



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ELETRICIDADE

**UMA ANÁLISE COMPARATIVA DA APLICAÇÃO
DA TEORIA DOS JOGOS AOS VÁRIOS TIPOS DE
LEILÕES EM MERCADOS ELÉTRICOS**

NILSON SÁ COSTA FILHO

São Luís – MA, Brasil
Fevereiro, 2017

NILSON SÁ COSTA FILHO

**UMA ANÁLISE COMPARATIVA DA APLICAÇÃO
DA TEORIA DOS JOGOS AOS VÁRIOS TIPOS DE
LEILÕES EM MERCADOS ELÉTRICOS**

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade (PPGEE) da Universidade Federal do Maranhão (UFMA) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Eletricidade na área de concentração de Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Leonardo Paucar Casas

São Luís – MA, Brasil
Fevereiro, 2017

Ficha gerada por meio do SIGAA/Biblioteca com dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Núcleo Integrado de Bibliotecas/UFMA

Sá Costa Filho, Nilson.

UMA ANÁLISE COMPARATIVA DA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS
JOGOS AOS VÁRIOS TIPOS DE LEILÕES EM MERCADOS ELÉTRICOS /
Nilson Sá Costa Filho. - 2017.

90 f.

Coorientador(a): Nilson Sá Costa Costa.

Orientador(a): Vicente Leonardo Paucar Casas.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Eletricidade/ccet, Universidade Federal do
Maranhão, São Luís, 2017.

1. Inteligência artificial. 2. Livre mercado. 3.
Mercados elétricos. 4. Teoria dos jogos. 5. Teoria dos
leilões. I. Costa, Nilson Sá Costa. II. Paucar Casas,
Vicente Leonardo. III. Título.

UMA ANÁLISE COMPARATIVA DA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS AOS VÁRIOS TIPOS DE LEILÕES EM MERCADOS ELÉTRICOS

NILSON SÁ COSTA FILHO

Dissertação de Mestrado aprovada em 23 de Fevereiro de 2017

Prof. Dr. Vicente Leonardo Paucar Casas
UFMA
(Orientador)

Profa. Dra. Áurea Celeste da Costa Ribeiro
UEMA
(Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dr. Francisco José da Silva e Silva
UFMA
(Membro da Banca Examinadora)

Este Trabalho é dedicado aos meus pais.

Agradecimentos

A Deus, por este presente maravilhoso que é a vida! Por todas as coisas boas e más que me aconteceram. Cada uma delas, ao seu modo, me fizeram chegar onde eu cheguei e me fizeram ser quem eu sou.

Aos meus pais, pelos princípios morais formados pela política interna por eles ditadas, que hoje agradeço, mas que outrora condenava. Além disso, pelo incentivo e amor incondicional. A minha irmã pelo apoio, pois nos bons e maus momentos ela se fez sempre presente. Ao meu amado filho, que veio iluminar toda a minha família com sua graça e inocência. A mãe do meu filho, por ser essa pessoa carismática de personalidade forte e de ótima índole que alicerça um dos maiores presentes que Deus poderia nos dar, o nosso filho.

Aos amigos, frutos da pós-graduação pela colaboração, solidariedade e camaradagem prestados ao longo deste caminho e por tornarem esses anos da minha vida únicos. As minhas amigas Evilene e Kayla, que sempre me apoiaram nas várias etapas de minha formação e meu amigo Nilson Santos que foi um vetor me direcionando para este mestrado.

A minha namorada pelos conselhos e por aguentar todos os desabafos em algumas etapas desta jornada.

Ao professor Dr. Vicente Leonardo Paucar, por ser uma pessoa que me inspira com sua forma de liderar, que me amparou, me desafiou e me encorajou a fazer o melhor a cada dia.

A todos os professores do curso de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da UFMA, que no exercício do magistério, forneceram um ótimo alicerce, promovendo mesmo diante de inúmeras dificuldades, a construção do conhecimento numa perspectiva diferenciada essenciais para a minha formação acadêmica, profissional e pessoal. Ao setor administrativo da referida universidade e todos os outros setores pelos trabalhos prestados, em especial ao amigo Alcides.

A Capes, pelo auxílio financeiro que foi essencial para dar continuidade ao estudo.

“Não reclame do que você tolera. Na vida, não há vítimas nem carrascos, cada um decide o que quer decidir.”

(Autor Desconhecido)

Resumo

As diversas mudanças que ocorreram nos mercados de eletricidade em todo o mundo têm introduzido a competição entre os participantes neste setor. Assim, os agentes de geração que participam de leilões de energia elétrica podem construir estratégias ótimas para maximizar seus lucros. Modelos matemáticos baseados na teoria dos jogos têm sido utilizados na análise de mercados de energia elétrica e, especialmente, em leilões de eletricidade. Nesse sentido, esta teoria otimiza o processo de tomada de decisão para fixar os preços oferecidos pelos geradores ao operador do sistema em um leilão de energia. Este trabalho discute uma análise comparativa das estratégias individuais de cada unidade geradora, usando uma abordagem de teoria dos jogos não-cooperativa e informações incompletas sobre vários tipos de leilões. Um sistema de teste IEEE 57-bus modificado é usado para ilustrar as principais características dos modelos de leilão utilizados.

Palavras-chave - inteligência artificial, teoria dos jogos, leilões em mercados elétricos, sistemas de energia elétrica.

Abstract

The various changes that have happened in the electricity markets around the world have introduced competition among the participants in this sector. Thus, the generation agents that participate on electrical energy auctions may prefer to build optimal strategies to maximize their profits. Mathematical models based on game theory have been used in the analysis of electric energy markets and especially in electricity auctions. In this sense, this theory optimizes the decision-making process for setting prices offered by the generators to the system operator in a power auction. This research discusses a comparative analysis of individual strategies of each generating unit, using a non-cooperative game theory approach and incomplete information on various types of auctions. A modified IEEE 57-bus test system is used to illustrate the main features of the auction models used.

Keywords— Artificial intelligence, game theory, auctions in electric markets, electric power systems.

Lista de Figuras

	Página
Figura 2.1- Representação de uma decisão [19].....	17
Figura 2.2 – Funções de Utilidade.....	23
Figura 4.1- Diagrama unifilar representativo do sistema [52].....	52

Lista de Tabelas

	Página
Tabela 2.1- Algumas definições de inteligência artificial [1].	6
Tabela 2.2- Matriz de <i>payoff</i> para o dilema de prisioneiro.....	24
Tabela 2.3- Matriz de <i>payoff</i> do Exemplo 1.	25
Tabela 2.4- Sequência de resolução.	26
Tabela 2.5- Matriz de <i>payoff</i> genérica.	27
Tabela 2.6- Matriz de <i>payoff</i> do problema de aplicação.....	28
Tabela 2.7- Matriz de <i>payoff</i> do jogo de moedas.	30
Tabela 4.1- Conjunto de possibilidades do k-ésimo jogo.....	47
Tabela 4.2- Os valores dos parâmetros do sistema IEEE 57.	53
Tabela 4.3- Funções de custo das unidades virtuais.	53
Tabela 4.4- Lucros obtidos pela GUI	53
Tabela 4.5- Conjunto de estratégias S_A do leilão fechado de segundo preço.....	54
Tabela 4.6- Conjunto de estratégias S_A do leilão de primeiro preço,.....	55
Tabela 4.7- Conjunto de estratégias S_A do leilão holandês.	55
Tabela A.1- Dados dos ramos do sistema IEEE 57.	66
Tabela A.2- Dados de carga do sistema IEEE 57.....	67
Tabela A.3- Valores de memória e CPU	68

Lista de Abreviaturas

FPOCC	: Fluxo de Potência Ótimo CC
GU	: Unidades Geradoras
IA	: Inteligência Artificial
IEEE	: Institute of Electrical and Electronics Engineers
MATLAB	: Matrix Laboratory
SO	: Operador do Sistema
TJ	: Teoria dos Jogos
VU	: Unidades Geradoras Virtuais
WECS	: Sistemas de Conversão de Energia Eólica

SUMÁRIO

	Página
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
Lista de Abreviaturas.....	xi
1 Introdução	1
1.1. Generalidades.....	1
1.2. Formulação do problema	2
1.3. Objetivos	2
1.4. Justificativa	3
1.5. Metodologia.....	4
1.6. Estrutura do trabalho.....	5
2 Teoria dos jogos	6
2.1 Inteligência Artificial.....	6
2.1.1 Ciência da Computação e suas subáreas.....	7
2.1.2 Classificação da inteligência artificial.....	9
2.2 Histórico da teoria dos jogos	14
2.3 O que é teoria dos jogos?.....	16
2.4 Classificação dos jogos	17
2.4.1 Jogos cooperativos ou não cooperativos.....	17
2.4.2 Jogos estáticos e jogos dinâmicos.....	18
2.4.3 Jogos com informação perfeita e informação imperfeita.....	19
2.4.4 Jogos de soma zero e soma diferente de zero.....	19
2.5 Modelagem formal de um jogo.....	20
2.5.1 Jogos na forma coalizional.....	20
2.5.2 Jogos na forma normal ou estratégica.....	20
2.5.3 Jogos na forma extensiva.....	21
2.5.4 Formas híbridas.....	21
2.6 Características de um jogo	21
2.6.1 Definição um jogo.....	22
2.6.2 Solução de um jogo.....	24
2.6.3 O teorema Minimax de Von Neumann.....	27

2.6.4	Estratégias mistas.....	30
2.7	Aplicações da teoria dos jogos.....	31
3	Leilões de energia elétrica.....	34
3.1	Mercados de energia elétrica	34
3.2	O papel dos leilões na comercialização de energia elétrica.....	36
3.3	Os Tipos de leilões.....	38
3.3.1	Tipos de leilões quanto a sua natureza.....	38
3.3.2	Tipos de leilões quanto a sua forma.....	39
3.3.3	Tipos de leilões quanto ao preço de fechamento.....	39
3.3.4	Os formatos clássicos de leilões.....	40
4	Análise Comparativa da Aplicação da Teoria de Jogo aos Vários Tipos de Leilões em Mercados Elétricos	43
4.1	Metodologia da teoria dos jogos utilizada na análise comparativa	44
4.1.1	Obtenção do conjunto de estratégias.....	46
4.1.2	Modelando as estratégias dos concorrentes.....	47
4.1.3	Determinação da Melhor Estratégia.....	48
4.1.4	Aplicação da Melhor Estratégia.....	50
4.1.5	Análise dos resultados.....	51
4.2	Aplicação da metodologia aos Vários Tipos de Leilões em Mercados Elétricos .	51
4.3	Aplicação da teoria dos jogos em leilões de energia eólica.....	58
4.3.1	Energia eólica.....	58
4.3.2	Aplicação da metodologias da teoria dos jogos à leilões de energia eólica	59
5	Conclusão.....	64
5.1	Conclusões	64
5.2	Trabalhos futuros	65
	Apêndice A-Tabelas	66
	Tabela A.15- Dados dos ramos do sistema IEEE 57.	66
	Tabela A.16- Dados de carga do sistema IEEE 57.	67
	Tabela A.17- Valores de memória e CPU	68
	Apêndice B - Glossário.....	69
	REFERÊNCIAS	73

1 Introdução

1.1. Generalidades

A crescente dependência da sociedade por energia elétrica tem motivado uma expressiva transformação em algumas características dos agentes participantes desse setor, como a capacidade, qualidade e serviços dos agentes. Assim, no contexto mundial, o mercado de energia elétrica sofreu diversas transformações, ao longo dos anos, na busca por satisfazer uma série de condições, configurando o mercado de eletricidade em um ambiente apropriado para o estabelecimento da competição em alguns segmentos.

O objetivo destas transformações foi estimular a minimização de custos, reduzir os preços, disponibilizar serviços em um nível de confiabilidade apropriado e possibilitar a implementação de taxas razoavelmente previsíveis no mercado.

Nessa perspectiva de competição dos mercados de eletricidade mencionada, uma das ações essenciais para remuneração dos agentes deste setor é a formação de preços da energia. Um dos principais mecanismos de formação de preço existente é o mecanismo de leilão. Esta modalidade de negociação, muito usada na compra e venda de mercadorias, é deliberada por uma série de regras para explicitar o modelo de determinação do vencedor e quanto este deve pagar.

Uma área recente nos estudos das ciências e engenharias apropriadamente aplicada neste contexto de estudos dos aspectos de mercados elétricos previamente mencionados é a de Inteligência Artificial. Esta área tem como direcionamento fazer com que o computador se assemelhe ao ser humano na sua forma de pensar, tornando-o, assim, inteligente.

