval a aprendizagem matemática está relacionada com a multirrepresentação dos registros de representações dos objetos. Essas representações são meios pelos quais o indivíduo exterioriza o pensamento. Em sua opinião a Teoria de registros de representações semióticas é um facilitador para a aprendizagem matemática?

— P5: Pode ser tanto um facilitador como pode ser dar uma dificuldade, porque às vezes o aluno não consegue ver daquela forma que já é uma dificuldade para ele. Por exemplo, você quer representar números triangulares, mostrar a sequência de números triangulares através de uma expressão matemática que você consegue contar os números de triângulos, talvez eles tenham mais dificuldade do que se você desenhar os triângulos montando a forma geométrica. Achamos interessante que seja mostrada outras formas, que se faça representação de outras maneiras, mas isso também pode causar até uma confusão, o aluno para o aluno que já tem dificuldade de ver uma, imagina de outras formas. Algumas situações facilitam outras já causam dificuldade, principalmente o aluno que não tem afinidade com a Matemática. Se ele tiver afinidade ele vai achar interessante, mostrar a expressão algébrica que define números triangulares e mostrar o desenho desses números triangulares, então, vai entender melhor; agora se o aluno já tem dificuldade talvez cause uma confusão, também não sei por que nunca tinha pensado uma situação dessas, mas no meu ponto de vista pode ser que ajude ou em situações pode até atrapalhar um pouco.

— P6: Partindo do princípio de que a Matemática trabalha constantemente com objetos abstratos e que, para apropriar-se desses objetos, devemos recorrer a algum tipo de representação. A teoria de Duval é, sim, um facilitador da aprendizagem, a partir do momento em que consegue mobilizar diferentes tipos de formatações de apreensão semiótica, permitindo, dessa maneira, formação de representação, tratamento e conversão.

— PE: Ter sucesso do ponto de vista matemático é alcançar um resultado matematicamente correto para um problema. Do ponto de vista cognitivo é ser capaz de realizar um êxito a transferência do conhecimento aprendido em situações totalmente diferentes. Em sua opinião, no que se refere ao conteúdo proporcionalidade em conexão com outros ramos da Matemática, por que isso muitas vezes não acontece? Ou por que será que isso é tão difícil para os alunos?

— P5: Talvez seja por isso mesmo como você falou, tem situações que, se você mostrar de diversas formas, facilita não se prender a um só tipo, pode ser uma coisa boa como pode ser uma coisa ruim, por exemplo, se eu mostrar um gráfico de uma função afim que tem uma variável que varia de forma proporcional em relação à outra e mostrar isso em número e no gráfico, talvez seja melhor não se fixar só em um ponto de vista, mas, em contrapartida, pode ser que isso cause uma confusão para o aluno, por ele não estar acostumado a fazer isso. Se você não abordasse as coisas de uma maneira só e se acostumassem a fazer esse processo com o tempo, isso facilitaria. Às vezes a gente se prende muito a questão tradicional de mostrar o conteúdo e deixar outras formas de representação de lado.

— P6: A cognição envolve diversos fatores. Destacamos aqui a atividade intelectual ligada ao funcionamento do próprio organismo, ou seja, do desenvolvimento biológico de cada indivíduo. Sendo assim, é difícil definir uma única provável explicação para a dificuldade dos alunos em relacionar proporcionalidade ou qualquer outro conteúdo a diferentes ramos da matemática. Levando-se em consideração que a educação é plural, mas a apreensão do conhecimento é particular, o problema pode ser desde ensino base defasado; transtornos de neurodesenvolvimento; não adaptação às metodologias aplicadas; até a simples falta de interesse por talvez considerar o conteúdo alheio a seus propósitos imediatos e/ou futuros. De fato, consideramos os motivos diversos e incertos.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante as minhas aulas de Matemática, enquanto professora da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio), sempre observava que a maioria dos alunos apresentava dificuldades em fazer a relação existente entre os conteúdos desenvolvidos e, consequentemente, em resolver os problemas propostos. Esse fato me motivou a realizar a presente pesquisa cujo objetivo foi investigar as competências e/ou saberes dos alunos do Ensino Médio no que tange à mobilização das conexões do conteúdo proporcionalidade com outros conteúdos matemáticos e com outras áreas do conhecimento, com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Sendo assim, questionamo-nos:

O ensino e a aprendizagem do conteúdo proporcionalidade articulado a outros eixos temáticos da Matemática ou outras áreas de conhecimento por meio do uso dos registros de representação semiótica pode ser um facilitador para que os alunos estabeleçam e compreendam melhor as relações existentes entre os conteúdos matemáticos?

Para responder ao questionamento, e também como forma de contribuir para esse processo de ensino e aprendizagem em Matemática, foi elaborado um caderno pedagógico, contendo uma sequência didática com quatro atividades envolvendo os conteúdos função linear e o teorema de Tales, os quais, além de terem conexão com o objeto de estudo (proporcionalidade) do nosso trabalho, ainda proporcionaram a construção do conhecimento usando as diferentes formas registros de representação semiótica.

