

Universidade Federal do Maranhão - UFMA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade -
PPGEE
Automação e Controle

**Proposta de Metodologia Recursiva-Iterativa
para Identificação *Fuzzy* de Sistemas Não
Lineares Estocásticos em Malha Fechada**

Autor: Hugo Alves Velozo
Orientador: Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra

São Luís, MA
2017

Hugo Alves Velozo

**Proposta de Metodologia Recursiva-Iterativa para
Identificação *Fuzzy* de Sistemas Não Lineares
Estocásticos em Malha Fechada**

Dissertação de Mestrado submetida à banca examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Eletricidade.

Universidade Federal do Maranhão - UFMA

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade - PPGEE

Orientador: Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra

São Luís, MA

2017

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Velozo, Hugo Alves.

Proposta de Metodologia Recursiva-Iterativa para
Identificação Fuzzy de Sistemas Não Lineares Estocásticos
em Malha Fechada / Hugo Alves Veloza. - 2017.

92 f.

Orientador(a): Ginalber Luiz de Oliveira Serra.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Eletricidade/ccet, Universidade Federal do
Maranhão, São Luís, MA, 2017.

1. Identificação em Malha Fechada. 2. Sistema Fuzzy.
3. Sistemas Não Lineares. 4. Variável Instrumental
Refinada. I. Serra, Ginalber Luiz de Oliveira. II.
Título.

**PROPOSTA DE METODOLOGIA RECURSIVA-ITERATIVA
PARA IDENTIFICAÇÃO FUZZY DE SISTEMAS NÃO
LINEARES ESTOCÁSTICOS EM MALHA FECHADA**

Hugo Alves Velozo

Dissertação aprovada em 20 de fevereiro de 2017.

Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra, IFMA
(Orientador)

Prof. Dr. Omar Andres Carmona Cortes, IFMA
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. Francisco das Chagas de Souza, UFMA
(Membro da Banca Examinadora)

Aos meus pais, Ederneval e Ivanilde
Aos meus irmãos, Mônia e Rodolfo
Aos meus familiares
À Cléssia e sua família

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a Deus por tudo.

Aos meus pais Ederneval e Ivanilde pelas orações e apoio. Aos meus avós Antônio e Antônia. Aos meus irmãos Mônia e Rodolfo pelo incentivo.

À Cléssia pelo apoio, companheirismo e os conselhos preciosos nos momentos difíceis. À Maria Helena por ser como uma mãe para mim.

À Casa dos Estudantes Secundários do Maranhão (CESM) por esses dez anos de apoio e moradia.

Aos professores do programa PPGEE-UFMA, pelos ensinamentos ao longo do mestrado.

Aos amigos do laboratório ICAT-IFMA: Adriano Magalhães, Arnaldo Pinheiro, Edson Bruno, Luis Miguel, Selmo Eduardo, Paulo Melo, Jéssica Aguiar, Jéssica Santos, Danúbia Pires e Orlando Donato. Obrigado por todo suporte.

Ao Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra, pela orientação, pela paciência e ensinamentos preciosos durante esses dois anos.

À CAPES, pelo suporte financeiro.

*Tornaste o meu pranto em folgado;
tiraste o meu cilício e me cingiste de alegria;
para que a minha glória te cante louvores e não se cale;
Senhor, Deus meu, eu te louvarei para sempre.
(Salmos, 30: 11-12)*

Resumo

A maioria dos métodos de identificação de sistemas dinâmicos em malha fechada são desenvolvidos para sistemas lineares e determinísticos. Entretanto, a maioria dos sistemas operando em malha fechada são sistemas dinâmicos não lineares. Além disso, esses sistemas estão sujeitos a perturbações de natureza estocástica. Considerando essa problemática, este trabalho apresenta uma metodologia para identificação de sistemas não lineares estocásticos em malha fechada. Para isso, a metodologia proposta utiliza uma abordagem local de identificação de sistemas dinâmicos não lineares, ou seja, um conjunto de modelos locais Box-Jenkins são utilizados para identificar a dinâmica do sistema não linear. Neste trabalho, o sistema não linear é modelado por meio de um sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno, onde os parâmetros do antecedente das regras *fuzzy* são estimados com o algoritmo de agrupamento *fuzzy* Gustafson-Kessel e o parâmetros do modelo Box-Jenkins do consequente são estimados com os algoritmos RIV (*Refined Instrumental Variable*) *fuzzy* e IVARMA (*Instrumental Variable ARMA*) *fuzzy*. O método proposto é aplicado na identificação de uma planta térmica não linear em malha fechada.

Palavras-chaves: Identificação em Malha Fechada. Sistema *Fuzzy*. Sistemas Não Lineares. Variável Instrumental Refinada.

Abstract

Most methods of identification of closed-loop dynamic systems are developed for linear and deterministic systems. However, most closed loop systems are nonlinear dynamic systems. In addition, such systems are subject to stochastic perturbations. Considering this problem, this work presents a methodology for the identification of closed loop stochastic nonlinear systems. For this purpose, the proposed methodology uses a local approach to identify nonlinear dynamic systems, that is, a set of Box-Jenkins local models are used to identify the dynamics of the nonlinear system. In this work, the nonlinear system is modeled through a Takagi-Sugeno fuzzy inference system, where the parameters of the antecedent of the fuzzy rules are estimated with the fuzzy clustering algorithm Gustafson-Kessel and the consequent Box-Jenkins model parameters are estimated with the fuzzy fuzzy RIV (Refined Instrumental Variable) and fuzzy IVARMA (Instrumental Variable ARMA) algorithms. The proposed method is applied in the identification of a closed-loop nonlinear thermal plant.

Keywords: Closed Loop System Identification. Fuzzy System. Nonlinear Systems. Refined Instrumental Variable.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação gráfica do mapeamento do conjunto de dados de treinamento \mathbf{Z}^N para o modelo $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$ realizado por meio de uma técnica de identificação (identificação <i>caixa preta</i>).	28
Figura 2 – Representação gráfica do mapeamento do conjunto de dados de treinamento \mathbf{Z}^N e informações adicionais \mathcal{I} para o modelo $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$ realizado por meio de um técnica de identificação (identificação <i>caixa cinza</i>).	28
Figura 3 – Representação gráfica do processo de identificação.	30
Figura 4 – Diagrama de blocos do sistema dinâmico linear operando em malha fechada.	33
Figura 5 – Representação gráfica de um sistema em malha fechada.	36
Figura 6 – Representação de conjuntos <i>fuzzy</i> em um universo de discurso contínuo.	43
Figura 7 – Estrutura do sistema de inferência <i>fuzzy</i> .	46
Figura 8 – Hiperelipsoide definida por $(\mathbf{z} - \mathbf{v})^T \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{v}) = 1$. O comprimento do j -ésimo eixo desta hiperelipsoide é dado por $\sqrt{\lambda_j}$ e sua direções definida por Υ_j , onde λ_j e Υ_j são os j -ésimo autovalor e autovetor da matriz de covariância <i>fuzzy</i> \mathbf{F} , respectivamente (Adaptada: Babuska (1998, p. 63)).	52
Figura 9 – Estrutura Box-Jenkins do modelo local \mathcal{M}_i .	56
Figura 10 – Representação gráfica da estrutura do modelo.	58
Figura 11 – Caso 1: a variável explicativa $u(k)$ é descorrelacionada do erro $e(k)$, ou seja, $\text{Cov}[u(k), e(k)] = 0$; Caso 2: a variável explicativa $u(k)$ é correlacionada com o erro $e(k)$, ou seja, $\text{Cov}[u(k), \varepsilon] \neq 0$; Caso 3: a variável instrumental $u_f(k)$ é descorrelacionada do erro $e(k)$, ou seja, $\text{Cov}[z, \varepsilon] = 0$.	63
Figura 12 – Decomposição do pré-filtro f_1 em duas parcelas.	64
Figura 13 – Procedimento esquemático para obtenção de uma estimativa para $\xi(k)$ e $e(k)$.	67
Figura 14 – Metodologia proposta.	71
Figura 15 – Diagrama do sistema térmico.	73
Figura 16 – Dados experimentais coletados em malha fechada.	74
Figura 17 – Dados experimentais coletado em malha aberta.	75
Figura 18 – Curva característica do sistema térmico (em azul) aproximada por um polinômio de segundo grau (pontos vermelhos), $p(u_r) = p_1 u_r^2 + p_2 u_r + p_3$.	75
Figura 19 – Agrupamento <i>fuzzy</i> .	76
Figura 20 – Funções de pertinência.	77

Figura 21 – Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_1^j(k) = [a_1^{1j} \ a_2^{1j} \ b_0^{1j} \ b_0^{1j}]^T$ do modelo da planta $G_1(z^{-1}, \hat{\rho}_1^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^1 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).	79
Figura 22 – Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_2^j(k) = [a_1^{2j} \ a_2^{2j} \ b_0^{2j} \ b_0^{2j}]^T$ do modelo da planta $G_2(z^{-1}, \hat{\rho}_2^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^2 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).	80
Figura 23 – Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_3^j(k) = [a_1^{3j} \ a_2^{3j} \ b_0^{3j} \ b_0^{3j}]^T$ do modelo da planta $G_3(z^{-1}, \hat{\rho}_3^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^3 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).	80
Figura 24 – Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_4^j(k) = [a_1^{4j} \ a_2^{4j} \ b_0^{4j} \ b_0^{4j}]^T$ do modelo da planta $G_4(z^{-1}, \hat{\rho}_4^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^4 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).	81
Figura 25 – Comparação entre resposta do sistema real em malha aberta e resposta de simulação livre do sistema com os parâmetros estimados.	82

Lista de tabelas

Tabela 1 – Propriedades da abordagem direta para identificação em malha fechada.	38
Tabela 2 – Propriedades da abordagem indireta para identificação em malha fechada.	39
Tabela 3 – Propriedades da abordagem conjunta entrada-saída para identificação em malha fechada.	41
Tabela 4 – Análise de complexidade (tempo) referente ao algoritmo de agrupamento <i>fuzzy</i> Gustafson-Kessel.	53
Tabela 5 – Análise de complexidade (espaço) referente ao algoritmo de agrupamento <i>fuzzy</i> Gustafson-Kessel.	54
Tabela 6 – Hipervolume <i>fuzzy</i> para diferentes números de <i>clusters</i>	76
Tabela 7 – Parâmetros do modelo da planta $G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i)$ estimados com o algoritmo RIV <i>fuzzy</i>	79
Tabela 8 – Índice de validação RMSE para diferentes metodologias.	82

Lista de abreviaturas e siglas

ARMA	<i>Autoregressive Moving Average</i>
BELS	<i>Bias-Eliminated Least-Squares</i>
BJ	Box-Jenkins
GK	Gustafson-Kessel
IVARMA	<i>Instrumental Variable ARMA</i>
MIMO	<i>Multiple-Inputs Multiple-Outputs</i>
MMF	<i>Multimodel Framework</i>
MMQ	Método Mínimos Quadrados
RIV	<i>Refined Instrumental Variable</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
TS	Takagi-Sugeno
VI	Variável Instrumental

Lista de símbolos

\mathbf{Z}	Conjunto de dados de identificação;
k	Representação de um instante de tempo;
\mathbf{Z}_v	Conjunto de dados de validação;
\mathcal{M}	Modelo;
$\boldsymbol{\theta}$	Vetor de parâmetros;
\mathcal{I}	Informações adicionais no procedimento de identificação;
N	Número total de amostras;
\mathcal{S}	Representação genérica de um sistema;
J	Critério de desempenho;
b	Polarização de uma estimativa;
E	Esperança Matemática;
ϕ	Vetor de regressores;
$e(k)$	Erro de estimativa;
G_0	Modelo da planta;
C_c	Controlador;
H_0	Modelo do ruído;
r_1	Perturbação na ação de controle;
r_2	Sinal de referência;
S_0	Função de transferência da sensibilidade da entrada;
W_0	Função de transferência da sensibilidade da saída;
\mathcal{P}	Planta;
$\boldsymbol{\rho}$	Vetor de parâmetros do modelo da planta;
$\boldsymbol{\eta}$	Vetor de parâmetros do modelo do ruído;

Θ	Conjunto de parâmetros;
\mathbf{G}_0	Matriz de transferência do sistema;
\mathbf{H}_0	Matriz de transferência do ruído;
$\mu_{\mathcal{A}}(x)$	Função de pertinência do elemento x ao conjunto \mathcal{A} ;
U	Universo de discurso;
$\bar{\mathcal{A}}$	Complemento do conjunto \mathcal{A} ;
s	Função da norma-s;
t	Função da norma-t;
\star	Norma-t (produto algébrico ou operação <i>min</i>);
\mathbf{z}_k	Objeto (vetor composto por amostra de variável);
c	Número total de <i>clusters</i> ;
i	Representação genérica de um <i>cluster</i> $i \in \{1, 2, \dots, c\}$ (equivalentemente, representação genérica de uma regra <i>fuzzy</i>);
\emptyset	Conjunto vazio;
\mathbf{v}_i	Protótipo (elemento mais representativo) do <i>cluster</i> i ;
D_{ik}	Medida de distância do objeto \mathbf{z}_k ao protótipo \mathbf{v}_i ;
\mathbf{F}_i	Matriz de covariância <i>fuzzy</i> do i -ésimo <i>cluster</i> ;
\mathcal{O}	Comportamento limite;
\mathcal{M}_i	Modelo local do conseqüente da i -ésima regra <i>fuzzy</i> ;
G_i	Função de transferência do modelo do sistema da i -ésima regra <i>fuzzy</i> ;
H_i	Função de transferência do modelo do ruído da i -ésima regra <i>fuzzy</i> ;
ρ_i	Vetor de parâmetros do modelo do sistema G_i ;
η_i	Vetor de parâmetros do modelo do ruído H_i ;
l	Número total de regras <i>fuzzy</i> ;
$\tilde{\mathbf{x}}$	Vetor de variáveis linguísticas;
\mathcal{F}	Conjunto <i>fuzzy</i> ;

V_h	Hipervolume <i>fuzzy</i> ;
γ_i	Grau de ativação da i -ésima regra <i>fuzzy</i> ;
$\nu_i(k)$	Saída "livre" de ruído;
ε	Erro de predição;
f_1^i	Pré-filtro do algoritmo RIV <i>fuzzy</i> na i -ésima regra;
f_2^i	Pré-filtro do algoritmo IVARMA <i>fuzzy</i> na i -ésima regra <i>fuzzy</i> ;
j	Representação j -ésima iteração;
$\hat{\rho}_{ij}$	Estimativa do vetor de parâmetros do modelo G_i na j -ésima iteração;
$\hat{\eta}_{ij}$	Estimativa do vetor de parâmetros do modelo H_i na j -ésima iteração;
\hat{P}_{ij}	Estimativa da matriz de covariância dos parâmetros do modelo do sistema G_i na j -ésima iteração;
\hat{Q}_{ij}	Estimativa da matriz de covariância dos parâmetros do modelo do ruído H_i na j -ésima iteração;
\bar{y}_i	Instrumento da saída obtido pelo método indireto <i>fuzzy</i> ;
\bar{u}_i	Instrumento da saída obtido pelo método indireto <i>fuzzy</i> ;

Trabalhos Publicados

Artigo Aceito (Publicado em Congresso)

1. Velozo, H.A; Serra, G.L.O. Método Recursivo-Iterativo com Variável Instrumental Refinada para Identificação nebulosa indireta de sistemas não-lineares em Malha-Fechada. XXI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2016). Vitória-ES, 2016.

Artigo Aceito em Revista

1. Velozo, H.A; Serra, G.L.O. Instrumental Variable Algorithm for Fuzzy Indirect Identification of Closed-Loop Nonlinear Systems. IEEE America Latina 2017.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Considerações Iniciais	19
1.1.1	Projeto de Experimento	20
1.1.2	Estrutura de Modelo Não Linear	20
1.2	Contexto da Pesquisa	22
1.3	Contribuições	25
1.4	Organização do Trabalho	26
2	IDENTIFICAÇÃO EM MALHA FECHADA	27
2.1	Identificação de Sistemas	27
2.1.1	Propriedades Estatísticas de Estimadores	31
2.1.1.1	Polarização	31
2.1.1.2	Consistência	32
2.2	Identificação em Malha Fechada	32
2.2.1	Abordagens de Identificação em Malha Fechada	36
2.2.1.1	Abordagem Direta	37
2.2.1.2	Abordagem Indireta	38
2.2.1.3	Abordagem Conjunta Entrada-Saída	39
3	SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY TAKAGI-SUGENO	42
3.1	Conjuntos Fuzzy	42
3.2	Sistema de Inferência Takagi-Sugeno	45
3.3	Agrupamento Fuzzy	48
3.3.1	Partição Rígida	48
3.3.2	Partição Fuzzy	49
3.3.3	Algoritmo Gustafson-Kessel	50
4	METODOLOGIA PROPOSTA	55
4.1	Estrutura do Modelo	55
4.2	Estimativa dos parâmetros do antecedente	58
4.3	Estimação dos parâmetros do consequente	60
4.3.1	Identificação do modelo do sistema	62
4.3.2	Identificação do modelo do ruído	66
4.4	Método Indireto fuzzy	69
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	72

5.1	Planta Térmica	72
5.2	Projeto do Experimento	73
5.3	Agrupamento <i>Fuzzy</i>	76
5.4	Estrutura do Modelo	77
5.5	Estimativa Recursiva-Iterativa	78
5.6	Resultados de Validação	81
6	CONCLUSÕES	83
6.1	Considerações Gerais	83
6.2	Trabalhos Futuros	85
	REFERÊNCIAS	86

1 Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Um sistema é um objeto constituído por um conjunto de variáveis internas interdependentes (estados) em que suas interações e estímulos externos (entradas e perturbações) produzem sinais observáveis denominados saídas (LJUNG, 1999; ARRUDA; BARROS, 2007; KEESMAN, 2011). Esse conceito está presente nas mais diversas áreas de conhecimento tais como, matemática, engenharia, informática, economia, biologia, medicina, etc. Com isso, obter uma representação abstrata do sistema denominado modelo é de fundamental importância para adquirir ou ampliar conhecimentos de diferentes fenômenos, analisar o comportamento de processos através de simulação, controlar processos, estimar variáveis de estados que não podem ser medidas facilmente e projetar algoritmos de controle, dentre outras aplicações.

Um modelo é um conjunto de regras que descrevem o comportamento do sistema fornecendo informações sobre uma ou mais variáveis observáveis (ARRUDA; BARROS, 2007). Em particular, um modelo matemático é um conjunto de equações (equações diferenciais, funções de transferência) utilizadas para descrever o comportamento de alguma variável de interesse. Essas equações são determinadas por um procedimento denominado modelagem. Geralmente, a modelagem matemática é realizada com base em algum conhecimento teórico sobre o sistema (*modelagem caixa-branca*), por exemplo, um modelo de um circuito RLC pode ser facilmente obtido com base nas Leis de Kirchhoff das Tensões e Leis de Kirchhoff das Correntes. Entretanto, quando a dinâmica do sistema é complexa ou não existe conhecimento teórico suficiente que determina o comportamento do sistema, a atividade de modelagem caixa-branca pode ser inviável ou até mesmo impossível. Para esses casos, pode-se obter equações diferenciais genéricas através de um conjunto de dados de entrada e saída do sistema por meio de um procedimento de identificação de sistemas. Esse procedimento é composto de algumas etapas básicas: coleta de informações (*o experimento*), selecionar a estrutura do modelo para representar o sistema (*a modelagem*), selecionar os parâmetros do modelo (segundo um critério de qualidade) a partir dos dados coletados (*a estimação dos parâmetros*) e analisar a qualidade do modelo obtido (*a validação do modelo*). Nesta dissertação, a metodologia de identificação proposta possui particularidades em todas essas etapas. Em particular, este trabalho está focado no projeto de experimento e na escolha da estrutura do modelo, conforme discutido a seguir.

1.1.1 Projeto de Experimento

Na etapa de projeto de experimento, quanto a forma de coleta dos dados, pode-se distinguir os métodos de identificação em identificação em malha aberta e identificação em malha fechada. Na grande maioria das vezes, os métodos de identificação são realizados com dados coletados em malha aberta. Dessa forma, os dados de entrada do sistema são decorrelacionados com o ruído, pois não existe mecanismo de realimentação e a saída do sistema é a própria resposta do sistema à uma excitação. Entretanto, na prática, os sistemas operam em malha fechada e na grande maioria das vezes a realimentação não pode ser removida por vários fatores (MENDES, 2007), dentre eles pode-se citar:

- i) a realimentação é parte do mecanismo físico que gera os dados;
- ii) a retroação na planta industrial não pode ser aberta pelos seguintes motivos:
 - Segurança;
 - Continuidade;
 - Fatores econômicos.
- iii) A complexidade física do processo é tal que impede a manipulação do sistema;
- iv) O sistema tem comportamento instável quando em malha aberta;
- v) Testes em malha fechada são mais práticos de serem realizados.

Além dessas limitações, outra razão para identificar sistemas em malha fechada são as vantagens que esta possui quando o objetivo principal é o projeto de um controlador com desempenho superior ao já existente (MENDES, 2007 apud HOF, 2004, p. 141). Esta área de estudo é denominada *Identificação para Controle*. Com isso, torna-se necessário a utilização de métodos de identificação em malha fechada. Nesta forma de identificação, os dados de entrada do sistema são correlacionados com ruído. Esse fato leva a limitações dos métodos tradicionais de estimativa paramétrica como, por exemplo, o método mínimos quadrados (MMQ) que obtém estimativas polarizadas e inconsistentes (HOF, 1998; FORSELL; LJUNG, 1999; AGUIRRE, 2015). Na próxima seção, é introduzida a problemática de identificação de sistemas não lineares em malha fechada.

1.1.2 Estrutura de Modelo Não Linear

Uma importante classificação de modelos matemáticos é quanto à sua linearidade. Modelos lineares são os mais utilizados na prática e com estudos consolidados na literatura, pois sua estrutura matemática é mais simples e eficiente na modelagem de muitos sistemas encontrados na prática. Entretanto, a maioria dos sistemas reais são complexos, não lineares, estocásticos e operam em malha fechada. Quando o sistema é não

linear, pode-se realizar aproximações lineares para regiões de operação do sistema onde um modelo linear pode ser utilizado. Neste caso, regimes dinâmicos não lineares podem ser desconsiderados e aplicação de técnicas lineares de identificação em malha fechada podem ser utilizadas, já que pequenas perturbações nesses sistemas não levam a sistemas não lineares ou caóticos. Porém, em situações onde a dinâmica não-linear do sistema não pode ser ignorada, é necessário técnicas de identificação de sistemas não-lineares em malha fechada. Neste sentido, em [Aguirre \(2015\)](#), justifica-se como principal razão da utilização de modelos não-lineares, a necessidade da representação de regimes dinâmicos que modelos lineares não podem representar como: parâmetros variantes, ciclos limite, bifurcações, regimes quasi-periódicos, caóticos, histerese e zona morta.

Na atualidade, o problema de identificação de sistemas não lineares representa a área mais ativa em identificação de sistemas. Apesar disso, a identificação de sistemas dinâmicos não lineares em malha fechada é considerado um dos problemas em aberto em teoria de identificação de sistemas ([LJUNG, 2010a](#), p. 6).

No presente trabalho, aborda-se o problema de identificação de sistemas não lineares em malha fechada utilizando a metodologia *multimodel framework* (MMF) reconhecida na literatura por sua tratabilidade matemática, simplicidade e transparência ([ADENIRAN; FERIK, 2016](#)). Nesta metodologia, um modelo global não linear é decomposto em modelos locais lineares. Para essa finalidade, a estrutura de modelo global utilizada foi o sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno (TS) ([TAKAGI; SUGENO, 1985](#)) constituído de regras *fuzzy* onde no conseqüente dessas regras encontra-se uma estrutura de modelo Box-Jenkins (BJ) ([BOX; JENKINS, 1970; PINTELO; SCHOUKENS, 2006](#)) contendo um modelo do ruído ARMA (do inglês, *autoregressive moving average*) caracterizando a função de transferência estocástica do conseqüente de cada regra. O procedimento de partição desses modelo global não linear é baseado em um agrupamento nebuloso do conjunto de dados experimentais realizado com o algoritmo de agrupamento Gustafson-Kessel (GK) que determina os conjuntos *fuzzy* do antecedente das regras *fuzzy*.

Além das vantagens da metodologia MMF na abordagem do problema de identificação de sistemas dinâmicos não lineares anteriormente citadas, com o particionamento do modelo global não linear em modelos locais representados com a estrutura BJ, técnicas de identificação de sistemas lineares em malha fecha podem ser adaptadas para o contexto não linear, tendo em vista que vários trabalhos considerando essa estrutura para identificação de sistemas lineares são encontrados na literatura ([HOF; SCHRAMA, 1993b; GEVERS; LJUNG; HOF, 2001b; GILSON; HOF, 2005; GILSON et al., 2006; TóTH et al., 2012](#)).

1.2 Contexto da Pesquisa

Ao longo dos anos, várias pesquisas foram realizadas para o desenvolvimento de técnicas específicas para a identificação de sistemas lineares em malha fechada. Para uma visão geral sobre esse tema, os trabalhos de Hof (1998) e Forssell e Ljung (1999) apresentam revisões sobre as principais abordagens e metodologias. Em estimação paramétrica com dados coletados em malha fechada, as três principais abordagens utilizadas são abordagem direta, abordagem indireta e abordagem conjunta entrada/saída (SODERSTROM; STOICA, 1989) que podem ser distinguidas pela forma como os parâmetros do modelo da planta são estimados e pela maneira como a contribuição do ruído na entrada é eliminado. Dessas abordagens, utiliza-se com maior frequência a primeira em contextos como controle preditivo (CAMACHO; ALBA, 2007) e controle adaptativo (ASTROM; WITTENMARK, 2008), justifica-se isso pela simplicidade dessa abordagem, pois o mecanismo de realimentação é simplesmente desconsiderado e métodos padrões de identificação em malha aberta podem ser aplicados.

Por sua vez, a abordagem indireta, proposta por Lindberger (1972), distingui-se da abordagem direta principalmente pela utilização de sinais externos como, o sinal de referência do sistema em malha fechada. Dentro dessa abordagem, se o controlador e o sinal de referência (ou qualquer outro sinal externo) são conhecidos, o método de identificação indireta pode ser utilizado. Neste método, a realimentação pode ser considerada não linear Id., 1999, p. 1220 e descrições sobre o mesmo são encontradas em Hof e Callafon (1996) e Hof (2012). Outro método inserido nessa abordagem é o método de identificação por fatores coprimos, onde as duas etapas descritas anteriormente são realizadas simultaneamente por meio da representação do sistema por um produto de fatores coprimos (HOF, 1998). Esse método é discutido detalhadamente em Id., 1995. Além desses métodos, o método de Parametrização Dual-Youla (DESOER et al., 1979) aplicado a identificação de sistemas em malha fechada também está inserido na abordagem indireta. Esse método é discutido no contexto de sistemas multivariáveis em Hof e Callafon (1996).

Como mencionado anteriormente, a terceira abordagem de identificação é a abordagem conjunta entrada-saída. Nesta abordagem, o controlador é considerado desconhecido. Pertencente a essa abordagem, dentre outros, encontram-se o método de dois-estágios e o método da projeção. O primeiro foi proposto por Hof e Schrama (1993b) que consiste em duas etapas de identificação utilizando procedimentos padrões de identificação em malha aberta. Esse método foi aplicado com sucesso em processos industriais como, um triturador de cana de açúcar (PARTANEN; BITMEAD, 1995) e uma planta de cristalização (EEK et al., 1996). Apesar de sua relativa simplicidade e robustez, esse método falha se o controlador for não linear e/ou possui algum sinal de perturbação desconhecido Id., 1999, p. 1224. Essa limitação pode ser contornada utilizando-se o método da projeção (FORSSELL; LJUNG, 2000). Em Gevers, Ljung e Hof (2001b), um estudo sobre as

expressões de variância assintóticas de modelos obtidos com base em dados coletados em malha fechada é realizado para abordagem direta e abordagem indireta.

Na década passada, vários estudos sobre a aplicação de variável instrumental (VI) em identificação de sistema dinâmicos lineares em malha foram realizados. Em [Gilson e Hof \(2001\)](#), realiza-se uma análise comparativa entre o método de correção de polarização BELS (do inglês, *bias-eliminated least-squares*) para o método de identificação indireta proposto em [Zheng e Feng \(1995\)](#) e um estimador básico de VI aplicado em um preditor em função dos parâmetros da planta e do controlador. Vários métodos de identificação de sistema lineares em malha fechada utilizando VI são propostos em [Id., 2005](#). Nesse trabalho, o projeto, a escolha e o tipo de instrumentos são analisados para o estimador VI estendido. Além disso, apresenta-se um estimador com variância mínima, porém com a exigência do conhecimento exato do modelo do ruído. Em [Gilson et al. \(2008\)](#), métodos de VI para identificação de sistemas lineares em tempo contínuo com base em dados coletados em malha fechada são propostos. Os mesmos autores apresentam em ([GILSON et al., 2009](#)) um algoritmo de estimativa paramétrica com propriedades estatísticas ótimas, RIV (do inglês, *Refined Instrumental Variable*), aplicado para identificação de sistemas dinâmicos lineares em malha fechada. Esse algoritmo é discutido com detalhes em [Young \(2011\)](#) e [Young \(2015\)](#). Em [Tóth et al. \(2012\)](#), o algoritmo RIV é aplicado a sistemas lineares em malha fechada com parâmetros variantes no tempo utilizando uma estrutura de modelo BJ. Em [Agüero, Goodwin e Hof \(2011\)](#), uma generalização da abordagem direta e abordagem indireta é proposta denominada VCL (do inglês, *virtual closed loop*). Essa abordagem, possui como vantagens: robustez ao conhecimento inexato do controlador, não depende da linearidade do controlador e nem do modelo exato do ruído.