A Inteligência Artificial (IA) abrange várias linhas de pesquisas e uma delas é a Teoria dos Jogos (TJ). Esta teoria, que pode exercer um papel como a base subjacente para

a IA, aborda uma situação no formato de um jogo no qual existem duas ou mais entidades cujas ações interferem nos resultados da outra.

1.2. Formulação do problema

Após a desregulação do mercado, as unidades geradoras passaram a ter mais riscos do que antes devido à volatilidade de preços no mercado de energia. Deste modo, cada unidade geradora, sabendo suas próprias despesas, bem como as restrições técnicas do sistema, simula o comportamento aproximado de seus concorrentes e do mercado, enfrentando o problema de construir o lance ótimo a ser entregue ao operador do sistema. Esse problema conhecido como um problema de licitação estratégica tem sido resolvido através das aplicações da Teoria dos Jogos e de outras abordagens que buscam a otimização de estratégias em leilões no mercado da eletricidade competitivo.

Existem diversas ferramentas da Teoria dos Jogos que podem ser aplicadas ao problema de licitação estratégica comentado anteriormente. Entretanto, algumas questões precisam ser respondidas: Quais as principais metodologias da Teoria dos Jogos aplicadas em leilões de energia elétrica? Como se comporta uma destas principais metodologias simulando um leilão de energia num sistema de pequeno porte? Quais os resultados de uma abordagem da teoria dos jogos no ambiente de alguns tipos de leilões?

1.3. Objetivos

Objetivo geral

- Este trabalho proposto tem como objetivo apresentar uma análise comparativa das estratégias individuais de cada unidade geradora usando a abordagem da teoria dos jogos sobre vários tipos de leilões.

Objetivos específicos

- Identificar as metodologias da Teoria dos Jogos aplicadas em leilões de energia elétrica;
- Simular um Leilão de Energia num sistema de pequeno porte com base numa metodologia específica da Teoria dos Jogos;
- Analisar os vários tipos de leilões usando uma abordagem de teoria dos jogos não-cooperativa e de informações incompletas;
- Estender à análise comparativa para leilões de energia renováveis.

1.4. Justificativa

A desregulamentação, privatização e reestruturação do setor elétrico acarretaram em inovações nas condições de operação e de competição no setor de comercialização de energia elétrica mundial. O foco principal desta reestruturação foi buscar o aumento da eficiência pela competição, fornecendo ao consumidor energia elétrica com qualidade, confiabilidade, sem interrupções e com modicidade tarifária. Sendo os leilões um dos principais mecanismos de comercialização de energia, para cumprir tal objetivo é necessário que as unidades geradoras construam estratégias ótimas levando em consideração que as suas empresas rivais também estão desenvolvendo suas estratégias.

O progresso da capacidade computacional direcionou vários estudiosos da questão da maximização da remuneração destes agentes a buscarem otimizar suas ações com auxílio de novos métodos computacionais, com o intuito de fugir de algumas limitações próprias dos métodos convencionais já utilizados.

A Teoria dos Jogos é uma linha de pesquisa da Inteligência Artificial que estuda cenários onde existem vários interessados em otimizar seus próprios ganhos, os quais, muitas vezes, estão em contato entre si. Esta teoria pode ser aplicada de forma pertinente

neste contexto de estudos dos aspectos de leilões de energia elétrica. Contudo, existem diversos tipos de leilões e, por isso, a distinção deste mecanismo se torna necessária, uma vez que diferentes tipos de leilões podem levar a resultados divergentes.

Existem várias metodologias focadas em otimizar o preço de venda das unidades geradoras que continuam a ser estudadas. Contudo, não existe análise comparativa das aplicações da TJ em alguns tipos de leilões . Portanto, pretende-se com essa pesquisa contribuir com uma revisão sobre teoria dos jogos, mercados elétricos, assim como apresentar uma investigação das aplicações da TJ nos mercados de energia elétrica e uma análise dos vários tipos de leilões usando uma abordagem baseada em TJ com jogo não cooperativos e de informação incompleta.

1.5. Metodologia

Para o desenvolvimento da presente pesquisa, sua proposta será conduzida na metodologia da pesquisa científica. Inicialmente foi executada uma pesquisa bibliográfica acerca do domínio do problema vigente, ou seja, dos mercados elétricos competitivos com direcionamento aos leilões de energia elétrica, fazendo um levantamento das características dos modelos mercadológicos, do papel dos leilões na comercialização de energia elétrica, bem como sua classificação e particularidades, além dos principais conceitos da TJ, sua história, classificação e suas ferramentas.

Em seguida, com o objetivo de obter um conhecimento mais aprofundado acerca das principais metodologias da TJ aplicadas aos mercados de eletricidade e, em especial leilões de energia, foi realizado o estado da arte deste contexto. Como resultado desta etapa, foi elaborado um relatório sobre o estado da arte.

Subsequentemente, dentre as várias metodologias de TJ encontradas, uma foi escolhida por trabalhar com uma grande quantidade de estratégias e empregada para

simular um leilão de energia num sistema de pequeno porte, tendo o seu desenvolvimento e resultados apresentados num segundo relatório.

Finalmente, o ponto principal das atividades de pesquisa, a análise da aplicação da metodologia da TJ aplicada aos leilões holandês e inglês, fechado de primeiro preço na perspectiva dos mercados de eletricidade foi devidamente implementada.

Como parte das atividades de pesquisa serão apresentados, neste trabalho, os resultados parciais e avanços abordados nos artigos submetidos para apresentação e publicação em congressos e revistas científicas especializadas.

1.6. Estrutura do trabalho

Este trabalho contém cinco capítulos e foram organizados da seguinte maneira:

Capítulo 1: descreve os assuntos relativos à proposta do trabalho apresentado.

Capítulo 2: apresenta conceitos relativos ao estudo da Teoria dos jogos, sua classificação, tipos de solução de um jogo e seu resumo histórico. Também é dado um foco especial ao teorema minimax de Von Neumann.

Capítulo 3: são apresentados as características dos leilões na perspectiva dos mercados de energia elétrica, assim como os vários tipos de leilões.

Capítulo 4: É apresentada a metodologia, bem como o desenvolvimento de suas várias etapas e sua aplicação a vários tipos de leilões em mercados elétricos e uma adaptação do modelo aplicado a energias renováveis.

Capítulo 5: contém as conclusões do trabalho.

2 Teoria dos jogos

Neste capítulo são apresentados conceitos básicos sobre inteligência artificial, com foco na Teoria dos Jogos. Assim, na seção 2.2, é apresentada a teoria, com sua história, classificação, modelos e aplicações, tendo informações essenciais para o entendimento dos próximos capítulos.

2.1 Inteligência Artificial

Uma área da computação que busca metodologias ou dispositivos computacionais que simulem o raciocínio humano de resolver problemas e tomar decisões é a Inteligência Artificial. Existem várias definições para IA, segundo Russell e Novig [1]. São apresentadas na Tabela 2.1 duas, com base em alguns livros textos e variam ao longo de suas principais dimensões.

Tabela 2.1- Algumas definições de inteligência artificial [1].

Sistemas que pensam como humanos	Sistemas que pensam racionalmente
“[A automação de] atividades que associa-se com pensamento humano, atividades tais como tomada de decisão, resolução de problemas, aprendizagem...” (Bellman, 1978)	“O estudo de computações que fazem possível perceber, raciocinar e agir.” (Winston, 1992)

Muitos pesquisadores hoje creem que IA é uma tecnologia chave para o software do futuro. As pesquisas em IA estão conexas com áreas de aplicação que envolvem o raciocínio humano, tentando imitá-lo e realizando inferências. Para uma melhor compreensão da IA, será demonstrado onde ela se enquadra na área da Ciência da Computação e, em seguida, sua classificação.

2.1.1 Ciência da Computação e suas subáreas

Sendo uma área em constante evolução, a Ciência da Computação (CC) é considerada uma ciência natural que modela o fenômeno de cognição. A CC mune o arcabouço das aplicações computacionais atuais, bem como a base para a futura infraestrutura de computação. Ela é uma área que busca estabelecer um alicerce científico para tópicos, como projeto de programação de computadores, processamento de informação, soluções algorítmicas de problemas e o próprio processo algorítmico [2]

A CC, ora é classificada entre as ciências exatas, ora entre as engenharias. Contudo, de acordo com [3], existem várias subáreas de CC que são foco de estudo de diversos pesquisadores, como:

- Algoritmo e estrutura de dados: esta subárea trabalha com classes distintas de problemas e suas soluções. O desempenho dos algoritmos dos dados conforme os requisitos de acesso são os principais componentes;
- Linguagens de programação: esta subárea lida com notações para a definição de máquinas virtuais que executem algoritmos, a eficácia tradução de linguagens de alto nível para os códigos de máquinas e os vários mecanismos de extensão que podem ser providos em linguagens de programação;
- Organização e arquitetura de computadores: o foco principal desta subárea é o desenvolvimento de métodos para organizar sistemas computacionais que sejam eficientes e confiáveis;
- Computação numérica e simbólica: esta subárea desenvolve métodos computacionais para resolução de equações de modelos com precisão e eficiência. Os pontos fundamentais dos estudiosos desta subárea são o estudo da eficiência e

efetividade dos múltiplos enfoques para a solução de equações, e o desenvolvimento de software matemático de alta qualidade;

- Banco de dados e recuperação de informação: a organização da informação e dos algoritmos para uma maior eficiência no acesso e armazenamento desta informações é o foco principal desta subárea;
- Engenharia de software: as questões principais propostas por esta área envolvem teorias, métodos e ferramentas para desenvolvimento de softwares profissionais.
- Sistemas operacionais: esta área lida com os mecanismos de controle que permitem com que múltiplos recursos sejam eficientemente coordenados durante a execução de um programa.
- Interação homem-computador: avaliação e implementação de sistemas de computador interativos para uso humano e ao estudo dos principais fenômenos que os cercam é o principal foco desta área. Aqui incluem o estudo dos fatores humanos que afetam uma interação eficiente e o estudo da organização e apresentação da informação vistas a uma concreta utilização pelas pessoas;
- Inteligência artificial e robótica: esta área modela e constrói máquinas (reais e virtuais) que simulem o comportamento humano ou animal.

Muitas destas subáreas estão relacionadas a outras, estando sempre em reformulação e buscando um consenso e de acordo com [3], já houve algumas mudanças. Em relação ao tema de teoria dos jogos, a partir de meados do final dos anos 90, tornou-se um importante tópico de estudo para os cientistas da computação, pelo menos por duas razões principais.

Primeiro, os economistas começaram a se interessar por sistemas cujas propriedades computacionais representavam sérias barreiras ao uso prático e, portanto,

buscavam os cientistas da computação. Nomeadamente, isto ocorreu em torno do estudo de leilões combinatórios. Em segundo lugar, a ascensão da computação distribuída, em geral, e da Internet, em particular, tornaram cada vez mais necessário que cientistas da computação estudassem configurações nas quais os agentes inteligentes discutiam e interagiam com outros agentes[4]. A teoria dos jogos generaliza a abordagem da teoria da decisão, que já era amplamente adotada pelos cientistas da computação, e por isso foi uma escolha natural.

2.1.2 Classificação da inteligência artificial

A Inteligência Artificial é tópico de estudo da Ciência da Computação, classificada sob as Ciências Exatas e da Terra. Não existe um consenso sobre a classificação de IA. Contudo, alguns autores como [1] apresentam as áreas de aplicação que geralmente são incluídas nas definições de IA, como algumas abaixo:

- **Sistemas especialistas:** são sistemas computacionais que resolvem problemas de forma similar ao modo como um especialista humano de uma determinado domínio os resolveria, possuindo capacidade de decisão em campos específicos do conhecimento. Um sistema especialista resolve problemas em uma área limitada de conhecimento, não se devendo esperar do mesmo que possa ter capacidade de resolver qualquer tipo de problema;
- **Aprendizado de Máquina:** é uma área de IA cujo objetivo é o desenvolvimento de técnicas computacionais sobre o aprendizado, bem como a construção de sistemas capazes de adquirir conhecimento de forma automática. Neste contexto, é um programa de computador que toma decisões baseado em experiências acumuladas através da solução bem sucedida de problemas anteriores;

- Processamento de linguagem natural: este é um campo específico em que uma tentativa para criar programas que, dada uma entrada formuladas numa linguagem humana "natural", utiliza-se de técnicas comuns, a fim de construir um modelo (ou seja, tradução e interpretação de textos, busca de informações em documentos e interface homem máquina);
- Sistemas Multiagentes: neste sistema investiga-se o comportamento de um conjunto de agentes autônomos, provavelmente pré-existent, que, objetivando a resolução de um problema interagem entre si.