Durante a aplicação das duas primeiras atividades foi constatado que os sujeitos pesquisados, apesar de possuírem uma compreensão parcial dos conceitos de função linear e proporcionalidade, não estavam acostumados a relacionar os conteúdos matemáticos com as diversas formas de registro de representação, nem conectar à suas realidades.

Pudemos constatar, ainda, com relação às duas últimas atividades aplicadas, que a quantidade de acertos foi bem mais significativa, principalmente no que se refere à conversão do registro da linguagem natural para o registro figural. Contudo, para responder corretamente a essa questão os alunos teriam de apresentar outras representações, e as operações necessárias (tratamento adequado), pois esse processo requer conhecimento (definições/postulados) do Teorema de Tales.

Tratando-se do processo ensino e aprendizagem, os resultados da pesquisa nos expressam a necessidade de trabalharmos os objetos matemáticos em seus diferentes registros de representação. E que as dificuldades apresentadas pelos alunos estão em relacionar os conteúdos matemáticos com outros conteúdos e outras áreas de conhecimento, assim como em fazer a conversão e o tratamento adequado entre as linguagens: natural, algébrica, gráfica, figural, dentre outras.

Dessa forma, sugerimos que cumpre aos professores trabalhar as conversões e os tratamentos dos conteúdos de forma natural, pois eles devem proporcionar situações em que o aluno consiga fazer a coordenação entre os diferentes registros dos objetos matemáticos estudados. De acordo com Damm (2008), a apreensão do objeto passa a ser significativa a partir do momento em que o aluno consegue realizar tratamento em diferentes registros de representação e consegue coordenar de um registro para outro.

Observamos, também, durante os encontros, que os professores já trabalhavam os conteúdos matemáticos relacionando-os com outros ramos da Matemática e com outras áreas do conhecimento, no entanto, não ressaltavam esses tipos de conexões existentes. E que de forma intuitiva usavam os registros sem perceber que se tratava da teoria dos registros de representação semiótica de Reymond Duval. No entanto as respostas apresentadas pelos alunos mostram que apesar de terem conhecimento de alguns registros dos objetos matemáticos, as conversões e coordenações desses registros não acontecem de forma natural, o que nos levou a perceber que os alunos não apresentavam uma visão geral dos conteúdos trabalhados.

Assim, percebemos a necessidade da escola em proporcionar aos professores discussões envolvendo novas práticas educativas, no que se refere ao ensino da Matemática e esperamos, também, que os resultados desta pesquisa possam contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos e, também, que possam cooptar professores de todos os níveis de ensino, no sentido de possibilitar melhor desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. A matemática na educação básica. Lisboa: Ministério da Educação; Departamento da Educação Básica, 1999.

ALMOULOUD, S. A. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: MACHADO, S. D. A. (Org**.). Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas: Papirus, 2007, p. 125-147.

BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIR, R. **A matemática na formação do professor**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de ciências da Educação – secção de Educação Matemática, 2004.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática 1º e 2º ciclos: Brasília: MEC, SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. 3. versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (5ª `8ª séries). Brasilia: MEC, SEF, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacional.: Matemática. Brasília: MEC, SEF, 1997.

CARVALHO, F. S. **Pensamento Proporcional:** Análise de Atividades do Caderno do Professor do 5º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de São Paulo. 2013. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC, São Paulo. 2013.

COSTA JUNIOR, J. R. **Atribuição do Significado ao Conceito Proporcionalidade**: Contribuições da História da Matemática. 2010. 237 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

COSTA, M. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da Resolução de Problemas:** uma experiência na formação Inicial de (futuros) professores de Matemática. 2012. 292 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. AVALIAÇÃO: um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. **ACTA SCIENTIAE** – Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, v. 17, n. 2, p. 1-17, 2015.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. revista. São Paulo: EDUC, 2008.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Editora Ática. São Paulo, 1989.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**: geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnenments cognitif de la pensée. In: **Annales de didactique et Sciences Cognitives.** Strasbourg: Irem-UPL, v. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**.** In: Machado, Silva Dias Alcântara (org). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica-Campinas, São Paulo: 3. ed. Papirus, 2007.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Méricles T. Moretti. **Revemat**, Florianóplolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p. 11-33.

DUVAL, R. Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Física, 2009.

DUVAL, R. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. In: Campos, Tânia M. M. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: 1. ed. PROEM, 2011.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. revista. Campinas: Autores Associados, 2012.

FLORIANI, E. F. **Resolução de problemas de proporcionalidade:** um estudo com alunos do ensino fundamental e médio. 2004.104 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em educação) - Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí (SC), 2004.

GITIRANA, V. et al. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

GODINO, Juan. D. The onto-semiotic approch to research in mathematics education. ZDM: The International Journal on Mathematics Education, v. 39, n. 1/2, p. 127-135, 2007.