Recentemente, os métodos de identificação de sistemas dinâmicos lineares vêm sendo aplicados em diferentes contexto. Por exemplo, no contexto de identificação para controle, a identificação em malha fechada é utilizada para sintonia de controladores PI (do inglês, *Propotional Integral*) e PID (do inglês, *Propotional Integral Derivative*) no controle de válvuala de estrangulamento encontradas em campos petrolíferos *offshore* robusto a grades perturbações de entrada e mudanças na planta ([JAHANSHAH; SKOGESTAD, 2013](#)). Outra aplicação nesse contexto é o controle robusto de um veículo utilizando um modelo obtido com dados coletados em malha fechada ([KATO; IGARASI; HIDAKA, 2013](#)). Em [Tavakoli-Kakhki e Tavazoei \(2014\)](#), a estabilização proporcional de um processo instável com atraso puro de tempo operando em malha fechada e um algoritmo para identificar esse processo são apresentados. Em [González et al. \(2014\)](#), um MPC (do inglês, *Model Predictive Control*) é proposto que garanta a estabilidade e um sinal adequado para identificação em malha fechada. Um MMQ iterativo para identificação de sistemas lineares multivariáveis em malha fechada é proposto por [Jin, Wang e Wang \(2014\)](#). Em [Hou, Chen e Liu \(2015\)](#), um método de subespaço recursivo para identificação de sistemas lineares em malha fechada é proposto. Uma *software* denominado ITCLI (do inglês, *Interactive*

Tool for closed-Loop Identification) para compreensão dos conceitos de identificação de sistemas LTI (do inglês, *Linear Time Invariante*) e SISO (do inglês, *Single-Input Single-Output*) operando em malha fechada é proposto em [Guzmán et al. \(2014\)](#) e [Rivera et al. \(2015\)](#). Um método de identificação em malha fechada foi utilizado para obter um modelo para atividades elétricas da musculatura esquelética obtidas por meio de EMG (do inglês, *electromyogram*) ([GOLKAR; KEARNEY, 2015](#)). Em [Shardt, Huang e Ding \(2015\)](#), um importante estudo sobre excitação mínima para identificabilidade de sistemas em malha fechada é realizado. Um algoritmo de VI é utilizado para identificar um sistema em malha fechada com uma estrutura BJ para sintonia de um PID é apresentado em [Li, Li e Cao \(2015\)](#). Em [Jiang et al. \(2015\)](#), um novo algoritmo de VI é proposto para identificação de sistema dinâmicos lineares em malha fechada na presença de ruído colorido. Para esse mesmo tipo de sistema, em [Jiang et al. \(2016\)](#), o método GIV (do inglês, *Generalized Instrumental Variable*) é proposto. Um método de identificação *on-line* de sistemas em malha fechada aplicado a processos químico é proposto em [Cao et al. \(2016\)](#).

Conforme pode ser observado no contexto apresentado até aqui, a maioria dos trabalhos relacionados com identificação de sistema em malha fechada supõem que o sistema seja linear. Entretanto, na maioria das situações práticas, os sistemas operando em malha fechada são não lineares e estão sujeitos aos mais diversos tipos de perturbações. Dai a necessidade de estudos relacionados a identificação de sistemas não lineares em malha fechada. Um dos primeiros trabalhos a abordar essa problemática foi proposto em [Dasgupta e Anderson \(1996\)](#). Nesta trabalho, o método de parametrização Dual-Youla é generalizado para plantas não lineares. Outro trabalho pioneiro foi desenvolvido em [Linard, Anderson e Bruyne \(1997\)](#), onde dois métodos tradicionais de identificação de sistemas em malha fechada são estendidos para o contexto não linear: identificação por fatores coprimos (abordagem indireta) e método de dois-estágios (abordagem conjunta entrada-saída). Esse mesmo trabalho é apresentado com mais detalhes em [Linard, Anderson e Bruyne \(1999\)](#). Em [Fujimoto, Anderson e Bruyne \(2000\)](#) e [Fujimoto, Anderson e Bruyne \(2001\)](#), utiliza-se o conceito de representação de kernel para converter um problema de identificação de sistema não linear em malha fechada em um problema de identificação de sistema não linear em malha aberta. Um algoritmo recursivo para identificação de sistemas não lineares de tempo contínuo com dados experimentais coletados em malha fechada é proposto em [Landau, Anderson e Bruyne \(2001\)](#). Em [Garrido e Miranda \(2009\)](#), propõem-se uma abordagem para identificação com dados coletados em malha fechada de um servomecanismo não linear. Em [Laurain, Gilson e Garnier \(2009\)](#), um método de identificação de sistemas não lineares em malha fechada representado por um modelo Hammerstein e utilizando o método RIV é proposto. Entretanto, nesta abordagem saída do bloco não linear é dada por uma soma de funções de base consideradas conhecidas. Um método baseado em gradiente iterativo para identificar de forma simultânea uma válvula de combustível de característica não linear e, uma planta linear em aplicações de turbina

a gás utilizando conhecimento *a priori* da não linearidade e da dinâmica do motor é proposto em [Holcomb, Callafon e Bitmead \(2014\)](#). O algoritmo GSA (do inglês, *Gravitational Search Algorithm*) é utilizado para otimização da função de aptidão baseada no erro quadrático médio na identificação de um modelo Hammerstein em malha fechada ([PAL et al., 2015](#)). Em [Jeng e Chen \(2016\)](#), uma nova abordagem com método de subespaço é proposto para identificação de sistemas não lineares em malha fechada representados pela estrutura de modelo Hammerstein. Em uma linha mais próxima da desenvolvida nesta dissertação, uma técnica de identificação em malha fechada combinando parametrização Dual-Youla e sistema de inferência Takagi-Sugeno é proposta em ([ABOUKHEIR, 2010](#)). Entretanto, na simulação apresentada nessa metodologia desconsidera-se a presença de ruído e as funções de pertinências são projetadas com base no conhecimento *a priori* do sistema.

Dado contexto de identificação em malha fechada aqui apresentado, a presente dissertação propõem uma metodologia de identificação de sistemas não lineares estocásticos utilizando a abordagem MMF com base em um sistema de inferência *fuzzy* TS. Duas abordagens padrões de identificação em malha fechada foram utilizadas: abordagem indireta e abordagem conjunta entrada-saída. Na primeira abordagem, uma extensão para contexto *fuzzy* do método RIV para identificação de sistemas dinâmicos lineares em malha fechada [GILSON et al., op. cit.](#) é desenvolvida e utilizada para estimar os modelos locais com estrutura BJ presentes no consequente de cada regra *fuzzy*. Na segunda abordagem, utiliza-se uma adaptação do método da projeção [FORSSELL; LJUNG, op. cit.](#) também para o contexto *fuzzy*.

1.3 Contribuições

Neste trabalho, propõem-se uma metodologia de identificação de sistemas não lineares estocásticos com dados coletados em malha fechada, cujo as principais contribuições são:

1. Abordagem do problema de identificação de sistema não lineares estocástico com *Multimodel Framework* que possibilita particionar o problema de identificação de um modelo global não linear em modelos locais mais simples.
2. Formulação do problema de identificação de sistemas não lineares estocásticos em malha fechada representados por sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno;
3. Extensão da metodologia de identificação de sistemas lineares em malha fechada utilizando variável instrumental refinada proposta em [Gilson e Hof \(2005\)](#) e [Gilson et al. \(2011\)](#) para o contexto de identificação *fuzzy* de sistemas não lineares estocásticos utilizando RIV *fuzzy*.

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

- **Capítulo 2:** faz uma introdução sobre identificação de sistema discutindo cada uma das suas principais etapas e as particularidades dessas etapas para identificação de sistemas em malha fechada. A formulação matemática de identificação de sistemas lineares é mostrada. Além disso, as principais abordagens de identificação em malha fechada são discutidas;
- **Capítulo 3:** o conceito de conjuntos fuzzy e a estrutura do sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno são introduzidos e suas particularidades são discutidas. Além disso, o conceito de agrupamento *fuzzy* é definido. Por fim, apresenta-se o algoritmo de agrupamento *fuzzy* Gustafson-Kessel;
- **Capítulo 4:** é proposta uma metodologia de identificação de sistemas dinâmicos não lineares estocásticos em malha fechada baseada na abordagem *multimodel framework* (MMF) utilizando sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno. Nesta metodologia, os parâmetros do antecedente de cada regra fuzzy são estimados utilizando o algoritmo Gustafson-Kessel e os parâmetros do consequente são estimados de forma recursiva-iterativa com o algoritmo de variável instrumental refinada fuzzy;
- **Capítulo 5:** os resultados obtidos na aplicação da metodologia proposta na identificação de uma planta térmica com dados coletados em malha fechada são analisados e discutidos;
- **Capítulo 6:** as conclusões e propostas para trabalhos futuros são apresentadas.

2 Identificação em Malha Fechada

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma introdução à identificação de sistemas, formular o problema de identificação de sistemas em malha fechada e mostra uma revisão bibliográfica sobre as principais abordagens de identificação de sistemas dinâmicos lineares. Na Seção 2.1 são apresentados o conceito de identificação de sistemas e o procedimento de modelagem de sistemas por meio de identificação utilizando dados experimentais. Além disso, expõem-se os principais conceitos sobre propriedades estatísticas do método mínimos quadrados e sua limitação para o caso de utilização de dados experimentais coletados em malha fechada. Por fim, discutem-se as principais abordagens de identificação de sistemas dinâmicos lineares: abordagem direta, abordagem indireta e abordagem conjunta entrada-saída.

2.1 Identificação de Sistemas

Segundo Ljung (2010b), a identificação de sistemas é a arte e ciência que tem como objetivo principal a construção de modelos matemáticos a partir de dados de medições de um sistema que melhor representam o comportamento do mesmo. O conhecimento desses modelos é de grande importância para várias áreas do conhecimento, possibilitando uma interface entre o mundo real de aplicações e o mundo matemático de ciência exatas, ciências naturais, economia e engenharia.

Do ponto de vista matemático, um sistema consiste em um conjunto de variáveis interdependentes (variáveis internas) que interagem e sofrem estímulos externos por meio de perturbações (não acessíveis) e entradas (acessíveis para manipulação) produzindo sinais observáveis de saída. Como exemplo de sistema pode-se citar, dentre outros, automóveis, aviões, máquinas elétricas, circuitos elétricos, fornos, algoritmos, robôs, etc.

Esses sistemas podem ter uma representação simplificada de seus comportamentos reais por meio de um modelo que fornece informações temporal de uma ou mais variáveis observadas. Estes modelos podem ser classificados como, mentais, gráficos, algorítmicos e matemáticos. Neste trabalho, será representado uma estrutura de modelo \mathcal{M} como um mapeamento de conjunto de parâmetros $\mathcal{D}_{\mathcal{M}} \subset \mathbb{R}^d$ para um conjunto de modelos \mathbf{M} . Cada vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta} \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}}$ é associado a um modelo $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$ do conjunto de modelos \mathbf{M} . Com isso, o problema da identificação de sistemas consiste em construir uma estrutura de modelo \mathcal{M} e estimar o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ que seja o mais semelhante quanto possível ao sistema dinâmico real para sua relação entrada/saída. O grau de complexidade \mathcal{C} da estrutura do modelo \mathcal{M} representa o quão “idêntico” deseja-se que o modelo seja ao sistema, ou seja, dependendo da finalidade da utilização do modelo pode-se utilizar modelo

simples como uma equação diferencial de primeira ordem até estruturas mais complexas como redes neurais ou sistemas de inferência *fuzzy*.

Dada essas considerações, seja uma matriz de dados $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{N \times n_v}$ pertencente ao conjunto de dados de medição \mathcal{Z} , de número total de amostras N e número de variáveis observáveis n_v , em identificação em malha aberta, entrada e saída do sistema. Para modelos paramétricos, o processo de identificação de um sistema \mathcal{S} consiste em dado o conjunto de dados de observações \mathbf{Z} conhecido como dados de estimativa (ou dados de treinamento), encontra-se uma estrutura de modelo (modelagem) \mathcal{M} e um vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta} \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}}$ que represente o comportamento do sistema atendendo um critério de desempenho $J(\boldsymbol{\theta}, \mathcal{Z})$. O procedimento seleção dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ guiados pelos dados observados é conhecido como estimativa (ou aprendizagem) paramétrica. Nesse sentido, a identificação de sistema *caixa preta* consiste em um mapeamento de uma matriz de dados de estimativa $\mathbf{Z}^N \in \mathcal{Z}$ para uma estrutura de modelo $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$, conforme ilustra a Figura 1. Se além do conjunto de dados \mathbf{Z}^N , o procedimento de identificação utilizar informação auxiliar \mathcal{I} , que não se encontra no conjunto de dados dinâmicos \mathbf{Z}^N , esse procedimento é denominado de identificação *caixa cinza*, conforme ilustra a Figura 2.



Figura 1: Representação gráfica do mapeamento do conjunto de dados de treinamento \mathbf{Z}^N para o modelo $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$ realizado por meio de uma técnica de identificação (identificação *caixa preta*).



Figura 2: Representação gráfica do mapeamento do conjunto de dados de treinamento \mathbf{Z}^N e informações adicionais \mathcal{I} para o modelo $\mathcal{M}(\boldsymbol{\theta})$ realizado por meio de uma técnica de identificação (identificação *caixa cinza*).

O processo de modelagem do sistema por meio de identificação possui algumas etapas básicas ilustradas na Figura 3 e descritas a seguir:

- **Projeto do experimento:** consiste na coleta de dados \mathbf{Z}^N que possuam informação adequada e suficiente para aplicação de interesse, ou seja, a dinâmica do sistema deve está bem representada nos dados coletados. Essa etapa consiste em escolha das entradas, escolha dos sinais de excitação e escolha do tempo de amostragem. Sendo

os tipos de sinais utilizados para excitação: constante, impulso, degrau, retangular, PRBS (*Pseudo-Random Binary Sequence*) e entradas multissenos;

- **Escolha da estrutura do modelo:** A escolha da estrutura tem importância fundamental na identificação de sistemas e deve ser feita levando em consideração as características do sistema. Em Nelles (2001) são propostos os seguintes tópicos orientadores para escolha da estrutura do modelo \mathcal{M} : tipo do problema, uso do modelo, dimensão do problema, qualidade e quantidade de dados disponíveis e complexidade do sistema. Outro ponto importante na escolha da estrutura do modelo \mathcal{M} é a complexidade \mathcal{C} . Um exemplo para complexidade \mathcal{C} para uma estrutura de modelo linear seria a escolha da ordem e dos termos do modelo. Em Mendes (2007) são apresentados alguns critérios para escolha da complexidade de um modelo: *Critério de Informação de Akaike* (AIC) (AKAIKE, 1974), *Erro de Predição Final* (FPE) (AKAIKE, 1974), *Khundrin's Law of Iterated Logarithm Criterion* (LILC) (HANNAN; QUINN, 1979), *Critério de Informação Bayesiano* (BIC) (KASHYAP, 1977) e *Rissanen's Minimal Description Length* (MDL) (RISSANEN, 1986);
- **Escolha do critério de desempenho:** o critério de desempenho J consiste em uma medida escalar utilizada para verificar a capacidade do modelo $\mathcal{M}(\theta)$ em representar o sistema. Para essa finalidade, o método mais utilizado é o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) que minimiza a soma do quadrado dos erros.
- **Estimativa dos parâmetros:** essa etapa é realizada por um algoritmo de estimativa paramétrica que com base na estrutura do modelo \mathcal{M} , na complexidade do modelo \mathcal{C} e no critério de desempenho J . No caso de um modelo paramétrico, a estimativa do vetor de parâmetros θ . Quanto a forma de processamento do conjunto de dados \mathbf{Z}^N , o procedimento de estimativa utilizados pelos algoritmos estimadores podem ser classificados em: estimativa *em batelada* e estimativa *recursiva*. Na primeira forma de estimativa, o conjunto de dados \mathbf{Z}^N é processado em sua totalidade de uma só vez. Na segunda forma, a estimativa é em função da k -ésima amostra, ou seja, para cada amostra k o um vetor de parâmetros $\theta(k)$ é estimado;
- **Validação:** o procedimento de validação consiste na análise da capacidade do modelo estimado $\mathcal{M}(\hat{\theta})$ em representar a dinâmica do sistema para um conjunto de dados de validação \mathbf{Z}_v^N distintos do conjunto de dados utilizados para realizar a estimativa do modelo. Essa análise pode ser feita utilizando um dos procedimentos básicos de validação: validação estatística e validação dinâmica. Na validação estatística, considera-se que para um modelo ser consistente, os resíduos devem ser semelhantes ao ruído branco, ou seja, uma sequencia de valores independentes e identicamente distribuídos. No caso de validação de modelos não lineares, é necessários que o vetor resíduo apresente correlações não lineares. Para atender essa

finalidade, um conjunto de funções para validação de modelos não lineares identificados é mostrado em BILLINGS e VOON (1986) e Billings (2013). Na validação dinâmica, o modelo estimado é testado com um novo conjunto de dados de validação \mathbf{Z}_v^N . Geralmente, é realizado apenas uma inspeção visual por meio de uma simulação ou utiliza-se um índice de estimação para predição simulada, por exemplo, RMSE (*Root-Mean-Square-Error*).

Quanto a forma de coleta dos dados \mathbf{Z}^N , a identificação de sistemas pode ser classificada em: identificação em malha aberta e identificação em malha fechada. Na primeira forma de identificação, os dados são coletados do sistema operando sem mecanismo de realimentação. Nessa condição, a entrada do sistema não possui correlação com ruído. No segundo tipo de identificação, os dados em \mathbf{Z}^N são coletados com o sistema operando com realimentação. Dessa forma, os dados de entrada do sistema são correlacionados com o ruído.

Como pode ser observado na Figura 3, a matriz de dados \mathbf{Z}^N (coletada em malha aberta ou malha fechada) é uma das entradas do procedimento de estimativa do modelo $\hat{\theta}$. Dependendo da forma como \mathbf{Z}^N foi coletada, o algoritmo de estimativa paramétrica possuirá problemas de polarização e consistência. A seguir, apresenta-se uma introdução a esses problemas.

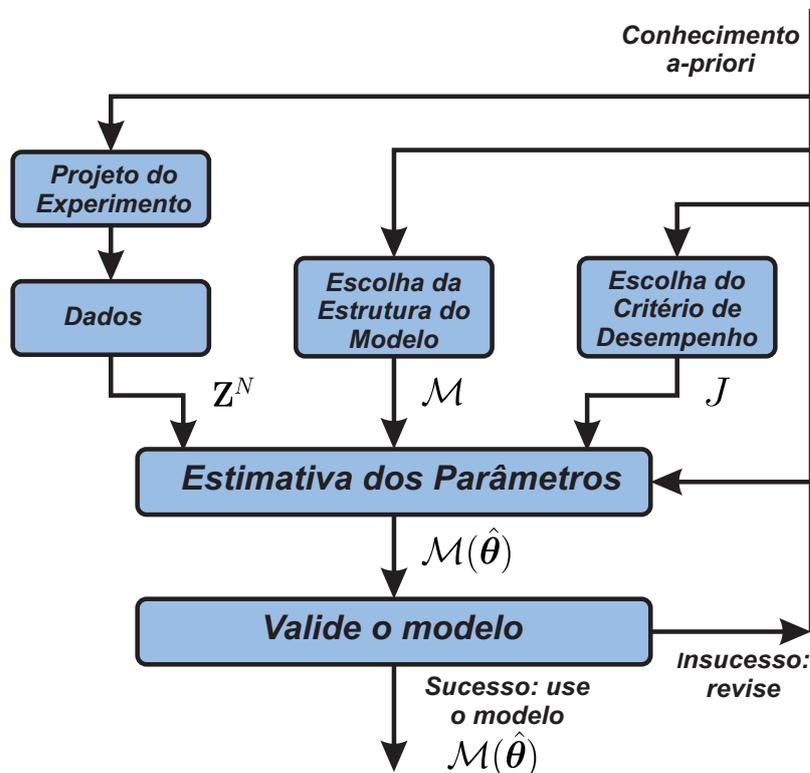


Figura 3: Representação gráfica do processo de identificação.

2.1.1 Propriedades Estatísticas de Estimadores

2.1.1.1 Polarização

A polarização é definida como o valor esperado da estimativa $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ e o valor real $\boldsymbol{\theta}$, em notação matemática:

$$\mathbf{b} := E[\hat{\boldsymbol{\theta}}] - \boldsymbol{\theta} \quad (2.1)$$

onde $E[\cdot]$ representa a esperança matemática, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ é um vetor de variáveis aleatórias e $\boldsymbol{\theta}$ é determinístico (mesmo que seu valor não seja conhecido *a-priori*).

Dessa forma, a seguinte representação de um modelo dinâmico pode ser dada por:

$$y(k) = \boldsymbol{\psi}^T(k-1)\boldsymbol{\theta} + e(k), \quad (2.2)$$

onde $\boldsymbol{\psi}^T(k-1)$ representa o vetor de regressores e $e(k)$ é o erro cometido na tentativa de explicar o valor observado y a partir do vetor de regressores e do vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$. Assim, o modelo dinâmico descrito em (2.2) pode ser reescrito como:

$$\mathbf{y}_N = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}_N = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}^T(1) \\ \boldsymbol{\psi}^T(2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\psi}^T(N) \end{bmatrix}; \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(N) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde \mathbf{y}_N , $\boldsymbol{\Psi}$ e \mathbf{e} são o vetor de observação, a matriz de regressão e o vetor de erro, respectivamente.

Com base na formulação apresentada em [Aguirre \(2015\)](#), pode-se realizar uma análise das condições necessárias para um estimador não ser polarizado. A partir da equação matricial do modelo dinâmico em (2.3) é possível obter o vetor de parâmetros da seguinte maneira:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{A}\mathbf{y} \quad (2.5)$$

onde \mathbf{A} é uma matriz cujo elementos dependem dos regressores. Dessa forma, utilizando a definição de polarização definida em (2.1) tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= E[\mathbf{A}\mathbf{y}] - \boldsymbol{\theta}, \\ &= E[\mathbf{A}(\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e})] - \boldsymbol{\theta}, \\ &= E[\mathbf{A}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{A}\mathbf{e}] - \boldsymbol{\theta} \\ &= E[\mathbf{A}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta}] - \boldsymbol{\theta} + E[\mathbf{A}\mathbf{e}] \\ &= E[\mathbf{A}\boldsymbol{\Psi} - \mathbf{I}]\boldsymbol{\theta} + E[\mathbf{A}\mathbf{e}]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Conforme pode ser observado em (2.6), para que o estimador não seja polarizado ($\mathbf{b} = 0$), as seguintes considerações devem ser satisfeitas:

Consideração 2.1.1 O produto da matriz \mathbf{A} com a matriz de regressores deve ser igual a matriz identidade, em representação matemática, $\mathbf{A}\Psi = I$.

Consideração 2.1.2 A matriz \mathbf{A} e o vetor erros \mathbf{e} são estatisticamente independentes. Portanto $E[\mathbf{Ae}] = E[\mathbf{A}]E[\mathbf{e}]$.

Consideração 2.1.3 O erro deve ter média nula, ou seja, $E[\mathbf{e}] = 0$.

Consideração 2.1.4 O vetor de erros \mathbf{e} é ortogonal às linhas de \mathbf{A} , ou seja, $E[\mathbf{Ae}] = 0$.

A Consideração 2.1.1 refere-se ao estimador em si e as Considerações 2.1.2 e 2.1.3 referem-se aos dados observados e à estrutura do modelo \mathcal{M} . A Consideração 2.1.2 equivale ao modelo $\mathcal{M}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ ser capaz de representar o comportamento dinâmico presente nos dados, ou seja, o modelo $\boldsymbol{\psi}^T \hat{\boldsymbol{\theta}}$ consegue explicar informações contida em \mathbf{y}_N . A Consideração 2.1.4 consiste em uma interpretação geométrica das considerações 2.1.2 e 2.1.3. Pode ser verificado que para identificação de sistemas dinâmicos com dados coletados em malha fechada as Considerações 2.1.2 e 2.1.3 não podem ser atendidas.

2.1.1.2 Consistência

Se a estimativa $\boldsymbol{\theta}$ converge em probabilidade para o valor verdadeiro $\boldsymbol{\theta}$, o estimador utilizado para obtê-la é dito *consistente*, em termos matemáticos:

$$Prob\left[\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{\theta}}(N) - \boldsymbol{\theta} = 0\right] = 1 \quad (2.7)$$

Conforme pode ser observado em (2.7), um estimador é consistente, quando $N \rightarrow \infty$, a estimativa converge para o valor verdadeiro, ou seja, o estimador é assintoticamente não polarizado $E[\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{\theta}}(N)] = \boldsymbol{\theta}$. Outra forma de analisar a consistência de um estimador é dada por:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\left[(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})^T\right] = 0, \quad (2.8)$$

ou seja, a variância do valor esperado tende a zero a medida que $N \rightarrow \infty$.

2.2 Identificação em Malha Fechada

Na prática, a maioria dos sistemas reais são controlados com base em mecanismo de realimentação e como visto na subseção 1.1.1 existem fatores (por exemplo, segurança, continuidade, fatores econômicos e instabilidade do sistema em malha aberta) que impossibilitam a remoção desse mecanismo para realização de experimentos em malha aberta.

Além disso, alguns sistemas possuem mecanismo de realimentação inerentes como, sistemas biológicos e econômicos (HOF, 2012). Outra razão para o estudo e desenvolvimento de métodos de identificação em malha fechada, conforme mostrado em Hof (2009), os modelos identificados utilizando técnicas de identificação em malha fechada capturam as características dinâmicas essenciais para projeto de controladores. Isso se deve pelo fato de um sistema identificado com dados experimentais coletados em malha fechada garantir a qualidade do modelo (não polarizado e consistente) em regiões de frequência onde a planta opera. A seguir, será apresentado a formulação para obtenção do sistema de geração de dados \mathcal{S} para um sistema linear operando em malha fechada.

Considerando o sistema descrito no diagrama de blocos ilustrado na Figura 4, o sistema de geração de dados \mathcal{S} pode ser representado da seguinte forma:

$$\mathcal{S} \begin{cases} y(k) = G_0(q)u(k) + H_0(q)e(k) \\ u(k) = C_c(q)[r_2(k) - y(k)] + r_1(k) \end{cases} \quad (2.9)$$

onde $C_c \in \mathbb{R}^{m \times p}$, $G_0 \in \mathbb{R}^{p \times m}$ e $H_0 \in \mathbb{R}^{p \times p}$ representam as matrizes de transferência do controlador, do modelo do sistema e do modelo do ruído, respectivamente. Além disso, os sinais $r_1 \in \mathbb{R}^m$ e $r_2 \in \mathbb{R}^p$ representam os sinais externos ruído aditivo do atuador e sinal de referência, respectivamente. O sinal aleatório $e(k)$ consiste em uma distribuição normal $e(k) = \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ e $\xi(k)$ representa um ruído colorido, ambos não são mensuráveis. Os sinais $u(k) \in \mathbb{R}^m$ e $y(k) \in \mathbb{R}^p$ representam as m entradas do sistema (ações de controle) e as p saídas do sistema em malha fechada, respectivamente. Alguns métodos de identificação em malha fechada, em especial métodos com variável instrumental, utilizam o inverso de um modelo do ruído como mecanismo de pré-filtragem para projeto de instrumentos. Dessa forma, faz-se necessário a Consideração 2.2.1 para garantir que o modelo do ruído é inversamente estável.

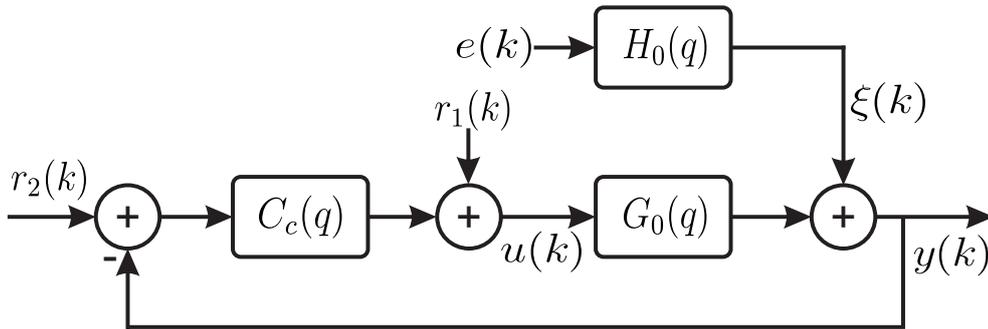


Figura 4: Diagrama de blocos do sistema dinâmico linear operando em malha fechada.

Consideração 2.2.1 A função de transferência do ruído $H_0(q)$ é estável e sua inversa $H_0^{-1}(q)$ também é estável. Além disso, o polinômio do denominador é dito mônico.

Observa-se que para o modelo do sistema $G_0(q)$ não existe nenhuma condição de estabilidade. Entretanto, como será visto adiante, alguns métodos de identificação em

malha fechada exigem um conjunto de modelo \mathcal{M} constituído apenas por modelos estáveis, portanto, obtêm-se apenas estimativas $G(q, \hat{\theta})$ estáveis. Neste trabalho, assume-se $G_0(q)$ estável, em situações particulares, será especificado a característica instável de $G_0(q)$.