Além das áreas IA relatadas acima existem outras várias, assim como diversas técnicas que estão disponíveis no campo da Inteligência Artificial. O êxito da aplicação de uma técnica de IA na apuração da solução de um determinado problema de otimização depende do grau de balanço entre diversificação e intensificação [5]. É válido lembrar que problemas de otimização englobam todas os setores da atividade e do conhecimento humano, envolvendo, por exemplo, desde planejamentos de custos em linhas de produção de unidades fabris a predições orçamentários familiares. Nesse contexto, tem-se o objetivo de otimizar certos parâmetros e recursos, como o custo, a quantidade, o tempo, etc.

Em geral, as principais diferenças entre as técnicas IA existentes referem-se às maneiras por meio das quais tais técnicas alcançam o referido balanço entre diversificação e intensificação. Dessa forma, as inúmeras técnicas de IA existentes podem ser categorizadas com base em diversos critérios, conforme discriminado e descrito subsequentemente.

a) Técnicas de IA baseadas em população e baseadas em trajetória

Os algoritmos genéticos enquadram-se na categoria de técnicas de IA baseadas em população, uma vez que através da incorporação de um modelo de evolução biológica

fundamentada na teoria da seleção natural de Charles Darwin, utilizam matrizes de bits ou cadeias de caracteres de forma a representar os cromossomos.

Os algoritmos de otimização por enxame de partículas também são consideradas técnicas de IA baseadas em população, visto que, com base no comportamento de enxames tipicamente observado em peixes e aves agrupadas, empregam um conjunto de agentes individuais, frequentemente referidos como partículas, para buscar a solução de um determinado problema de otimização. Já, por exemplo, o recozimento simulado trata-se de uma técnica de IA baseada em trajetória, uma vez que, durante o processo de cômputo da solução de um problema de otimização, utiliza um único agente que se desloca através do espaço de busca. Um movimento julgado melhor é sempre aceito, ao passo que um movimento considerado não tão bom é aceito com um certo nível de probabilidade. Nesse processo, o conjunto de movimentos traça uma trajetória no referido espaço de busca [5].

b) Técnicas de IA com memória e sem memória

Um critério convenientemente empregado para classificar as técnicas de IA consiste na utilização da experiência de busca, definida no âmbito das técnicas de IA como memória, para conduzir a orientação do referido processo de busca. Os méritos da memória são explicitamente empregados na busca tabu. A memória de curto prazo é utilizada para evitar a passagem por soluções recentemente visitadas, ao passo que a memória de longo prazo é empregada para guiar as previamente definidas intensificação e diversificação.

Nos algoritmos de otimização por colônia de formigas, um gênero de memória adaptativa alusiva a soluções precedentemente visitadas é mantida através de rastros de feromônios, os quais conduzem a obtenção de novas soluções. Similarmente, a população constituinte da estrutura da implementação dos algoritmos genéticos também pode ser

considerada como um tipo de memória referente à experiência de busca recente. Em contrapartida, o recozimento simulado não adotam funções relativas à memória para guiar as posteriores direções das buscas, sendo, por conseguinte, uma técnica de IA desprovida de memória [6].

c) Técnicas de IA inspiradas na natureza e não inspiradas na natureza

Outro critério que pode ser adotado na categorização das técnicas de IA corresponde à fonte de inspiração de suas respectivas implementações. Inúmeras técnicas são concebidas e implementadas com base em fenômenos que ocorrem na natureza. As aproximações algorítmicas constituintes de tais técnicas tentam tirar vantagem do comportamento e da dinâmicas dos referidos fenômenos para determinar eficientemente as soluções dos problemas de otimização. Entre as técnicas de IA inspiradas na natureza, destacam-se o algoritmo genético, o recozimento simulado, o algoritmo de otimização por enxame de partículas, o algoritmo de otimização por colônia de formigas, etc. Já, por exemplo, a busca tabu previamente mencionada se enquadra na categoria de técnicas de IA não inspiradas na natureza [6].

d) Técnicas de IA com estruturas de vizinhança múltiplas e únicas

A maioria dos algoritmos de busca são fundamentados em uma estrutura de vizinhança única, a qual define os movimentos permissíveis. Essa é uma característica, por exemplo, do recozimento simulado e da busca tabu. Os algoritmos de busca local iterado geralmente empregam, no mínimo, duas estruturas de vizinhança diferentes.

O operador de mutação dos algoritmos genéticos pode ser interpretado como uma alteração na vizinhança durante a busca local. Já o operador de cruzamento dos referidos algoritmos genéticos podem ser considerados como movimentos através das

hipervizinhanças nas quais um conjunto de soluções é utilizado para gerar novas soluções. Todavia, contrariamente, o processo de obtenção da solução dos algoritmos de otimização por colônia de formigas não é baseado em nenhuma estrutura de vizinhança [6].

Para o objetivo deste trabalho são suficientes a apresentação destas áreas e técnicas, pois elas trabalham em vários pontos com a teoria dos jogos. Os problemas iniciais trabalhados pelos precursores da IA foram relacionados a jogos e, como a informação pertinente não podia ser apresentada em geral matematicamente, buscavam-se métodos computacionais heurísticos, como os da teoria dos jogos para se trabalhar todas possíveis estratégias. A TJ é uma área da matemática aplicada inicialmente à economia e com vários estudos em IA.

De acordo com Fiane [7], um jogo nada mais é do que uma reprodução formal que permite a análise das condições em que jogadores interagem entre si, agindo racionalmente para tomar decisões. Portanto, um jogador nada mais é que um agente inteligente. Contudo, embora os sistemas multiagentes abarquem a maior parte do trabalho de teoria dos jogos dentro da IA, a Teoria dos Jogos tem um âmbito muito mais amplo, incluindo tópicos não-teóricos como paradigmas de engenharia de software, satisfação e otimização de restrições distribuídas, raciocínio lógico sobre crenças e intenções de outros agentes, compartilhamento de tarefas, argumentação, detecção distribuída e coordenação multirobot.

Este campo tem crescido consideravelmente nos últimos anos. Tem uma presença significativa e crescente nas principais conferências de AI, como a Conferência Internacional Conjunta sobre Inteligência Artificial, a Conferência da Associação para o Avanço da Inteligência Artificial e a Conferência Internacional de Agentes Autônomos e Sistemas Multiagentes e em revistas como a Inteligência Artificial, o Jornal de Pesquisas

de Inteligência Artificial e Agentes Autônomos e Sistemas Multiagentes. Além da Conferência ACM sobre Comércio Eletrônico, o Workshop sobre Economia da Internet e da Rede e o Simpósio sobre Teoria Algorítmica de Jogos.

É necessário distinguir a teoria dos jogos de uma área de pesquisa um tanto mais antiga e consideravelmente mais ampla dentro dos sistemas IA. Logo a seguir serão apresentados alguns tópicos direcionados a teoria dos jogos.

2.2 Histórico da teoria dos jogos

A origem remota da TJ aconteceu quando o matemático e filósofo alemão Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo , em 1912, o primeiro teorema formal da teoria dos jogos, numa palestra intitulada "Uma aplicação da teoria dos conjuntos com a teoria de xadrez ", sendo publicado em 1913, no V Congresso Internacional de Matemáticos em Cambridge [8]. Zermelo demonstrou que, numa partida de xadrez, um dos jogadores tem sempre uma estratégia vitoriosa a partir de qualquer posição das peças no tabuleiro, não importando o que o outro jogador faça [7].

Dentre os seus principais predecessores encontram-se o francês Emile Borel, que, em 1921, já havia publicado “ La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique” [9], sendo um pioneiro na definição do termo estratégia e em sua aplicação.

O matemático húngaro-americano John Von Neumann, que emigrou para os Estados Unidos, é considerado um dos matemáticos mais importantes da história moderna e publicou, em 1928, o que hoje pode considerar o nascimento da teoria dos jogos, com seu artigo “ Zur Theorie der Gesellschaftsspiele ” [10], demonstrando que a solução para jogos de soma zero ou estritamente não cooperativos pode ser determinada através de ferramentas matemáticas.

John Von Neumann declarou o marco formal da teoria dos jogos em 1944, com a publicação do livro “The Theory of Games and Economic Behavior” [11] em coautoria com o economista alemão Oskar Morgenstern, que também emigrou para os Estados Unidos. Nesse livro, além de jogos de soma zero, foi definida a representação de jogos em forma extensiva e se discutiu a cooperação e formação de coalizões entre os jogadores. Contudo, a obra tinha uma grande limitação a jogos não cooperativos. Logo, era preciso encontrar ferramentas teóricas que permitissem analisar uma variedade maior de modelos de interação estratégica.

Um complemento importantíssimo à teoria dos jogos aconteceu nos anos 50, quando o norte-americano John Forbes Nash, um dos mais importantes matemáticos do século XX, provou a existência de um equilíbrio em estratégias para modelos de jogos que não se restringia apenas aos jogos de soma zero no seu artigo "Non-Cooperative Games"[12]. Em “The bargaining problem” [13], Nash criou a teoria de barganha e provou que existe solução para o problema; já em “Two-person cooperative games” [14] Nash mostra como reduzir um jogo cooperativo em um jogo não-cooperativo, onde a comunicação das etapas de negociação é representado na forma extensiva.

Um refinamento do equilíbrio de Nash que ficou popularmente conhecido como "equilíbrio perfeito em subjogos" foi apresentado em 1965 pelo matemático e economista alemão Reinhard Selten, em seu artigo "Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragertragheit" [15]. A principal contribuição do economista húngaro John C. Harsanyi para a teoria dos jogos foi aplicar o equilíbrio de Nash em jogos de informação incompleta “Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players, Parts I, II and III” [16].

O desenvolvimento desta área relativamente nova não exauriu, tendo se tornado ferramenta efetiva na análise de qualquer processo de interação em que os jogadores percebam que suas ações têm influência mútua entre todos.

2.3 O que é teoria dos jogos?

A teoria dos jogos, desde a década de 1940, tem sido de grande utilidade estratégica [17]. Com raízes na matemática e economia, outras áreas analisam a sua aplicabilidade dentro do seu campo de atuação, como: engenharia, sociologia, biologia, ciências políticas e, finalmente, a teoria dos jogos despertou a atenção do campo computacional, onde vem sendo utilizada em avanços na área de IA.

De acordo [18] a teoria dos jogos é um método empregado para simular e compreender as decisões tomadas por indivíduos (jogadores) que interagem entre si sabendo que o resultado de cada um depende das decisões dos outros. Assim, a teoria dos jogos se aplica quando é preciso fazer as escolhas individuais, sob incerteza, onde há interdependência dos resultados de acordo as escolhas individuais dos outros, como mostra a Figura 2.1. Portanto, a partir dessa compreensão, obtém-se um meio para a adoção da melhor estratégia para cada indivíduo.

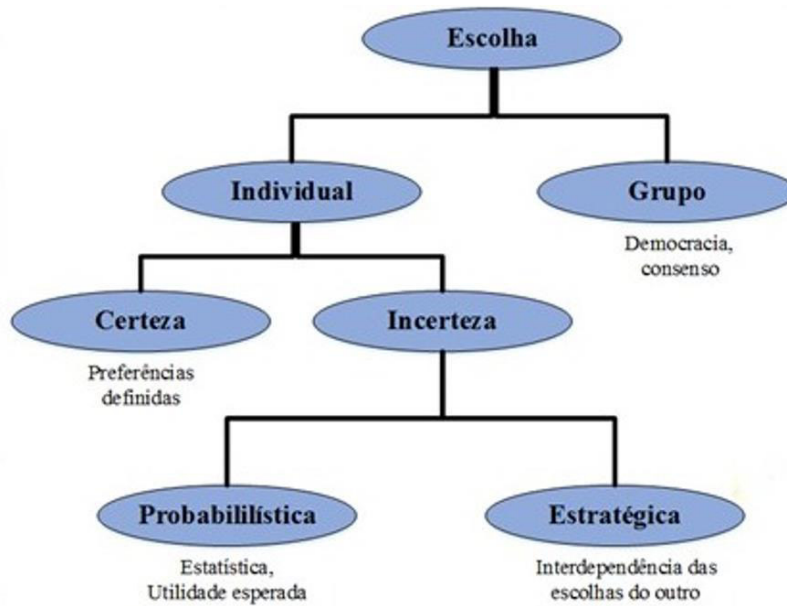


Figura 2.1- Representação de uma decisão [19].