GOLDIN, G. A.; MCCLINTOCK, C. E. O tema da simetria na resolução de problemas. In: KRULIL, S.; REYS, R. E. (Orgs.) **A resolução na matemática escolar.** Tradução Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

KLUPPEL, G. T.; BRANDT, C. F. Reflexões Sobre o Ensino da Geometria em Livros Didáticos à Luz da Teoria de Representações Semióticas Segundo Raymond Duval. In: BRANDT, C. F.; MMORETT, M. T. (Orgs.). **As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2014, p. 113–134.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. New York: Routledge, 2012.

LEFEBVRE, M. **Images, écritures et espace de médiation: étude anthropologique des pratiques graphiques dans une communauté de mathématiciens**. 2001. 224 f. Thése (Doctorat en Sciences de l'Information et de la Communication) - Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Strasbourg, França, 2001.

LEST, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasining. In: HILBERT, J.; BEHR, M. (ORG.). **Number concepts and aperations in the midlle grades.** Reston. VA: Lawrence Erlbaum & NCTM, 1988. p. 93-118.

LINS, Rômulo Campos. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2017.

MAGGIO, D. P.; NEHRING, C. M. Registros de Representação Semiótica e Prática Discursiva no Ensino do Conceito de Função. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs.). As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas Para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática. Ijuí: Ed. Unijuí, 2014, p. 89-112.

MARANHÃO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular do Estado do Maranhão** – Matemática: Ensino Fundamental – 5ª a 8ª série, 2000.

MARANHÃO, C.; MACHADO, S. Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. **Educar em Revistas**, n. 1, p. 141-156, Editora UFPR, 2011.

MICHALISZYN, M. S.; TOMASINI, R. **Pesquisa**: orientações e normas para elaboração de projetos, monografias e artigos científicos. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

MORETTI, P. T. O Papel dos Registros de Representação na Aprendizagem de Matemática. **Contrapontos**. Ano 2, n. 6, p. 423-437, 2002.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e normas para a matemática escolar.** Lisboa: APM, 2007.

NERES, R. L. **Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática:** um estudo com alunos do sexto ano. 2010.196 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2010.

NUNES, C. B. ; COSTA, M. S. O Raciocínio Proporcional e a Resolução de Problemas na Formação Inicial de (futuros) Professores de Matemática. **REMATEC**. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN), v. 21, p. 47-63, 2016.

OLIVEIRA, I. A. F. G.; SANTOS. M. C. **Problemas de proporção:** uma análise da apropriação do seu significado. In: EPEM-ENCONTRO PERNANBUCANO DE EDUCAÇÃO matemática, 4., 1999, Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 1999.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a semiotic point of view. In: **PME International Conference**, 25, University of Utrecht, The Netherlands, 2001.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução: José Teixeira Coelho Neto. 3. ed. São Paulo: Perspectivas, 2005.

PEREIRA NETO, L. L. **Exploração do potencial didático de um conjunto de atividades auxiliares para o ensino da proporcionalidade.** 1998. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife (PE), 1998.

PESSOA, C; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké**, Campinas. v. 17, jan./jun., 2009

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. S.; SILVA, F. H. Modelagem Matemática e Pedagogia de Projetos: aspectos comuns. Alexandria: **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.87-116, jul. 2009.

ROZAL, E. F. **Modelagem Matemática e os temas transversais na Educação de Jovens e Adultos**. 2007. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará –UFPA, 2007.

SILVESTRE, A. I. **Investigações e Novas Tecnologias no Ensino da Proporcionalidade Directa:** Uma Experiência no 2º Ciclo, 2006. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa: Instituto de Educação, Lisboa (PT), 2006.

SILVESTRE, A. I. PONTE, J. P. **Raciocínio proporcional:** uma perspectiva atual. **Educação e Matemática.** Revista da associação de professores de matemática, maio - jun., 2013.

SOARES, M. A. S; NEHRING, C. M. Proporcionalidade como função: uma análise de livros didáticos do Ensino Médio. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais**, Curitiba- Paraná, 2013.

SOUSA, A. R. **Razão áurea e aplicações:** contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. 2013. 147f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Ouro Preto, 2013.

TINOCO, L. A. A. (Coord.) **Razões e Proporções**. Instituto de Matemática / UFRJ – Projeto Fundão – SPEC/PADCT/CAPES - Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. A. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009c. p. 13-36.

VIZOLLI, I. **Porcentagem e Semiótica**. 2001. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

VIZOLLI, I. **Registro de alunos e professores de Educação de Jovens e Adultos na Resolução de Problemas de Proporção-Porcentagem**. 2006. 245 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

APÊNDICES

APÊNDICE A – FORMULÁRIO PARA CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA CAMPO DE PESQUISA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

FORMULÁRIO PARA CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA CAMPO DE PESQUISA

1. NOME DA ESCOLA:____
2. FUNDAÇÃO:____
3. ENDEREÇO:____
4. DADOS DA COMUNIDADE:

____

5. BAIRROS DE ORIGEM DA CLIENTELA:

____

6. ASPECTOS FÍSICOS

a) NÚMERO DE SALAS DE AULA:

____

b) CONDIÇÕES DAS SALAS DE AULA:

____

____

c) POSSUI BIBLIOTECA?__________

CONDIÇÕES DE FUNCIONAMENTO:

____

d) POSSUI SALA DE PROFESSORES(AS), SALA DE DIREÇÃO, COORDENAÇÃO PEDAGÓGICA, SECRETARIA?