Considerando $r(k) := r_1(k) + C_c(q)r_2(k)$ e o sistema de geração de dados em (2.9), a ação de controle pode ser representada da seguinte forma:

$$u(k) = r(k) - C_c(q)y(k) \quad (2.10)$$

onde $r \in \mathbb{R}^m$. Considerando as equações (2.9) e (2.10), a saída do sistema pode ser reescrita seguindo o seguinte processo de manipulação algébrica:

$$\begin{aligned} y(k) &= G_0(q)[r(k) - C_c(q)y(k)] + H_0(q)e(k) \\ y(k) &= G_0(q)r(k) - G_0(q)C_c(q)y(k) + H_0(q)e(k) \\ y(k)[I + G_0(q)C_c(q)] &= G_0(q)r(k) + H_0(q)e(k) \\ y(k) &= [I + G_0(q)C_c(q)]^{-1}[G_0(q)r(k) + H_0(q)e(k)]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

De forma semelhante, a entrada do sistema pode ser reescrita realizando as seguintes manipulações algébricas:

$$\begin{aligned} u(k) &= r(k) - C_c(q)y(k) \\ u(k) &= r(k) - C_c(q)[G_0(q)u(k) + H_0(q)e(k)] \\ u(k) &= r(k) - C_c(q)G_0(q)u(k) - C_c(q)H_0(q)e(k) \\ u(k)[I + C_c(q)G_0(q)] &= r(k) - C_c(q)H_0(q)e(k) \\ u(k) &= [I + C_c(q)G_0(q)]^{-1}[r(k) - C_c(q)H_0(q)e(k)]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Com base nas Equações (2.11) e (2.12), os sistema de geração de dados pode ser reescrito conforme representado a seguir:

$$\mathcal{S} \begin{cases} y(k) = [I + G_0(q)C_c(q)]^{-1}[G_0(q)r(k) + H_0(q)e(k)] \\ u(k) = [I + C_c(q)G_0(q)]^{-1}[r(k) - C_c(q)H_0(q)e(k)]. \end{cases} \quad (2.13)$$

Dado o sistema de geração de dados \mathcal{S} representado em (2.13), para o caso sistema MIMO, pode-se representar a sensibilidade de entrada e a sensibilidade de saída da seguinte forma:

$$S_0(q) = [I + C_c(q)G_0(q)]^{-1}, \quad (2.14)$$

$$W_0(q) = [I + G_0(q)C_c(q)]^{-1}. \quad (2.15)$$

Dessa forma, considerando $S_0(q)$ e $W_0(q)$ obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\mathcal{S}_{MIMO} \begin{cases} y(t) = G_0(q)S_0(q)r(k) + W_0(q)H_0(q)e(k) \\ u(k) = S_0(q)r(k) - C_c(q)W_0(q)H_0(q)e(k) \end{cases}. \quad (2.16)$$

Entretanto, para o caso de um sistema SISO, a sensibilidade de entrada e saída são iguais ($S_0(q) = W_0(q)$), assim têm-se:

$$\mathcal{S}_{SISO} \begin{cases} y(t) &= S_0(q)[G_0(q)r(k) + H_0(q)e(k)] \\ u(k) &= S_0(q)[r(k) - C_c(q)H_0(q)e(k)] \end{cases} \quad (2.17)$$

Essa formulação é utilizada como base para várias metodologias de identificação de sistemas dinâmicos lineares em malha fechada. Em particular, a equação (2.17) é utilizada na formulação da metodologia proposta neste trabalho. Em Hof (2012), alguns critérios de avaliação das abordagens e métodos de identificação de sistemas em malha fechada são apresentados. A seguir, esses critérios são enumerados e brevemente discutidos.

Critério 1 Consistência de $(G(q, \hat{\theta}), H(q, \hat{\eta}))$: Se \mathcal{M} é rico suficiente para conter o sistema de geração de dados ($\mathcal{S} \in \mathcal{M}$) e o sinal de excitação da planta é persistentemente excitante, então o método deve ser capaz de identificar consistentemente a função de transferência do sistema $G_0(q, \theta)$ e a função de transferência do ruído $H_0(q, \eta)$.

Critério 2 Consistência de $G(q, \hat{\theta})$: O método identifica $G(q, \hat{\theta})$ consistentemente independente da qualidade da modelagem de $H_0(q, \eta)$. Esse critério é importante em situações onde a dinâmica de $\xi(k)$ é complexa, portanto de difícil modelagem.

Critério 3 Modelo de ordem fixa: Habilidade do método de identificação em obter estimativas consistentes considerando o conjunto de modelos \mathcal{G} de ordem fixa e pré-definida. Esse critério é importante para projeto de controle baseado em modelo que limitam a complexidade \mathcal{C} do modelo.

Critério 4 Plantas instáveis: Habilidade para identificar consistentemente plantas instáveis. Essa característica é importante para identificar sistemas que operando em malha aberta são instáveis.

Critério 5 Modelo $(G(q, \hat{\theta}), C_c)$ Estabilizado: O modelo identificado $G(q, \hat{\theta})$ possui uma garantia a-priori que será estabilizado com o controlador C_c . Esse critério é importante para situações onde o modelo identificado é utilizado para reprojeto de controlador.

Critério 6 Conhecimento do controlador C_c : O conhecimento exato do controlador é necessário para o método de identificação.

Critério 7 Exatidão: O modelo estimado possui alta exatidão, ou seja, o modelo estimado possui variância assintótica.

2.2.1 Abordagens de Identificação em Malha Fechada

A Figura 5 ilustra uma planta \mathcal{P} operando em malha fechada. Conforme é possível observar por meio dessa figura, as informações básicas presentes neste sistema em malha fechada são:

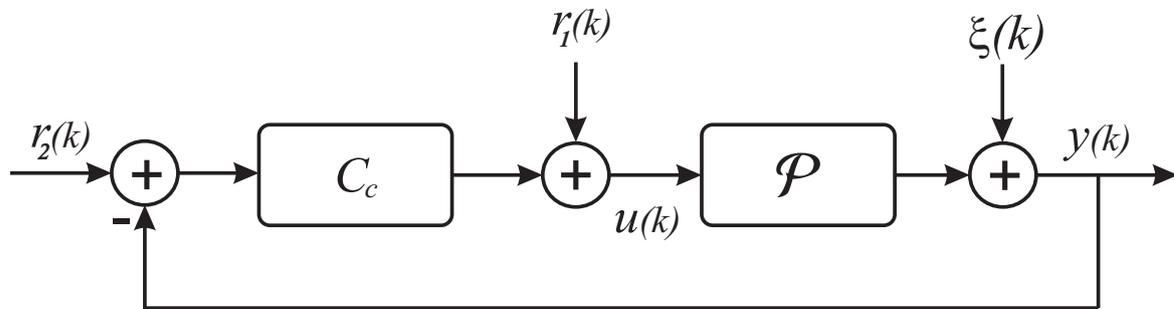


Figura 5: Representação gráfica de um sistema em malha fechada.

- Entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ da planta \mathcal{P} ;
- Sinais externos: referência r_2 e entrada externa (por exemplo, ruído no atuador) $r_1(k)$;
- Controlador $C_c(\cdot)$.

A forma como essas informações são utilizadas caracteriza as diferentes abordagens e métodos de identificação de sistemas dinâmicos lineares com dados experimentais coletados em malha fechada. Em outras palavras, estes métodos são caracterizados pelos dados mensuráveis e as informações *a-priori* disponíveis. Dessa forma, os métodos de identificação podem ser distinguidos por meio das seguintes considerações:

Consideração 2.2.2 *Considera-se o mecanismo de realimentação desconhecido e utiliza-se os dados $\mathbf{Z} = \{u(k), y(k)\}$, ignorado os sinais externos.*

Consideração 2.2.3 *Considera-se tanto o controlador $C_c(\cdot)$ quanto o sinal externo $r_1(k)$ e/ou $r_2(k)$ conhecidos.*

Consideração 2.2.4 *Considera-se conhecido apenas a estrutura do mecanismo de realimentação e não o controlador $C_c(\cdot)$.*

Geralmente, nas considerações 2.2.3 e 2.2.4 o controlador $C_c(\cdot)$ é considerado linear, porém as mesmas ideias podem ser aplicadas para controladores não lineares e/ou variantes no tempo. Utilizando métodos de identificação paramétrica, existem três abordagens principais para identificação de sistemas em malha fechada:

- **Abordagem Direta:** Nesta abordagem, o mecanismo de realimentação é ignorado e identifica-se o sistema em malha aberta utilizando-se $\mathcal{Z} = u(k), y(k)$ (Consideração 2.2.2). Esta abordagem também é denominada como método direto.
- **Abordagem Indireta:** Nesta abordagem, a função de transferência do sistema em malha fechada é identificada e utilizando-se o conhecimento do controlador o modelo do sistema em malha aberta é determinado (Consideração 2.2.3).
- **Abordagem Conjunta Entrada-Saída:** Nesta abordagem, considera-se um sistema excitado por $r(k)$ e a perturbação $\xi(k)$ produzindo como saída o sinal $u(k)$ e $y(k)$ de forma conjunta (Consideração 2.2.4).

A aplicação da abordagem direta utilizando o método de erro de predição obterá estimativa não polarizada e consistente se, a planta \mathcal{P} poder ser descrita fielmente com a estrutura do modelo \mathcal{M} (FORSELL; LJUNG, 1999). Entretanto, raramente, essa possibilidade é atendida. Com isso, as demais abordagens devem ser utilizadas.

2.2.1.1 Abordagem Direta

Nesta abordagem, utiliza-se o conjunto de dados $\mathbf{Z} = \{u(k), y(k)\}$ coletados em malha fechada e um método de identificação em malha aberta é aplicado de forma direta. Se $\mathcal{S} = \{G_0(z, \boldsymbol{\rho}), H_0(z, \boldsymbol{\eta})\}$ pode ser bem representado pela estrutura de modelo $\mathcal{M} = \{(G(z, \hat{\boldsymbol{\rho}}), H(z, \hat{\boldsymbol{\eta}})) \mid \hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\boldsymbol{\rho}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}]^T, \hat{\boldsymbol{\theta}} \in \Theta\}$, então uma estimativa consistente é obtida em cada uma das seguintes condições:

- r_1 ou r_2 estão presentes e são suficientemente excitantes;
- C_c é um controlador de alta ordem suficiente;
- C_c é um controlador que alterna entre várias configurações durante o experimento.

Para um sistema não linear, pode-se observar facilmente que a estrutura \mathcal{M} definida anteriormente não pode representar bem este tipo de sistema, portanto qualquer tentativa de estimativa paramétrica nessas condições será polarizadas e inconsistentes.

A Tabela 1 apresenta um resumo das principais propriedades da abordagem direta de identificação em malha fechada. A abordagem direta garante a consistência da identificação do modelo do sistema $G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}})$ e do modelo do ruído $H(q, \hat{\boldsymbol{\eta}})$ quando identificados conjuntamente (Critério 1). Entretanto, para identificação do modelo do sistema $G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}})$ sem identificar o modelo do ruído o método não obtém estimativas consistentes para o vetor de parâmetros $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ (Critério 2). Outra limitação da abordagem direta é a limitação para identificar modelos $G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}})$ que tenha a garantia a-priori que será estabilizado pelo

controlador, logo essa abordagem não é aconselhável para aplicações de reprojeto de controlador (Critério 5). Como ponto positivos, o método garante uma estimativa consistente para modelos de ordem fixas e pode identificar sistemas instáveis que são bem representados por estruturas ARX e ARMAX (motivo da utilização de \square na tabela) (HOF, 2012). Além disso, o método não utiliza o conhecimento do controlador (Critério 6).

Tabela 1: Propriedades da abordagem direta para identificação em malha fechada.

Propriedades	Abordagem direta
Consistência $(G(q, \hat{\rho}), H(q, \hat{\eta}))$	atende
Consistência $G(q, \hat{\rho})$	não atende
Modelo de Ordem Fixa	atende
Plantas Instáveis	\square
$(G(q, \hat{\rho}), C)$ Estável	não atende
C assumido conhecido	não

2.2.1.2 Abordagem Indireta

Nesta abordagem, o conjunto de dados utilizado é composto pelo sinais externos (ruído de entrada (r_1) e/ou sinal de referência (r_2)) representados por $r(k)$, a entrada (ação de controle) $u(k)$ e a saída $y(k)$ do sistema, ou seja, a matriz de dados é dada por $\mathbf{Z} = \{r(k), u(k), y(k)\}$. Outra particularidade desse método é o conhecimento e utilização do controlador $C_c(q)$ no processo de obtenção do modelo $G(q, \hat{\rho})$.

A abordagem indireta consiste de dois passos:

1. Identifica-se o sistema em malha fechada utilizando-se a combinação dos sinais externos $r(k)$ como entrada e a saída do sistema em malha fechada $y(k)$;
2. Determina-se os parâmetros do sistema em malha aberta por meio do modelo do sistema em malha fechada obtido no passo 1.

O procedimento de identificação no passo 1 trata-se de um procedimento padrão de identificação em malha aberta, pois o sinal $r(k)$ é decorrelacionado do ruído $\xi(k)$. Do sistema de geração de dados representado na equação (2.17), pode-se representar a saída do sistema em malha fechada da seguinte forma:

$$y(k) = G_c(q, \rho)r(k) + H_c(q, \eta)\varepsilon(k) \quad (2.18)$$

onde $G_c(q, \rho_*) = S_0G_0$ e $H_c(q, \eta_*) = S_0H_0$. Utilizando-se procedimentos padrões de identificação em malha aberta, obtêm-se estimativas para $G_c(q, \hat{\rho}_*)$ e $H_c(q, \hat{\eta}_*)$.

No segundo passo, para obter estimativas para $G_0(q)$ e $H_0(q)$, as seguintes equações devem ser resolvidas:

$$G_c(q, \hat{\rho}_*) = \frac{G(q, \hat{\rho})}{1 + G(q, \hat{\rho})C_c(q)} \quad (2.19)$$

$$H_c(q, \hat{\eta}_*) = \frac{H(q, \hat{\eta})}{1 + G(q, \hat{\rho})C_c(q)} \quad (2.20)$$

onde $\hat{\rho}$ e $\hat{\eta}$ são os parâmetros do modelo do sistema e do modelo do ruído em malha aberta, respectivamente. Considerando (2.19) e (2.20), os modelos em malha aberta estimados são representados por:

$$G(q, \hat{\rho}) = \frac{G_c(q, \hat{\rho}_*)}{1 + G_c(q, \hat{\rho}_*)C_c(q)} \quad (2.21)$$

$$H(q, \hat{\eta}) = \frac{H_c(q, \hat{\eta}_*)}{1 + G_c(q, \hat{\rho}_*)C_c(q)} \quad (2.22)$$

Esse é o procedimento básico compartilhado por todos os métodos contidos na abordagem direta. Pode ser observado que o problema de identificação em malha fechada foi reformulado para um problema de identificação em “malha aberta” utilizando-se o fato de $r(k)$ ser descorrelacionado de $\xi(k)$. Com isso, qualquer algoritmo tais como, VI, subespaço e erro de predição, tradicionalmente aplicados a identificação de sistemas em malha aberta pode ser utilizado.

Conforme pode ser observado na Tabela 2, a abordagem indireta não possui problemas para identificação de plantas instáveis, pois as funções de transferência em malha fechada G_c e H_c serão estáveis, se G_0 for instável. Em Hof (2012), argumenta-se que se o controlador C_c é estável, então a abordagem direta obtém estimativas do modelo da planta $G(q, \hat{\rho})$ que são garantidas estabilizadas por C_c (motivo de \square).

Tabela 2: Propriedades da abordagem indireta para identificação em malha fechada.

Propriedades	Abordagem indireta
Consistência $(G(q, \hat{\rho}), H(q, \hat{\eta}))$	atende
Consistência $G(q, \hat{\rho})$	atende
Modelo de Ordem Fixa	não atende
Plantas Instáveis	atende
$(G(q, \hat{\rho}), C_c)$ Estável	\square
C_c assumido conhecido	sim

2.2.1.3 Abordagem Conjunta Entrada-Saída

A abordagem conjunta entra-saída considera o controlador C_c linear (uma limitação) com uma estrutura conhecida, porem o conhecimento dos valores dos parâmetros deste controlador é desconhecido, o que caracteriza uma vantagem em relação à abordagem indireta onde este conhecimento é necessário. A seguir, apresenta-se a ideia dessa abordagem.

Considere a seguinte representação da entrada da planta:

$$u(k) = r(k) + C_c(q)y(k) + d(k), \quad (2.23)$$

onde $d(k)$ representa um distúrbio aditivo incorporado ao controlador. Com isso e considerando o sistema de geração de dados descrito em (2.16), pode-se representar a entrada e saída do sistema em malha fechada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_c(q) \\ S_0(q) \end{bmatrix} r(k) + \begin{bmatrix} W_0(q)H_0(q) & + & G_0(q)S_0(q) \\ -C_c(q)W_0(q)H_0(q) & + & S_0(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ d(k) \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Em termos de matrizes de transferência, a entrada e saída do sistema em malha fechada pode ser representada por:

$$\mathcal{S} : \begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \mathbf{G}_0(q)r(k) + \mathbf{H}_0(q) \begin{bmatrix} e(k) \\ d(k) \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

onde as matrizes de transferência $\mathbf{G}_0(q)$ e $\mathbf{H}_0(q)$ são:

$$\mathbf{G}_0(q) = \begin{bmatrix} G_c(q) \\ S_0(q) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{H}_0(q) = \begin{bmatrix} W_0(q)H_0(q) & + & G_0(q)S_0(q) \\ -C_c(q)W_0(q)H_0(q) & + & S_0(q) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Dada essa formulação, a ideia da abordagem conjunta entrada-saída é modelar o sistema \mathcal{S} (2.25) como um modelo da seguinte estrutura:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} : \begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} &= \mathbf{G}_0(q, \boldsymbol{\rho})r(k) + \mathbf{H}_0(q, \boldsymbol{\eta}) \begin{bmatrix} e(k) \\ d(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} G_{yr}(q, \boldsymbol{\rho}) \\ G_{ur}(q, \boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix} r(k) + \begin{bmatrix} H_{ye}(q, \boldsymbol{\eta}) & + & H_{yd}(q, \boldsymbol{\eta}) \\ H_{ue}(q, \boldsymbol{\eta}) & + & H_{ud}(q, \boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ d(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

As diferentes formas de parametrização do modelo \mathcal{M} leva a diferentes métodos de identificação em malha fechada utilizando a abordagem conjunta entrada-saída (FORSELL; LJUNG, 1999).

Dentro dessa abordagem, têm-se os métodos de dois-passos (HOF; SCHRAMA, 1993a) e o método da projeção (FORSELL; LJUNG, 2000). Esses dois métodos podem ser explicados utilizando os dois passos seguintes:

- 1) Estima-se o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\beta}$ no modelo

$$\mathcal{M}_{p1} : u(k) = S(q, \boldsymbol{\beta})r(k) + H_{p1}(q)e(k) \quad (2.29)$$

e constrói-se o sinal $\hat{u}(k) = S(q, \hat{\boldsymbol{\beta}})r(k), \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$.

2) Utilizando o sinal identificado $\hat{u}(k)$, identifica-se o sistema usando o seguinte modelo:

$$\mathcal{M}_{p2} : y(k) = G(q, \boldsymbol{\rho})\hat{u}(k) + H_{p2}(q)e(k) \quad (2.30)$$

O método de dois-passos é uma alternativa robusta e de simples para identificação de sistemas em malha fechada. Entretanto, se o controlador C_c é não linear e/ou está sujeito a um distúrbio d não conhecido, o método falha. Com o método da projeção esse problema é contornado (FORSELL; LJUNG, 1999).

De forma geral, os métodos pertencentes à abordagem conjunta entrada-saída compartilham as propriedades descritas na Tabela 3. Como pode ser observado nesta tabela, as principais vantagens dessa abordagem são a consistência na estimativa dos parâmetros da planta e do ruído, a possibilidade de identificar plantas instáveis e a não utilização do conhecimento do controlador. Já as principais desvantagens são inconsistência na estimativa do modelo da planta sem conhecimento do modelo do ruído, a impossibilidade de obter estimativas consistentes para uma ordem fixa e a falta de garantia de que a estimativa $G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}})$ será estabilizada pelo controlador C_c .

Tabela 3: Propriedades da abordagem conjunta entrada-saída para identificação em malha fechada.

Propriedades	Abordagem Conjunta E/S
Consistência $(G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}}), H(q, \hat{\boldsymbol{\eta}}))$	atende
Consistência $G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}})$	não atende
Modelo de Ordem Fixa	não atende
Plantas Instáveis	atende
$(G(q, \hat{\boldsymbol{\rho}}), C_c)$ Estável	não atende
C_c assumido conhecido	não

No próximo capítulo, serão apresentados os conceitos sobre sistemas *fuzzy*. Em particular, sobre o sistema de inferência Takagi-Sugeno utilizado na metodologia proposta para representar a estrutura do modelo não linear. Estes conceitos e os apresentados nesse capítulo serão utilizados no Capítulo 4 que trata sobre a metodologia proposta.

3 Sistema de Inferência Fuzzy Takagi-Sugeno

Os sistemas *fuzzy* tem como objetivo modelar, representar, raciocinar e processar informações imprecisas para solucionar problemas de natureza complexa. Estes sistemas são baseados na teoria de conjuntos *fuzzy* que possibilita a representação de informações descritas de forma linguística, em termos matemáticos. Além disso, eles possuem um mecanismo de inferência que tem como entrada informações imprecisas representadas por variáveis linguísticas caracterizadas por conjuntos *fuzzy* e regras de inferência. Neste capítulo, os conceitos básicos sobre conjuntos *fuzzy* e sistemas *fuzzy* serão apresentados, dando principal enfoque no funcionamento do sistema de inferência Takagi-Sugeno para identificação de sistemas dinâmicos não-lineares. Além disso, será apresentado o algoritmo de agrupamento nebuloso Gustafson-Kessel para realizar a construção das funções de pertinência do antecedente de cada regra *fuzzy*.

3.1 Conjuntos *Fuzzy*

Na teoria clássica de conjuntos, a pertinência de um elemento em grupo possui característica dicotômica, ou seja, um elemento pertence ou não pertence a um conjunto. Formalmente, seja um conjunto \mathcal{A} em um universo \mathcal{U} , os elementos $u \in \mathcal{U}$ pertencem ao conjunto \mathcal{A} ($u \in \mathcal{A}$) ou não pertencem ao conjunto \mathcal{A} ($u \notin \mathcal{A}$). Em termos de função de característica, tem-se a seguinte representação:

$$f_{\mathcal{A}}(u) = \begin{cases} 1, & \text{se e somente se } u \in \mathcal{A} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Uma generalização de conjuntos clássicos foi proposto no trabalho pioneiro de [Zadeh \(1965\)](#). Neste trabalho, a caracterização da pertinência de um elemento em uma conjunto é definida de forma mais ampla, podendo assumir qualquer valor no intervalo infinito $[0, 1]$. A seguinte definição formaliza o conceito de conjuntos *fuzzy*.

Definição 3.1.1 *Um conjunto fuzzy \mathcal{A} em X é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_{\mathcal{A}}(x)$ que associa a cada ponto de X um número real no intervalo $[0, 1]$, com o valor de $\mu_{\mathcal{A}}(x)$ em x representado o grau de pertinência de x ao conjunto fuzzy \mathcal{A} . Portanto, a função de pertinência que caracteriza este conjunto fuzzy pode ser representada pela seguinte transformação:*

$$\mu_{\mathcal{A}}(x) : X \mapsto [0, 1] \quad (3.2)$$

Para compreender melhor o conceito de conjuntos *fuzzy*, considere um sistema térmico com temperatura ($^{\circ}\text{C}$) no intervalo contínuo $[0,100]$ e as seguintes descrições linguísticas: *temperatura em torno de 50 $^{\circ}\text{C}$* (conjunto \mathcal{A}), *temperatura abaixo de 25 $^{\circ}\text{C}$* (conjunto \mathcal{B}) e *temperatura acima de 75 $^{\circ}\text{C}$* (Conjunto \mathcal{C}). A Figura 6 ilustra a representação gráfica dos conjuntos *fuzzy*. Por meio desta figura, pode-se observar que para o conjunto fuzzy representante da descrição linguística *temperatura em torno de 50 $^{\circ}\text{C}$* o valor de temperatura 50 $^{\circ}\text{C}$ tem grau de pertinência 1. Para outros valores, menores ou maiores que 50 $^{\circ}\text{C}$ o grau de pertinência diminui a medida que a temperatura tende para as extremidades do intervalo (0 $^{\circ}\text{C}$ ou 100 $^{\circ}\text{C}$). Já para o conjunto \mathcal{B} , representante da descrição linguística *temperatura abaixo de 25 $^{\circ}\text{C}$* , tem-se claramente grau de pertinência unitário para valores menores que 25 $^{\circ}\text{C}$ e valores de grau de pertinência menores progressivamente para valores tendendo a 100 $^{\circ}\text{C}$. Por fim, para o conjunto \mathcal{C} (*temperatura acima de 75 $^{\circ}\text{C}$*), tem-se valores unitários para temperaturas acima de 75 $^{\circ}\text{C}$ e graus de pertinências menores progressivamente a medida que a temperatura tende para 0 $^{\circ}\text{C}$, a parti de 75 $^{\circ}\text{C}$. Dessa forma, como pode ser observado na Figura 6, um elemento do conjunto universo pode pertencer a mais de um conjunto nebuloso com graus de pertinência distintos, por exemplo, para temperatura de 26 $^{\circ}\text{C}$:

$$\mu_{\mathcal{A}}(26) = 0,25; \mu_{\mathcal{B}}(26) = 0,75; \mu_{\mathcal{C}}(26) = 0$$

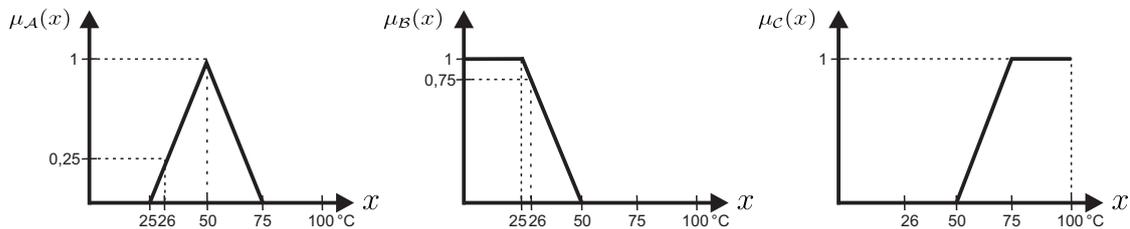


Figura 6: Representação de conjuntos *fuzzy* em um universo de discurso contínuo.

Com base no exemplo anterior, pode-se conceituar **variável linguística**. Um variável linguística é uma variável cujos valores são termos linguístico com significados atribuídos por meio de conjuntos *fuzzy* (ZADEH, 1976). No exemplo anterior, a temperatura seria uma variável linguística assumido como **valores linguísticos**: temperatura baixa (valores abaixo de 25 $^{\circ}\text{C}$), temperatura média (valores em torno de 50 $^{\circ}\text{C}$) e temperatura alta (valores acima de 75 $^{\circ}\text{C}$). Como visto por meio desse exemplo, os valores linguísticos são descritos por intermédio de conjuntos *fuzzy*, representados por funções de pertinências $\mu(x)$, conforme são ilustrados pela Figura 6.

Para o objetivo de realizar-se uma caracterização aproximada de fenômenos complexos ou imprecisamente descritos devido a limitação do conhecimento sobre o mesmo, utiliza-se uma abordagem semelhante a utilizada pelo ser humano, ou seja, aquisição, representação e processamento de noções descritas linguisticamente nas quais descrições

de objetos e gradezas não possuem classes com fronteiras delimitadas de forma precisa. Formalmente, pode-se definir variável linguística da seguinte forma:

Definição 3.1.2 *Uma variável linguística é caracterizada por uma quádrupla (X, T, U, M) , onde:*

- X é o nome da variável linguística;
- T é o conjunto de valores linguísticos que X pode assumir;
- U é o domínio físico em que a variável linguística X está definida, ou seja, o universo de discurso;
- M é a regra semântica que relaciona cada valor linguístico T com um conjunto fuzzy em U .

Assim como em conjuntos clássicos, para conjuntos fuzzy existe um conjunto de operações, ou seja, combinações entre conjuntos pertencentes ao mesmo universo de discurso U . No contexto clássico de conjuntos, o conjunto de elementos pertencentes a interseção entre \mathcal{A} e \mathcal{B} ($\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$), consiste em todos elementos pertencentes a \mathcal{A} e \mathcal{B} , ou seja, $f_{\mathcal{A} \cap \mathcal{B}} = 1$ se e somente se, $x \in \mathcal{A}$ e $x \in \mathcal{B}$, caso contrário, $f_{\mathcal{A} \cap \mathcal{B}} = 0$. A união dos conjuntos \mathcal{A} e \mathcal{B} , representada por $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$, é o conjunto contendo todos elementos pertencentes a \mathcal{A} ou \mathcal{B}

O complemento de \mathcal{A} é o conjunto contem todos elementos que não pertencem ao mesmo e pode ser denotado por $\bar{\mathcal{A}} \in U$, onde a função de pertinência é definida por:

$$\mu_{\bar{\mathcal{A}}}(x) = 1 - \mu_{\mathcal{A}}(x), \forall x \in U. \quad (3.3)$$

A interseção entre \mathcal{A} e \mathcal{B} é um conjunto fuzzy $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$ definido em U , onde a função de pertinência é definida por:

$$\mu_{\mathcal{A} \cap \mathcal{B}}(x) = \min[\mu_{\mathcal{A}}(x), \mu_{\mathcal{B}}(x)], \forall x \in U \quad (3.4)$$

A união de \mathcal{A} e \mathcal{B} é um conjunto fuzzy $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ definido em U , onde a função de pertinência é definida por:

$$\mu_{\mathcal{A} \cup \mathcal{B}}(x) = \max[\mu_{\mathcal{A}}(x), \mu_{\mathcal{B}}(x)], \forall x \in U \quad (3.5)$$

Definição 3.1.3 *Seja $s : [0, 1] \times [0, 1] \mapsto [0, 1]$ uma função que realiza um mapeamento que transforma as funções de pertinências dos conjuntos fuzzy \mathcal{A} e \mathcal{B} na função de pertinência da união de \mathcal{A} e \mathcal{B} ($s[\mu_{\mathcal{A}}(x), \mu_{\mathcal{B}}(x)] = \mu_{\mathcal{A} \cup \mathcal{B}}(x)$) e os seguintes axiomas:*

- **Axioma s-1. (Condição de contorno):** $s(1, 1) = 1$; $s(0, a) = s(a, 0) = a$.

- **Axioma s-2. (Condição comutativa):** $s(a, b) = s(b, a)$.
- **Axioma s-3. (Monotonicidade):** Se $a \leq \check{a}$ e $b \leq \check{b}$, então $s(a, b) \leq s(\check{a}, \check{b})$.
- **Axioma s-4. (Associatividade):** $s(s(a, b), c) = s(a, s(b, c))$.

Se a função s satisfaz os axiomas de s_1 a s_4 , então s é chamado de norma- s .