2.4 Classificação dos jogos

Dependendo do critério de classificação adotado existem diferentes tipos de jogos e às vezes não há um consenso entre os autores da área. De acordo vários autores da área da TJ, em linhas gerais a seguir algumas classificações da TJ serão expostas por meio de categorias.

2.4.1 Jogos cooperativos ou não cooperativos

Quanto à interação entre os jogadores, um jogo pode ser classificado como cooperativo (coalizacionais) ou não cooperativos (competitivos):

- Jogos cooperativos: ocorrem quando os indivíduos atuam com suas estratégias de forma combinada em um e a decisão de cada um depende da estratégia do grupo. Os conceitos de soluções dos jogos cooperativos estão ligados aos conceitos de justiça e equidade explorados em [20], e não são foco desta dissertação. Entretanto, vale ressaltar que a TJ cooperativos busca encontrar quais são as possíveis consequências com a cooperação no jogo, que tipos de coalizões podem ser

constituídas e como será a distribuição dos ganhos, a fim de que os jogadores tenham incentivos a cooperarem.

- Jogos não cooperativos: incidem em situações competitivas, quando os indivíduos atuam com suas estratégias isoladamente sem poder constatar o comportamento real uns dos outros, a fim de determinar um vencedor. Portanto, os incentivos individuais desempenham um papel proeminente [21]. A teoria dos jogos estratégica ou não-cooperativa fornece uma estrutura para analisar tais situações de decisão. As aplicações incluem teoria de leilões, votação estratégica, comportamento coletivo, redes de interação e negociações sobre tratados internacionais dentre outros.

2.4.2 Jogos estáticos e jogos dinâmicos.

A Classificação dos jogos quanto a ordem em que os jogadores adotam as suas estratégias:

- Jogos estáticos: são aqueles em que cada jogador toma sua decisão uma única vez ignorando inicialmente as decisões dos demais [21], ou seja, um jogador não observa as decisões que estão sendo tomadas pelos outros participantes do jogo. Após as tomadas de decisões simultâneas, o resultado do jogo é realizado e este pode ser representado na forma estratégica ou normal (matriz de *payoffs*). Uma denominação alternativa usada para essa categoria é de jogos simultâneos.
- Jogos dinâmicos: acontecem quando existe um encadeamento entre as ações em todo o processo decisório. Um jogador pode vir a jogar somente após ter analisado a decisão de outros participantes do jogo e um jogador que já adotou uma ação antes pode vir a adotar novas ações ao longo do jogo. Estes tipos de jogos são

representados na forma estendida ou forma de árvore de decisões [21] e essa categoria de jogos podem também ser chamados de jogos sequenciais.

2.4.3 Jogos com informação perfeita e informação imperfeita

Esta classificação se aplica exclusivamente aos jogos dinâmicos e diz respeito ao acesso da informação pelos participantes de um jogos, o momento de tomar uma decisão, sobre o que ocorreu anteriormente, podendo este jogo dinâmico ser classificado como:

- Jogos com informação perfeita: diz-se que um jogo é de informação perfeita quando todos os jogadores conhecem todo histórico do jogo de forma prévia e com isso cada jogador pode anteceder suas ações [22].
- Jogos com informação imperfeita : O jogo será dito de informação imperfeita se algum jogador, em algum momento do jogo, tem de fazer sua jogada sem conhecer todo o histórico do jogo até o momento ou uma parte deste histórico [22].

2.4.4 Jogos de soma zero e soma diferente de zero

Quanto ao ganho entre os jogadores após ser realizado um jogo, um jogo pode ser classificado como de soma zero e soma diferente de zero:

- Jogo de soma zero: Nesse tipo de jogo, o benefício total para todos os jogadores, para cada combinação de estratégias, sempre soma zero. Ou seja, um jogador lucra exatamente o prejuízo dos outros jogadores [21]. Uma denominação alternativa usada para essa categoria é a de jogo estritamente determinado.
- Jogo de soma diferente de zero: são aqueles em que o ganho de um dos jogadores não necessariamente corresponde às perdas dos outros [21].

2.5 Modelagem formal de um jogo

Uma situação problema que faz uso da teoria dos jogos possui dois momentos importantes, que são a modelagem e a solução do jogo. No momento inicial, tem-se a modelagem, onde tenta-se traduzir a situação problema a ser resolvida numa linguagem formal, que é fundamental para o sucesso da solução a ser encontrada. Assim, na teoria dos jogos experimenta-se delinear da forma mais sucinta e completa possível a situação estratégica a ser solucionada, por meio dos modelos formais de um jogo descritos a seguir:

2.5.1 Jogos na forma coalizional

A forma coalizional é usada para a modelagem de jogos cooperativos. Nessa abordagem o jogo é descrito por uma função característica, atribuindo um valor a uma combinação de jogadores que decidiram realizar uma coalizão (trabalhar em conjunto ou cooperarem entre si). O valor imposto pela função característica à coalizão representa o máximo (de custo ou receita) a ser atribuído à coalizão de jogadores, independentemente do que façam os demais jogadores que não estão participando da coalizão [23].

2.5.2 Jogos na forma normal ou estratégica

Trata-se de uma estrutura mais apropriada para se modelar um jogo estático. Um jogo na forma normal é um modelo de tomada de decisão no qual cada jogador escolhe sua ação uma única vez e todos os jogadores fazem suas escolhas simultaneamente. Assim, nesta abordagem o jogo é descrito por uma função que associa a cada perfil de estratégias (listagem de todas as estratégias possíveis para cada jogador uma decisão para cada jogado) a um perfil de resultados (um resultado para cada um dos jogadores envolvidos quando as decisões simultâneas tomadas são aquelas descritas pelo perfil de estratégias) [18].

2.5.3 Jogos na forma extensiva.

A forma extensiva é apropriada para jogos dinâmicos. De acordo com [24] nesta forma os jogadores podem tomar decisões em várias etapas e o jogo é descrito utilizando o conceito de árvore do jogo, sendo esta composta por nós, representando pontos onde um jogador deve tomar uma decisão, e arestas direcionadas partindo desses pontos, que representam as possíveis decisões que tal jogador pode tomar naquele nó de decisão do jogo. Assim sendo, cada nó interno da árvore está conexo ao jogador que deverá jogar naquele ponto do jogo. As folhas da árvore são chamadas de nós terminais, pois indicam o fim do jogo. Desta forma, cada nó terminal representa também um resultado do jogo. Assim como em jogos em forma normal, uma recompensa para cada jogador está associada a cada possível resultado do jogo.

2.5.4 Formas híbridas.

Existe, ainda, uma forma que utiliza simultaneamente as características de um jogo na forma normal e na forma extensiva, que é usada para modelar jogos que determinam um resultado a cada momento, mas que se prolongam no tempo. Nesse caso, de acordo com [25] é usado uma árvore de jogo, onde cada nó de decisão corresponde a um jogo completo, com seus resultados, jogado nesse período. Logo, tratam-se de jogos dinâmicos, em que os jogadores se encontram uma vez, jogam e obtêm as consequências de suas decisões na forma normal. Em seguida os jogadores se encontram novamente, obtêm novas decisões e provêm os resultados das mesmas e assim sucessivamente, até o final do jogo.

2.6 Características de um jogo

Como foi visto no tópico anterior, existem vários formatos de jogos na teoria dos jogos que dependem do domínio a ser modelado. Este trabalho limita-se em apresentar a

definição, a solução, o teorema do minimax , o ponto de sela e as estratégias mistas, na forma estratégica que será usado na implementação do algoritmo jogo.

2.6.1 Definição um jogo

De acordo com, [26], o jogo “é uma representação formal de uma situação onde um número de indivíduos interagem em um cenário de interdependência estratégica”. Na teoria dos jogos a noção de jogo é usada para simular uma situação em que os jogadores produzem estratégias para maximizar seus ganhos de várias formas, onde as ações de um interferem nos resultados de outro.

Um jogo, na perspectiva da teoria dos jogos na forma normal, possui, segundo Sartini [18]: um conjunto finito de jogadores indicados por $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, em que, cada jogador $g_i \in G$ tem um conjunto finito de estratégias puras $S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im_i}\}$. A escolha de uma estratégia pelo jogador é chamada perfil de estratégia pura indicado pelo vetor $s = (s_{1j_1}, s_{2j_2}, \dots, s_{nj_n})$. O conjunto de todos os perfis de estratégia formam o espaço de estratégia pura do jogo, ou seja, o produto cartesiano (2.1):

$$S_i = \prod_{i=1}^n S_i = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n \quad (2.1)$$

Cada jogador $g_i \in G$ tem uma função utilidade que associa um número real (o ganho ou *payoff*) $u_i(s)$ do jogador g_i a cada perfil de estratégia do jogo $s \in S$.

Um dos exemplos mais conhecidos da teoria dos jogo é “O dilema do prisioneiro”, que representa bem o dilema entre cooperar e trair, sendo este criado, em 1950, por Merrill Flood e Melvin Dresher, sendo adaptado e divulgado por A.W.Tucker em um seminário para psicólogos na Universidade de Stanford, para ilustrar a dificuldade de se analisar certos tipos de jogos [27].

Resumidamente, é observada a seguinte situação: dois suspeitos, A e B, são presos pela polícia acusados de um crime. A polícia não tem provas suficientes para condená-los,

então os separa em salas diferentes e oferecem a ambos o mesmo acordo: cada um pode escolher entre confessar crime ou negar.

1. Se nenhum deles confessar, ambos serão submetidos a uma pena de 1 ano.
2. Se os dois confessarem, então ambos terão pena de 5 anos.
3. Se um confessar e o outro negar, então o que confessou será libertado e o outro será condenado a 10 anos de prisão.

Assim, cada prisioneiro toma sua a decisão sem saber a escolha do outro. Como encontrar a melhor solução para os dois prisioneiros, isto é, que estratégias podem ser escolhidas por A e B para que eles minimizem seu tempo de cadeia?

Resolvendo o dilema do prisioneiro na vertente de um jogo fazendo uso da definição formal dada anteriormente, têm-se os seguintes elementos no dilema (jogo):

1. O conjunto de jogadores $G = \{A, B\}$;
2. As estratégias $S_A = \{\text{confessar, negar}\}$, $S_B = \{\text{confessar, negar}\}$;
3. O espaço de estratégia do jogo $S = \{(\text{confessar, confessar}), (\text{confessar, negar}), (\text{negar, confessar}), (\text{negar, negar})\}$;
4. As funções de utilidade representadas na Figura 2.2;
5. Os ganhos (*payoffs*) dos jogadores através de uma matriz, denominada *matriz de payoffs* (Tabela 2.2).

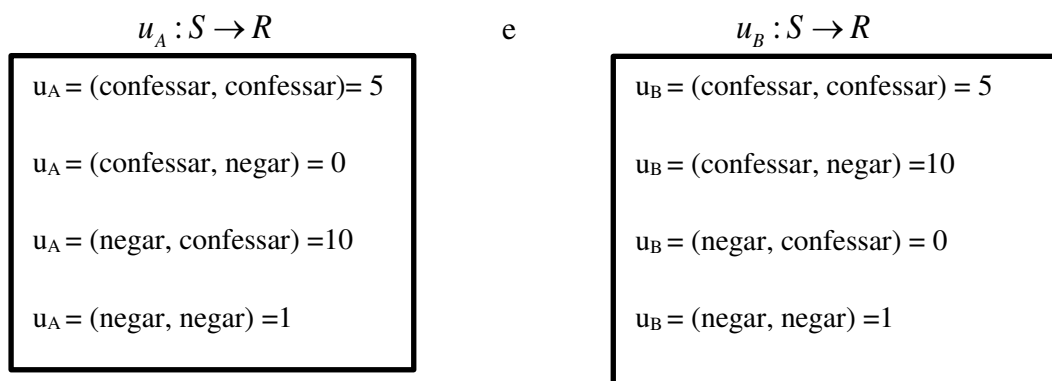


Figura 2.2 – Funções de Utilidade

Tabela 2.2- Matriz de *payoff* para o dilema de prisioneiro

		B	
		Confessar	Negar
A	Confessar	(-5,-5)	(0,-10)
	Negar	(-10,0)	(-1,-1)

Logo, para minimizar o tempo de cadeia o prisioneiro tem que maximizar o *payoff* e uma estratégia racional a ser utilizada é o par (-5, -5), que direciona o prisioneiro o incentivo da liberdade.