____

____

e) POSSUI REFEITÓRIO?__________________

f) POSSUI ÁREA LIVRE?___________________

7. ORGANIZAÇÃO DAS TURMAS:

NÚMERO DE ALUNOS (AS) POR TURMA: ____________________________

MATUTINO		VESPERTINO		NOTURNO	
Fundamental	**Médio**	**Fundamental**	**Médio**	**Fundamental EJA**	**Médio regular e EJA**

8. RECURSOS HUMANOS:

a) NÚMERO DE PROFESSORES (AS):

MATUTINO:______________ VESPERTINO:____________

b) COMPOSIÇÃO DO CORPO ADMINISTRATIVO:

____

9. RECURSOS MATERIAIS:

a) TIPOS DE MATERIAIS PEDAGÓGICOS EXISTENTES NA ESCOLA:

____

b) RECURSOS AUDIOVISUAIS:

____

10. ROTINA ESCOLAR

a) A CHAEGADA NA ESCOLA:

____

b) O INTERVALO:

____

c) O MOMENTO DA SAÍDA:

____

d) OUTRAS ATIVIDADES:

____

10. HISTÓRICO ESCOLAR

____

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

Em cumprimento ao protocolo de pesquisa, apresenta-se aos(as) profissionais (sujeitos da pesquisa) do Centro Integrado do Rio Anil- CINTRA unidade da Rede Estadual de Ensino de São Luís – MA, o projeto de pesquisa “O ENSINO DE PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: investigação de possível conexões com outros ramos da Matemática, através de registros de representação semiótica, de autoria da mestranda **JOEMILIA MARIA PINHEIRO ALMEIDA**, como recomendação para a realização da dissertação do Mestrado em Educação do Programa Pós – Graduação de Gestão de Ensino da Educação Básica – PPGEEB, da Universidade Federal do Maranhão.

O objetivo da pesquisa é construir uma proposta de ensino relativo ao estudo da proporcionalidade por meio de registros de representações semióticas envolvendo outros temas da matemática no Ensino da Educação Básica do Centro Integrado do Rio Anil- CINTRA. Como instrumentos de pesquisa serão utilizados formulários para análise de documentos; entrevistas com os sujeitos da pesquisa; Registros das atividades propostas pelo pesquisador, registro em diário de campo. O trabalho será realizado no ano de 2017 e os resultados serão disponibilizados aos interessados durante e após o relatório final que será apresentado na dissertação com a possibilidade de publicação.

São Luís – MA, 29 de março de 2017.

CONSENTIMENTO DE PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA
NOME DO(A) PROFISSIONAL:
MATRÍCULA:
CARGO/ FUNÇÃO:
ANO/TURMA:
Concordo em participar da pesquisa e com a divulgação dos resultados, através deste termo de consentimento livre e esclarecimento. **ASSINATURA:**

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES – CAMPO DE PESQUISA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES – CAMPO DE PESQUISA

INFORMAÇÕES PESSOAIS

1. **Nome: ____ Pseudônimo: _______**
2. **Sexo**: (   ) masculino (   ) feminino
3. **Idade**: (   ) menos de 25 anos   (   ) 26 a 35 anos   (   ) 36 a 45 anos
   (   ) Mais de 45 anos

INFORMAÇÕES ACADÊMICAS

4. **Qual a sua formação acadêmica - Graduação**?
   (   ) Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática
   (   ) Licenciatura em Matemática
   (   ) Outra: _______________________________________
5. **Você possui alguma Pós-Graduação? Qual?**
   a) (   ) Aperfeiçoamento - menos de 360 horas
   b) (   ) Especialização:____
   c) (   ) Mestrado:____
   d) (   ) Outra: ____
6. **Você participa ou participou de alguma formação continuada que tenha contribuído para o seu desenvolvimento enquanto professor?**   (   ) sim   (   ) não
   Cite os três últimos, em ordem de relevância, indicando a carga horária correspondente.
   ____

INFORMAÇÕES PROFISSIONAIS

7. **Você trabalha em**:
   (   ) Uma única escola   (   ) Duas escolas   (   ) Três ou mais escolas
   (   ) Outra situação:____

8. **Nessa(s) escola(s) você é:**
   ( ) Professor efetivo ( ) Professor contratado
   ( ) Outra situação funcional: ____
9. **Há quanto tempo você trabalha como professor?** _________________________
10. **Há quanto tempo você trabalha nessa escola**? ____________________________
11. **Em qual o nível de ensino você leciona atualmente?**
    ( ) Somente no Ensino Fundamental ( ) Somente no Ensino Médio
    ( ) No Ensino Fundamental e Médio ( ) Outro: __________________________
12. **Para quais séries/anos de escolaridade você leciona atualmente?**
    ( ) 6.º ano ( ) 7.º ano ( ) 8.º ano ( ) 9.º ano
    ( ) 1.º ano E. Médio ( ) 2.º ano do E. Médio ( ) 3.º ano do E. Médio
13. **Qual a série/ano de escolaridade você mais gosta de lecionar? Por quê?**
    ____
    ____
14. **Sua maior experiência profissional, como professor, foi obtida**:
    ( ) Na Educação Infantil
    ( ) Nos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano)
    ( ) Nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano)
    ( ) No Ensino Médio
    ( ) Na Educação Superior
    ( ) Outros: ____
15. **Além de trabalhar como professor, você exerce outra atividade profissional?**
    ( ) sim ( ) não
    Qual?____________________________________