Definição 3.1.4 Seja $t : [0, 1] \times [0, 1] \mapsto [0, 1]$ uma função que realiza um mapeamento que transforma as funções de pertinências dos conjuntos fuzzy \mathcal{A} e \mathcal{B} na função de pertinência da interseção de \mathcal{A} e \mathcal{B} ($t[\mu_{\mathcal{A}}(x), \mu_{\mathcal{B}}(x)] = \mu_{\mathcal{A} \cap \mathcal{B}}(x)$) e os seguintes axiomas:

- **Axioma t-1. (Condição de contorno):** $t(0, 0) = 0$; $t(a, 1) = t(1, a) = a$.
- **Axioma t-2. (Condição comutativa):** $t(a, b) = t(b, a)$.
- **Axioma t-3. (Monotonicidade):** Se $a \leq \check{a}$ e $b \leq \check{b}$, então $t(a, b) \leq t(\check{a}, \check{b})$.
- **Axioma t-4. (Associatividade):** $t(t(a, b), c) = t(a, t(b, c))$.

Se a função t satisfaz os axiomas t_1 - t_4 , então t é chamado de norma- t .

O procedimento de inferência, basicamente, consiste em um processo de três operações entre conjuntos (clássico ou *fuzzy*): extensão cilíndrica, interseção e projeção. Em termos de estrutura lógica, essas três operações constituem os três elementos básicos do mecanismo inferência, conforme descrito a seguir:

- Premissa: se x é $\check{\mathcal{A}}$;
- Regra: Se x é \mathcal{A} Então y é B ;
- Consequência: y é $\check{\mathcal{B}}$.

Na teoria clássica de conjuntos, uma regra será ativada se e somente se a premissa for igual ao antecedente da regra e, portanto, o consequente da regra também será igual a consequência. No entanto, no contexto fuzzy, uma regra pode ser ativada se houver um grau de similaridade entre a premissa e o antecedente da regra, logo o consequente da regra possuirá um grau de similaridade com a consequência (TANSHEIT et al., 2007).

3.2 Sistema de Inferência Takagi-Sugeno

Inferência consiste em um mecanismo de raciocínio (obtenção de uma nova proposição por meio de uma preposição já existente), onde conclui-se uma preposição a partir de uma premissa e uma regra. Em sistemas *fuzzy*, a premissa e a regra são preposições *fuzzy*. Essa ideia, pode ser representada da seguinte forma:

Premissa: se x é \bar{A}

Regra: se x é A então y é B

Conclusão: y é \bar{B}

onde o conjunto *fuzzy* \bar{A} não é necessariamente igual ao conjunto A , da mesma forma que o conjunto *fuzzy* \bar{B} não é que o conjunto B . Esse mecanismo de inferência é conhecido como modelo linguístico. Alternativamente, existem os modelos funcionais onde a conclusão é função das variáveis do antecedente da regra *fuzzy*. Assim, a inferência proveniente de uma base de regras é uma função obtida pela média das funções de cada uma das regras, ponderadas com os respectivos graus de ativação (TANSHEIT et al., 2007). Esses modelos funcionais são geralmente denominados de modelos Takagi-Sugeno.

A estrutura de um sistema baseado em regras *fuzzy* é apresentado na Figura 7. Em situações práticas, esse sistema possui saídas e entradas precisas. Entretanto, como explicado na seção anterior, sistemas de inferência fuzzy possuem entradas nebulosas e saídas nebulosa (ou função de saída), portanto existe a necessidade de transformação de entradas precisas em entradas nebulosas e saídas *fuzzy* em saídas precisas mediante os mecanismos de **fuzzificação** e **defuzzificação**, respectivamente.

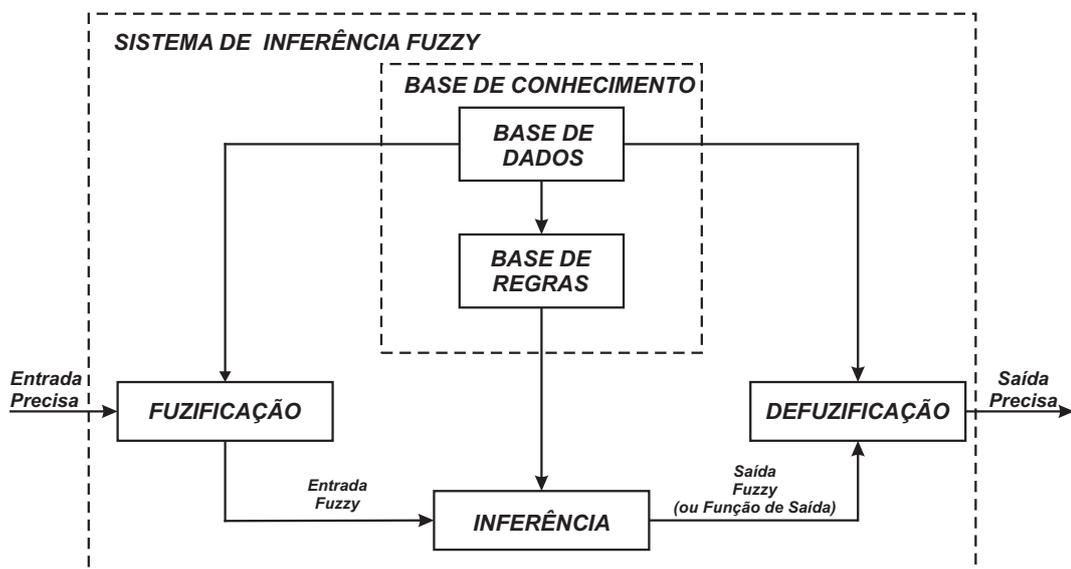


Figura 7: Estrutura do sistema de inferência *fuzzy*.

A *fuzzificação* é definida como um mapeamento de valores reais $\mathbf{x}^* \in U \subset \mathbb{R}^n$ para o conjunto *fuzzy* $\tilde{A} \in U$. Em Wang (1997), são apresentados três critérios para projeto de fuzzificadores. O primeiro considera que o mecanismo de fuzzificação deve representar bem o valor preciso da entrada x^* . No segundo critério, se houver presença de ruído na entrada, o procedimento de fuzzificação deve suprimir este ruído. O terceiro critério considera que o procedimento de fuzzificação deve ser simples para contribuir para a simplificação do mecanismo de inferência. Wang (1997) propõem três fuzzificadores:

- Singleton fuzzifier: O singleton fuzzifier mapeia o valor real $\mathbf{x}^* \in U$ para um conjunto fuzzy singleton $\tilde{A} \in U$, conforme representado a seguir:

$$\mu_{\tilde{A}}(\mathbf{x}) \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{x} = \mathbf{x}^* \\ 0 & \text{para outros casos} \end{cases} \quad (3.6)$$

- Gaussian fuzzifier: O Gaussian fuzzifier mapeia o valor real $\mathbf{x}^* \in U$ para um conjunto fuzzy $\tilde{A} \in U$, conforme representado a seguir:

$$\mu_{\tilde{A}}(\mathbf{x}) = e^{-\left(\frac{x_1-x_1^*}{a_1}\right)^2} \star \dots \star e^{-\left(\frac{x_n-x_n^*}{a_n}\right)^2} \quad (3.7)$$

onde a_i são parâmetros positivos e \star representa a norma-t (produto algébrico ou operação *min*).

- *Triangular Fuzzifier*: O *triangular fuzzifier* mapeia o valor real $\mathbf{x}^* \in U$ para um conjunto fuzzy singleton $\tilde{A} \in U$, conforme representado a seguir:

$$\mu_{\tilde{A}}(\mathbf{x}) \begin{cases} \left(1 - \frac{|x_1-x_1^*|}{b_1}\right) \star \dots \star \left(1 - \frac{|x_n-x_n^*|}{b_n}\right) & \text{se } |x_i - x_i^*| \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{para outros casos} \end{cases} \quad (3.8)$$

onde b_i são parâmetros positivos e \star representa a norma-t.

Neste trabalho, para representar a planta não linear $f(\cdot)$ é utilizado o sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno (TS) (TAKAGI; SUGENO, 1985). Essa escolha é justificada tanto pela transparência proporcionada pelos termos linguísticos que emulam o raciocínio humano quanto pela estrutura do consequente de cada regra *fuzzy* do sistema TS. Além disso, a estrutura linguística das regras nebulosas que fornecem um noção de causa e efeito e a capacidade de modelar sistemas complexos baseando no paradigma dividir e conquistar, onde cada regra nebulosa representa uma característica do comportamento do sistema não-linear, são importantes justificativas para utilização desse sistema (CHANG; WU; LIN, 2016).

Quanto ao aspecto de modelagem, os sistemas TS possuem capacidade de aproximar qualquer tipo de função em um domínio compacto e, por ter no consequente das regras uma representação de um sistema dinâmico, exige uma quantidade de regras menores, o que facilita a construção de modelos. Dada essas considerações, o sistema de inferência nebuloso composto das regras \mathcal{R}^i , utilizado para identificação do sistema dinâmico não-linear, pode ser representado da seguinte forma:

$$\mathcal{R}^{i|1,2,\dots,l} : \mathbf{SE} \tilde{x}_1 \text{ é } \mathcal{F}_1^i \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_q \text{ é } \mathcal{F}_q^i \text{ ENTÃO } y_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (3.9)$$

onde i representa uma regra *fuzzy* com $i \in \{1, 2, \dots, l\}$ do total de l regras *fuzzy*, $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^q$ é o vetor contendo as variáveis linguísticas do antecedente $\tilde{x}_{j|j=1,2,\dots,q}$, que são caracterizadas por seus conjuntos *fuzzy* \mathcal{F}_j^i definidos pelas funções de pertinência $\mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) : \{x_j \in \mathbb{R} | \mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) \in [0, 1]\}$. Além disso, o consequente de cada regra y_i é função das variáveis linguísticas, com $f_i(\tilde{\mathbf{x}})$ representando um comportamento dinâmico.

3.3 Agrupamento Fuzzy

A análise de agrupamento (*cluster analysis*) tem como objetivo formar grupos de objetos com certo grau de similaridade entre seus componentes. Esse processo de agrupamento possibilita particionar um problema complexo em grupos onde a modelagem ou otimização consiste em uma atividade menos difícil e menos dispendiosa computacionalmente. Na literatura, essa abordagem é conhecida como MMF (do inglês, *Multimodel Framework*) (ADENIRAN; FERIK, 2016). Nesta abordagem, um modelo é formado por um conjunto de submodelos locais integrados com diferentes graus de validade. Cada submodelo representa a dinâmica do sistema em uma região específica do espaço operacional do sistema. Os graus de validade responsáveis por ponderar a parcela de cada submodelo no modelo global é obtido por meio de uma partição do espaço operacional do sistema realizada por um algoritmo de agrupamento. Essa partição pode ser rígida ou *fuzzy*. Na partição rígida, cada objeto pertence exclusivamente a um grupo do espaço operacional do sistema. Na partição *fuzzy*, cada objeto pertence a cada grupo da partição do espaço operacional com um certo grau de pertinência.

Os algoritmos de agrupamento podem ser aplicados a conjunto de dados quantitativos (numéricos), qualitativos (categórico) ou híbridos. Na presente dissertação, serão considerados dados quantitativos representando observações típicas de variáveis de processos físicos. Dessa forma, considere n variáveis medidas. Um objeto $\mathbf{z}_k = [z_{1k}, z_{2k}, \dots, z_{nk}]^T$ é um vetor formado pela observação de n variáveis no k -ésimo instante de tempo, com $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^n$. Um conjunto de dados formado por N observações dos objetos \mathbf{z}_k é representado por:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nN} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.3.1 Partição Rígida

Um algoritmo de agrupamento particiona o conjunto de dados \mathbf{Z} em c clusters, onde c é assumido conhecido a priori. Uma partição rígida de \mathbf{Z} pode ser definida pelos subconjuntos $\{A_i | 1 \leq i \leq c\}$ com as seguintes propriedades:

$$\bigcup_{i=1}^c A_i = \mathbf{Z}, \quad (3.11)$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset, \quad 1 \leq i \neq j \leq c, \quad (3.12)$$

$$\emptyset \subset A_i \subset \mathbf{Z}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.13)$$

Representadas as propriedades prévias, em termos de função de pertinência, tem-

se:

$$\bigvee_{i=1}^c \mu_{A_i} = 1, \quad (3.14)$$

$$\mu_{A_i} \wedge \mu_{A_j} = 0, \quad 1 \leq i \neq j \leq c, \quad (3.15)$$

$$0 < \mu_{A_i} < 1, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.16)$$

A matriz de partição $U = [\mu_{ik}]$ representa a partição rígida se e somente se seu elementos satisfaz as condições:

$$\mu_{ik} \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N, \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.18)$$

$$0 \leq \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \leq N, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.19)$$

onde na partição rígida μ_{ik} representa se um objeto \mathbf{z}_k pertence ou não a um *cluster*. Assim, o espaço de partição rígida pode ser representado conforme a seguinte definição:

Definição 3.3.1 *Seja $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N\}$ é um conjunto finito e $2 \leq c < N$.*

$$M_{hc} = \left\{ U \in \mathbb{R}^{c \times N} \mid \mu_{ik} \in \{0, 1\}, \forall i, k; \sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \leq N, \forall i \right\} \quad (3.20)$$

onde M_{hc} representa como o conjunto de dados \mathbf{Z} pode ser particiona em c grupos com os elementos dos mesmos exclusivos a cada grupo.

3.3.2 Partição Fuzzy

A generalização da partição rígida para o caso *fuzzy* é dada por:

$$\mu_{ik} \in [0, 1], \quad 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N, \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.22)$$

$$0 \leq \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \leq N, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.23)$$

onde na partição *fuzzy* μ_{ik} representa a pertinência do objeto \mathbf{z}_k a um *cluster*. Assim, o espaço de partição *fuzzy* pode ser representado conforme a seguinte definição:

Definição 3.3.2 (Espaço de Partição Fuzzy) *Seja o conjunto de dados finitos $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N\}$ e seja $\mathcal{C} : \{c \in \mathbb{Z}_+^* | 2 \leq c < N\}$ o conjunto do número de clusters possíveis para \mathbf{Z} . O espaço de partição fuzzy para \mathbf{Z} é dado por:*

$$M_{fc} = \left\{ \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{c \times N} \mid \mu_{ik} \in [0, 1], \forall i, k; \sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \leq N, \forall i, c \in \mathcal{C} \right\} \quad (3.24)$$

onde M_{fc} representa como o conjunto de dados \mathbf{Z} pode ser particionado em c grupos com os elementos podem pertencer a mais de um grupo.

A i -ésima linha da matriz de partição \mathbf{U} contem a i -ésima função de pertinência μ_i da partição A_i , ou seja, contem os valores de pertinência ($\mu_{ik} \in [0, 1]$) para cada objeto \mathbf{z}_k ($1 \leq k \leq N$) em relação a partição A_i de \mathbf{Z} .

A forma do *cluster* pode ser determinada de acordo com a escolha da matriz \mathbf{A} . Essa matriz é geralmente escolhida como a matriz identidade ($\mathbf{A} = \mathbf{I}$), portanto a medida de distância é representada pela norma Euclidiana:

$$D_{ik}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (3.25)$$

que representa a distância do objeto \mathbf{z}_k ao centro da partição (*cluster*) A_i representado por \mathbf{v}_i , logo essa medida representa o grau de similaridade do objeto \mathbf{z}_k aos demais objetos pertencentes à partição A_i .

Alternativamente a essa representação, a matriz \mathbf{A} pode ser igual a inversa da matriz de covariância de \mathbf{Z} ($\mathbf{A} = \mathbf{R}^{-1}$) dada por:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\mathbf{z}_k - \bar{\mathbf{z}})(\mathbf{z}_k - \bar{\mathbf{z}}) \quad (3.26)$$

onde $\bar{\mathbf{z}}$ representa o valor médio dos dados. Com essa representação da matriz \mathbf{A} , a medida de distância D_{ik}^2 torna-se a norma Mahalanobis (BEZDEK, 1981 apud BABUSKA, 1998, p. 58).

3.3.3 Algoritmo Gustafson-Kessel

O algoritmo Gustafson-Kessel (GUSTAFSON; KESSEL, 1978) possui uma norma de distância adaptativa que detecta clusters de diferentes estruturas geométricas. A norma de distância adaptativa desse algoritmo é dada por:

$$D_{ik\mathbf{A}_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \mathbf{A}_i (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (3.27)$$

onde a matriz \mathbf{A}_i é uma variável de otimização. Seja $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_c)$ uma c -tupla das matrizes indutoras de norma. A função objetivo do algoritmo GK é definida por:

$$J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m D_{ik\mathbf{A}_i}^2 \quad (3.28)$$

onde $\mathbf{U} \in M_{fc}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n \times c}$ e $m > 1$. A solução é dada por

$$(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) = \arg \min_{M_{fc} \times \mathbb{R}^{n \times c} \times PD^n} J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) \quad (3.29)$$

onde $PD^n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa uma matriz definida positiva. Usando o método multiplicador de Lagrange, pode-se obter a seguinte expressão para \mathbf{A}_i :

$$\mathbf{A}_i = [\rho_i \det \mathbf{F}_i]^{\frac{1}{n}} \mathbf{F}_i^{-1} \quad (3.30)$$

onde \mathbf{F}_i é a matriz de covariância *fuzzy* do i -ésimo *cluster* dado por:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m} \quad (3.31)$$

onde o parâmetro de ponderação exponencial $m > 1$ influencia significativamente o algoritmo de partição, usualmente, $m = 2$. Essa equação representa a ponderação da matriz de covariância (3.26) com os valores de pertinência contidos na matriz de partição \mathbf{U} . A escolha do número de clusters c é uma das etapas mais importantes, pois esse parâmetro de entrada do algoritmo influencia diretamente a matriz de partição \mathbf{U} (BABUSKA, 1998). A autoestrutura da matriz de covariância fornece informações sobre a forma e orientação dos *clusters*.

A matriz de covariância *fuzzy* pode fornecer algumas informações sobre as características geométricas dos *clusters* como, por exemplo, a autoestrutura da matriz \mathbf{F}_i fornece a forma e orientação do *cluster*; a raiz dos autovalores de \mathbf{F}_i fornece os raios das hiperelipsoides dos *clusters*, conforme ilustrado na Figura 8.

O algoritmo (1) apresenta o algoritmo GK. Na entrada do algoritmo, é fornecido o conjunto de dados \mathbf{Z} e especifica-se os valores do parâmetro de ponderação exponencial ($m > 1$), o número de *clusters* c e o critério de parada $\epsilon > 0$. Na inicialização, a matriz de partição \mathbf{U} é preenchida aleatoriamente obedecendo a condição expressa em (3.21). Em termos práticos de implementação, aconselha-se implementar os passos de forma vetorizada evitando, se possível, a utilização de laço que aumentam o tempo computacional do algoritmo. Detalhadamente, o algoritmo de agrupamento *fuzzy* GK consiste dos seguintes passos:

1. No primeiro passo, o protótipo de cada cluster é calculado, ou seja, o valor médio de todos objetos pertencente a uma determinada partição A_i é calculado por meio

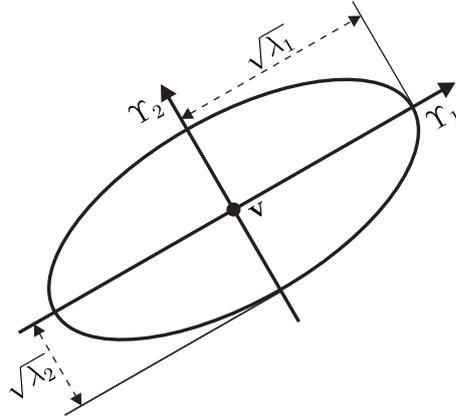


Figura 8: Hiperelipsoide definida por $(\mathbf{z} - \mathbf{v})^T \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{v}) = 1$. O comprimento do j -ésimo eixo desta hiperelipsoide é dado por $\sqrt{\lambda_j}$ e sua direções definida por Υ_j , onde λ_j e Υ_j são os j -ésimo autovalor e autovetor da matriz de covariância fuzzy \mathbf{F} , respectivamente (Adaptada: Babuska (1998, p. 63)).

de uma média ponderada onde os pesos são os valores de pertinência μ_{ik} de cada objeto a um *cluster* A_i . Esse valor é calculado os c *clusters* a cada iteração l até a convergência do algoritmo.

2. No segundo passo, o calculo da matriz de covariância \mathbf{F}_i é realizado para cada *cluster* i , ou seja, o grau de interdependência numérica entre cada objeto \mathbf{z}_k e o protótipo de cada *cluster* é calculado.
3. No terceiro passo, o quadrado da distância $D_{ik\mathbf{A}_i}^2 \in \mathbb{R}^{N \times c}$ de cada objeto em relação a cada protótipo de cada *cluster* é calculado utilizando o calculo de \mathbf{A}_i e da matriz de covariância F_i .
4. Finalmente, no quarto passo, ocorre a atualização da matriz de partição \mathbf{U} . Nesse passo, o algoritmo GK exige que $D_{ik\mathbf{A}_i} > 0$ para todo $i \in \{1, 2, \dots, c\}$ e $k \in \{1, 2, \dots, N\}$, ou seja, o protótipo \mathbf{v}_i^l é distinto de qualquer objeto \mathbf{z}_k ($\mathbf{v}_i^l \neq \mathbf{z}_k, \forall l, i, k$). Caso contrário, se o protótipo \mathbf{v}_i^l para $i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, c\}$ está sobreposto a um objeto \mathbf{z}_k , então $\mu_{ik}^{(l)} = 0$ para $i \notin I$ e $\sum_{i \in I} \mu_{ik}^{(l)} = 1$, ou seja, se um ou mais protótipos \mathbf{v}_i coincidir com o mesmo objeto \mathbf{z}_k , então a pertinência desse objeto aos demais *clusters* deve ser nula e a soma das pertinência cujo os protótipos coincide com ele deve ser unitária.

Em Vendramin (2012), é apresentada uma análise de complexidade do algoritmo GK que pode ser representado conforme nas Tabelas 4 e 5.

O algoritmo de agrupamento fuzzy GK será utilizado para particionar o conjunto de dados \mathbf{Z} em *clusters* que representam regiões de operação. Com esse *clusters* e utilizando um método de projeção descrito no próximo capítulo, será possível obter os conjuntos fuzzy do antecedente de cada regra fuzzy (3.9). No próximo capítulo, serão descritos tanto

Algoritmo 1 Agrupamento *Fuzzy* GK

- 1: **Enquanto** $\delta > \varepsilon$ **Faça**
 2: **Para** $i \leftarrow 1$ **até** c **Faça**
 3: **Passo 1** - Calculo dos centros dos *clusters*:

$$\mathbf{v}_i^l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m} \quad (3.32)$$

- 4: **Passo 2** - Calculo da Matriz de Covariância dos *clusters*:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)})^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m}$$

- 5: **Passo 3** - Calculo das distâncias:

$$D_{ik\mathbf{A}_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \left[\rho \det(\mathbf{F}_i)^{\frac{1}{n}} \mathbf{F}_i^{-1} \right] (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (3.33)$$

- 6: **Passo 4** - Atualização da Matriz de Partição:
 7: **Se** $D_{ik\mathbf{A}_i} > 0$ **Então**

$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ik\mathbf{A}_j}}{D_{jk\mathbf{A}_i}} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad (3.34)$$

- 8: **Senão**

$$\mu_{ik}^{(l)} = 0 \quad (3.35)$$

- 9: **Fim Se**
 10: $U(k, i) = \mu_{ik}^{(l)}$
 11: **Fim Para**
 12: $\delta = \left\| \mathbf{U}^{(l)} - \mathbf{U}^{(l-1)} \right\|$
 13: **Fim Enquanto**

Tabela 4: Análise de complexidade (tempo) referente ao algoritmo de agrupamento *fuzzy* Gustafson-Kessel.

Operação	Análise de Complexidade (Tempo)
Calculo dos Protótipos (3.32)	$\mathcal{O}(cNn)$
Calculo \mathbf{A}_i	$\mathcal{O}(cn^3)$
Calculo da Matriz de Covariância (3.31)	$\mathcal{O}(cNn^2)$
Calculo da Distância (3.30)	$\mathcal{O}(cNn^2)$
Atualização das Pertinências	$\mathcal{O}(cN)$
Complexidade Total	$\mathcal{O}(lcn^3)$
Para n suficientemente grande	$\mathcal{O}(lcn^3)$

o procedimento de estimativa dos parâmetros do antecedente das regras *fuzzy*, bem como a metodologia para estimativa dos parâmetros do consequente de cada regra.

Tabela 5: Análise de complexidade (espaço) referente ao algoritmo de agrupamento *fuzzy* Gustafson-Kessel.

Operação	Análise de Complexidade (espaço)
Conjunto de dados \mathbf{Z}	$\mathcal{O}(Nn)$
Matriz de Partição \mathbf{U}	$\mathcal{O}(cN)$
Protótipos dos <i>Clusters</i>	$\mathcal{O}(cn)$
Matriz de Covariância	$\mathcal{O}(cn^2)$
Distância	$\mathcal{O}(cN)$
Armazenar \mathbf{A}_i e \mathbf{F}_i	$\mathcal{O}(cn^2)$
Complexidade Total	$\mathcal{O}(cn^2)$
Para n suficientemente grande	$\mathcal{O}(cn^2)$

4 Metodologia Proposta

Neste capítulo, uma metodologia para identificação de sistemas dinâmicos não lineares estocásticos em malha fechada, utilizando sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno e variável instrumental refinada *fuzzy*, é proposta. Para essa finalidade, a metodologia proposta utilizou abordagem *multimodel framework* que possibilita representar um sistema global complexo, não linear e estocástico em modelos locais com estrutura matemática mais simples, na presente metodologia, estrutura Box-Jenkins. Essa estrutura é comumente utilizada nos métodos de identificação de sistemas lineares em malha fechada. Esse fato possibilita a extensão, por meio de adaptações, de métodos padrões de identificação de sistemas lineares em malha fechada para o contexto não linear.

Na Seção 4.1, a abordagem *multimodel framework* utilizada para identificação de sistemas não lineares estocástico é discutida. Essa abordagem foi aplicada utilizando o sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno. Na Seção 4.2, a metodologia para obtenção das funções de pertinência do antecedente das regras *fuzzy* é exposta. Na Seção 4.3, os algoritmos para estimativa paramétrica dos modelos locais Box-Jenkins do consequente de cada regra *fuzzy* são mostrados. Ainda nessa seção, na Subseção 4.3.1, utiliza-se o algoritmo RIV (*Refined Instrumental Variable*) *fuzzy* para obter estimativas dos parâmetros da planta e, na Subseção 4.3.2, o algoritmo IVARMA (*Instrumental Variable ARMA*) *fuzzy* é utilizado para obter os parâmetros da função de transferência do ruído. Por fim, uma visão geral da metodologia proposta é apresentada na Seção 4.4.

4.1 Estrutura do Modelo

Na prática, a maioria dos sistemas dinâmicos são não lineares. Em algumas situações, esses sistemas podem ser representados de forma linear utilizando-se aproximações e/ou restrições para a região de validade. Essa classe possui estruturas mais simples, que possibilitam a estimativa de seus parâmetros e implementação de forma mais fácil em relação a estruturas não lineares. Além do mais, a teoria de algoritmos de controle baseados nesse tipo de estrutura está mais consolidada com métodos de análise de estabilidade e de desempenho bem conhecidos e fundamentados (CAMPELLO; OLIVEIRA, 2007, p. 104). Entretanto, em muitos casos, eles não serão adequados, devido a complexidade das dinâmicas envolvidas ou pela necessidade de uma eficiência do modelo para toda faixa de operação do sistema. Nestes casos, estruturas não lineares deverão ser utilizadas. Porém, a escolha de uma estrutura não linear deve ser feita com cuidado, uma vez que o aumento na complexidade nos algoritmos é inevitável (AGUIRRE, 2015, p. 385). Esse cuidado deve ser ainda maior no contexto de identificação em malha fechada, pois os procedimentos

utilizados para descorrelacionar a entrada da planta (ação de controle) do ruído (perturbações, incertezas e ruído de medição) e para estimar os parâmetros da planta em malha aberta são procedimentos mais dispendiosos computacionalmente do que procedimentos padrões de identificação em malha aberta. Considerando isso, nesta dissertação, o método proposto de identificação de sistemas não linear estocásticos em malha fechada utiliza a abordagem *Multimodel framework* (MMF) (ADENIRAN; FERIK, 2016).

A MMF consiste em uma abordagem de identificação de sistemas complexos, não lineares e com características estocásticas amplamente reconhecida por sua simplicidade, tratabilidade matemática e por sua conexão com outras estratégias de identificação. Essa abordagem, decompõem o problema complexo de identificação de sistemas não lineares em problemas menos difíceis. Em outras palavras, considere o sistema não linear \mathcal{S} modelado por \mathcal{M}_{NL} que pode ser decomposto da seguinte forma:

$$\mathcal{M}_{NL} := \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_c\} \quad (4.1)$$

onde \mathcal{M}_i ($i \in \{1, 2, \dots, c\}$) possuem características matemáticas mais simples que facilitam o procedimento de identificação, por exemplo, estruturas como ARX, ARMAX e Box-Jenkins com algoritmos estimativa paramétrica e procedimentos de identificação em malha fechada amplamente conhecido na literatura. Cada um desses modelos locais \mathcal{M}_i representam o comportamento do sistema dinâmico não linear \mathcal{S} em uma região de operação. Nesta dissertação, eles serão representados por meio da estrutura Box-Jenkins ilustrada na Figura 9 e representada matematicamente por:

$$\mathcal{M}_i = \{(G_i(q, \boldsymbol{\rho}_i), H_i(q, \boldsymbol{\eta}_i)) \mid \boldsymbol{\theta}_i = [\boldsymbol{\rho}_i \ \boldsymbol{\eta}_i]^T, \boldsymbol{\theta}_i \in \mathbb{R}^d\} \quad (4.2)$$

onde G_i e H_i são funções de transferência da planta e do ruído de \mathcal{M}_i parametrizadas por $\boldsymbol{\rho}_i$ e $\boldsymbol{\eta}_i$, respectivamente. Justifica-se a escolha dessa estrutura pela sua representatividade das condições em que um sistema em malha fechada opera, por isso essa estrutura é amplamente utilizada em métodos de identificação em malha fechada (GEVERS; LJUNG; HOF, 2001a; GILSON; HOF, 2005; GILSON et al., 2006; LAURAIN; GILSON; GARNIER, 2009; HAN; CALLAFON, 2011; LI; LI; CAO, 2015).