2.6.2 Solução de um jogo

Uma solução de um jogo é uma determinação ou previsão sobre o resultado do jogo em si. Existem vários conceitos diferentes de solução. Nesta seção, serão investigados os dois conceitos mais comuns na forma normal: dominância e equilíbrio de Nash.

a) Dominância

Numa matriz de *payoff* $m \times n$, diz-se que a linha m_1 domina uma outra linha m_2 , se todo o elemento da linha m_1 for maior ou igual a todo elemento correspondente na linha m_2 . Analogamente, faz-se o mesmo para as colunas. Logo, diz-se que uma estratégia pura $s_{ik} \in S_i$ do jogador $g_i \in G$ é estritamente dominada pela estratégia $s_{ik'} \in S_i$ se $u_i(s_{ik'}, s_{-i}) > u_i(s_{ik}, s_{-i})$ e fracamente dominada se $u_i(s_{ik'}, s_{-i}) \geq u_i(s_{ik}, s_{-i})$ com ambas desigualdades tendo todo $s_{-1} \in S_{-i}$. Assim, uma estratégia $s_i \in S_i$ é estritamente dominada por outra estratégia $s_{ik} \in S_i$ se a escolha de $s_{ik'}$ produz ganhos maiores do que a escolha de s_{ik} independentemente das escolhas dos outros jogadores [18].

Exemplo 1. Será encontrada a estratégia dominante do jogo determinado pela matriz de *payoff* na Tabela 2.3.

Tabela 2.3- Matriz de *payoff* do Exemplo 1.

		g_2			
		S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
g_1	S_{11}	(5, 2)	(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)
	S_{12}	(0, 0)	(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)
	S_{13}	(7, 0)	(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)
	S_{14}	(9, 5)	(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)

Solução. Usando a técnica de dominância obtém-se a Tabela 2.4 com a sequência da resolução:

Logo, há um único perfil de estratégia (s_{12}, s_{22}) como solução do jogo

b) Equilíbrio de Nash

Uma solução estratégica ou equilíbrio de Nash de um jogo é o ponto em que, dadas as estratégias escolhidas, nenhum dos jogadores se arrepende, ou seja, não teria incentivo para mudar de estratégia, caso jogasse o jogo novamente. Em termos matemáticos, diz-se que um perfil de estratégia $(\hat{s}_i, \hat{s}_{-i})$ com $\hat{s}_i \in S$, constitui um equilíbrio de Nash se para todo $i = 1, 2, \dots, n$ e para todo $j = 1, 2, \dots, m_i$, com $m_i \geq 2$ tem-se $u_i(\hat{s}_i, \hat{s}_{-i}) \geq u_i(\hat{s}_{ij_i}, \hat{s}_{-i})$ [22].

Onde,

- u_i representa a função de recompensas de um jogador i ;
- s é uma dada estratégia do jogador i ;
- s_{-i} é uma dada estratégia dos demais jogadores que não i , e o sinal de asterisco indica que a estratégia faz parte de um equilíbrio de Nash.

No exemplo n do dilema do prisioneiro, tem-se um equilíbrio de Nash no perfil de estratégia (confessar, confessar), assim como o perfil de estratégia (s_{12}, s_{22}) do exemplo n .

Tabela 2.4- Sequência de resolução.

Passo 1					Passo 2						
		g^2						g^2			
		S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}			S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
g^1	S_{11}	(5, 2)	(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)		S_{11}		(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)
	S_{12}	(0, 0)	(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)	g^1	S_{12}		(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)
	S_{13}	(7, 0)	(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)		S_{13}		(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)
	S_{14}	(9, 5)	(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)		S_{14}		(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)
Passo 3					Passo 4						
		g^2						g^2			
		S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}			S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
g^1	S_{11}		(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)		S_{11}		(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)
	S_{12}		(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)	g^1	S_{12}		(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)
	S_{13}		(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)		S_{13}		(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)
	S_{14}		(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)		S_{14}		(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)
Passo 5					Passo 6						
		g^2						g^2			
		S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}			S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
g^1	S_{11}						S_{11}				
	S_{12}		(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)	g^1	S_{12}		(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)
	S_{13}		(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)		S_{13}		(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)
	S_{14}		(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)		S_{14}		(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)
Passo 7					Passo 8						
		g^2						g^2			
		S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}			S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
g^1	S_{11}						S_{11}				
	S_{12}		(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)	g^1	S_{12}		(3, 2)		
	S_{13}		(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)		S_{13}		(2, 2)		
	S_{14}						S_{14}				
Passo 9					Passo 10						
		g^2						g^2			
		S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}			S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
g^1	S_{11}						S_{11}				
	S_{12}		(3, 2)			g^1	S_{12}		(3, 2)		
	S_{13}		(2, 2)				S_{13}				
	S_{14}						S_{14}				

2.6.3 O teorema Minimax de Von Neumann

O Minimax é um dos principais algoritmos para jogos de dois jogadores, como o xadrez.

Para os estudos em questão, considera-se um jogo que pode ser representado na forma normal de matriz de *payoff*, no qual o jogador A e B escolhem as respectivas estratégias $S_A = \{s_{A1}, s_{A2}, \dots, s_{Am}\}$ e $S_B = \{s_{B1}, s_{B2}, \dots, s_{Bn}\}$, com m e n naturais. Seja uma matriz de *payoff* genérica (Tabela 2.5).

Tabela 2.5- Matriz de *payoff* genérica.

$A \setminus B$	S_{B1}	S_{B2}	...	J	...	S_{Bn}
S_{A1}	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
S_{A2}	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
I	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_{Am}	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

O jogador A examinará o valor mínimo $\left(\min_{i \leq j \leq n} a_{ij}\right)$ de cada linha i e procurará o máximo desses mínimos $\left(\max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}\right)$. Analogamente B examinará o valor máximo $\left(\max_{i \leq i \leq m} a_{ij}\right)$ de cada coluna j e procurará o mínimo desses máximos $\left(\min_{1 \leq j \leq m} \max_{1 \leq i \leq n} a_{ij}\right)$. Obtendo-se (2.2):

$$\max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \leq \min_{1 \leq j \leq m} \max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} \quad (2.2)$$

isto é, o máximo dos mínimos das linhas é inferior ou igual ao mínimo dos máximos das colunas [27]. Logo, um jogador usando o algoritmo Minimax pode construir uma matriz de *payoff* encontrando para ele e para o adversário e podendo escolher soluções ótimas para s_i mesmo.

É observada primeiramente uma aplicação do Maxmin na seguinte situação problema adaptado de [28]: Duas Unidades Geradoras (no inglês, *Generating Unit (GU)*) de energia elétrica, A e B, estão planejando comercializar sua produção simultaneamente e com baixo risco. Cada unidade geradora pode ter usar matéria prima com um custo mais alto e mais eficiente na produção de energia elétrica ou custo mais baixo e menos dependendo de suas circunstâncias. Uma análise de mercado indicou que os ganhos de cada unidade geradora resultantes de cada estratégia expostos na seguinte matriz de *payoff* representada na Tabela 2.6:

Tabela 2.6- Matriz de *payoff* do problema de aplicação.

		Empresa B	
		Alto (H)	Baixo (L)
Empresa A	Alto (H)	(30, 30)	(50, 35)
	Baixo (L)	(40, 60)	(20, 20)

Logo, se ambas as empresas tomarem suas decisões simultaneamente e empregarem estratégias de baixo risco, qual deverá ser o resultado deste jogo?

Solução. Com uma estratégia Maxmin, uma unidade geradora determina o pior resultado para cada escolha, depois escolhe a opção que maximiza o *payoff* dentre os piores resultados. Se a unidade geradora A escolher H, o pior ganho ocorreria se a unidade geradora B optasse H: O lucro de A seria 30. Se a unidade geradora A escolhesse L, o pior ganho ocorreria se a unidade geradora B optasse L: O lucro de A seria 20. Com uma estratégia Maxmin, A, então, escolhe H. Se a unidade geradora B optasse L, o pior ganho

ocorreria se a unidade geradora A escolhesse L: o ganho seria 20. Se B optasse H, o pior lucro, 30, ocorreria se a unidade geradora A optasse L. Com uma estratégia Maxmin, B, então, escolhe H. Logo, sob uma estratégia Maxmin, tanto A quanto B devem produzir energia elétrica com matéria prima com um custo mais alto.

Portanto, diferentemente do equilíbrio de Nash, a solução maximin não requer que os jogadores reajam à escolha de um oponente. Se não existir uma estratégia dominante onde os resultados dependem do comportamento do adversário, os jogadores podem diminuir a incerteza inerente à confiança na racionalidade do oponente adotando, conservadoramente, uma estratégia Maxmin.

Existem alguns jogos especiais chamados de estável ou estritamente determinado onde o menor valor do ganho nas linhas da matriz de resultados corresponde ao maior ganho encontrado nas colunas da matriz [27]. Esse ponto em que o maxmin e o minmax se igualam é chamado ponto de equilíbrio ou ponto de sela (saddle point), e o valor encontrado é o valor do jogo, ou resumidamente:

$$\text{Maxmin} = \text{Minmax} = \text{ponto de sela} = v = \text{valor do jogo}$$

Caso aconteça de um jogo não apresentar nenhum ponto de sela, é afirmado que ele é estável ou não estritamente determinado.

Exemplo. Serão determinados o Maxmin e o Minmax, do jogo determinado pela matriz de *payoffs* abaixo.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Solução. Aplicando o teorema, tem-se que o objetivo do jogador I é maximizar seus ganhos mínimos. Dessa forma o jogador I deve escolher os menores ganhos em cada linha e depois o maior ganho entre eles, ou seja: o ganho do jogador I é usar Maxmin, enquanto

o objetivo do jogador II é minimizar suas perdas máximas. Dessa forma o jogador II escolhe as maiores perdas em cada coluna e depois a menor perda entre elas, ou seja: o ganho do Jogador II é usar o Minmax. Assim,

$$\begin{array}{c}
 \text{Jogador I} \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 3 & -2 & -1 & 3 \\
 3 & 2 & 3 & 3 \\
 2 & 1 & 1 & 1 \\
 3 & 0 & 3 & 0
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Jogador II} \\
 \text{Min} \\
 -2 \\
 2 \\
 1 \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Maxmin} = 2 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{Max} \\
 3 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \\
 \text{Minmax} = 2
 \end{array}$$

Logo o valor jogo é $v = 2$.

Sintetizando, o jogador usando o algoritmo Minimax pode constrói uma matriz de *payoff* encontrando para ele e para o adversário e podendo escolher soluções ótimas para si mesmo.

2.6.4 Estratégias mistas

Observa-se o seguinte jogo em que dois jogadores exibem, simultaneamente, a moeda que cada um esconde em sua mão. Se ambas as moedas exibem cara ou coroa, o segundo jogador dá sua moeda para o primeiro. Se uma das moedas apresenta cara, enquanto a outra apresenta coroa, é a vez do primeiro jogador dar sua moeda para o segundo. A Tabela 2.7 representa a matriz de *payoff* deste jogo.

Tabela 2.7- Matriz de *payoff* do jogo de moedas.

		J ₂	
		Cara (S ₂₁)	Coroa (S ₂₂)
J ₁	Cara (S ₁₁)	(+1,-1)	(-1,+1)
	Coroa (S ₁₂)	(-1,+1)	(+1,-1)

Este jogo não possui estratégias dominantes e nem equilíbrios de Nash em estratégias puras tendo assim um jogo não estritamente dominado. Num jogo como este, o uso consistente de qualquer estratégia particular por qualquer um dos jogadores pode ser aproveitado pelo outro jogador.

John Von Neumann provou que, mesmo um jogo não possuindo ponto de sela definido por uma estratégia pura, pode ser analisado no ponto de vista probabilístico para chegar-se a uma estratégia ótima por meio de um procedimento bem definido, ou seja, é possível determinar os valores das probabilidades $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ para o jogador I e as probabilidades $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ para o jogador II, selecionando-se ao acaso a estratégia a ser usada em cada jogo e determinar o valor do jogo [18]. Esta estratégia, que mistura as probabilidades de mais de uma estratégia pura, é denominada uma estratégia mista.