<u>OUTRAS INFORMAÇÕES RELEVANTES</u>

16. **Em sua opinião, é possível fazer conexão entre os conteúdos matemáticos?**
    ( ) sim ( ) não
17. **Baseado no item anterior cite alguns conteúdos de matemática que se pode trabalhar conexões entre eles.**
    ____
18. **Nas suas práticas pedagógicas em sala de aula, você costuma fazer essas conexões?**
    ( ) sim ( ) não

De que maneira?

____

____

19. **Em sua opinião, é possível relacionar o conteúdo de proporcionalidade com outros conteúdos da matemática?**

    ( ) sim   ( ) não

    Cite alguns.

    ____

    ____

20. **Você utiliza, em especial, alguma metodologia de ensino e aprendizagem em suas práticas pedagógicas? Qual?**

    ____

    ____

21. **Como você analisa a aprendizagem dos seus alunos? Baseia-se em alguma Teoria?**

    ____

    ____

22. **Você tem conhecimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval?**

    ____

    ____

23. **Você é assinante de algum jornal ou revista científica (periódica)?**

    ____

    ____

24. **Você costuma participar ou já participou de algum tipo de evento (Congressos, Seminários ou Encontros Similares)? Qual? Em que ano?**

    ____

    ____

APÊNDICE D – ROTEIRO DE ENTREVISTA COM OS PROFESSORES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (PPGEEB)

ROTEIRO DE ENTREVISTA COM OS PROFESSORES

1. Em sua opinião, as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução das atividades matemáticas, estão relacionadas a quê?

2. O acesso perceptivo dos objetos matemáticos se processa através das atividades semióticas. Durante as aulas são aplicados problemas relacionados a esse tipo de atividades, no entanto, muitas vezes percebemos que o aluno não consegue fazer as representações e os tratamentos desses objetos. Em sua opinião o que está faltando para que o aluno perceba isso?

3. Para Raymond Duval a aprendizagem matemática está relacionada com a multirrepresentação dos registros dos objetos. Essas representações são meios pelos quais o indivíduo exterioriza o pensamento. Em sua opinião, a Teoria dos Registros Representação Semióticas é um facilitador para a aprendizagem matemática?

4. Ter sucesso do ponto de vista matemático é alcançar um resultado matematicamente correto para um problema. Do ponto de vista cognitivo é ser capaz de realizar com êxito a transferência do conhecimento aprendido em situações totalmente diferentes. Em sua opinião, no que se refere ao conteúdo proporcionalidade em conexão com outros ramos da matemática, por que isso muitas não acontece? Ou por que será que isso é tão difícil para os alunos?

APÊNDICE E – PRODUTO DA PESQUISA: caderno pedagógico

Joemilia Maria Pinheiro Almeida

PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA:

investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Caderno Pedagógico: atividades de apoio ao ensino e aprendizagem em Matemática

São Luís – MA
2018

SUMÁRIO

Apresentação

Caros Professores,

O caderno de atividades de apoio ao ensino e aprendizagem em Matemática foi preparado para auxiliá-los no planejamento e desenvolvimento de situações de aprendizagem para seus alunos. A escolha das atividades, propostas neste caderno, partiu da necessidade de relacionar os objetos matemáticos com o conteúdo caracterizado como proporcionalidade.

As atividades foram elaboradas tendo-se como referencia a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Dessa forma, usamos diferentes registros para representar os objetos matemáticos expostos neste caderno. Aproveite essas atividades e faça relações com outros conteúdos matemáticos e com outas áreas do conhecimento. O importante é vincular os conceitos matemáticos à leitura e à interpretação de fenômenos do cotidiano e, sobretudo, promover o desenvolvimento cognitivo do aluno.

As atividades são apenas sugestão para o desenvolvimento e situações-problema em sua sala de aula. Vocês, como avaliadores permanentes do desenvolvimento de seus alunos, poderão complementá-las e modificá-las a fim de melhor atender às suas necessidades. O importante é proporcionar aos alunos situações diversas, nas quais os conceitos matemáticos possam ser observados, manipulados, discutidos e aprendidos.

Bom trabalho!

1 Aspectos Relevantes sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica para o Ensino de Matemática

As atividades propostas neste caderno pedagógico de apoio ao ensino e à aprendizagem em Matemática tem como fundamento teórico a Teoria de Registros de Representação Semiótica. Essa teoria relaciona o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, sobretudo nas atividades pertinentes a Matemática.