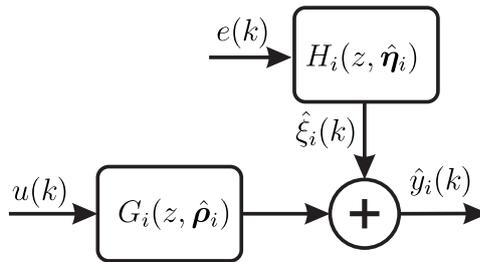


Figura 9: Estrutura Box-Jenkins do modelo local \mathcal{M}_i .

No contexto de identificação de sistema não lineares estocásticos em malha fechada, a abordagem MMF possibilita, mediante a adaptações, utilização de metodologias padrões

de identificação de sistemas com dados coletados em malha fechada, pois é possível que os modelos locais possuem estruturas comumente utilizadas por estes métodos. A agregação destes é realizada por uma função de validade (ou em sistemas de inferência *fuzzy*, grau de ativação) da seguinte forma:

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^c \gamma_i(\mathbf{x}) \mathcal{M}_i \quad (4.3)$$

Nesta dissertação, a metodologia desenvolvida utiliza uma estratégia de partição sem conhecimento *a priori* baseado em dados experimentais. Nesse procedimento, as regiões de operação do sistema são obtidas sem conhecimento *a priori* por meio da partição do conjunto de dados. De forma geral, as estratégias de partição são categorizadas em incremental, agrupamento e partição aprendida Id., 2016, p. 5. A segunda estratégia é utilizada no presente trabalho, em particular, um agrupamento *fuzzy* é utilizado para particionar os dados em regiões de operação e obter a função de validade $\gamma_i(\mathbf{x})$ responsável por realizar a agregação dos modelos locais \mathcal{M}_i . Vários algoritmos de agrupamento *fuzzy* têm sido utilizados para identificação utilizando a abordagem MMF, por exemplo, *fuzzy c-means* (RONEN et al., 2002), *fuzzy k-mean* (ELFELLY et al., 2010), *K-mean* (ELFELLY et al., 2008), GK (TESLIC et al., 2011), Gath-Geva (GG) (ABONYI; BABUSKA; SZEIFERT, 2002), entre outros. Neste trabalho, utiliza-se o algoritmo de agrupamento *fuzzy* GK. Conforme discutido em Babuska (1998), justifica-se a escolha do algoritmo GK como mecanismo de auxílio para identificação de sistemas pelos seguintes motivos: o algoritmo GK é relativamente insensível a inicialização da matriz de partição e é capaz de detectar *clusters* de diferentes formas e orientações.

A metodologia de identificação de sistemas dinâmicos não lineares com dados coletados em malha fechada proposta nesta dissertação considera a estrutura de modelo não linear representado pelo sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno em (4.4) e ilustrado por meio da Figura 10, conforme apresentado também no trabalho Velozo e Serra (2016).

Como pode ser observado nessa figura, o sistema de inferência TS possui l regras *fuzzy* que constituem-se de duas partes: antecedente e consequente. Cada uma dessas partes possuem parâmetros a serem identificados. Dessa forma, para realizar a construção deste sistema de inferência e consequentemente realizar a modelagem do sistema não linear é necessário estimar os parâmetros do antecedente e do consequente. A estimativa dos parâmetros do antecedente consiste em obter as funções de pertinências $\mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j)$ de forma automática com base em um procedimento de agrupamento. Já para a estimativa dos parâmetros do consequente, é necessário construir o modelo do sistema G_i e o modelo do ruído H_i por meio da estimativa dos seus respectivos parâmetros, $\hat{\rho}_i$ e $\hat{\eta}_i$, para cada regra \mathcal{R}^i com $i \in \{1, 2, \dots, l\}$. Nas próximas seções, serão discutidos os métodos utilizados e propostos para estimar os parâmetros dessas partes constituintes das regras *fuzzy* do

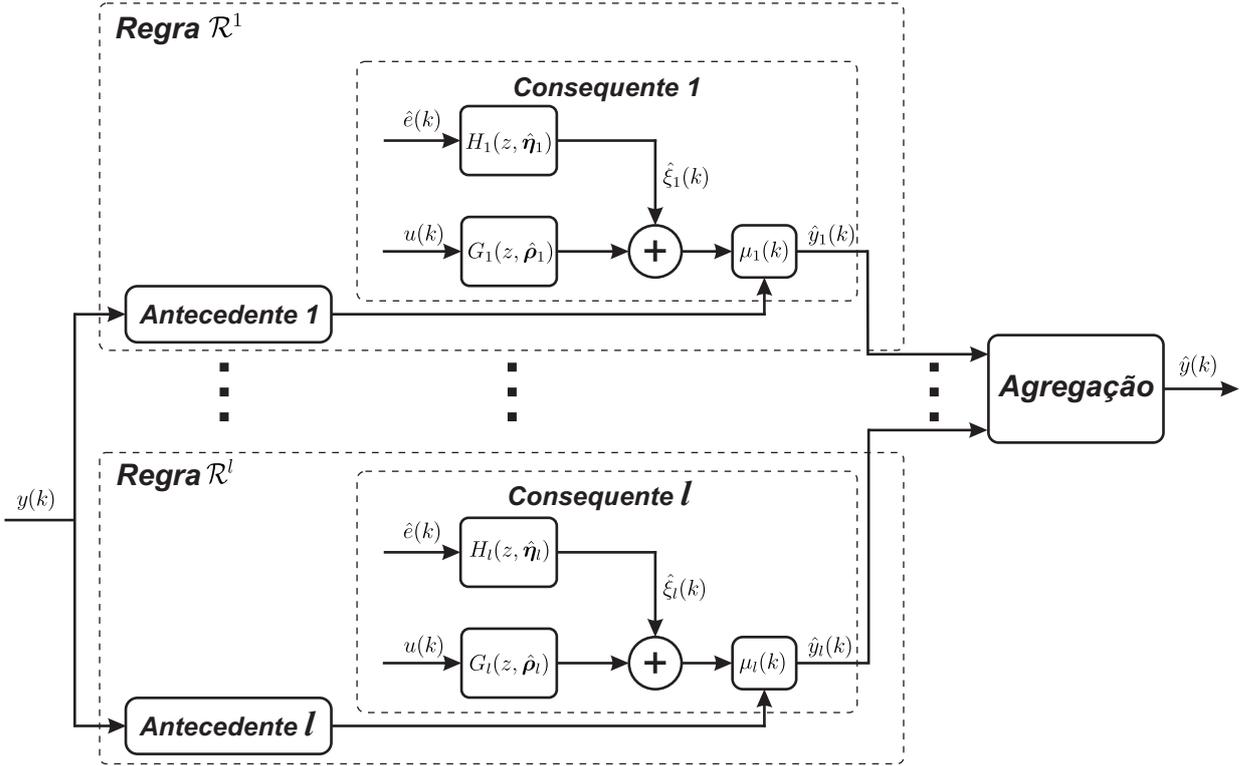


Figura 10: Representação gráfica da estrutura do modelo.

sistema de inferência TS.

4.2 Estimativa dos parâmetros do antecedente

A estimativa dos parâmetros do conseqüente consiste em obter as funções de pertinências que representam os conjuntos fuzzy \mathcal{F}_j^i para cada regra fuzzy \mathcal{R}^i . Dessa forma, seja a seguinte representação de uma regra:

$$\mathcal{R}^{i|1,2,\dots,c} : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } \mathcal{F}_1^i \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_q \text{ é } \mathcal{F}_q^i \text{ ENTÃO } \hat{y}_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (4.4)$$

onde $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^q$ é o vetor contendo as variáveis linguísticas do antecedente $\tilde{x}_{j|j=1,2,\dots,q}$ que são caracterizadas por seus conjuntos fuzzy \mathcal{F}_j^i definidos pelas funções de pertinência $\mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) : \{x_j \in \mathbb{R} | \mu_{\mathcal{F}_j^i}(x_j) \in [0, 1]\}$.

Para obter esses conjuntos fuzzy de forma automatizada, utilizou-se o algoritmo de agrupamento fuzzy Gustafson-Kessel descrito na subseção 3.3.3. Esse algoritmo particiona todo o conjunto de dados $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n \times N}$ (n variáveis e N amostras de dados) em clusters formados por objetos $\mathbf{z}_k = \{u(k), y(k)\}$, onde $u(k)$ e $y(k)$ representam a entrada do sistema (ação de controle) e a saída do sistema em malha fechada no instante k , respectivamente. O agrupamento realizado na proposta apresentada leva em conta a seguinte consideração de natureza prática:

Consideração 4.2.1 *Um conjunto de dados inicial \mathbf{Z}_0 suficientemente informativo sobre o comportamento da dinâmica do sistema é considerado disponível para realização do agrupamento fuzzy.*

Essa consideração trata-se de uma etapa inicial em *batelada* da metodologia proposta necessária para de determinar o grau de ativação $\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}})$ que será utilizada na etapa recursiva-iterativa da estimação dos parâmetros do consequente. A coerência dessa suposição pode ser analisada para situação em ambiente industrial, onde a saída do sistema possui uma sequencia de valores padrões predefinidas, por exemplo, em um processo siderúrgico de formação de lingotes de alumínio, para chegar à temperatura de um forno ideal, a temperatura do forno passa por um processo conhecido como *subida de temperatura* que consiste em uma sequencia de degraus inicializado em temperatura ambiente até temperaturas entorno de 900 °C, que é ideal para garantir a qualidade físico-química dos lingotes que serão formados. Esse processo é sempre inicializado após o termino de um processo produtivo e inicio de outro.

O número de *clusters* c , ou seja, de regras *fuzzy* \mathcal{R} é facilmente definido quando está disponível o conhecimento do especialista *a priori* sobre o número de *clusters*. Entretanto, quando esse conhecimento não está disponível, é necessário adotar um critério para determinar o melhor número de *clusters* que possibilitam a melhor partição do conjunto de dados. A esse respeito, na metodologia proposta nesta dissertação, a seguinte consideração é adotada:

Consideração 4.2.2 *O número de clusters c que representa o melhor conjunto de partições $\mathbf{A} = (A_1, A_2, \dots, A_c)$ do conjunto de dados \mathbf{Z}_0 não é conhecido a priori.*

Com base nessa consideração, torna-se necessário a utilização de um critério que indique o melhor número de *clusters* para \mathbf{Z}_0 . Um principio adotado amplamente na literatura é que bons *clusters* não são muito *fuzzy*, ou seja, não apresentam demasiada sobreposição (BABUSKA, 1998). Em Gath e Geva (1989), os seguintes critérios para analisar a qualidade da partição obtida por um algoritmo de agrupamento *fuzzy* são propostos: separação entre os *clusters*, o volume dos *clusters* e o número de objetos \mathbf{z}_k concentrados no entorno dos protótipos dos *clusters* \mathbf{v}_i . Na presente dissertação, o critério adotado para análise da qualidade da partição foi o hipervolume *fuzzy* definido por:

$$V_h = \sum_{i=1}^c [\det(\mathbf{F}_i)]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

onde \mathbf{F}_i é a matriz de covariância *fuzzy* para o *cluster* i . A abordagem utilizada consiste em realizar agrupamentos para diferentes número de *clusters* e verificar a que obtém o menor valor de V_h , indicando assim a melhor partição. Na Tabela x, no capítulo sobre

os resultado experimentais, são apresentados os resultados desse critério para diferentes números de *clusters* para o conjunto de dados experimentais utilizado.

Uma das saídas do algoritmo GK 1 é a matriz de partição \mathbf{U} que contém o valor de pertinência $\mu_i(\mathbf{z}_k)$ de cada objeto $\mathbf{z}_k = \{u(k), y(k)\}$ aos c *clusters*. Entretanto, como pode ser observado em (4.4), no antecedente de cada regra *fuzzy* existem variáveis linguísticas representadas em termo da entrada do sistema $u(k)$ e da saída $y(k)$. Dessa forma, para obter os conjuntos *fuzzy* \mathcal{F}_j^i é necessário realizar a projeção das funções de pertinência dos objetos \mathbf{z}_k para as variáveis linguísticas presentes no antecedente das regras *fuzzy*. Nesta dissertação, utiliza-se abordagem de função de pertinência com antecedente multidimensional, ou seja, as funções de pertinências são calculadas em relação ao vetor de variáveis linguísticas $\tilde{\mathbf{x}}$. O grau de pertinência é calculado diretamente do vetor de entrada $\beta_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \mu_i(\tilde{\mathbf{x}})$. Dessa forma, considera-se a matriz indutora de norma dada por:

$$\mathbf{A}_i^{\tilde{\mathbf{x}}} = \left[\rho_i \det(\mathbf{F}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}) \right]^{\frac{1}{p}} (\mathbf{F}_i^{\tilde{\mathbf{x}}})^{-1} \quad (4.6)$$

onde $\rho_i = |\mathbf{A}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}|$, p é o número de protótipos e $\mathbf{F}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}$ é a matriz de covariância *fuzzy*. Sendo $\mathbf{v}_i^{\tilde{\mathbf{x}}} = [v_{1i}, \dots, v_{pi}]^T$ o vetor de protótipos, a norma do produto interno pode ser dada por:

$$D_{\mathbf{A}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{v}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}) = (\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_i^{\tilde{\mathbf{x}}})^T \mathbf{A}_i^{\tilde{\mathbf{x}}} (\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{v}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}) \quad (4.7)$$

que mede a distância entre o vetor de entrada do sistema de inferência *fuzzy* $\tilde{\mathbf{x}}$ e o protótipo $\mathbf{v}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}$. Com isso, as funções de pertinências do antecedente das regras \mathcal{R}^i do sistema de inferência *fuzzy* utilizando o método probabilístico são obtidas por:

$$\beta_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{\mathbf{A}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{v}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}) / D_{\mathbf{A}_i^{\tilde{\mathbf{x}}}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{v}_j^{\tilde{\mathbf{x}}}))^{\frac{2}{m-1}}} \quad (4.8)$$

Utilizando $\beta_i(\tilde{\mathbf{x}})$ pode-se determinar o grau de ativação de cada regra \mathcal{R}^i , o que equivale a obter a função de validade responsável por agregar os modelos locais \mathcal{M}_i . O grau de ativação é dado por

$$\gamma_i(\tilde{x}) = \frac{\beta_i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{r=1}^c \beta(\tilde{\mathbf{x}})}. \quad (4.9)$$

Na próxima subseção, será apresentado a metodologia para identificação de sistemas não lineares em malha fechada e o algoritmo recursivo-iterativo de variável instrumental refinada *fuzzy* onde são utilizados os graus de ativação $\gamma_i(\tilde{x})$ das regras *fuzzy*.

4.3 Estimação dos parâmetros do consequente

A metodologia de identificação de sistemas em malha fechada apresentada nesta dissertação considera um sistema dinâmico não linear estocástico operando em malha fechada. Como discutido anteriormente, o problema de identificação de sistemas não lineares

foi abordado utilizando a *multimodel framework*, ou seja, foi realizado um particionamento de um modelo global não linear em modelos locais lineares. Por sua vez, o problema da identificação de sistemas com características estocásticas foi abordado buscando atender dois objetivos: escolher um boa estrutura de modelo para representar sistemas com essa característica e projetar (ou adaptar para o presente contexto de interesse) um algoritmo de estimativa paramétrica que obtém soluções ótimas estatisticamente. Para o primeiro objetivo, por meio de pesquisa bibliográfica, se constatou que a estrutura de modelo mais interessante é a Box-Jenkins (YOUNG, 2011, p. 197). Já para o segundo objetivo, tendo em vista que o algoritmo de estimativa paramétrica por mínimos quadrados apresenta limitações para sistemas com características estocásticas e dados de entrada correlacionados com ruído, conforme apresentado nas considerações 2.1.1 a 2.1.4, a presente subseção apresenta o algoritmo de variável instrumental refinada *fuzzy* e nas próximas seções tratam do problema de identificação em malha fechada propondo dois métodos: método indireto *fuzzy* e método da projeção *fuzzy*.

Antes de se apresentar o algoritmo de variável instrumental refinada *fuzzy*, considere o seguinte sistema de inferência TS:

$$\mathcal{R}^{i|i=1,2,\dots,l} : \text{SE } x_1 \text{ é } \mathcal{F}_1^i \text{ E } \dots \text{ E } x_q \text{ é } \mathcal{F}_q^i \text{ ENTÃO } y_i(k) = \nu_i(k) + \xi_i(k) \quad (4.10)$$

- **Modelo do sistema:**

$$\nu_i(k) = \frac{B_i(z^{-1}, \rho_i)}{A_i(z^{-1}, \rho_i)} u(k - \delta); \quad (4.11)$$

- **Modelo ARMA do ruído:**

$$\xi_i(k) = \frac{D_i(z^{-1}, \eta_i)}{C_i(z^{-1}, \eta_i)} e_i(k), \quad e_i(k) = \mathcal{N}(0, \sigma^2); \quad (4.12)$$

- **Equação de observação:**

$$y_i(k) = \nu_i(k) + \xi_i(k). \quad (4.13)$$

Os polinômios $A_i(z^{-1}, \rho_i)$, $B_i(z^{-1}, \rho_i)$, $C_i(z^{-1}, \eta_i)$, e $D_i(z^{-1}, \eta_i)$ são definidos da seguinte forma:

$$A_i(q^{-1}) = 1 + \sum_{n=1}^{n_a} a_n^i q^{-n} \quad (4.14)$$

$$B_i(q^{-1}) = b_0^i + \sum_{n=1}^{n_b} b_n^i q^{-n} \quad (4.15)$$

$$C_i(q^{-1}) = 1 + \sum_{n=1}^{n_c} c_n^i q^{-n} \quad (4.16)$$

$$D_i(q^{-1}) = 1 + \sum_{n=1}^{n_d} d_n^i q^{-n} \quad (4.17)$$

A identificação para os modelos de $\xi_i(k)$ (ruído colorido) possibilita tratar informações que não podem ser explicados com a entrada do sistema: ruído nos dados medidos e incerteza no conhecimento do sistema. Devido a presença do modelo ARMA do ruído, os modelos locais \mathcal{M}_i presente no consequente de cada regra *fuzzy* \mathcal{R}^i são representados por Função de Transferência Estocástica (FTE) Ibid., p. 198. Esse modelo possibilita considerar soluções estatisticamente ótimas para o problema de estimação não linear. Em Young (2011), justifica-se a utilização do modelo ARMA por sua tratabilidade analítica e conveniência. Além disso, o modelo ARMA atribui ao ruído colorido um espectro de densidade racional que geralmente é encontrado na prática.

4.3.1 Identificação do modelo do sistema

Para obter esses parâmetros utilizando-se variável instrumental faz-se necessário obter instrumentos adequados por meio de pré-filtragem. Considere o seguinte fato sobre o erro de estimação:

$$\varepsilon_i(k) = \frac{C(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)}{D(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)} \left[y(k) - \frac{B(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i)}{A(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i)} u(k) \right] \quad (4.18)$$

podendo ser reescrita conforme:

$$\varepsilon_i(k) = \frac{C(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)}{D(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)A(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i)} \left[y(k)A(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i) - B(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i)u(k) \right]. \quad (4.19)$$

Dessa forma, obtêm-se o pré-filtro:

$$f_1(z^{-1} | \boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i) = \frac{C(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)}{D(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)A(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i)} \quad (4.20)$$

Com essa equação, um modelo de regressão é obtido utilizando-se a seguinte relação:

$$\varepsilon_i(k) = A(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)y_{f_1} - B(z^{-1}, \boldsymbol{\rho}_i)u_{f_1}(k - \delta) \quad (4.21)$$

ou, em sua forma expandida:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(k) = & y_{f_1}(k) + a_1^i y_{f_1}(k-1) + \dots + a_{n_y}^i y_{f_1}(k-n_y) \\ & - b_0^i u_{f_1}(k-\delta) - \dots - b_{n_u}^i u_{f_1}(k-\delta-n_u). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Com base em (4.22), a equação de estimação do modelo do sistema pode ser reescrita em sua forma vetorial como:

$$y_{f_1}(k) = \boldsymbol{\phi}_i^T(k) \boldsymbol{\rho} + e(k) \quad (4.23)$$

onde o vetor de regressores $\phi^T(k)$ e o vetor de parâmetros do modelo ρ são obtidos pelas seguintes equações:

$$\phi^T(k) = [-y_{f_1}(k-1) - \dots - y_{f_1}(k-n_y) \quad u_{f_1}(k-\delta) \dots u_{f_1}(k-\delta-n_u)] \quad (4.24)$$

$$\rho = [a_1^i \dots a_{n_y}^i \quad b_0^i \dots b_{n_y}^i]^T. \quad (4.25)$$

Para obter esses parâmetros utilizando-se variável instrumental faz-se necessário obter instrumentos adequados por meio do pré-filtro:

$$f_1^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j, \hat{\eta}_i^j) = \frac{C_i(z^{-1}, \hat{\eta}_i^j)}{D^i(z^{-1}, \hat{\eta}_i^j) A^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j)} \quad (4.26)$$

que é utilizado para o projeto da variável instrumental $\hat{\phi}^i(k) = f_1^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j, \hat{\eta}_i^j) \phi^i(k)$, atendendo-se as seguintes condições:

- A variável instrumental é correlacionada com o vetor de dados $\phi(k)$:

$$\bar{\mathbb{E}} \hat{\phi}^i(k) \phi(k) \text{ é não singular}$$

- A variável instrumental é não correlacionada com ruído $\xi(k)$:

$$\bar{\mathbb{E}} \hat{\phi}^i(k) \xi(k) = 0$$

Um instrumento é uma variável que não pertence à equação explicativa (4.18) mas está correlacionada com a variável explicativa $u(k)$. Esse conceito pode ser ilustrado na Figura 11 que apresenta a correlação entre as variáveis explicativas ($u(k)$ e $y(k)$), o ruído ($e(k)$) e um instrumento ($u_f(k)$).

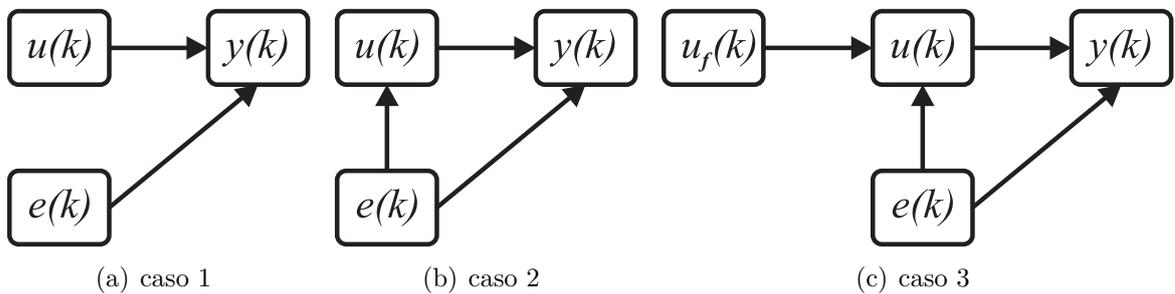


Figura 11: Caso 1: a variável explicativa $u(k)$ é decorrelacionada do erro $e(k)$, ou seja, $\text{Cov}[u(k), e(k)] = 0$; Caso 2: a variável explicativa $u(k)$ é correlacionada com o erro $e(k)$, ou seja, $\text{Cov}[u(k), \varepsilon] \neq 0$; Caso 3: a variável instrumental $u_f(k)$ é decorrelacionada do erro $e(k)$, ou seja, $\text{Cov}[z, \varepsilon] = 0$.

O processo de refinamento com o pré-filtro f_1 pode ser analisado realizando-se a decomposição desse filtro em duas parcelas, conforme ilustrado na Figura 12. A parcela $f_1^1(z^{-1}, \rho_i)$ é responsável por atenuar todos os sinais fora da faixa de passagem e

$f_1^2(z^{-1}, \boldsymbol{\eta}_i)$ é responsável por tornar o ruído presente na banda de passagem um ruído branco ($\mathcal{N}(0, \sigma^2)$).

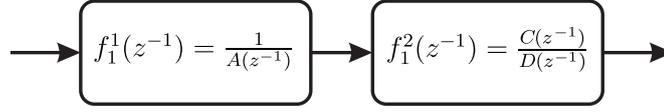


Figura 12: Decomposição do pré-filtro f_1 em duas parcelas.

Considerando a regressão pseudo-linear representada na Equação (4.23), a solução *em batelada* para o problema é dada por

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_N = \left[\sum_{k=1}^N \hat{\boldsymbol{\phi}}(k) \boldsymbol{\phi}^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N \hat{\boldsymbol{\phi}}^T y_{f_1}(k). \quad (4.27)$$

A seguir, é apresentado como esses parâmetros são obtidos de forma recursiva-iterativa por meio do algoritmo de variável instrumental *fuzzy* 2:

i) Vetor de parâmetros do modelo $G_i(z^{-1}, \hat{\boldsymbol{\rho}}_i)$:

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_{ij}(k) = \hat{\boldsymbol{\rho}}_{ij}(k-1) + \gamma_i(k) \mathbf{g}_{ij}(k) \zeta_{ij}(k) \quad (4.28)$$

$$\zeta_{ij}(k) = y_{f_1^i}(k) - \boldsymbol{\phi}_i^T(k) \hat{\boldsymbol{\rho}}_{ij}(k-1) \quad (4.29)$$

ii) Vetor de ganho \mathbf{g}_{ij} :

$$\mathbf{g}_{ij}(k) = \hat{\mathbf{P}}_{ij}(k-1) \hat{\boldsymbol{\phi}}_i(k) \boldsymbol{\Gamma}_{ij}^{-1}(k) \quad (4.30)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{ij}(k) = \sigma^2 + \gamma_i(k) \boldsymbol{\phi}_i^T(k) \hat{\mathbf{P}}_{ij}(k-1) \hat{\boldsymbol{\phi}}_i(k) \quad (4.31)$$

iii) Matriz de covariância $\hat{\mathbf{P}}_{ij}$:

$$\hat{\mathbf{P}}_{ij}(k) = \hat{\mathbf{P}}_{ij}(k-1) - \mathbf{K}_{ij}(k) \quad (4.32)$$

$$\mathbf{K}_{ij}(k) = \gamma_i(k) \mathbf{g}_{ij}(k) \boldsymbol{\phi}_i^T(k) \hat{\mathbf{P}}_{ij}(k-1) \quad (4.33)$$

Conforme pode ser observado no Algoritmo 2, na primeira etapa, o cálculo do vetor de parâmetros do modelo $\hat{\boldsymbol{\rho}}_{ij}(k)$ é realizado para cada regra *fuzzy* de forma recursiva e a cada iteração j por meio de um ajuste na estimativa anterior $\hat{\boldsymbol{\rho}}_{ij}(k-1)$ realizada por uma ponderação com o grau de ativação $\gamma_i(k)$ no produto do erro de predição $\zeta_{ij}(k)$ e o vetor de ganho $\mathbf{g}_{ij}(k)$. Na segunda etapa, o vetor de ganho \mathbf{g}_{ij} é o produto entre três componentes: a matriz de covariância estimada para amostra anterior $\hat{\mathbf{P}}_{ij}(k-1)$, o vetor de instrumento $\hat{\boldsymbol{\phi}}_i(k)$ e uma parcela $\boldsymbol{\Gamma}_{ij}(k)$ contendo σ^2 representando o comportamento estocástico do sistema. Na terceira etapa, a matriz de covariância é calculada de forma recursiva-iterativa. No presente trabalho, utilizam-se dois critérios de parada: o valor do

Algoritmo 2 Algoritmo RIV *Fuzzy*

```

1: Para  $i \leftarrow 1$  até  $c$  Faça
2:    $j = 1$ 
3:   Enquanto  $\zeta_{ij}(k) \leq \tau_{\hat{\rho}}$  Faça
4:     Para  $k \leftarrow 1$  até  $N$  Faça
5:       Etapa 1 - Estimativa dos parâmetros do modelo  $G_i(z^{-1}, \hat{\rho}_i)$  (4.28) e (4.29);
6:       Etapa 2 - Cálculo do ganho  $\mathbf{g}_{ij}$  (4.30) e (4.31);
7:       Etapa 3 - Cálculo da matriz de covariância  $\hat{\mathbf{P}}_{ij}$  (4.32) e (4.33).
8:     Fim Para
9:      $j = j + 1$ 
10:  Fim Enquanto
11: Fim Para
12: Retorna  $\hat{\rho}_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, c\}$ 

```

erro de predição $\zeta_{ij}(k)$ menor que uma certa tolerância $\tau_{\hat{\rho}}$ e o número de iterações máxima predefinido j_{max} .