2.7 Aplicações da teoria dos jogos

Como um método de matemática aplicada, a teoria do jogo foi utilizada para estudar uma grande variedade de comportamentos humanos e animais. Ela foi inicialmente desenvolvida com base na economia, com foco na compreensão de uma grande coleção de comportamentos económicos, incluindo comportamentos de empresas, mercados e consumidores. As aplicações da TJ se expandiu para outras áreas como algumas mostradas a seguir:

a) Descrição e modelagem

Uma das principais utilizações da TJ é a modelagem do comportamento humano. Vários pesquisadores acreditam que encontrando os equilíbrios dos modelo de jogos podem fazer previsões exatas sobre as ações humanas em situações análogas. Essa visão particular da teoria dos jogos tem sido criticada. Os teóricos desta área geralmente

assumem que os jogadores agem racionalmente, mas, na prática, o comportamento humano muitas vezes se desvia desse modelo.

A fim de resolver esses problemas, outras pesquisas se direcionam para modelos onde os jogadores não possuem racionalidade ou possuem uma racionalidade limitada numa TJ chamada de Evolucionária, que inclui tanto modelos biológicos, bem como a evolução cultural e também de aprendizagem individual [19].

b) Biologia

As matrizes de *payoff* na biologia são diferenciadas das são usadas em economia. Os pagamentos para jogos na biologia são muitas vezes interpretados como correspondendo a medidas de aptidão. Uma aplicação do equilíbrio de Nash mais utilizada na biologia é conhecida como a Estratégia Evolutivamente Estável[22].

Em biologia, a teoria dos jogos tem sido usadas como um modelo para entender muitos fenômenos diferentes. Assim, a TJ aplicada no estudo do comportamento animal pode ser feita de várias formas como:

- Na tentativa de maximizar o seu número de filhos;
- Esclarecer o surgimento de comunicação animal;
- Explicar esse altruísmo com a ideia de seleção de parentesco, entre outras.

c) Análise prescritiva ou normativa

A TJ vista como uma como uma ferramenta de previsão não exata para o comportamento dos seres humanos, mas como uma sugestão de como as pessoas devem se comportar é foco de alguns estudiosos [4]. Esse uso normativo da teoria dos jogos também vem sendo criticado em alguns casos, pelo que se espera na reação dos jogadores adversários e em contra exemplos encontrados em relação ao dilema do prisioneiro.

d) Ciência política

A aplicação da teoria dos jogos na ciência política está focada nas áreas de sobreposição de divisão justa, economia política, escolha pública, negociação de guerra, teoria política positiva e teoria da escolha social . Em cada uma dessas áreas, os pesquisadores desenvolveram modelos da TJ em que os jogadores são frequentemente eleitores, em interação, grupos de interesse especial como a formação de coalizões entre partidos e políticos em debate[7].

e) Organização industrial

A economia industrial faz uso da TJ de forma tão intensa, que direcionou à exportação das ferramentas desta área para outros ramos da microeconomia, tal como a organização industrial, obtendo impactos práticos significativos sobre a lei antitruste e política de concorrência [7].

f) Ciência da computação

A teoria dos jogos vem realizando um papel cada vez mais importante na ciência da computação. Várias teorias têm uma base na lógica do diálogo. Assim, os cientistas da computação têm usado os jogos para modelar computação interativa . Além disso, a teoria dos jogos fornece uma base teórica para vários campos da computação, como o da inteligência artificial. Separadamente, a TJ tem desempenhado um papel em algoritmos online motivando o surgimento Teoria algorítmica dos jogos. Nesta área são desenvolvidos algoritmos para encontrar equilíbrios em jogos, mercados, leilões computacionais e mercados de segurança e informação[4].

3 Leilões de energia elétrica

Para uma melhor compreensão dos leilões de energia elétrica, é necessário certo conhecimento acerca das diversas variáveis que influenciam este tipo especial de leilão. Nessa esteira, o presente capítulo explicitará, resumidamente, a evolução do mercado elétrico, bem como alguns conceitos de suas variáveis. Além disso, consta, em anexo no Apêndice B, um glossário com termos pertinentes a este domínio.

3.1 Mercados de energia elétrica

Diversas mudanças ocorreram no mercado de energia elétrica ao longo dos anos, com características bem distintas de outros mercados de energia. Isso porque o bem comercializado é a energia elétrica, *commodity* intangível, que não pode ser armazenada de forma direta e que deve ser transportada (transmitida) instantaneamente. Nesse mercado, para cada unidade de energia consumida deve existir o equivalente de energia produzida, em exceção das perdas na transmissão. As reformas internacionais que aconteceram, direcionam-se para a transição de monopólios regularizados para mercados liberalizados, incentivando a competição entre os agentes de energia e a mais investimentos no setor elétrico [28].

O primeiro país a reformular o seu mercado, introduzindo um mercado de energia liberalizado, foi o Reino Unido, em 1990, e, desde então, diversos outros países adotaram modelos baseados no modelo de liberalização britânico [29]. O objetivo principal do paradigma da reestruturação do setor elétrico é, em sua essência, buscar uma maior eficiência para a indústria, cujo resultado pode ser revertido em benefício da sociedade na forma de modicidade tarifária.

Nos atuais mecanismos de comercialização de energia elétrica, é usual a sistemática de leilões, pois esta pretende prevenir o conluio e a mitigação do risco envolvido em geração de energia elétrica, ao menos sob a ótica do gerador [28].

A atual produção de energia elétrica faz uso de diversas fontes. Fontes primárias obtidas na natureza em seu estado bruto, tais como: o carvão, o gás natural, o urânio, o sol, o vento, a água etc. [29]. Nos centros de transformação, essas fontes primárias são convertidas em energias secundárias, obtendo, em especial, a energia elétrica, a ser transportada e distribuída aos consumidores finais [30]. Os produtores desta energia estão sujeitos ao mercado de energia elétrica, que é regulado por uma entidade competente e imparcial.

Para esclarecer melhor, a indústria da energia elétrica é fundamentalmente constituída pelas plantas de geração, pelos sistemas de transmissão e pelas redes de distribuição, isso sob ótica meramente física. Já sob o ponto de vista essencialmente regulatório, a indústria da energia elétrica é composta por agentes independentes que geram, transportam (transmitem ou distribuem) ou comercializam a energia elétrica. Por conseguinte, é indispensável o conhecimento de algumas variáveis específicas do mercado de eletricidade, como:

- A oferta é o valor da potência produzida pelas unidades geradoras de energia que vai ser vendida;
- A oferta de mercado é a soma de toda potência produzida pelas unidades geradoras e vem acompanhada de um determinado preço, que se denomina de preço de oferta;
- O preço de oferta, é a potência que está a ser disponibilizada ao mercado associada a um determinado preço em \$/MWh;
- A demanda, que é a necessidade energética do mercado, ou seja, dos consumidores.

Estas variáveis estão fortemente associadas a estratégias de comercialização, como por exemplo, a comercialização da energia produzida pelas unidades geradoras de eletricidade, que escolhem o melhor preço de oferta, pois objetivam maximizar os lucros.

A comercialização da energia elétrica representa uma fatia da indústria da eletricidade que se alicerça nas operações mercadológicas varejistas e atacadistas. O varejo refere-se às transações com os consumidores finais e engloba um conjunto de funções comerciais, como a precificação, a venda, a medição e a taxação da energia elétrica. Já as operações atacadistas, geralmente, envolvem vendas não diretamente relacionadas aos consumidores finais.

3.2 O papel dos leilões na comercialização de energia elétrica

O uso de leilões é um dos mecanismos mais antigos; utilizado na comercialização de diversas mercadorias, com relatos de sua prática desde a antiguidade. Contudo, seu estudo ganhou uma análise formal com o economista William Vickrey, ganhador do prêmio Nobel de economia, que foi um dos precursores do estudo sobre a teoria dos leilões, campo de aplicação da teoria dos jogos [31]. O seu trabalho “Counterspeculation, Auctions and Competitive Sealed Tenders”, publicado em 1961, é considerado um divisor de águas da teoria de leilões.

De acordo com [32], a teoria dos leilões obteve um avanço em 1970 com a crise do petróleo, quando os EUA deliberaram leiloar o direito de perfuração de áreas costeiras onde havia a perspectiva de existência de reservas petrolíferas, sendo requisitado o desenvolvimento de um formato de leilão para este propósito.

Na década de 90, os processos de privatização no Brasil, inclusive da energia elétrica, fizeram uso dos leilões para conceder permissões para construção e administração

de novas usinas de energia elétrica e sistemas de transmissão e, recentemente, em sua comercialização.

Na reforma do setor elétrico comentada no tópico anterior, a escolha dos leilões como mecanismo competitivo de comercialização também está diretamente ligada à semelhança da reforma com as ocorridas alguns anos antes em outros setores, como telefonia e gás.

Segundo Sheblé [33],

“(…) a grande motivação do uso de leilões é dada pela suposição de que a indústria de energia elétrica passará da taxa de retorno de preços regulados para os preços de mercado em um futuro próximo, o que requer a consideração de mecanismos diferente de formação de preço. Uma razão adicional é que a indústria de gás natural passou muito tempo despendendo esforços na pesquisa de mecanismos de leilão para os preços do gás natural quando esta sofreu desregulamentação. A indústria de energia elétrica é bastante semelhante à indústria de gás natural. Ambas as indústrias produzem, transportam e vendem seus respectivos produtos. A necessidade de um mecanismo de preços juntamente com o exemplo da indústria do gás natural é motivo suficiente para considerar o sistema de leilões na área de energia elétrica.”[33]

Alguns autores como [32] , [34] e[35] apontam algumas razões para o uso dos leilões para comercialização de energia elétrica, como:

- Aumento da concorrência;
- Eficiência econômica;
- Alocação de excesso de oferta;
- Conveniência administrativa.

Assim, o papel dos leilões no mercado de energia elétrica seria o de propulsor de competição, além de garantir preços módicos e expansão da geração.

O problema de licitação em mercados elétricos é composto por parâmetros conhecidos pelas unidades geradoras (ou seja, seus custos de produção), e desconhecidos, que são as curvas de custos e possíveis lances de seus adversários. Assim, cada unidade

geradora enfrenta um problema estratégico, em leilões, buscando obter o lance ótimo que maximize seu lucro individual [36]. Além disso, um bom leilão precisa ser feito levando em consideração algumas variáveis específicas de cada situação, e também refletir as circunstâncias econômicas mais amplas [37].

3.3 Os Tipos de leilões

Um leilão de energia elétrica, para ser bem efetivado, tem de possuir regras institucionais bem formuladas, pois estas influenciam diretamente nas estratégias dos licitantes, a fim de estimular o interesse de todos os potenciais ofertantes, evitando a prática do conluio e selecionando os melhores lances, levando em consideração os aspectos econômico, ambiental, técnico e social de onde o sistema energético será implementado [38].

Antes de uma unidade geradora entrar em um leilão de energia, ela deve conhecer qual tipo de leilão vai ocorrer na licitação. Assim, cada unidade geradora conhece as regras do leilão antes de decidir sobre sua oferta.

De acordo com Schöne [30], os leilões se diferenciam essencialmente quanto a sua natureza, forma e o preço de fechamento.

3.3.1 Tipos de leilões quanto a sua natureza

Determinado através do papel desempenhado pelos distintos grupos de participantes (compradores e vendedores) no leilão. Quanto a natureza os leilões podem ser [39]:

- **Oferta:** Leilões onde as unidades geradoras ofertam a energia elétrica que o demandante pretende adquirir pelo menor valor.

- **Demanda:** Leilões onde os compradores fazem os lances e os vendedores pretendem negociar ao maior valor.
- **Duplos:** Compradores e vendedores dão lances, sendo o preço definido de acordo com as regras do leilão.

3.3.2 Tipos de leilões quanto a sua forma

A forma de um leilão estabelece o atributo que decide como são realizados os lances. Os tipos de leilões, quanto à forma, são os seguintes [39]:

- **Abertos:** Leilões onde os licitantes tem conhecimento dos os lances de seus oponentes.
- **Fechados:** Leilões onde os lances são selados, assim seus participantes não conhecem os lances dos rivais.

3.3.3 Tipos de leilões quanto ao preço de fechamento

O preço de fechamento atribui regras para cotação do valor pelo qual o bem leilado é comercializado. Em relação a característica do preço de fechamento, os leilões podem ser de preço discriminatório e de preço uniforme [39] e [40].