De acordo com Duval (2011), aprender Matemática é diferente de aprender outras áreas do conhecimento. Na Matemática, a atividade cognitiva é diferenciada, o que torna necessário o desenvolvimento de um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, que contribui para o crescimento do aluno na sua capacidade de raciocinar, analisar e de visualizar o objeto matemático através das diferentes formas de registros de representação desse objeto.

Para Damm (2008), o entendimento da Matemática é estabelecido a partir das representações dos objetos (conceitos, propriedades, estruturas e relações) que poderão expressar diversas situações; portanto, no processo de ensino e aprendizagem é importante conhecer as diferentes formas de representação de um determinado objeto matemático.

Além disso, saber fazer a distinção entre o objeto matemático e sua representação é fundamental para aprendizagem da Matemática. O objeto matemático, para Godino (2007), é tudo que pode ser mostrado, e que pode ser mencionado ou que podemos fazer referência. Para esse autor, um mesmo objeto poderá apresentar diversas representações; daí a compreensão de que a aprendizagem em Matemática só acontece quando conseguirmos fazer a distinção entre objeto e sua representação. Podemos citar como representação desses objetos os registros na linguagem natural, algébrica, numérica, figural, gráficos e tabelas.

Dessa forma, a compreensão em Matemática está condicionada a uma capacidade de permutação de registro dos objetos. Para Neres (2010), as diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático são essenciais para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, pois, em geral, estes, não são facilmente perceptíveis, numa experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos reais ou físicos. Neste caso, é preciso fazer outras representações que tornem possível a percepção pelos sujeitos.

Além disso, Duval (2007) afirma ainda que para haver compreensão da Matemática, o aluno deve adquirir habilidades com as funções de **Tratamento** e de **Conversão,** as quais ele define como:

Quadro 1- Transformação de Representações Semióticas

Tratamento são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações. **Conversão** são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando o mesmo objeto denotado: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.

Fonte: Duval, 2007

Ainda, segundo esse autor, as diferentes formas de representar um objeto matemático, utilizando a esse processo "a conversão", constitui uma condição fundamental ao processo de aprendizagem, possibilitando, assim, o desenvolvimento do pensamento matemático. Nesse contexto Duval (2007, p.15) afirma que "a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas".

Essa afirmação justifica o fato de que os objetos matemáticos precisam ser evidenciados através dos Registros de Representação Semiótica. Essas representações são responsáveis pelo desenvolvimento do pensamento humano mediante certas funções cognitivas.

Dessa forma, podemos perceber que o uso dessa teoria no ensino enseja significativas contribuições no desenvolvimento cognitivo dos alunos, uma vez que proporciona a realização de diferentes formas de resolver o problema matemático, aprimorando assim novas maneiras de pensar e agir tendo em vista um determinado problema. A aprendizagem matemática está relacionada tanto aos conceitos do objeto matemático quanto ao funcionamento cognitivo do pensamento humano (NERES, 2010).

2 ATIVIDADES DE APOIO AO ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

2.1 ATIVIDADE 01

Objeto matemático: Função linear

Objetivos:

a) Fazer a conversão do registro de saída dado em linguagem natural para os registros de chegada algébrico, numérico e gráfico;

b) Identificar possíveis conexões entre a proporcionalidade e a função linear;

c) Realizar o tratamento dos registros construídos por meio do conteúdo proporcionalidade.

Problema 1 – conexões entre conteúdos matemáticos

Na frutaria o abacaxi é vendido por unidades, e cada unidade custa três reais e cinquenta centavos. Pense nestas variáveis: x correspondendo à quantidade de abacaxis vendidos e y o custo total pago por x abacaxis. a) Descreva, através de uma fórmula, a relação entre custo total e a quantidade (x) de abacaxis vendidos. b) Se João comprou dez abacaxis, quanto ele pagou? c) Quanto custam quinze abacaxis? d) Represente graficamente essa relação (quantidade x custo).

Fonte: Dados do autor (2018)

Orientações de desenvolvimento da atividade:

a)Inicialmente o professor deverá trabalhar com função do 1º grau mostrando as diversas formas de representação desse objeto matemático acordo com o quadro 2 (p. 8);

b) Apresentar a atividade 01, e após a leitura, feita pelos alunos individualmente, verificar se o problema foi compreendido. Caso tenham dúvidas, o professor deverá realizar uma leitura coletiva para sanar tais dúvidas;

c) Deixar os alunos construírem seus próprios conhecimentos através das resoluções, evitando antecipações desnecessárias;

d) Ao término da atividade proposta, o professor deverá retomar as discursões e verificar se os objetivos foram alcançados.