Para a construção do vetor de variáveis instrumentais $\hat{\phi}_i(k)$ utiliza-se uma extensão da formulação linear exposta no Capítulo 2, Seção 2.2 e Equações (2.9), (2.11), (2.12), (2.14) e (2.17) para o contexto *fuzzy*. Dessa forma, conforme apresentado em Vellozo e Serra (2016), o sistema de geração de dados para o contexto de identificação de sistemas não lineares estocásticos utilizando-se a abordagem MMF por meio de sistema de inferência *fuzzy* TS é dado por:

$$\mathcal{S}_i \begin{cases} y_i(k) &= S_0^i(q)[G_i(q, \rho_i)r(k) + H_i(q, \eta_i)e(k)] \\ u_i(k) &= S_0^i(q)[r(k) - C_c(q)H_i(q, \eta_i)e(k)] \end{cases}, \quad (4.34)$$

$$S_0^i(q) = \frac{1}{1 + C_c(q)G_i(q, \rho_i)}, \quad (4.35)$$

onde $S_0^i(q)$ é a função de sensibilidade da entrada do submodelo \mathcal{M}_i . Dada essa representação, os estudos realizados sobre as propriedades da utilização de variável instrumental na identificação de sistemas em malha fechada em Gilson e Hof (2005) e o procedimento proposto em para o projeto dos instrumentos nesse contexto em Gilson et al. (2011), a entrada $u_i(k)$ e a saída $y_i(k)$ podem ser representadas da seguinte forma:

$$y_i(k) = \frac{G_i(q)}{1 + C_c(q)G_i(q)}r(k) + \frac{1}{1 + C_c(q)G_i(q)}\xi_0(k) = \bar{y}_i(k) + \tilde{y}_i(k) \quad (4.36)$$

$$u_i(k) = \frac{1}{1 + C_c(q)G_i(q)}r(k) - \frac{C_c(q)}{1 + C_c(q)G_i(q)}\xi_0(k) = \bar{u}_i(k) + \tilde{u}_i(k), \quad (4.37)$$

onde $\bar{y}_i(k)$ e $\bar{u}_i(k)$ são saída e entrada livres de ruído e $\tilde{y}_i(k)$ e $\tilde{u}_i(k)$ são a componente ruidosa de $y_i(k)$ e $u_i(k)$, respectivamente. Considerando isso, os instrumentos podem ser projetados da seguinte forma:

$$\bar{y}_i(k) = \frac{G_i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})}{1 + C(z^{-1})G_i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})} r(k) \quad (4.38)$$

$$\bar{u}_i(k) = \frac{1}{1 + C(z^{-1})G_i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^{j-1})} r(k) \quad (4.39)$$

onde o vetor de parâmetros $\hat{\rho}_i^{j-1}$ indica que os instrumentos são formados com modelos obtidos na interação anterior ($j - 1$). Com esses sinais é possível construir o vetor de instrumentos para estimar os parâmetros do modelo do sistema:

$$\hat{\phi}_{f_1^i}(k) = f_1^i[\tilde{y}(k-1)\cdots - \tilde{y}(k-n_a) \tilde{u}(k)\cdots\tilde{u}(k-n_b)] \quad (4.40)$$

onde o pré-filtro é construído de forma recursiva-iterativa, conforme a equação abaixo:

$$f_1(z^{-1} | \hat{\rho}_i^{j-1}, \hat{\eta}_i^j). \quad (4.41)$$

Utilizando esse pré-filtro, o vetor de regressores pré-filtrado é dado por:

$$\hat{\phi}_{f_1^i}^i(k) = f_1^i[y(k-1)\cdots - y(k-n_a) u(k)\cdots u(k-n_b)]. \quad (4.42)$$

Dada essas representações, pode-se observar que o projeto dos instrumentos é diretamente relacionado com a qualidade do mecanismo de pré-filtragem e esse depende da qualidade do modelo do sistema obtido e do modelo do ruído.

4.3.2 Identificação do modelo do ruído

Como discutido anteriormente, a boa modelagem do sistema com dados coletados em malha fechada utilizando algoritmo de variável instrumental está relacionada diretamente com o projeto dos instrumentos. Esse projeto tem como objetivo decorrelacionar as variáveis explicativas do ruído mediante a utilização de um método de identificação em malha fechada e um procedimento de pré-filtragem. Conforme pode ser observado na Equação (4.26) e na Figura 12, o pré-filtro Dessa forma, a construção do pré-filtro $f_1^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i^j, \hat{\eta}_i^j)$ está relacionada a identificação do modelo do ruído $H_i(q, \hat{\eta}_i)$. Portanto, a boa estimativa dos parâmetros do modelo do ruído possibilita a construção de um bom pré-filtro f_1^i utilizado no projeto dos instrumentos para obtenção do modelo da planta. Para isso, considere a seguinte função erro:

$$\varepsilon_\eta^i(k) = \frac{C_i(q)}{D_i(q)} \xi_i(k) - e_i(k). \quad (4.43)$$

Introduzido o pré-filtro f_2^i representado da seguinte maneira:

$$f_2^i(q) := \frac{1}{D_i(q)}, \quad (4.44)$$

a equação da função erro $\varepsilon_\eta^i(k)$ pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_\eta^i(k) = C_i(q)\xi_{f_2^i}(k) - D_i(q)e_{f_2^i}(k), \quad (4.45)$$

onde o subscrito f_2^i significa que a variável foi pré-filtrada por f_2^i . Com isso, o ruído filtrado $e_{f_2^i}(k)$ pode ser obtido pela seguinte regressão:

$$e_{f_2^i}(k) = \bar{\psi}_i^T(k)\boldsymbol{\eta}_i \quad (4.46)$$

onde o vetor de regressores $\bar{\psi}_i^T$ e o vetor de parâmetros são dados por:

$$\bar{\psi}_i^T(k) = [\xi_{f_2^i}(k)\cdots\xi_{f_2^i}(k-n_c) \quad -e_{f_2^i}(k-1)\cdots -e_{f_2^i}(k-n_d)] \quad (4.47)$$

$$\boldsymbol{\eta}_i = [1\cdots c_{n_c}^i \quad d_1^i\cdots d_{n_d}^i]^T. \quad (4.48)$$

Essa regressão apresenta dois problemas: primeiro, os ruídos $e(k)$ e $\xi(k)$ não são mesuráveis; segundo, o polinômio $D_i(q)$ não é conhecido *a priori*. A solução para o primeiro problema consiste em assumir que os polinômios do modelo da planta local $A_i(q)$ e $B_i(q)$ são disponíveis (por meio do Algoritmo 2). Com esses polinômios pode-se obter a saída $\hat{v}_i(k)$ livre de ruído e uma estimativa para $\hat{\xi}_i(k)$ da seguinte forma:

$$\hat{\xi}(k) = y(k) - \hat{v}(k) \quad (4.49)$$

Uma estimativa para o ruído $e(k)$ pode ser realizada utilizando uma estimativa do resíduo \tilde{e}_i de um modelo AR (do inglês, *autoregressive*) de alta ordem para $\hat{\xi}_i(k)$ (YOUNG, 2011 apud HANNAN; QUINN, 1982, p. 206). Esse procedimento é ilustrado na Figura 13.

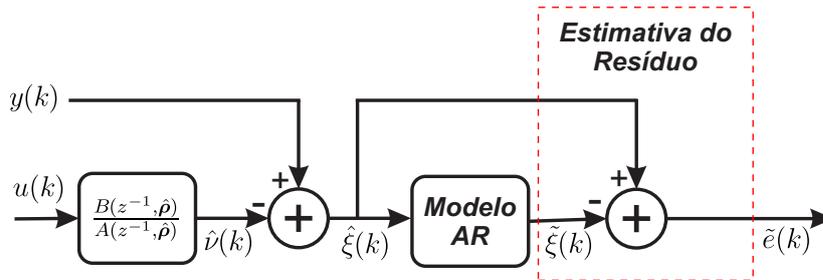


Figura 13: Procedimento esquemático para obtenção de uma estimativa para $\xi(k)$ e $e(k)$.

Considerando isso, a seguinte regressão pode ser formulada:

$$\tilde{e}_{f_2^i}(k) = \boldsymbol{\psi}^T(k)\boldsymbol{\eta} + \varepsilon \quad (4.50)$$

$$\boldsymbol{\psi}_i^T(k) = [\hat{\xi}_{f_2^i}\cdots\hat{\xi}_{f_2^i}(k-n_c) \quad -\tilde{e}_{f_2^i}(k-1)\cdots -\tilde{e}_{f_2^i}(k-n_d)] \quad (4.51)$$

onde ε representa o erro em estimar $\bar{\psi}_i^T(k)$ com $\boldsymbol{\psi}_i^T(k)$. A seguir, com base em Young (2011, p. 204-207), apresenta-se uma adaptação para o contexto *fuzzy* do algoritmo recursivo-iterativo IVARMA (do inglês, *Instrumental Variable ARMA*) para identificação dos modelos $H_i(q, \hat{\boldsymbol{\eta}}_i)$ do consequente de cada regra *fuzzy* \mathcal{R}^i .

i) Parâmetros do modelo $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}$:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}(k) = \hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}(k-1) + \gamma_i(k) \mathbf{h}_{ij}(k) \zeta_{ij}(k) \quad (4.52)$$

$$\zeta_{ij}(k) = \tilde{e}_{f_2^i}(k) - \boldsymbol{\psi}_i^T(k) \hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}(k-1) \quad (4.53)$$

ii) Vetor de ganho \mathbf{h}_{ij} :

$$\mathbf{h}_{ij}(k) = \hat{\mathbf{Q}}_{ij}(k-1) \hat{\boldsymbol{\psi}}_i(k) [\boldsymbol{\Gamma}_{ij}(k)]^{-1} \quad (4.54)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{ij}(k) = \sigma^2 + \gamma_i \hat{\boldsymbol{\psi}}_i^T(k) \hat{\mathbf{Q}}_{ij}(k-1) \hat{\boldsymbol{\psi}}_i(k) \quad (4.55)$$

iii) Matriz de covariância $\hat{\mathbf{Q}}_{ij}$:

$$\hat{\mathbf{Q}}_{ij}(k) = \hat{\mathbf{Q}}_{ij}(k-1) - \mathbf{K}_{ij}(k) \quad (4.56)$$

$$\mathbf{K}_{ij}(k) = \gamma_i(k) \mathbf{h}_{ij}(k) \boldsymbol{\phi}_i^T \hat{\mathbf{Q}}_{ij}(k-1) \quad (4.57)$$

Conforme pode ser observado no Algoritmo 3, na primeira etapa, o cálculo do vetor de parâmetros do modelo $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}(k)$ é realizado para cada regra *fuzzy* de forma recursiva e a cada iteração j por meio de um ajuste na estimativa anterior $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{ij}(k-1)$ realizada por uma ponderação com o grau de ativação $\gamma_i(k)$ no produto do erro de predição $\zeta_{ij}(k)$ e o vetor de ganho $\mathbf{h}_{ij}(k)$. Na segunda etapa, o vetor de ganho \mathbf{g}_{ij} é o produto entre três componentes: a matriz de covariância estimada para amostra anterior $\hat{\mathbf{Q}}_{ij}(k-1)$, o vetor de instrumento $\hat{\boldsymbol{\psi}}_i(k)$ e uma parcela $\boldsymbol{\Gamma}_{ij}(k)$ contendo σ^2 representando o comportamento estocástico do sistema. Na terceira etapa, a matriz de covariância é calculada de forma recursiva-iterativa. No presente trabalho, utiliza-se dois critérios de parada: o valor do erro de predição $\zeta_{ij}(k)$ menor que uma certa tolerância $\tau_{\hat{\boldsymbol{\eta}}}$ e o número de iterações máxima predefinido j_{max} .

Algoritmo 3 Algoritmo IVARMA *Fuzzy*

- 1: **Para** $i \leftarrow 1$ **até** c **Faça**
 - 2: $j = 1$
 - 3: **Enquanto** $\zeta_{ij}(k) \leq \tau_{\hat{\boldsymbol{\eta}}}$ **Faça**
 - 4: **Para** $k \leftarrow 1$ **até** N **Faça**
 - 5: **Etapa 1** - Estimativa dos parâmetros do modelo $H_i(z^{-1}, \hat{\boldsymbol{\eta}}_i)$ (4.52) e (4.53);
 - 6: **Etapa 2** - Cálculo do ganho \mathbf{h}_{ij} (4.54) e (4.55);
 - 7: **Etapa 3** - Cálculo da matriz de covariância $\hat{\mathbf{Q}}_{ij}$ (4.56) e (4.57).
 - 8: **Fim Para**
 - 9: $j = j + 1$
 - 10: **Fim Enquanto**
 - 11: **Fim Para**
 - 12: **Retorna** $\hat{\boldsymbol{\eta}}_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, c\}$
-

O vetor de variável instrumental $\hat{\boldsymbol{\psi}}_i(k)$ é definido da seguinte forma:

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_{f_2^i}(k) = [\hat{\xi}_{f_2^i}(k) \cdots \hat{\xi}_{f_2^i}(k - n_c) \quad - \hat{e}_{f_2^i}(k) \cdots - \hat{e}_{f_2^i}(k - n_d)]^T \quad (4.58)$$

onde $\hat{e}(k)$ representa a estimativa do ruído de entrada do modelo $H(q, \hat{\eta}_i^j)$ dado por:

$$\hat{e}_i(k) = \frac{C(q, \hat{\eta}_i^j)}{D(q, \hat{\eta}_i^j)} \hat{\xi}_i(k) \quad (4.59)$$

onde os polinômios $C(q, \hat{\eta}_i^j)$ e $D(q, \hat{\eta}_i^j)$ são atualizados iterativamente.

4.4 Método Indireto *fuzzy*

Dada as considerações gerais sobre a estrutura de modelo utilizada, a estimativa dos parâmetros do consequente (modelos locais da planta $G_i(q, \hat{\rho}_i)$ e o modelos locais do ruído $H_i(q, \hat{\eta}_i)$) com os Algoritmos 2 e 3, nesta seção, uma visão geral sobre a metodologia proposta nesta dissertação é apresentada. Para isso, considere o Algoritmo 4.

Algoritmo 4 Metodologia Proposta

- 1: **Função** ALGORITMO 1: AGRUPAMENTO *fuzzy* GK(\mathbf{Z})
 - 2: **Retorna** \mathbf{U}, \mathbf{v} e \mathbf{F}
 - 3: **Fim Função**
 - 4: **Função** MÉTODO PROBABILÍSTICO (4.8)($\mathbf{U}, \mathbf{v}, \mathbf{F}$)
 - 5: **Retorna** γ_i
 - 6: **Fim Função**
 - 7: **Para** $i \leftarrow 1$ até c **Faça**
 - 8: **Para** $j \leftarrow 1$ até j_{max} **Faça**
 - 9: **Para** $k \leftarrow 1$ até N **Faça**
 - 10: - Estimativa do Modelo da Planta:
RIV *fuzzy* $\mapsto G_i(q, \hat{\rho}_i^j)$ (4.28), (4.30) e (4.32);
 - 11: - Estimativa do Modelo do Ruído:
IVARMA *fuzzy* $\mapsto H^i(q, \hat{\rho}_i^j)$ (4.52), (4.54) and (4.56)
 - 12: **Fim Para**
 - 13: - Estimativa do Ruído:
 $\hat{\xi}_i(k) = y(k) - \frac{B(q, \hat{\rho}_i^j)}{q, \hat{\rho}_i^j} u(k), \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$
 - 14: - Estimativa do resíduo:
 $\tilde{e}_i(k) = \hat{\xi}_i(k) - \hat{\xi}_{AR}(k), \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$
 - 15: - Construção dos Pré-filtros:
 $f_1^i(q, \hat{\rho}_i^j, \hat{\eta}_i^j) = \frac{C(q, \hat{\eta}_i^j)}{D(q, \hat{\eta}_i^j)A(q, \hat{\rho}_i^j)}$
 - 16: $f_2^i(q, \hat{\eta}_i^j) = \frac{1}{D(q, \hat{\eta}_i^j)}$
 - 17: - Gerando os Vetores de Instrumentos (para cada iteração j):
 $\hat{\phi}_{f_1}^j(k)(k)$ (4.40) e $\hat{\psi}_{f_2}^j(k)$ (4.58).
 - 18: **Fim Para**
 - 19: **Fim Para**
-

Inicialmente, obtém-se o conjunto de dados experimentais (ou de simulação) $\mathcal{Z}_N = \{r(k), u(k), y(k)\}$, onde $r(k)$, $u(k)$ e $y(k)$ são o sinal de referência, a ação de controle e a saída do sistema, respectivamente. Desse conjunto de dados, uma matriz de dados

$\mathbf{Z}_N = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_N\}$ ($\mathbf{z}_k = \{u(k), y(k)\}$, $1 \leq k \leq N$) é formado. Essa matriz é particionada utilizando o algoritmo GK que retorna a matriz de partição \mathbf{U} , os protótipos \mathbf{v} e a matriz de covariância \mathbf{F} (linha 2). Essas saídas, são utilizadas para obter o grau de ativação γ_i das regras *fuzzy* \mathcal{R}^i por meio do método de projeção *fuzzy* probabilístico (4.8) (linha 5). Esses procedimentos são realizados em uma etapa em *batelada*. Seguindo essa etapa, tem-se a estimativa dos modelos locais \mathcal{M}_i (4.2) para cada regra *fuzzy* \mathcal{R}^i (linha 7). Esses modelos são estimados de forma iterativa com objetivo de eliminar problemas de polarização presentes em sistemas com ruído colorido e operando em malha fechada (linha 8). Essa estimativa iterativa é representada por $\hat{\rho}_i^j$ e $\hat{\eta}_i^j$, onde j representa uma iteração. Para cada amostra k , um parâmetro $\hat{\rho}_i^j(k)$ do modelo da planta é estimado com o algoritmo RIV *fuzzy* 2 (linha 10) e um parâmetro $\hat{\eta}_i^j(k)$ do modelo ruído é estimado com algoritmo IVARMA *fuzzy* 3. Subsequente a essa etapa, são estimados o ruído (linha 13) e o resíduo $\tilde{e}_i(k)$ do modelo AR de alta ordem para $\hat{\xi}_i$ (linha 14). Na linha 15 e 16 do Algoritmo 4, são projetados os pré-filtros utilizados nos algoritmos de estimativa paramétrica dos modelos locais da planta e do ruído. Finalmente, os vetores de instrumentos $\hat{\phi}_{f_1}^j(k)$ (4.40) e $\hat{\psi}_{f_2}^j(k)$ (4.58) são projetados, observa-se que esses vetores são projetados a cada iteração j e para cada regra i . Essa metodologia é ilustrada graficamente com o diagrama na Figura 14. Nesta figura, observa-se a realização de uma etapa em *batelada* de agrupamento dos objetos $\mathbf{z}_k = [u(k) \ y(k)]$ ($\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$) para obtenção do grau de ativação γ_i utilizado nos algoritmos RIV *fuzzy* e IVARMA *fuzzy*. Além disso, pode-se observar o projeto das variáveis instrumentais utilizando o método de identificação em malha fechada apresentado em (4.36), (4.37), (4.38), (4.39) e o processo de pré-filtragem com 4.26. Na parte superior da figura, encontra-se o procedimento de projeto dos instrumentos para o algoritmo IVARMA *fuzzy*.

No próximo capítulo, essa metodologia é aplicada a um sistema térmico real, onde serão feitas considerações práticas sobre a metodologia e análise dos resultados.

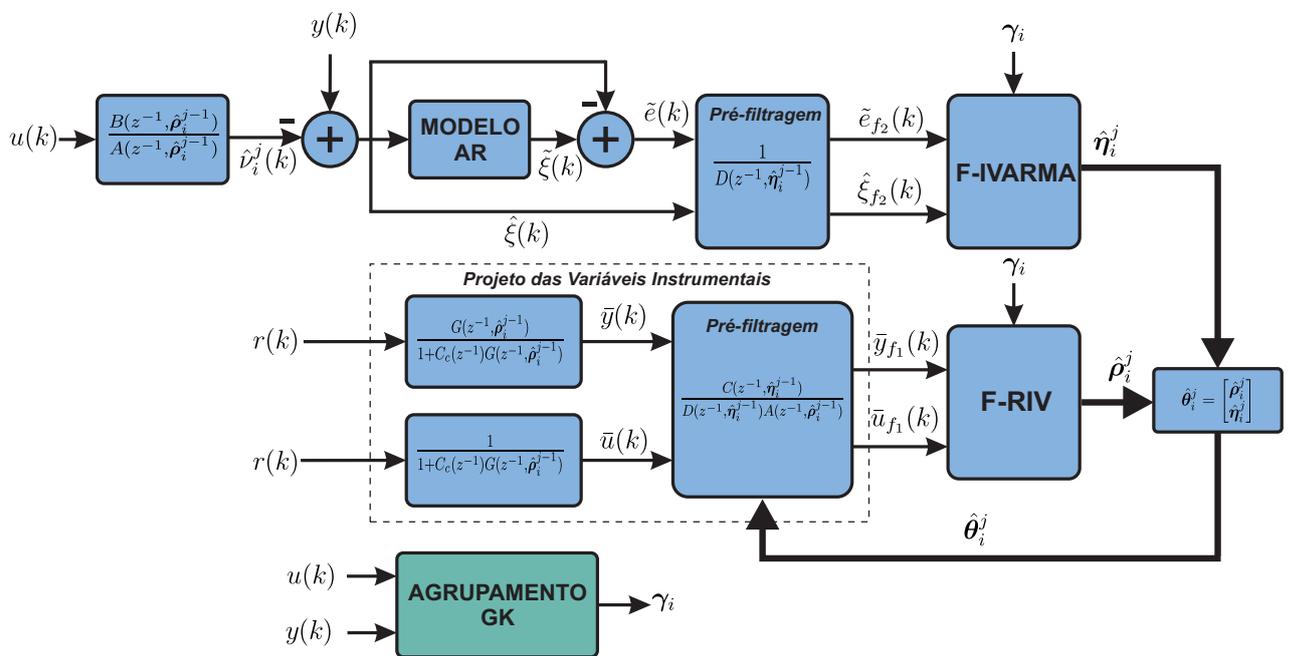


Figura 14: Metodologia proposta.

5 Resultados Experimentais

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação da metodologia proposta no Capítulo 4 em um sistema térmico não linear estocástico operando em malha fechada. Este capítulo tem como principais objetivos demonstrar a aplicabilidade do método proposto em sistema com características semelhantes a encontradas em processos industriais, analisar as dificuldades práticas em identificação de sistemas em malha fechada e analisar os resultados.

5.1 Planta Térmica

Os experimentos realizados para aplicação da metodologia foram realizados em uma plataforma experimental composta por: sistema supervisório, sistema de aquisição de dados e sistema térmico (interface elétrica e planta térmica). A estação de trabalho, onde as características do experimento e do sistema de controle são projetadas, é realizada por meio de um sistema supervisório implementado com o *software* LabVIEW¹. Esse sistema de supervisão é conectado com o sistema de aquisição por meio do módulo CopactRIO 9073. O sistema de aquisição de dados é formado por três módulos: módulo de entrada analógica NI 9215, módulo de entrada analógica NI 9219 e módulo de saída analógica NI 9263.

A parte elétrica do sistema térmico é constituída por sensor de temperatura LM 35, circuito atuador com CI TCA 785 e o conversor RMS-DC com o CI AD536A. A planta térmica consiste em uma adaptação a partir de uma torradeira monofásica AC 220 *Volts*, com temperatura de operação entorno de 25 °C a 250 °C.

O controle do sistema térmico é realizado pelo módulo CompactRIO 9073 que consiste em uma controladora em tempo real 266 MHz integrada, multi-tarefa e de alta performance. O sinal de controle é enviado por meio do módulo NI 9263 para circuito atuador.

A coleta da temperatura é realizada pelo sensor de temperatura LM 35. Nesse sensor, a tensão de saída é linearmente proporcional a temperatura em graus Celsius na relação 10 mV/°C. A variação da temperatura na planta térmica é realizada por meio da variação da tensão na entrada desta por meio do circuito TCA785. A Figura 15 ilustra este sistema.

¹ LabVIEW (LABoratory Virtual Instrument Engineering Workbench)

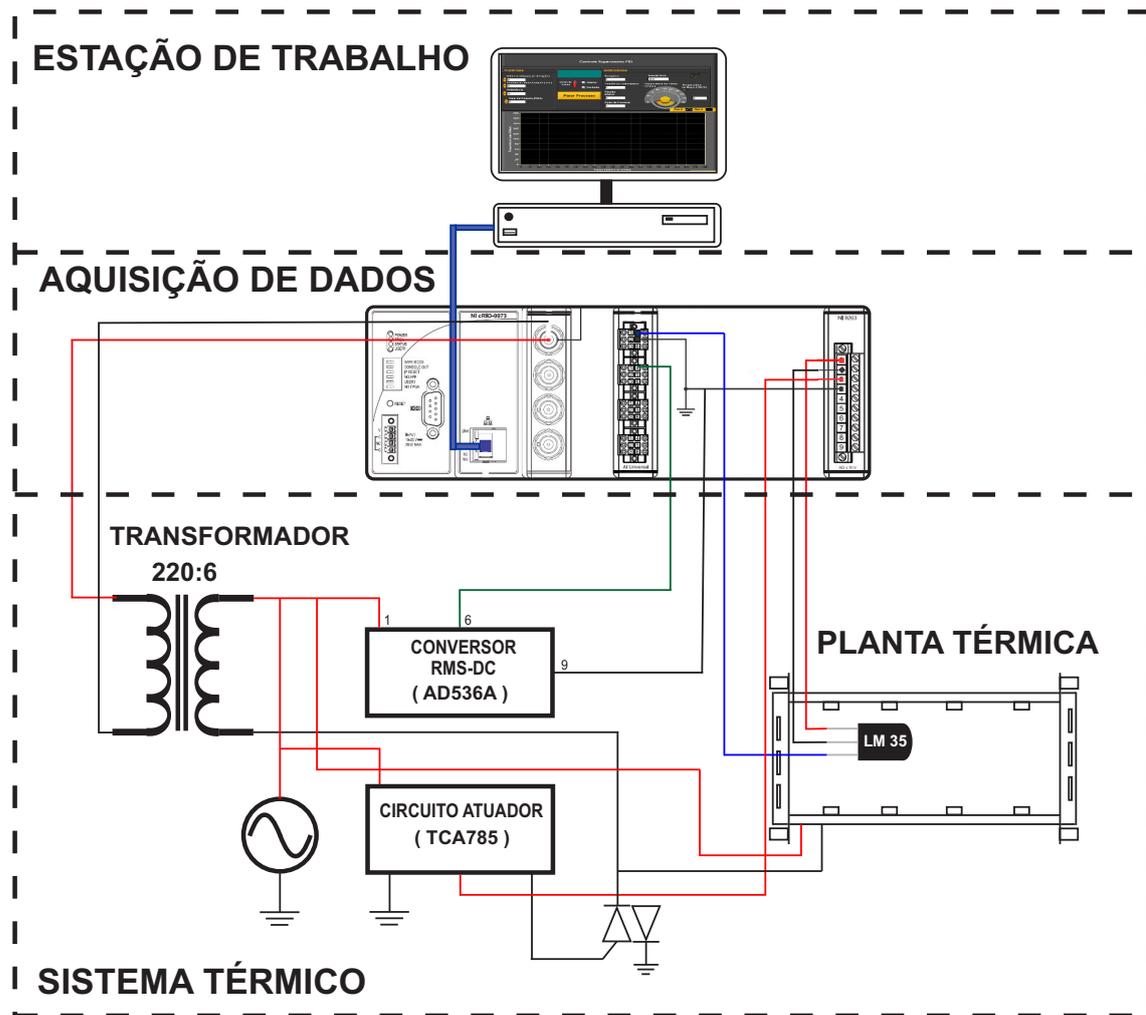


Figura 15: Diagrama do sistema térmico.

5.2 Projeto do Experimento

No projeto do experimento, é necessário que os dados experimentais coletados e posteriormente utilizados no processo de estimativa paramétrica possuam informações suficientes para que as características dinâmicas de interesse estejam bem representadas. Em outras palavras, a qualidade dos dados de entrada-saída coletados determinam a qualidade do modelo. Em processos industriais, os sinais que podem ser utilizados para excitação do sistema é limitado tanto do ponto de vista de variação amplitude (u_{min} e u_{max}) quanto do ponto de vista de variação dinâmica. Na maioria das vezes, esses sinais são impostos pelo processo produtivo por motivos como, continuidade do processo produtivo e segurança.

No contexto de identificação em malha fechada, esse problema é de grande relevância. Uma vez que o principal problema de natureza prática no projeto de experimentos para identificação de sistemas em malha é que, em geral, os objetivos de controle e identificação das dinâmicas do sistema são conflitantes. De fato, para realizar uma identificação

adequada em malha fecha, é necessária uma excitação persistente do sistema, enquanto o objetivo do sistema de controle é estabilizar o sistema num determinado ponto de equilíbrio. Essa problemática é desconsiderada na maioria dos métodos de identificação em malha fechada, onde o sinal de referência é considerado PRBS (do inglês, *Pseudo-Random Binary Sygnal*) no processo de aplicação da metodologia.

Em relação a esse problema, neste trabalho, dois objetivos foram considerados na etapa de projeto do sinal de excitação:

- Reprodução de sinais semelhantes ao de sistemas térmicos industriais;
- Excitação numa larga faixa.

O primeiro objetivo tenta reproduzir situações encontradas em plantas térmicas reais como a descrita na subseção 4.2. Por sua vez, o segundo objetivo leva em conta a necessidade de observar todas características estáticas e dinâmicas do sistema não linear. Considerando isso, o sinal de excitação do sistema foi projetado como um sinal de múltiplos degraus em várias faixas de operação.

O experimento em malha fechada foi realizado com tempo de amostragem de $T = 0,3$ segundos e foram coletadas 20400 amostras, totalizando a duração do experimento em 1 hora e 42 minutos. Os dados coletados foram: referência $r_2(k)$, ação de controle $u(k)$ e temperatura $y(k)$. Esses dados são ilustrados na Figura 16.

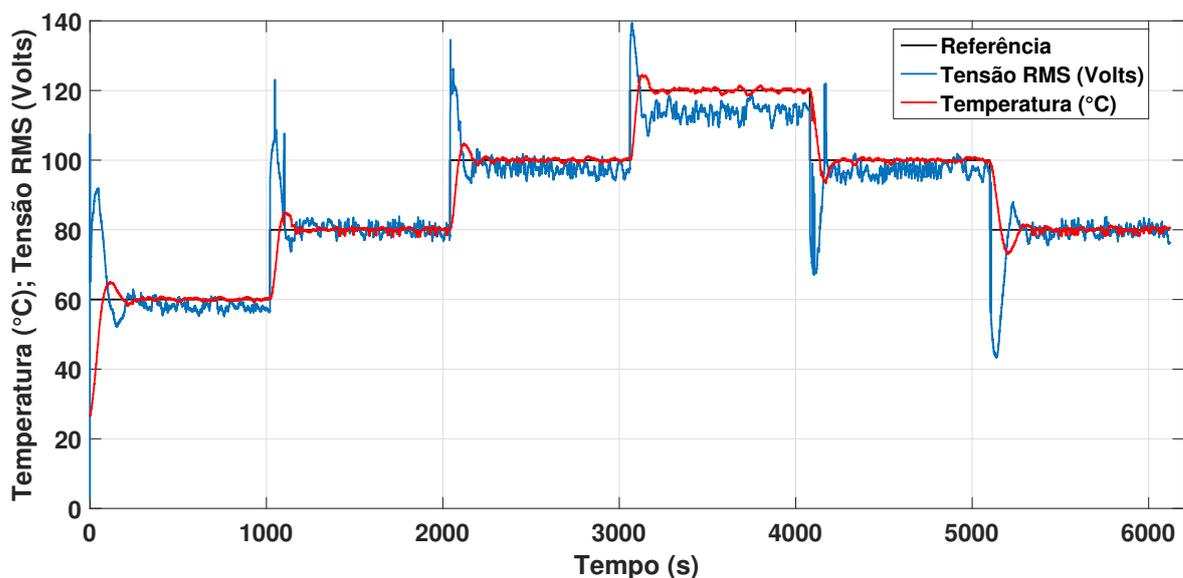


Figura 16: Dados experimentais coletados em malha fechada.