- Preço discriminatório : Leilões que tem como base o seguinte conjunto de regras.
 - 1) Cada unidade geradora submete um lance como uma oferta selada.
 - 2) Os licitantes oferecem toda a sua capacidade de produção.
 - 3) Só são aceites propostas não negativas inferiores ao preço de reserva.
 - 4) O licitante com menor oferta vende eletricidade até que sua capacidade de produção seja totalmente utilizada. O segundo licitante é bem sucedido com sua oferta somente no caso da demanda remanescente. No caso de lances iguais pode ser resolvido através de sorteios contanto que a probabilidade de ser selecionado seja a mesma para todos.

- 5) A unidade geradora vencedora recebe de acordo com o lance realizado, assim, cada vencedor paga/recebe o exato lance ofertado (*pay-as-bid*).

Portanto, uma unidade geradora sob o regime deste tipo de leilão pode calcular o seu lucro com antecedência para o caso de ganhar ou perder. Podendo balancear entre um preço elevado e uma possibilidade boa de vender a maior parte de sua energia produzida.

- Preço uniforme: Sua regras são idênticas às do leilão discriminatório, com exceção dos preços pagos. Os licitantes bem sucedidos recebem um preço uniforme. É determinado pela maior oferta de todos os licitantes vencedores.

A vantagem deste tipo de leilão é que nenhum licitante é discriminado. O preço pago por unidade é o mesmo para cada gerador programado. Esta característica é importante nas discussões sobre a justiça de um sistema de preços.

3.3.4 Os formatos clássicos de leilões

De acordo com vários pesquisadores como [38] e [39] existem vários tipos de leilões, contudo quatro formatos citados a seguir são considerados clássicos.

- Leilão aberto descendente ou leilão holandês: Neste leilão os lances ofertados pelos licitantes ao operador do leilão são abertos progressivos com novos lances inferiores ao do último lance recebido. O leilão acaba quando um lance não for mais superado por outro lance.
- Leilão aberto ascendente ou leilão inglês: A dinâmica deste leilão consiste em lances abertos progressivos e ascendentes feitos até que reste apenas um licitante.
- Leilão fechado de primeiro preço: Tem seu procedimento baseado em apenas um lance fechado submetido pelo licitante.
- Leilão fechado de segundo preço ou de Vickrey: Leilão com metodologia similar ao leilão de primeiro preço, no entanto o lance ganhador será o segundo melhor lance.

Para melhor compreensão dos tipos de leilões, será citado o seguinte exemplo adaptado de [41]:

Considere as seguintes unidades geradoras de energia elétrica A, B e C com seus respectivos custos de produção fictícios 100.00 \$/h, 102.00 \$/h e 105.00 \$/h (valores previamente desconhecidos pelos demais proponentes vendedores).

No contexto do Leilão holandês, no decorrer do leilão, a unidade geradora C seria a primeira a desistir do certame, quando o preço do seu lance chegasse a ser menor ou igual a seu custo de produção. Assim, as unidades geradoras A e B continuariam no leilão até o lance atingir o custo da unidade B. Portanto, se um próximo lance da unidade A, fosse por exemplo 101.99 \$/h, o leilão seria encerrado. Assim, o vencedor seria a unidade mais eficiente – a unidade A – a um preço que tende ao custo operacional da segunda empresa mais eficiente. A aplicação do modelo de Leilão aberto ascendente ou leilão inglês, neste contexto, não faria muito sentido.

Os proponentes, que se encontram num leilão fechado de primeiro preço, enfrentam um dilema na definição do lance de preço. Para maximizar seu lucro, cada unidade geradora deve submeter um lance mais baixo possível, não sendo este inferior ao seu custo de produção. Assim, a unidade geradora maximiza sua probabilidade de ganhar a disputa. Todavia, para maximizar seu lucro, cada unidade geradora deve submeter um lance de preço superior ao seu custo. Logo, um estudo de estratégia para este tipo de leilão se torna necessário.

Para corroborar o presente estudo, analisa-se o exemplo: as unidades A, B e C não sabem os custos de produção de seus rivais. Se as unidades A e B submeterem um lance superior ao seu custo (108.50 \$/h e 109.00 \$/h, por exemplo) e a unidade C for mais conservadora, submetendo um lance mais próximo ao custo de produção (108.00 \$/h, por exemplo).

Neste panorama, a unidade C ganharia o certame vendendo sua energia a 108.00 \$/h, apesar da unidade A ter o menor custo.

No cenário leilão de envelope fechado de segundo preço, cada unidade também participa por meio de um único lance e o negócio também é fechado com o proponente que ofertar o produto ao menor lance, mas o lance que define o leilão é o segundo menor lance de preço submetido. Portanto, as unidades geradoras maximizam a probabilidade de ganhar o certame submetendo lances iguais ou bem próximos aos seus custos de produção. Assim o resultado esperado, no exemplo, é que a unidade A ganhe o leilão.

4 Análise Comparativa da Aplicação da Teoria de Jogo aos Vários Tipos de Leilões em Mercados Elétricos

Um agente de energia, competindo em um jogo no formato de leilões de energia elétrica, tem de decidir quanto de energia oferecer e a que preço [42]. Porém, mercados de eletricidade possuem as características de um oligopólio, com barreiras de entrada e restrições físicas. A curto prazo é possível assumir nenhuma ou baixa elasticidade da demanda. Assim, simulando um leilão de energia, podem-se encontrar incentivos para o agente de energia, para que este tenha seu *commodity* a um preço distinto de seus custos marginais, podendo extrair um ganho maior num mercado imperfeito [43].

O estudo da interação entre os agentes em um leilão de energia elétrica carece de modelos matemáticos que possam simular o comportamento aproximado destes agentes e a teoria dos jogos é um ramo da matemática que auxilia a modelagem de fenômenos que ocorrem quando dois ou mais agentes de decisão interagem entre si.

Assim, de acordo com [44], os leilões de energia elétrica podem ser modelados como um jogo estratégico com as seguintes particularidades:

- Mínimo de dois jogadores, ou seja, cada Unidade Geradora de eletricidade (GU) é um jogador: cada GU possui no mínimo uma estratégia (lances);
- De informação incompleta: uma vez que as funções de custo e de avaliação de cada jogador são informações confidenciais;

- Não cooperativo: tendo em vista que existe uma competição entre os jogadores não havendo cooperação (são desprezados neste trabalho os cartéis e conluíus);
- Pode ser simultâneo, quando existe lance único, bem como sequencial, quando há lances sucessivos. Para cumprir as finalidades deste trabalho serão avaliados apenas alguns casos.
- Neste ambiente na forma de um jogo, as GU's precisarão de toda a ajuda computacional possível [45].

4.1 Metodologia da teoria dos jogos utilizada na análise comparativa

A teoria dos jogos se aplica a uma gama extremamente ampla de situações. Dependendo de cada situação, em particular, das questões que buscam responder com a modelagem, usando uma forma específica de jogo. Um movimento estratégico influencia o comportamento condicional do oponente. Se o jogo for bem compreendido e a reação do oponente puder ser prevista, um movimento estratégico deixará o jogador em melhor situação.

A literatura existente revela avanços da aplicação da TJ no domínio dos mercados de eletricidade. No ambiente mais específico da comercialização são também encontradas várias ferramentas e suas restrições, permitindo uma percepção mais realista do mercado com seus participantes. [46] desenvolveram um equilíbrio baseado estratégia de lances Nash em um mercado da eletricidade competitivo.

Algoritmos baseados em sistemas multiagentes foram aplicados para encontrar o equilíbrio de um jogo baseado em leilão duplo num mercado de eletricidade [47]. [48] usa uma abordagem de jogo evolutiva para analisar estratégias de licitação, considerando a demanda elástica.

As estratégias de lances ótimos para unidades geradoras em um mercado competitivo foram estudadas em [49] usando teoria dos jogos para estimar o comportamento rival e desencorajar coalisões. A análise comparativa global de vários jogos com modelos teóricos em mercados da eletricidade foi apresentada em [36]. Assim, foi percebido que a teoria dos jogos foi aplicada às diversas subáreas dos mercados de eletricidade não existindo uma análise comparativa entre os diversos tipos de leilões, o que pode enriquecer muito a literatura que abrange esta área.

Após o levantamento bibliográfico sobre as metodologias da teoria dos jogos nos leilões de energia elétrica, foram identificadas várias metodologias na perspectiva das GU's de energia. Uma delas chamou atenção pelas quantidades de lances analisados simultaneamente apresentadas em [47], assim como outras mais práticas expostas em [50].

A metodologia simula os leilões de energia elétrica no formato de um jogo onde a demanda total D é conhecida pelas GU's. Contudo, ela será simulada de outra forma levando em consideração os vários tipos de leilões. Alguns autores da TJ comentam que a escolha individual de um jogador pode ser estratégica ou probabilísticas. Apesar disso, as diversas metodologias comentadas anteriormente entrelaçam as ferramentas das áreas da TJ e probabilidade potencializando a estratégia a ser usada no processo de escolha.

Assim sendo, neste leilão de energia elétrica apresentam-se os seguintes atores:

- As Unidades Geradoras (GU's): Farão o papel principal dos leilões simulados, levando em conta sua perspectiva.
- As Unidades Virtuais (VU's): São as unidades geradoras adversárias no ambiente de licitação.
- O Operador do Sistema (SO): É o coordenador do leilão responsável pela execução do leilão e sua sistemática.

Os lances submetidos pelas GU's ao Operador do Sistema são:

Lance 1 representado pelo par ordenado (π_1, g_1) , lance 2 por (π_2, g_2) , lance 3 (π_3, g_3) e assim sucessivamente, dependendo da quantidade de lances necessários.

Onde:

- $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ são os preço por unidade gerada com, $\pi_1 < \pi_2 < \dots < \pi_n$;
- g_n é a potências ofertadas com, $g_1 = g_2 = \dots = g_n = \frac{g_{max}}{n}$, sendo g_{max} a capacidade máxima de geração.

Cada GU tenta representar o comportamento estratégico de seus concorrentes às UV's para maximizar seu lucro fundamentado numa sequência de ações detalhadas nas subseções a seguir.

4.1.1 Obtenção do conjunto de estratégias

O conjunto de estratégias S_i ou possíveis lances de uma GU munido de sua curva de custo padrão $CC(g) = a^2 + bg + c$, vêm do produto cartesiano entre as triplas $T_1 = (L_1, M_1, H_1)$, $T_2 = (L_2, M_2, H_2)$, ... , $T_n = (L_n, M_n, H_n)$.

Sendo M_n o custo marginal em partes “baixa” e “alta” da $CC(g)$ da GU. Para este trabalho, foram simulados o máximo de três lances com M_1, M_2 e M_3 representados a seguir(4.3, 4.4):

$$\begin{aligned} M_1 &= 2a \left(\frac{1g_{max}}{10} \right) + b; \\ M_2 &= 2a \left(\frac{1g_{max}}{4} \right) + b; \\ M_3 &= 2a \left(\frac{3g_{max}}{4} \right) + b \end{aligned} \tag{4.3}$$

Os valores L_n, H_n são definidos como 10% acima e abaixo dos valores médios, tal como descrito em (2).

$$\begin{aligned} L_1 &= 0,9M_1; H_1 = 1,1M_1; \\ L_2 &= 0,9M_2; H_2 = 1,1M_2 \end{aligned} \tag{4.4}$$

4.1.2 Modelando as estratégias dos concorrentes

Para maximizar a sua estratégia em um ambiente com m jogadores, cada GU simula os comportamentos dos seus concorrentes criando um conjunto de n Unidades Geradoras Virtuais (do inglês, *Unit Virtual* (VU)), preenchendo as lacunas do jogo de informação incompleta. Logo, é imposta à cada VU uma curva de custo, representando a fidelidade com que esta representa o seu concorrente. Além disso, cada GU pode ter um número k de jogos que está relacionado com o nível de satisfação do lucro obtido por esta, onde cada jogo tem 9^{n+1} possibilidades, sendo n o número de GU's.

O conjunto de possibilidades, para o k -ésimo jogo pode ser representado por uma matriz de *payoff* (Tabela 4.1), onde as possibilidades de lances do GU são expostas nas linhas e as possibilidades conjuntas para os VU's nas colunas.

Tabela 4.1- Conjunto de possibilidades do k -ésimo jogo.