Quadro 2- Representações Semióticas do conceito de função

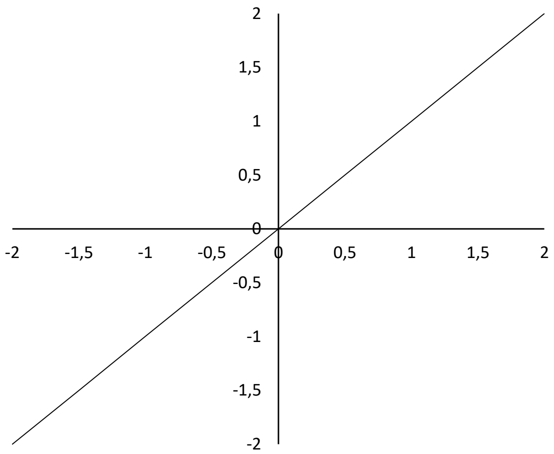
<table>
<tr><th>REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS</th><th>REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS</th></tr>
<tr><td>
Registro da linguagem natural
* Uma função $f : A \to B$ consta de três partes: um conjunto A, domínio da função (ou conjunto onde a função é definida); um conjunto B, contradomínio da função (ou o conjunto onde a função toma valores) e uma regra que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $f(x) \in B$.
* Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; y é uma função de x e escreve-se $y = f(x)$, se entre essas duas variáveis existir uma correspondência unívoca no sentido $x \longmapsto f(x)$.
Registro dos sistemas de escrita
Simbólico (línguas formais)
$f : A \to B,$
$x \longmapsto f(x),$
$f(x) = y \ ou \ y = f(x)$
Algébrico: $y = x$
Numérico (natural, inteiro, racional, irracional)
$f(1) = 1 \ e \ f(-1) = -1$
</td><td>
Registro gráfico
Gráfico cartesiano


Tabela
<table>
<tr><th>x</th><th>Y</th></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr>
<tr><td>- 1/4</td><td>- 1/4</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1/4</td><td>1/4</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Fonte: Maggio (2011, *apud* Maggio e Nehring, 2014), com base em Duval (2003)

2.2 ATIVIDADE 02

Objeto matemático: Proporcionalidade inversa.

Objetivo:

a) Averiguar se os alunos conseguem fazer a conexão da proporcionalidade com outras áreas do conhecimento, neste caso, com a Física;

b) Verificar se os alunos realizam a conversão do registro de saída dado em linguagem natural para o registro de chegada numérico – algébrico;

c) Analisar se os alunos conseguem efetuar as operações de tratamento dos registros construídos.

Problema 2: Conexão da matemática com a física

Um móvel se desloca sobre uma reta com a velocidade constante de 40 m/s e leva 10 segundos para percorrer certa distância. a) Se a velocidade fosse 80 m/s, quanto tempo levaria? b) E se a velocidade fosse de 200 m/s, quanto tempo levaria? c) As grandezas, velocidade e tempo, são diretamente proporcionais? Justifique.

Fonte: Adaptação Tinoco (1993)

Orientações de desenvolvimento da atividade:

a) No início da aula, o professor dever certificar-se de que o aluno tem conhecimento do conteúdo proporcionalidade direta e inversa. Caso contrário, deverá deixar bem clara a diferença entre proporcionalidade direta e inversa;

b) O professor deve incentivar seus alunos a construir e interpretar tabela que auxilia na visualização da relação entre as grandezas. E a identificar se a relação existente entre essas grandezas é direta ou inversamente proporcional;

c) De posse da atividade 02, solicitar que os alunos façam a leitura silenciosa, para em seguida resolver o problema;

d) Discutir as respostas apresentadas pelos alunos verificando se os objetivos foram alcançados.

2.3 ATIVIDADE 03

Objeto matemático: Geometria: Teorema de Tales

Objetivo:

a) Analisar como se processa o conhecimento dos alunos em relação ao conceito do teorema de Tales;

b) Averiguar se os alunos conseguem fazer a conversão de um registro para outro registro, assim como as operações de tratamentos nos registros construidos;

c) Verificar como os alunos exploram o conceito de proporcionalidade na resolução da atividade que envolve o Teorema de Tales.

Problema 3: Registro semiótico em linguagem natural.

Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo limitado por duas ruas (rua A e rua B). O proprietário loteou o terreno em 3 lotes com 40m, 30m e 20m na rua A, formando lotes que são trapézios retângulos. O comprimento do terreno da rua B mede 240m. Calcule os comprimentos dos lotes na rua B.

Fonte: Adaptação – Dolce; Pompeo, 2013

Orientações de desenvolvimento da atividade:

a) O professor deverá inicialmente ministrar a aula sobre o teorema de Tales, focando suas hipóteses/conclusão e relacionando a sua aplicação através de situações-problemas;

b) Solicitar que os alunos façam uma leitura do problema, em seguida deve incentivá-los a fazer a conversão da linguagem natural para a linguagem figural;

c) Observar se os alunos conseguem fazer o tratamento necessário para a resolução dessa atividade partindo da interpretação dos elementos da figura geométrica, relacionando com as propriedades do Teorema de Tales.

2.4 ATIVIDADE 04

Objeto matemático: Geometria: Teorema de Tales.
Objetivo:

a) Verificar se os alunos conseguem fazer a conexão da proporcionalidade com outros ramos da Matemática no caso, com a Geometria;

b) Averiguar se os estudantes conseguem fazer a conversão do registro de saída dado, no registro de chegada figural e depois fazer os tratamentos necessários para construir as respostas pedidas.