Para validação, as mesmas configurações foram adotadas para coletar o conjunto de dados de validação $\mathbf{Z}_v = u(k), y(k)$. Esses dados são ilustrados na Figura 17.

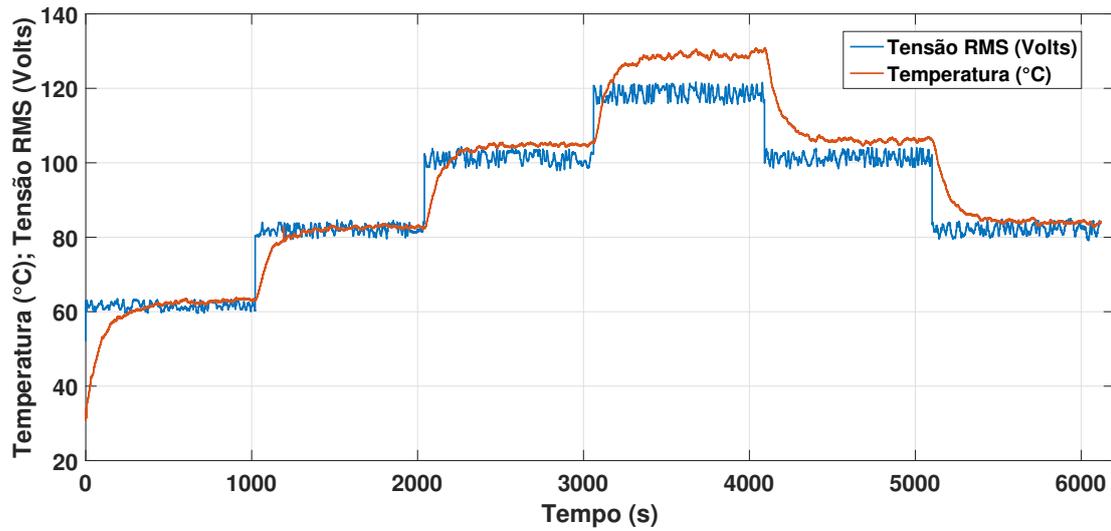


Figura 17: Dados experimentais coletado em malha aberta.

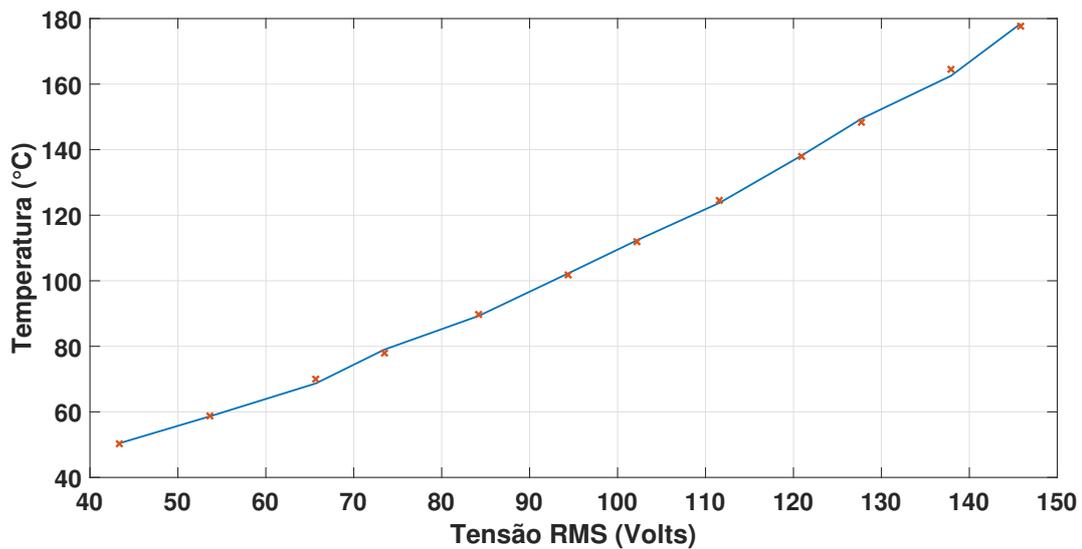


Figura 18: Curva característica do sistema térmico (em azul) aproximada por um polinômio de segundo grau (pontos vermelhos), $p(u_r) = p_1 u_r^2 + p_2 u_r + p_3$.

A planta térmica utilizada neste experimento possui comportamento não linear em sua faixa de operação, conforme ilustra a Figura 18 que representa a curva característica do sistema térmico aproximada por pelo seguinte polinômio:

$$p(u_r) = p_1 u_r^2 + p_2 u_r + p_3 \quad (5.1)$$

onde u_r representa a entrada em regime e os parâmetros desse polinômio são $p_1 = 0,0045$, $p_2 = 0,4003$ e $p_3 = 0,4008$.

5.3 Agrupamento *Fuzzy*

Para realizar o particionamento do conjunto de dados $\mathbf{Z}_N = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_k\}$, onde um objeto $\mathbf{z}_k = [y(k)u(k)]^T$ é formado pela tensão RMS (Volts) e a temperatura ($^{\circ}\text{C}$). Como discutido no Capítulo 4 por meio da Consideração 4.2.2, *a priori*, o número de *clusters* c que representa o melhor partição do conjunto de dados \mathbf{Z}_N não é conhecida. Com isso, utiliza-se critério do hipervolume *fuzzy* (4.5) para análise da qualidade da partição do conjunto de dados. A Tabela 6 apresenta os resultados do hipervolume *fuzzy* V_h para diferentes número de *clusters*. Por meio dessa tabela, pode-se observar que quatro *clusters* obtém o menor valor para o critério V_h , portanto é o número de *clusters* que melhor particiona o conjunto de dados ilustrado na Figura 16.

Tabela 6: Hipervolume *fuzzy* para diferentes números de *clusters*.

Número de <i>Clusters</i>	Hipervolume <i>Fuzzy</i> V_h
6	183,53
5	115,35
4	62,07
3	131,09

Na Figura 19, é ilustrado o agrupamento *fuzzy* utilizando o algoritmo GK (1) para o conjunto de dados experimentais \mathbf{Z}_N formado pela ação de controle e a temperatura da planta térmica. Nesta figura, os protótipos $\mathbf{v}_i = \{y_c(k), u_c(k)\}$, ilustrados pelos pontos escuros, são $\mathbf{v}_1 = \{59, 77; 59, 26\}$, $\mathbf{v}_2 = \{79, 85; 80, 14\}$, $\mathbf{v}_3 = \{99, 96; 97, 38\}$ e $\mathbf{v}_4 = \{119, 90; 114, 40\}$.

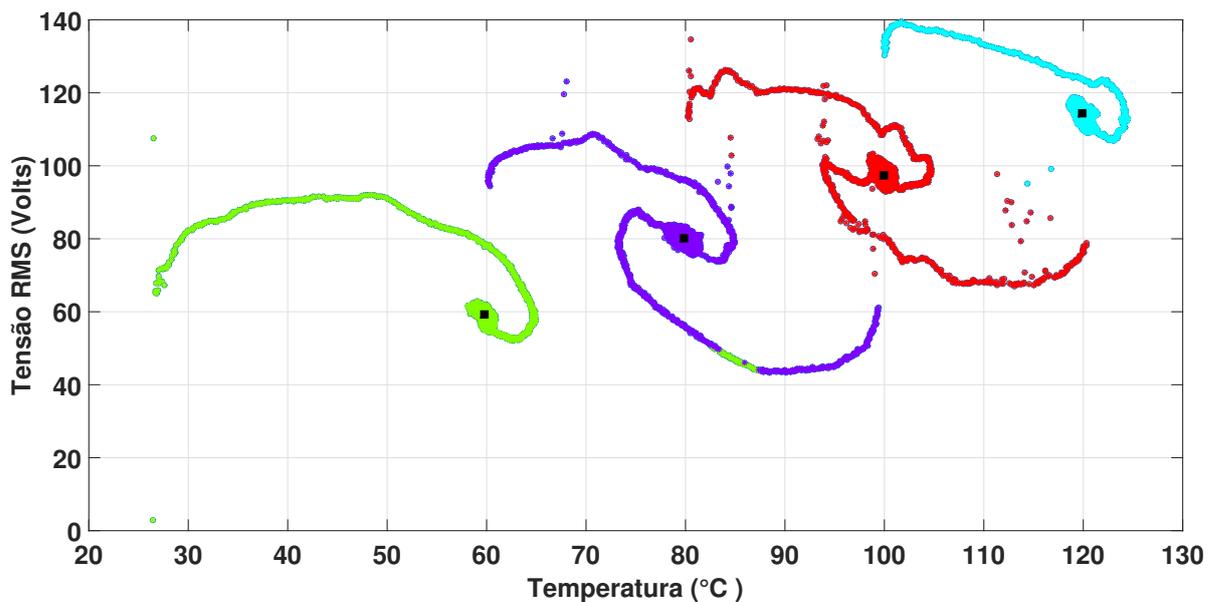


Figura 19: Agrupamento *fuzzy*.

A projeção da matriz de partição na temperatura da planta térmica utilizando o método de probabilístico (4.8) possibilita visualizar as funções de pertinências do antecedente das regras *fuzzy*, conforme ilustra a Figura 20.

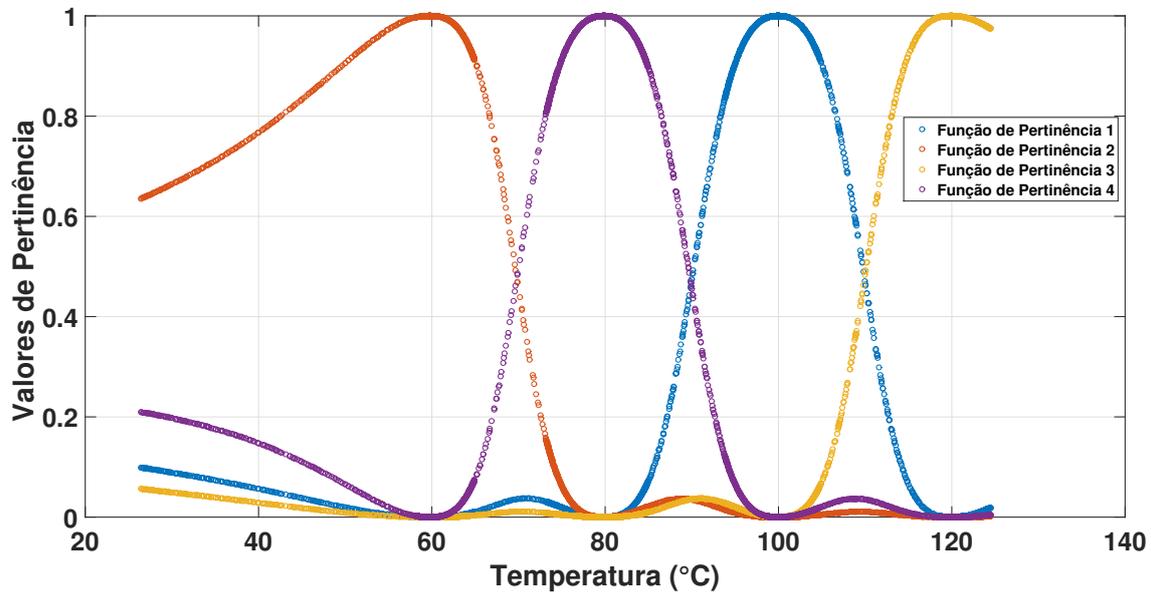


Figura 20: Funções de pertinência.

5.4 Estrutura do Modelo

Para identificação do modelo da planta térmica representada na Figura 15 com os dados experimentais ilustrados em Figura 16, os seguinte pontos na determinação da estrutura do sistema de inferência fuzzy foram considerados:

- **Número de regras:** foi escolhido com base no número de *clusters* obtidos pelo algoritmo GK. Esse número de *clusters* representa a partição do conjunto de dados em regiões de operação onde modelos locais \mathbf{M}_i representados pelo consequente das regras podem representar bem a dinâmica de cada região de operação. Na presente aplicação, foram obtidas 4 regras com base no critério de qualidade de partição V_h ;
- **Variável linguística:** como ilustrado na Figura 20, as pertinências dos objetos $\mathbf{z}_k = \{y(k), u(k)\}$ contidas na matriz de partição \mathbf{U} foram projetadas na variável temperatura, pois essa representa o comportamento dinâmico da planta térmica;
- **Ordem dos modelos:** a ordem dos modelos locais da planta $G_i(z^{-1}, \hat{\rho}_i)$ e do ruído $H_i(z^{-1}, \hat{\eta}_i)$ foram escolhidas por tentativa e erro;

- **Complexidade do sistema:** a complexidade foi definida como $\mathcal{C} = c(n_a + n_c)$, onde c , n_a e n_c representa o número de regras, a ordem de um modelo local da planta e a ordem de um modelo local do ruído.

Assim, o sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno obtido para a presente aplicação é dado por:

$$\mathcal{R}^1 : \text{SE } \textit{Temperatura} \text{ é } \mathcal{F}_1 \text{ ENTÃO } \hat{y}_1(k) = G_1(z^{-1}, \hat{\rho}_1)u(k - \delta) + H_1(z^{-1}, \hat{\eta}_1)\hat{e}(k) \quad (5.2)$$

$$\mathcal{R}^2 : \text{SE } \textit{Temperatura} \text{ é } \mathcal{F}_2 \text{ ENTÃO } \hat{y}_2(k) = G_2(z^{-1}, \hat{\rho}_2)u(k - \delta) + H_2(z^{-1}, \hat{\eta}_2)\hat{e}(k) \quad (5.3)$$

$$\mathcal{R}^3 : \text{SE } \textit{Temperatura} \text{ é } \mathcal{F}_3 \text{ ENTÃO } \hat{y}_3(k) = G_3(z^{-1}, \hat{\rho}_3)u(k - \delta) + H_3(z^{-1}, \hat{\eta}_3)\hat{e}(k) \quad (5.4)$$

$$\mathcal{R}^4 : \text{SE } \textit{Temperatura} \text{ é } \mathcal{F}_4 \text{ ENTÃO } \hat{y}_4(k) = G_4(z^{-1}, \hat{\rho}_4)u(k - \delta) + H_4(z^{-1}, \hat{\eta}_4)\hat{e}(k) \quad (5.5)$$

onde a variável linguística temperatura é caracterizada pelos conjuntos *fuzzy* \mathcal{F}_i . Além disso, a saída \hat{y}_i de cada regra *fuzzy* é determinada por meio de modelos locais representados por:

$$\hat{v}_i(k) = \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2}} z^{\tau/T} u(k) \quad (5.6)$$

$$\hat{\xi}_i(k) = \frac{1 + d_1^i z^{-1} + d_2^i z^{-2} + d_3^i z^{-3}}{1 + c_1^i z^{-1} + c_2^i z^{-2} + c_3^i z^{-3}} \hat{e}_i(k) \quad (5.7)$$

onde $\hat{v}_i(k)$ a componente livre de ruído e $\hat{\xi}_i(k)$ a componente ruidosa de $\hat{y}_i(k)$. Além disso, τ representa o atraso puro de tempo de 10 amostra e T o período de amostragem do experimento.

5.5 Estimativa Recursiva-Iterativa

Nesta seção, é apresentado o processo recursivo-iterativo de estimação dos parâmetros $\hat{\rho}_i^j = [a_1^{ij} \ a_2^{ij} \ b_0^{ij} \ b_1^{ij}]^T$ do modelo local \mathcal{M}_i da planta térmica. Esse processo é realizado para cada regra *fuzzy* \mathcal{R}^i , encontradas previamente, para quatro modelos locais da planta correspondentes as quatro regras da estrutura do sistema *fuzzy* representadas em (5.2) a (5.5). A atualização dos parâmetros das funções de transferência $G(z, \hat{\rho}_i)$ e $H(z, \hat{\eta}_i)$ são realizadas a cada amostra k , no presente experimento, os parâmetros desses modelos são calculados para 20400 amostras do experimento. Além disso, esse processo é repetido a cada iteração com objetivo de estimar os melhores parâmetros por meio do projeto iterativo das variáveis instrumentais.

Na Figuras 21, é mostrado o processo recursivo-iterativo de estimativa dos parâmetros do modelo da planta $G_1(z^{-1}, \hat{\rho}_1^j)$ da regra *fuzzy* \mathcal{R}^1 (5.2). Nesta figura, observa-se uma variação maior dos parâmetros no processo recursivo na primeira iteração $j = 1$ e essa variação diminui gradualmente a cada iteração devido a convergência do processo iterativo. De forma semelhante, as Figuras 22, 23 e 24 mostram o processo de estimativa dos parâmetros dos modelos locais $G_2(z^{-1}, \hat{\rho}_2^j)$, $G_3(z^{-1}, \hat{\rho}_3^j)$ e $G_4(z^{-1}, \hat{\rho}_{14}^j)$. No final do processo, os parâmetros da planta $G_i(z^{-1}, \hat{\rho}_i)$ são obtidos conforme apresentado na Tabela 7.

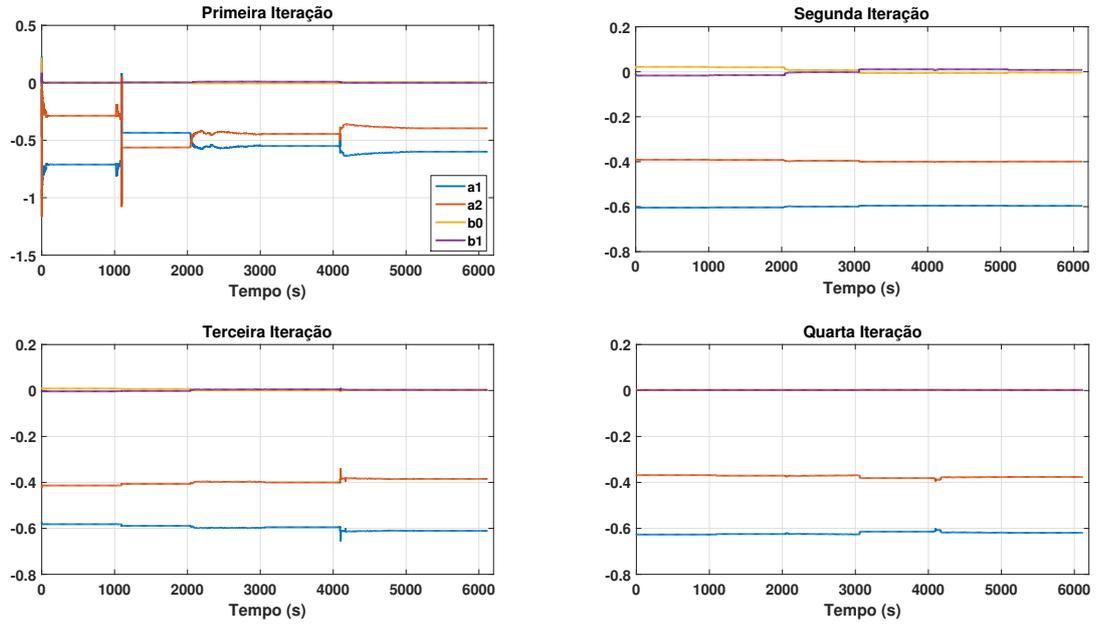


Figura 21: Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_1^j(k) = [a_1^{1j} \ a_2^{1j} \ b_0^{1j} \ b_1^{1j}]^T$ do modelo da planta $G_1(z^{-1}, \hat{\rho}_1^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^1 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).

Tabela 7: Parâmetros do modelo da planta $G^i(z^{-1}, \hat{\rho}_i)$ estimados com o algoritmo RIV *fuzzy*.

Regras <i>Fuzzy</i>	Parâmetros $\hat{\rho}_i$			
	a_1	a_2	b_0	b_1
Regra \mathcal{R}^1	-0,6191	-0,3493	-0,8993	-0,7178
Regra \mathcal{R}^2	-0,376	-0,6456	-0,0974	-0,2785
Regra \mathcal{R}^3	0,0026	0,0063	-0,0010	0,0462
Regra \mathcal{R}^4	0,0020	0,0002	0,0044	-0,0426

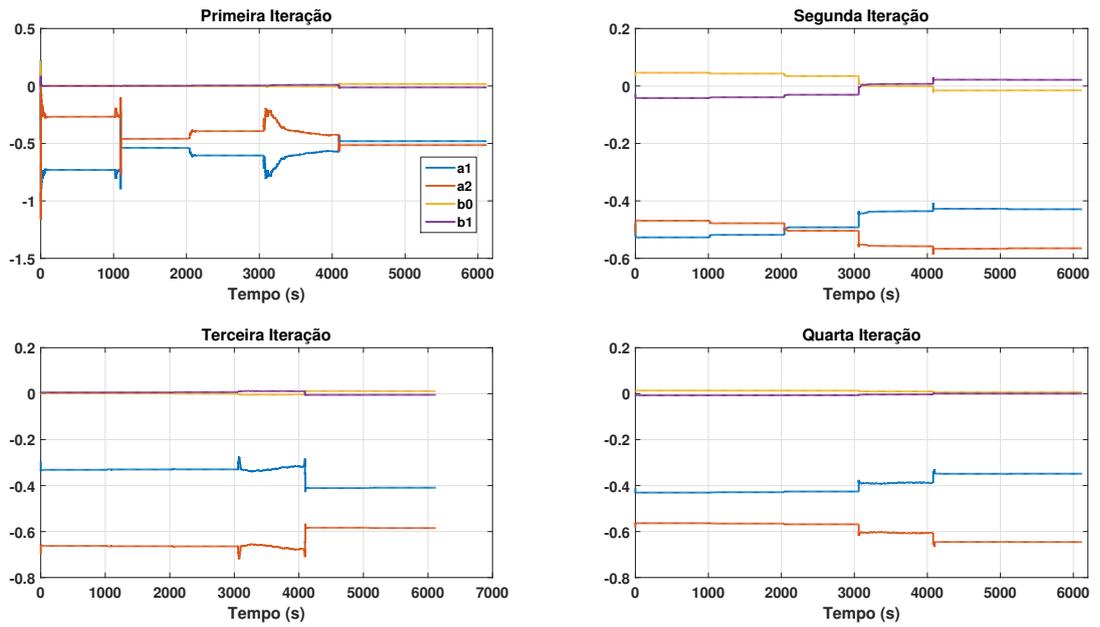


Figura 22: Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_2^j(k) = [a_1^{2j} \ a_2^{2j} \ b_0^{2j} \ b_1^{2j}]^T$ do modelo da planta $G_2(z^{-1}, \hat{\rho}_2^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^2 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).

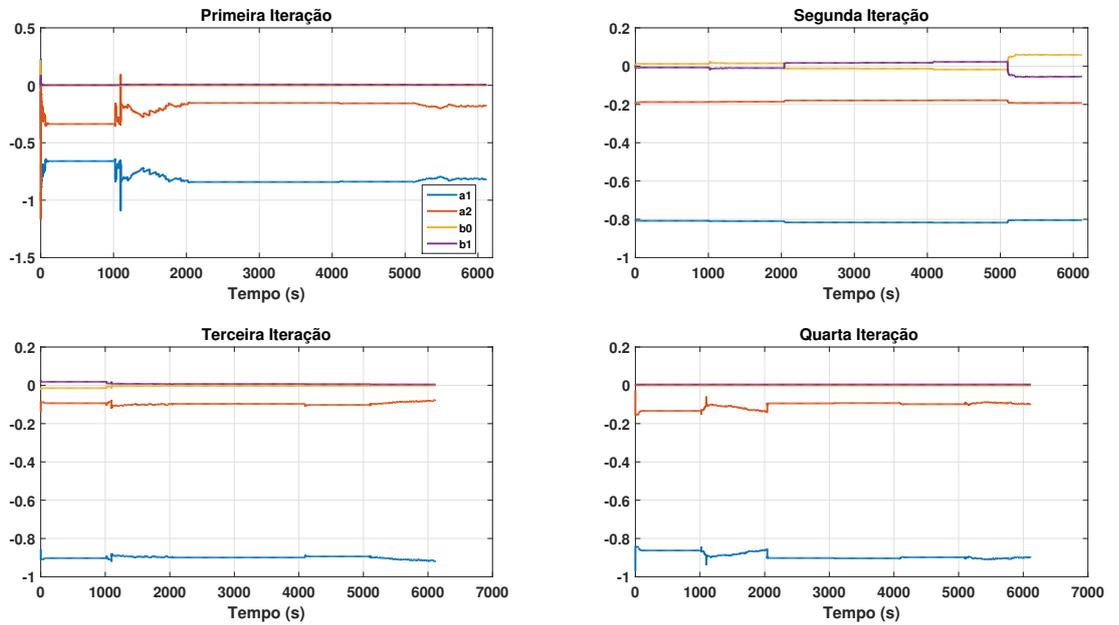


Figura 23: Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_3^j(k) = [a_1^{3j} \ a_2^{3j} \ b_0^{3j} \ b_1^{3j}]^T$ do modelo da planta $G_3(z^{-1}, \hat{\rho}_3^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^3 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).

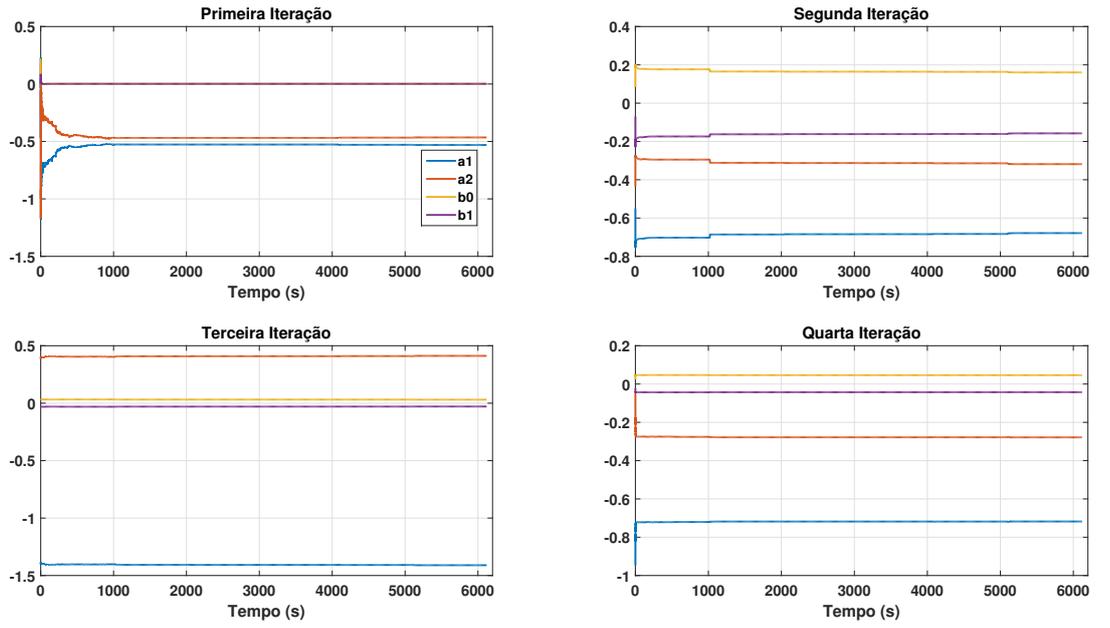


Figura 24: Estimativa recursiva dos parâmetros $\hat{\rho}_4^j(k) = [a_1^{4j} \ a_2^{4j} \ b_0^{4j} \ b_0^{4j}]^T$ do modelo da planta $G_4(z^{-1}, \hat{\rho}_4^j)$ do consequente da regra \mathcal{R}^4 do sistema de inferência Takagi-Sugeno para cada iteração j ($j \in \{1, 2, 3, 4\}$).

5.6 Resultados de Validação

Com a finalidade da validação dos modelos de função de transferência estimados para o consequente de cada regra *fuzzy*, um procedimento de validação cruzada foi aplicado. Esse procedimento consiste em aplicar ao modelo obtido um conjunto de dados distintos dos dados utilizados no processo de estimativa paramétrica. No presente caso, os dados utilizados para realizar a validação são dados coletados em malha aberta representados na Figura 17.

Na Figura 25, o resultado obtido desse processo de validação é mostrado. Pode-se observar que para os três primeiros, o processo de identificação é eficiente. Entretanto, no quarto degrau existe um pequeno erro de regime que pode estar relacionado com a deficiência na representatividade da dinâmica não linear nessa faixa de aplicação. Apesar disso, estes resultados demonstram a aplicabilidade da metodologia proposta na identificação de sistemas não lineares estocásticos com dados coletados em malha fechada. A análise estatística da validação cruzada foi feita com base no índice da validação RMSE (do inglês, *Root-Mean-Square Error*) dado por:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2}} \quad (5.8)$$

onde $\hat{y}(k)$ é a simulação livre do sinal $y(k)$ e \bar{y} é o valor médio do sinal $y(k)$.

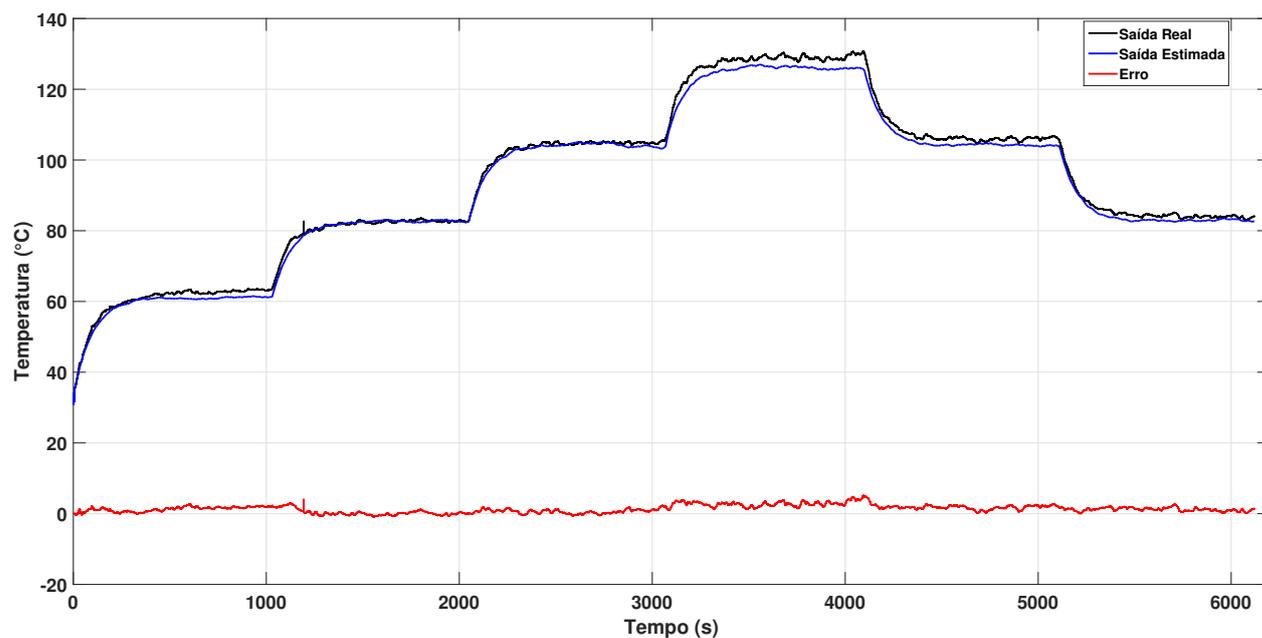


Figura 25: Comparação entre resposta do sistema real em malha aberta e resposta de simulação livre do sistema com os parâmetros estimados.

A Tabela 8 apresenta a comparação da metodologia proposta com o método da projeção *fuzzy* e o algoritmo RLS *fuzzy* utilizando a abordagem direta.

Tabela 8: Índice de validação RMSE para diferentes metodologias.

Metodologia	RMSE
Metodologia Proposta	0,07
Método da Projeção	0.1236
Método Direto	0.1393

6 Conclusões

Este capítulo apresenta uma descrição geral dos principais pontos desenvolvidos no decorrer deste trabalho, as suas contribuições e as principais críticas com respeito a metodologia proposta. Ao fim, apresentam-se sugestões de trabalhos futuros.

6.1 Considerações Gerais

Neste trabalho, foram discutidos diversos aspectos da identificação de sistemas em malha fechada tais como, sua importância e suas dificuldades. Nesse sentido, foi dito que a maioria dos sistemas reais operam com controle baseado em realimentação e, por diversos motivos, essa realimentação não pode ser removida para realização de experimentos em malha fechada. Dessa forma, técnicas de identificação de sistemas em malha fechada são de grande importância para obtenção de modelos para diferentes finalidades como, detecção de falhas, controle adaptativo e controle preditivo. Para o contexto de sistemas lineares, existem vários métodos propostos na literatura com comprovada eficiência. Entretanto, a maioria dos sistemas são não lineares e nesse contexto poucos estudos têm sido realizados. Em [Ljung \(2010a\)](#), o problema de identificação de sistemas não lineares em malha fechada é classificado como um problema em aberto. Assim, a motivação para o desenvolvimento deste trabalho foi o projeto de uma metodologia para identificação de sistemas dinâmicos não lineares estocásticos com dados coletados em malha fechada, já que esse tipo de sistema operando nesta situação é comumente encontrado em ambientes industriais e poucos métodos para essa finalidade são encontrados na literatura devido à complexidade do problema. Com isso, o trabalho desenvolvido lidou com três problemas principais: a identificação de sistemas em malha fechada, a identificação de sistemas não lineares e a identificação de sistemas com características estocásticas.

Para lidar com o problema da identificação de sistemas em malha fechada, realizou-se um estudo sobre as principais abordagens e os principais métodos de identificação de sistemas lineares em malha fechada. Este estudo foi apresentado no [Capítulo 2](#), onde os princípios gerais de identificação e as particularidades de identificação de sistemas em malha fechada são apresentados. Além disso, neste capítulo foi apresentada a formulação das principais abordagens de identificação de sistemas em malha fechada: abordagem direta, abordagem indireta e abordagem conjunta entrada-saída. Neste estudo, o objetivo foi identificar uma boa metodologia para aplicar nas características do sistema abordado no trabalho e que pudesse ser estendida para o contexto não linear. A abordagem indireta utilizando variável instrumental apresentada em [Gilson et al. \(2011\)](#) mostrou excelentes características e resultados.

A identificação de sistemas dinâmicos não lineares em malha aberta, por si só, é uma atividade de grande complexidade. No contexto de identificação em malha fechada, essa atividade torna-se ainda mais complexa. Para contornar essa complexidade, a metodologia proposta adotou a abordagem local de identificação de sistemas dinâmicos, ou seja, o sistema dinâmico não linear foi decomposto em submodelos com estrutura mais simples (*Multimodel Framework*). Além da simplicidade de identificação destes modelos locais, essa abordagem possibilita uma adaptação das principais abordagens de identificação de sistemas dinâmicos lineares em malha fechada para o contexto linear (ADENIRAN; FERIK, 2016).

A estrutura global do sistema não linear foi representada por um sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno, no qual os conjuntos *fuzzy* do antecedente de cada regra foi estimado utilizando o algoritmo de agrupamento Gustafson-Kessel. Por sua vez, o problema da identificação de sistemas com características estocásticas foi abordado utilizando a estrutura Box-Jenkins, que além da representação da função de transferência da planta, representa todas as incertezas do sistema por meio de um modelo ARMA do ruído. Com essa estrutura, as incertezas de cada região de operação foram modeladas. A estimativa dos parâmetros da planta e do ruído foram realizadas utilizando o algoritmo de variável instrumental *fuzzy*. Essa aplicação, no contexto de identificação de sistemas em malha fechada, é uma contribuição da presente metodologia. O Capítulo 3 apresenta a formulação da teoria de conjuntos *fuzzy* e o sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno utilizado na abordagem MMF formulada no Capítulo 4. Além disso, os conceitos de agrupamento *fuzzy* e o algoritmo de agrupamento *fuzzy* Gustafson-Kessel são apresentados. A utilização do algoritmo de agrupamento GK para obtenção dos conjuntos *fuzzy* de forma automática baseado no conjunto de dados e sem conhecimento *a priori* é uma contribuição da metodologia proposta em relação a metodologia de identificação de sistemas em malha fechada utilizando o sistema de inferência Takagi-Sugeno proposto em Aboukheir (2010).

No contexto de identificação em malha fechada, no Capítulo 4, a metodologia de identificação de sistemas dinâmicos não lineares estocásticos mostra como principais contribuições:

- **Estrutura do Modelo:** o sistema não linear operando em malha fechada foi representado por um sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno, onde as funções de pertinência são estimadas utilizando o algoritmo de agrupamento *fuzzy* GK;
- **Modelos do Consequente:** utilizou-se a estrutura de Box-Jenkins para representar o consequente de cada regra *fuzzy*, onde o ruído para cada região de operação foi representada por um modelo ARMA;
- **Método de Identificação em Malha Fechada:** foi realizada uma extensão da

abordagem indireta de identificação de sistemas lineares em malha fechada utilizando o algoritmo RIV (*Refined Instrumental Variable*) para o contexto *fuzzy*.

O Capítulo 5 mostra a aplicação da metodologia proposta em um sistema com características típicas de sistemas encontrados em ambiente industrial. Nesta situação, percebe-se que existem dificuldades na aplicação de métodos de identificação em malha fechada quando a natureza do sinal de excitação, geralmente na literatura, esses sinais possuem um comportamento que não é comum na indústria, por exemplo, sinais binários pseudoaleatórios. Dada essa limitação, projetou-se um estudo de caso que simulasse condições de operações comuns encontrada em sistemas térmicos industriais. Neste tipo de sistema, assim como em qualquer sistema real, existem restrições quanto ao sinal utilizado para excitar a planta, essas restrições podem ser devido à natureza física do sistema, segurança ou mesmo por limitações impostas pelo processo produtivo. Dada essas limitações, a metodologia proposta obteve bons resultados para sinal de excitação por múltiplos degraus, um sinal tipicamente encontrado na operação de sistemas térmicos industriais.

A principal limitação da metodologia proposta é o custo computacional. Essa limitação ocorre devido a necessidade da estimativa das funções de pertinência *em batelada* com o algoritmo GK. Mas principalmente, pelo processo recursivo-iterativo de estimativa dos modelos locais da planta e do ruído.

6.2 Trabalhos Futuros

Neste trabalho, algumas limitações da metodologia proposta foram identificadas, com isso algumas ideias de trabalhos futuros sugeriram, como as elencadas a seguir:

1. A metodologia proposta considera uma etapa *em batelada* onde as funções de pertinência das regras *fuzzy* são estimadas. Uma alternativa atrativa para contornar essa consideração seria a utilização de sistemas *fuzzy* evolutivos (*evolving fuzzy systems*) para estimativa recursiva dos parâmetros do antecedente;
2. Demonstrar a aplicabilidade da metodologia proposta para identificação de sistemas em tempo real;
3. A metodologia proposta foi desenvolvida para sistemas SISO, sendo possível uma extensão dessa metodologia para sistemas MIMO;
4. Provar a convergência da metodologia proposta, bem como analisar aspectos estatísticos como polarização e consistência.

Referências

- ABONYI, J.; BABUSKA, R.; SZEIFERT, F. Modified gath-geva fuzzy clustering for identification of takagi-sugeno fuzzy models. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, 2002. v. 32, n. 5, p. 612–621, 2002. Citado na página 57.
- ABOUKHEIR, H. Closed loop identification using takagi sugeno models. *IEEE Latin America Transactions*, 2010. v. 8, n. 3, p. 199–204, June 2010. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 84.
- ADENIRAN, A. A.; FERIK, S. E. Modeling and identification of nonlinear systems: A review of the multimodel approach—part 1. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016. PP, n. 99, p. 1–11, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 21, 48, 56, 57 e 84.
- AGÜERO, J. C.; GOODWIN, G. C.; HOF, P. M. V. den. A virtual closed loop method for closed loop identification. *Automatica*, 2011. v. 47, n. 8, p. 1626 – 1637, 2011. Citado na página 23.
- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas lineares e não lineares: Teoria e aplicação*. 4. ed. Belo Horizonte: [s.n.], 2015. ISBN 978-85-423-0079-6. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 31 e 55.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974. v. 19, n. 6, p. 716–723, Dec 1974. Citado na página 29.
- ARRUDA, G. H. M. de; BARROS, P. R. Introdução à identificação de sistemas dinâmicos. In: _____. *Enciclopédia de Automática: controle e automação*. 1. ed. São Paulo, SP-Brasi: Editora Blucher, 2007. v. 3, cap. 1, p. 24–55. Citado na página 19.
- ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. *Adaptive Control*. 2. ed. [S.l.]: Dover Publications, 2008. Citado na página 22.
- BABUSKA, R. *Fuzzy Modeling for Control: International series in intelligent technologies*. [S.l.]: Springer, 1998. Citado 6 vezes nas páginas 9, 50, 51, 52, 57 e 59.
- BEZDEK, J. C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. 1. ed. [S.l.]: Springer US, 1981. ISBN 978-1-4757-0450-1. Citado na página 50.
- BILLINGS, S. A. *Nonlinear System Identification: Narmax methos in the time, frequency, and spatio-temporal domains*. 1. ed. [S.l.]: 119-147, 2013. 314 p. ISBN 978-1-119-94359-4. Citado na página 30.
- BILLINGS, S. A.; VOON, W. S. F. Correlation based model validity tests for non-linear models. *International Journal of Control*, 1986. v. 44, n. 1, p. 235–244, 1986. Citado na página 30.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. Time series analysis forecasting and control. In: *San Francisco:Holden-Day*. [S.l.: s.n.], 1970. Citado na página 21.

- CAMACHO, E. F.; ALBA, C. B. *Model Predictive Control*. 2. ed. [S.l.]: Springer, 2007. Citado na página 22.
- CAMPELLO, R. J. G. B.; OLIVEIRA, G. H. C. Modelos não-lineares. In: _____. *Enciclopédia de Automática*. Brasil: Blucher, 2007. p. 104–122. Citado na página 55.
- CAO, Z. et al. Online identification for batch processes in closed loop incorporating priori controller knowledge. *Computers & Chemical Engineering*, 2016. v. 90, p. 222 – 233, 2016. Citado na página 24.
- CHANG, P.-C.; WU, J.-L.; LIN, J.-J. A takagi-sugeno fuzzy model combined with a support vector regression for stock trading forecasting. *Applied Soft Computing*, 2016. v. 38, p. 831 – 842, 2016. Citado na página 47.
- DASGUPTA, S.; ANDERSON, B. D. A parametrization for the closed-loop identification of nonlinear time-varying systems. *Automatica*, 1996. v. 32, n. 10, p. 1349 – 1360, 1996. Citado na página 24.
- DESOER, C. A. et al. Feedback system design: The fractional representation approach to analysis and synthesis. In: *1979 18th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*. [S.l.: s.n.], 1979. v. 2, p. 33–37. Citado na página 22.
- EEK, R. A. et al. Closed-loop identification of a continuous crystallization process. *AIChE Journal*, 1996. v. 42, p. 767 – 776, 1996. Citado na página 22.
- ELFELLY, N. et al. A neural approach of multimodel representation of complex process. *Int. J. Comput. Commun. Control*, 2008. v. 3, n. 2, p. 149–160, 2008. Citado na página 57.
- ELFELLY, N. et al. A new approach for multimodel identification of complex systems based on both neural and fuzzy clustering algorithms. *Eng. Appl. Artif. Intell.*, 2010. v. 23, n. 7, p. 1064–107, 2010. Citado na página 57.
- FORSSELL, U.; LJUNG, L. Closed-loop identification revisited. *Automatica*, 1999. v. 35, p. 1215–1241, 1999. Citado 5 vezes nas páginas 20, 22, 37, 40 e 41.
- FORSSELL, U.; LJUNG, L. A projection method for closed-loop identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000. v. 45, n. 11, p. 2101–2106, Nov 2000. Citado 3 vezes nas páginas 22, 25 e 40.
- FUJIMOTO, K.; ANDERSON, B. D.; BRUYNE, F. D. A parametrization for closed-loop identification of nonlinear systems based on differentially coprime kernel representations. *Automatica*, 2001. v. 37, n. 12, p. 1893 – 1907, 2001. Citado na página 24.
- FUJIMOTO, K.; ANDERSON, B. D. O.; BRUYNE, F. D. Differentially coprime kernel representations and closed-loop identification of nonlinear systems. In: *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.00CH36334)*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, n. 6, p. 302–306 vol.1. Citado na página 24.
- GARRIDO, R.; MIRANDA, R. Closed-loop identification of a nonlinear servomechanism: Theory and experiments. In: _____. *Advances in Computational Intelligence*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. p. 463–471. Citado na página 24.

- GATH, I.; GEVA, A. B. Unsupervised optimal fuzzy clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989. v. 11, n. 7, p. 773–780, Jul 1989. Citado na página 59.
- GEVERS, M.; LJUNG, L.; HOF, P. M. J. V. den. Asymptotic variance expressions for closed-loop identification. *Automatica*, 2001. v. 37, p. 781–786, 2001. Citado na página 56.
- GEVERS, M.; LJUNG, L.; HOF, P. V. den. Asymptotic variance expressions for closed-loop identification. *Automatica*, 2001. v. 37, n. 5, p. 781 – 786, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- GILSON, M. et al. A {REFINED} {IV} {METHOD} {FOR} closed-loop {SYSTEM} {IDENTIFICATION}. *{IFAC} Proceedings Volumes*, 2006. v. 39, n. 1, p. 903 – 908, 2006. 14th {IFAC} Symposium on Identification and System Parameter Estimation. Citado na página 21.
- GILSON, M. et al. Optimal instrumental variable method for closed-loop identification. *IET Control Theory and Application*, 2011. v. 5, n. 10, p. 1147 – 1154, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 25, 65 e 83.
- GILSON, M. et al. Instrumental variable methods for closed-loop continuous-time model identification. In: _____. *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*. London: Springer London, 2008. p. 133–160. Citado na página 23.
- GILSON, M. et al. Refined instrumental variable methods for closed-loop system identification. *{IFAC} Proceedings Volumes*, 2009. v. 42, n. 10, p. 284 – 289, 2009. 15th {IFAC} Symposium on System Identification. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 25.
- GILSON, M.; HOF, P. V. den. On the relation between a bias-eliminated least-squares (bels) and an {IV} estimator in closed-loop identification. *Automatica*, 2001. v. 37, n. 10, p. 1593 – 1600, 2001. Citado na página 23.
- GILSON, M.; HOF, P. V. den. Instrumental variable methods for closed-loop system identification. *Automatica*, 2005. v. 41, n. 2, p. 241 – 249, 2005. Citado 5 vezes nas páginas 21, 23, 25, 56 e 65.
- GILSON, M. et al. A refined iv method for closed-loop system identification. In: *14th IFAC Symposium on System Identification*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 904–908. Citado na página 56.
- GOLKAR, M. A.; KEARNEY, R. E. Closed-loop identification of the dynamic relation between surface emg and torque at the human ankle. *IFAC-PapersOnLine*, 2015. v. 48, n. 28, p. 263 – 268, 2015. Citado na página 24.
- GONZÁLEZ, A. et al. Model predictive control suitable for closed-loop re-identification. *Systems & Control Letters*, 2014. v. 69, p. 23 – 33, 2014. Citado na página 23.
- GUSTAFSON, D. E.; KESSEL, W. C. Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix. In: *Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes, 1978 IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1978. p. 761–766. Citado na página 50.

- GUZMÁN, J. et al. Itcli: An interactive tool for closed-loop identification. *{IFAC} Proceedings Volumes*, 2014. v. 47, n. 3, p. 12249 – 12254, 2014. 19th {IFAC} World Congress. Citado na página [24](#).
- HAN, Y.; CALLAFON, R. A. de. Closed-loop identification of hammerstein systems using iterative instrumental variables. *{IFAC} Proceedings Volumes*, 2011. v. 44, n. 1, p. 13930 – 13935, 2011. 18th {IFAC} World Congress. Citado na página [56](#).
- HANNAN, E. J.; QUINN, B. Recursive estimation of mixed autoregressive moving average order. *Biometrika*, 1982. v. 69, p. 81 – 94, 1982. Citado na página [67](#).
- HANNAN, E. J.; QUINN, B. G. The determination of the order of an autoregression. *J. Royal Statist. Soc. B*, 1979. v. 41, n. 2, p. 190 – 195, 1979. Citado na página [29](#).
- HOF, P. M. J. V. *System Identification*. [S.l.]: Delft University of Technology, 2004. Citado na página [20](#).
- HOF, P. M. J. V. den. Closed-loop issues in system identification. In: *IFAC. 11th IFAC Symposium on System Identification*. Fukuoka, Japan, 2009. Citado na página [33](#).
- HOF, P. M. J. V. den. *System Identification: Data-driven modelling of dynamic systems*. 2. ed. Eindhoven, The Netherlands: [s.n.], 2012. Citado 5 vezes nas páginas [22](#), [33](#), [35](#), [38](#) e [39](#).
- HOF, P. M. J. V. den; CALLAFON, R. A. Multivariable closed-loop identification: From indirect identification to dual-youla parametrization. In: *In Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1996. p. 1397–1402. Citado na página [22](#).
- HOF, P. M. J. V. den; SCHRAMA, R. J. P. An indirect method for transfer function estimation from closed loop data. *Automatica*, 1993. v. 29, p. 1523–1527, 1993. Citado na página [40](#).
- HOF, P. M. V. D.; SCHRAMA, R. J. An indirect method for transfer function estimation from closed loop data. *Automatica*, 1993. v. 29, n. 6, p. 1523 – 1527, 1993. Citado 2 vezes nas páginas [21](#) e [22](#).
- HOF, P. M. V. den et al. Identification of normalised coprime plant factors from closed-loop experimental data. *European Journal of Control*, 1995. v. 1, n. 1, p. 62 – 74, 1995. Citado na página [22](#).
- HOF, P. V. den. Closed-loop issues in system identification. *Annual Reviews in Control*, 1998. v. 22, p. 173 – 186, 1998. Citado 2 vezes nas páginas [20](#) e [22](#).
- HOLCOMB, C. M.; CALLAFON, R. A. de; BITMEAD, R. R. Closed-loop identification of hammerstein systems with application to gas turbines. *{IFAC} Proceedings Volumes*, 2014. v. 47, n. 3, p. 493 – 498, 2014. 19th {IFAC} World Congress. Citado na página [25](#).
- HOU, J.; CHEN, F.; LIU, T. Recursive closed-loop parsim-e subspace identification. *IFAC-PapersOnLine*, 2015. v. 48, n. 28, p. 880 – 885, 2015. Citado na página [23](#).
- JAHANSHAH, E.; SKOGESTAD, S. Closed-loop model identification and pid/pi tuning for robust anti-slug control. *IFAC Proceedings Volumes*, 2013. v. 46, n. 32, p. 233 – 240, 2013. Citado na página [23](#).

- JENG, J.-C.; CHEN, P.-A. Closed-loop identification of nonlinear hammerstein model based on subspace approach. In: KRAVANJA, Z.; BOGATAJ, M. (Ed.). *26th European Symposium on Computer Aided Process Engineering*. [S.l.]: Elsevier, 2016, (Computer Aided Chemical Engineering, v. 38). p. 1521 – 1526. Citado na página 25.
- JIANG, B. et al. Simultaneous identification of bi-directional paths in closed-loop systems with coloured noise. *Automatica*, 2015. v. 58, p. 139 – 142, 2015. Citado na página 24.
- JIANG, B. et al. A generalized instrumental variable method based on matrix decomposition for simultaneous identification of bi-directional paths in closed-loop systems. *IFAC-PapersOnLine*, 2016. v. 49, n. 7, p. 1115 – 1120, 2016. 11th {IFAC} Symposium on Dynamics and Control of Process Systems Including Biosystems DYCOPS-CAB 2016 Trondheim, Norway, 6–8 June 2016. Citado na página 24.
- JIN, Q.; WANG, Z.; WANG, J. Least squares based iterative identification for multivariable integrating and unstable processes in closed loop. *Applied Mathematics and Computation*, 2014. v. 242, p. 10 – 19, 2014. Citado na página 23.
- KASHYAP, R. A bayesian comparison of different classes of dynamic models using empirical data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977. v. 22, n. 5, p. 715–727, Oct 1977. ISSN 0018-9286. Citado na página 29.
- KATO, S.; IGARASI, Y.; HIDAKA, K. Closed-loop identification and robust control design of vehicle via modeling. *{IFAC} Proceedings Volumes*, 2013. v. 46, n. 11, p. 215 – 220, 2013. 11th {IFAC} Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing. Citado na página 23.
- KEESMAN, K. J. *System Identification: An introduction*. 1. ed. [S.l.]: Springer, 2011. Citado na página 19.
- LANDAU, I.; ANDERSON, B.; BRUYNE, F. Recursive identification algorithms for continuous-time nonlinear plants operating in closed loop. *Automatica*, 2001. v. 37, n. 3, p. 469 – 475, 2001. Citado na página 24.
- LAURAIN, V.; GILSON, M.; GARNIER, H. Refined instrumental variable methods for identifying hammerstein models operating in closed loop. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 3614–3619. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 56.
- LI, Q.; LI, D.; CAO, L. Closed-loop identification of systems using hybrid box–jenkins structure and its application to {PID} tuning. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2015. v. 23, n. 12, p. 1997 – 2004, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 56.
- LINARD, N.; ANDERSON, B.; BRUYNE, F. D. Identification of a nonlinear plant under nonlinear feedback using left coprime fractional based representations. *Automatica*, 1999. v. 35, n. 4, p. 655 – 667, 1999. Citado na página 24.
- LINARD, N.; ANDERSON, B. D. O.; BRUYNE, F. D. Closed loop identification of nonlinear systems. In: *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 3, p. 2998–3003. Citado na página 24.

- LINDBERGER, N. A. Stochastic modelling of computer-regulated linear plants in noisy environments †. *International Journal of Control*, 1972. v. 16, n. 6, p. 1009–1019, 1972. Citado na página 22.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for user*. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1999. Citado na página 19.
- LJUNG, L. Perspectives on system identification. *Annual Reviews in Control*, 2010. v. 34, n. 1, p. 1 – 12, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 83.
- LJUNG, L. Perspectives on system identification. *Annual Reviews in Control*, 2010. v. 34, n. 1, p. 1 – 12, 2010. Citado na página 27.
- MENDES, E. M. A. M. Aspectos práticos de identificação de sistemas. In: _____. *Enciclopédia de Automática: controle e automação*. 1. ed. São Paulo, SP-Brasi: Editora Bluch, 2007. v. 3, cap. 5, p. 123–157. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 29.
- NELLES, O. *Nonlinear system identification:: from classical approaches to neural networks and fuzzy models*. 1. ed. [S.l.]: Springer, 2001. Citado na página 29.
- PAL, P. S. et al. Parametric identification of box-jenkins structured closed-loop hammerstein systems using gravitational search algorithm. In: *2015 International Conference on Science and Technology (TICST)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 243–247. Citado na página 25.
- PARTANEN, A. G.; BITMEAD, R. R. The application of an iterative identification and controller design to a sugar cane crushing mill. *Automatica*, 1995. v. 31, n. 11, p. 1547 – 1563, 1995. Citado na página 22.
- PINTELO, R.; SCHOUKENS, J. Box-jenkins identification revisited—part i: Theory. *Automatica*, 2006. v. 42, n. 1, p. 63 – 75, 2006. Citado na página 21.
- RISSANEN, J. Stochastic complexity and modeling. *Annals of Statistics*, 1986. v. 14, p. 1080 – 1100, 1986. Citado na página 29.
- RIVERA, D. et al. Understanding closed-loop identification with {ITCLI}. *IFAC-PapersOnLine*, 2015. v. 48, n. 28, p. 739 – 744, 2015. 17th {IFAC} Symposium on System Identification {SYSID} 2015 Beijing, China, 19–21 October 2015. Citado na página 24.
- RONEN, M. et al. Hybrid model building methodology using unsupervised fuzzy clustering and supervised neural networks. *Biotechnol. Bioeng.*, 2002. v. 77, n. 4, p. 420–429, 2002. Citado na página 57.
- SHARDT, Y. A.; HUANG, B.; DING, S. X. Minimal required excitation for closed-loop identification: Some implications for data-driven, system identification. *Journal of Process Control*, 2015. v. 27, p. 22 – 35, 2015. Citado na página 24.
- SODERSTROM, T.; STOICA, P. *System Identification: Series in systems and control engineering*. [S.l.]: Prentice Hall, 1989. Citado na página 22.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985. SMC-15, n. 1, p. 116–132, Jan 1985. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 47.

- TANSHEIT, R. et al. Modelagem e controle nebuloso. In: _____. *Enciclopédia de Automática: controle e automação*. 1. ed. São Paulo, SP-Brasi: Editora Blucher, 2007. v. 3, cap. 10, p. 283–324. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- TAVAKOLI-KAKHKI, M.; TAVAZOEI, M. S. Proportional stabilization and closed-loop identification of an unstable fractional order process. *Journal of Process Control*, 2014. v. 24, n. 5, p. 542 – 549, 2014. Citado na página 23.
- TESLIC, L. et al. Nonlinear system identification by gustafson-kessel fuzzy clustering and supervised local model network learning for the drug absorption spectra process. *IEEE Trans. Neural Networks*, 2011. v. 22, n. 12, p. 1941–1951, 2011. Citado na página 57.
- TÓTH, R. et al. Instrumental variable scheme for closed-loop {LPV} model identification. *Automatica*, 2012. v. 48, n. 9, p. 2314 – 2320, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.
- VELOZO, H. A.; SERRA, G. L. O. Método recursivo-iterativo com variável instrumental refinada para identificação nebulosa indireta de sistemas não-lineares em malha-fechada. In: *XXI Congresso Brasileiro de Automática*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 3549–3554. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 65.
- VENDRAMIN, L. *Estudo e desenvolvimento de algoritmos para agrupamento fuzzy de dados em cenários centralizados e distribuídos*. 138 .p. Dissertação (Mestrado Ciências de Computação e Matemática Computacional) — Universidade de São Paulo - USP, 2012. Citado na página 52.
- WANG, L.-X. *A Course in Fuzzy Systems and Control*. 1. ed. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1997. 424 p. Citado na página 46.
- YOUNG, P. Refined instrumental variable estimation: Maximum likelihood optimization of a unified box-jenkins model. *Automatica*, 2015. v. 52, p. 35–46, 2015. Citado na página 23.
- YOUNG, P. C. *Recursive Estimation and Time-Series Analysis*. Second edition. [S.l.]: Springer, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 23, 61, 62 e 67.
- ZADEH, L. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965. v. 8, n. 3, p. 338 – 353, 1965. Citado na página 42.
- ZADEH, L. A fuzzy-algorithmic approach to the definition of complex or imprecise concepts. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1976. v. 8, n. 3, p. 249 – 291, 1976. Citado na página 43.
- ZHENG, W. X.; FENG, C.-B. A bias-correction method for indirect identification of closed-loop systems. *Automatica*, 1995. v. 31, n. 7, p. 1019 – 1024, 1995. Citado na página 23.