Problema 4: conexões geométricas com a proporcionalidade

Um feixe de quatro retas paralelas é cortado por duas transversais t_1 e t_2. A transversal t_1 o corta o feixe nos pontos A, B, C e D (de cima para baixo). A transversal t_2 corta o feixe nos pontos A', B', C' e D' (de cima para baixo). Se $\overline{AB} = 5m$, $\overline{BC} = 2m$, $\overline{CD} = 3m$ e $\overline{A'D'} = 15m$, então, determine as medidas de $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.

Fonte: Adaptação – Dolce; Pompeo, 2013

Orientações de desenvolvimento da atividade:

a) O professor deverá retomar as discursões sobre os conceitos geométricos, e sua aplicabilidade e enfatizar a importância dos registros de representações na resolução das atividades.
b) De posse das atividades, o professor deverá incentivar os alunos a fazerem a conversão adequada, de acordo com a solicitação do problema, ou seja, a conversão do registro em linguagem natural para o registro figural.
c) No final da atividade o professor deverá formalizar o conteúdo matemático em estudo.

Considerações Finais

A ideia de elaborar o caderno de atividades surgiu da necessidade em contribuir para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Este caderno compõe-se de uma sequência de atividades que tem como objetivo possibilitar ao aluno conhecer e trabalhar com diferentes formas de registros de representação dos objetos matemáticos (proporcionalidade, função linear e Geometria: teorema de Tales), assim como identificar a relação que existe com outros ramos da matemática e outras áreas do conhecimento.

A sequência de atividades foi elaborada com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semióticos de Duval (1993). Essa teoria afirma que o aluno "só constrói o conhecimento através das representações semióticas", visto que estas são responsáveis pelo desenvolvimento do pensamento humano mediante certas funções cognitivas. Nesta sequência apresentamos as atividades na linguagem natural, visando ensejar ao aluno a construir outros registros de representação semiótica.

No desenvolvimento das atividades cumpre detectar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Segundo Durval (2007), para analisar essas dificuldades de aprendizagem em Matemática é preciso verificar primeiramente se o aluno foi capaz de trabalhar as conversões dos registros de representações dos objetos matemáticos. As diferentes formas de registros de representação exercem um papel essencial na compreensão da Matemática.

Sendo assim, é importante que o professor planeje suas atividades baseado na teoria dos registros de representação semiótica, e dessa forma poderá identificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos e, consequentemente, contribuir para a construção do conhecimento matemático, melhorando, assim, o desempenho escolar dos alunos.

REFERÊNCIAS

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. revista. São Paulo: EDUC, 008.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnenments cognitif de la pensée. In: **Annales de didactique et Sciences Cognitives.** Strasbourg: Irem-UPL, v. 5, p. 37-65, 1993.

______. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**.** In: Machado, Silva Dias Alcântara (org). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica-Campinas, São Paulo: 3. ed. Papirus, 2007.

______. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. In: Campos, Tânia M. M.; Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: 1 ed. PROEM, 2011.

GODINO, Juan. D. The onto-semiotic approch to research in mathematics education. ZDM: The International Journal on Mathematics Education, v. 39, n. 1/2, p. 127-135, 2007.

NERES, R. L. **Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática:** um estudo com alunos do sexto ano. 2010.196 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2010.

ANEXOS

ANEXO 1 – CARTA DE APRSENTAÇÃO E CONCESSÂO DE PESQUISA DE CAMPO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO DE ENSINO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
(PPGEEB)

PPGEEB

CARTA DE APRESENTAÇÃO PARA CONCESSÃO DE PESQUISA DE CAMPO

Prezado(a) Senhora(a) Jeferson Plácido Santos

Vimos por meio desta apresentar-lhe o(a) estudante Jocemília Maria Pinheiro Almeida, regularmente matriculado(a) no Mestrado Profissional Gestão de Ensino da Educação Básica, da Universidade Federal do Maranhão para desenvolver uma pesquisa de conclusão de curso, intitulada: Ensino de Proporcionalidade na Educação Básica: Investigação de possíveis conexões com outros ramos da Matemática através de registros de Representações Semióticas.

Na oportunidade, solicitamos autorização de Vossa Senhoria em permitir a realização da pesquisa neste recinto educacional para que o(a) referido(a) estudante possa coletar dados por meio de observações, entrevistas, questionários e outros meios metodológicos que se fizerem necessários.

Solicitamos ainda a permissão para a divulgação desses resultados e suas respectivas conclusões, preservando sigilo e ética, conforme termo de consentimento livre que será assinado pelos sujeitos envolvidos na pesquisa. Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição.

Colocamo-nos à disposição de V. Sª para quaisquer esclarecimentos.

São Luís, 28 / 03 / 2017

Prof. Dr. ANTONIO DE ASSIS CRUZ NUNES
Coordenador do PPGEEB/UFMA

Alberto Magno M. Martins
Coordenador de Ensino da
Fundação Nice Lobão
Mat. 1715382

Jeferson Plácido Santos
Diretor Pedagógico da FNL
Mat. 1309368