	$S_{a,1}$	$S_{a,2}$	$S_{a,9}$
$S_{bi,1}^k S_{cj,1}^k$					
⋮					
$S_{bi,1}^k S_{cj,9}^k$					
$S_{bi,2}^k S_{cj,1}^k$					
⋮					
$S_{bi,2}^k S_{cj,9}^k$					
⋮					
$S_{bi,9}^k S_{cj,1}^k$					
⋮					
$S_{bi,9}^k S_{cj,9}^k$					

4.1.3 Determinação da Melhor Estratégia

A partir dos lances de cada GU é realizado um despacho de mínimo custo em cada célula da matriz de *payoff*, que é descrito pelas equações expostas de (3) à (12) conforme [51].

$$\min \sum_{i \in I} C_i(p_i) \quad (4.5)$$

S.a

$$f_{pk}(x) + D_k - \sum_{i \in I_k} p_i = 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, N \text{ barras} \quad (4.6)$$

$$f_{qk}(x) + Q_{load_k} - \sum_{i \in I_k} q_i = 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, N \text{ barras} \quad (4.7)$$

$$g_m^{\min} \leq g_m(x) \leq g_m^{\max} \quad \text{para } m = 1, \dots, M \text{ barras ou ramos} \quad (4.8)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i(x) \leq p_i^{\max} \quad \text{para } i \in I \quad (4.9)$$

$$q_i^{\min} \leq q_i(x) \leq q_i^{\max} \quad \text{para } i \in I \quad (4.10)$$

$$f_{pk}(x) = \sum_{i=1}^N V_k V_i [G_{ki} \cos(\theta_k - \theta_i) + B_{ki} \sin(\theta_k - \theta_i)] \quad (4.11)$$

$$f_{qk}(x) = \sum_{i=1}^N V_k V_i [G_{ki} \sin(\theta_k - \theta_i) - B_{ki} \cos(\theta_k - \theta_i)] \quad (4.12)$$

Em (4.5), $C_i(p_i)$ denota o custo total de produção de potência ativa do gerador i no intervalo de uma hora. As igualdades expostas em (4.6) e (4.7) indicam as restrições de balanço de potência do FPO em análise. Na equação ilustrada em (4.11), $x = [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_N V_1 V_2 \dots V_N]^T$ designa o vetor dos ângulos e magnitudes das tensões, f_{pk} representa a totalidade do fluxo de potência ativa deixando a barra k , p_i correspondente à

potência ativa de saída do gerador i , D_k indica a demanda de potência ativa na barra k . Na expressão exibida em (4.12), f_{qk} designa a totalidade do fluxo de potência reativa deixando a barra k , q_i indica a potência reativa de saída do gerador i , e Q_{load_k} corresponde à demanda de potência reativa na barra k . Os fluxos f_{pk} e f_{qk} previamente descritos são calculados, respectivamente, pelas expressões apresentadas em (4.11) e (4.12) [51].

$$0 \leq S_{ij}(x) \leq S_{ij}^{m\acute{a}x} \quad \text{para todos os ramos } ij \quad (4.13)$$

$$V_k^{m\acute{i}n} \leq V_k(x) \leq V_k^{m\acute{a}x} \quad \text{para } k = 1, \dots, N \quad (4.14)$$

A inequação ilustrada em (4.8) consiste em uma representação genérica das restrições de rede que caracterizam o FPO vigente. Tal inequação incorpora as restrições de desigualdades expostas em (4.13) e (4.14). Já as desigualdades apresentadas em (4.9) e (4.10) representam os limites de saída dos geradores, nas quais $p_i^{m\acute{i}n}$ e $q_i^{m\acute{i}n}$ denotam, respectivamente, as mínimas potências ativa e reativa de saída permitidas para a unidade geradora i [51].

Em seguida o lucro l_i obtido pela GUI é atribuído ao valor da célula. Esse lucro é calculado por:

$$l_i(g_i) = g_i \cdot \lambda_i - CC_i(g_i) \quad (4.15)$$

Onde:

g_i : é a energia total despachada por GUI

λ_i : corresponde ao valor do preço spot, obtido na solução do problema de despacho.

O resultado do jogo é alcançado usando uma das ferramentas da teoria dos jogos, o critério Maximin, e representa o lucro esperado para GUI. O processo consiste em:

- Examinar o valor mínimo $\left(\min_{i \leq j \leq n} a_{ij} \right)$ de cada coluna i e obter um vetor (l_i^k) , denominado vetor de lucros mínimos esperados no k -ésimo jogo.

- Em seguida, seleciona-se o valor máximo desses mínimos $\left(\max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}\right)$.
indicado por v_i^k .
- No vetor l_i^k é determinado se existir os valores iguais a v_i^k , indicado por nv_i^k .
- Então, é atribuído a cada elemento do vetor l_i^k uma probabilidade, cujo valor é zero para todos os elementos de l_i^k menores que v_i^k e $\frac{1}{nv_i^k}$ para os elementos de iguais a v_i^k . Obtendo-se outro vetor denominado vetor de distribuição de probabilidades do k-ésimo jogo (ω_i^k).
- Por fim, após todos os jogos terem sido simulados e suas matrizes de *payoff* calculadas, pode-se encontrar o resultado geral analisando o vetor de distribuição de probabilidade de todas as estratégias possíveis para a GU_i.

Implementando o algoritmo de aprendizado Minimax tem-se uma decisão por heurística, transformando cada unidade geradora em jogadores inteligentes na perspectiva de um leilão. Assim, cada GU_i é capaz de examinar várias sequências de ações a fim adotar a decisão de jogada que o leve à vitória. Ele tenta maximizar a sua probabilidade de ganho, e, ao mesmo tempo, assume que as VU's tentaram minimizar esta probabilidade. A ideia do algoritmo é iniciar na posição corrente e usar um gerador de movimentos plausíveis (matrizes de *payoff*) para gerar o conjunto de possíveis jogadas. Então, aplica-se a função de avaliação estática (o vetor de distribuição de probabilidades do k-ésimo jogo) a essas jogadas e simplesmente escolhe-se a melhor.

4.1.4 Aplicação da Melhor Estratégia

Os lances encontrados após análise dos vetores são encaminhados para o Operador do Sistema (SO) que, então, realizará o despacho de mínimo custo, levando em consideração a demanda e os lances enviados por todas as GU's do ambiente.

4.1.5 Análise dos resultados

Após a realização do despacho, o SO apresenta para as GU o valor obtido por cada uma delas. Então, se o lucro da GU for abaixo de sua expectativa a GU precisará buscar uma melhor aproximação das curvas de custos das unidades virtuais em seguida repetir a metodologia.

4.2 Aplicação da metodologia aos Vários Tipos de Leilões em Mercados Elétricos

Objetivando comparar alguns tipos de leilões, fazendo uso da metodologia previamente proposta, considera-se, no presente exemplo, o sistema teste IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) 57 para validação. Os valores dos parâmetros de tal sistema foram obtidos em [52]. O sistema-teste IEEE 57 representa uma porção do sistema elétrico de potência dos Estados Unidos situada na região meio-oeste de tal país. Trata-se de um sistema de potência de grande porte originalmente constituído por 7 unidades geradoras, 57 barras (subestações), 80 ramos (linhas de transmissão e transformadores) e 42 cargas. Todavia, para a presente estratégia de otimização de ofertas, assume-se que o sistema-teste em IEEE 57 seja composto apenas pelas unidades geradoras conectadas às barras 1 e 5, conforme exposto no diagrama unifilar da Figura 4.1.

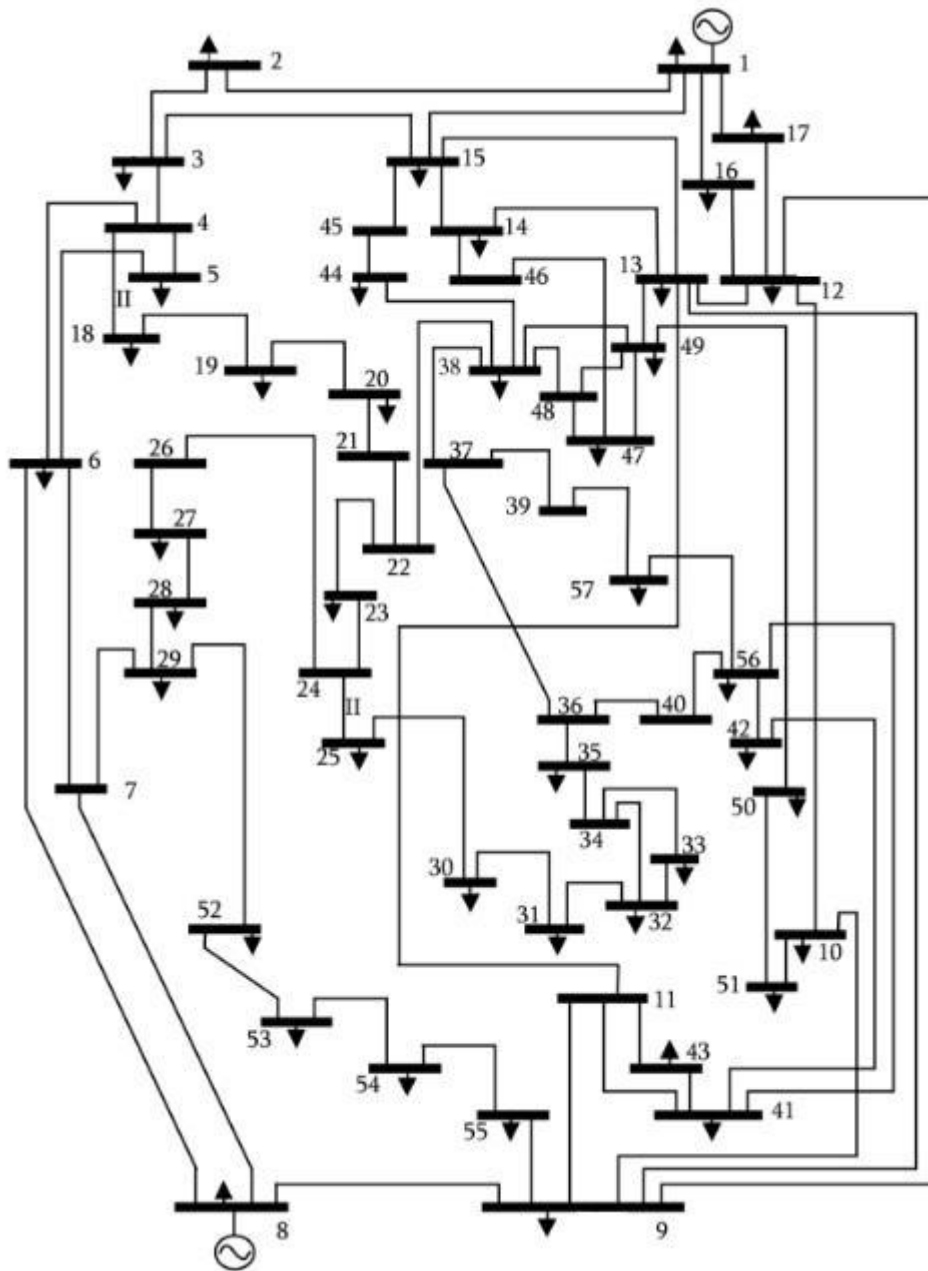


Figura 4.1- Diagrama unifilar representativo do sistema [52].

Os limites operativos e os coeficientes das funções de custo de produção de eletricidade da unidade geradora A são devidamente especificados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2- Os valores dos parâmetros do sistema IEEE 57.

Barra da Unidade Geradora A	Potência saída mínima (MW)	Potência de saída máxima (MW)	a (\$/MWh ²)	b (\$/MWh)	c (\$/h)
1	0	650,8	0,007	20	0

Sob a perspectiva da unidade geradora A, os comportamentos dos custos de produção de eletricidade das VU's são estimados e exposta na Tabela 4.3.

Tabela 4.3- Funções de custo das unidades virtuais.

VU's	Função de custo de produção de eletricidade das VU's (\$/h)
Unidade virtual B	$0,008P^2 + 30P$
Unidade virtual C	$0,005P^2 + 25P$

Aplicado à metodologia modelada no MATLAB (Matrix Laboratory) para o leilão fechado de segundo preço obtêm-se os seguintes lucros obtidos pela GU_i que é atribuída ao valor de célula da matriz de *payoff* na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Lucros obtidos pela GU_i

	$S_{a,1}$	$S_{a,2}$	$S_{a,3}$	$S_{a,4}$	$S_{a,5}$	$S_{a,6}$	$S_{a,7}$	$S_{a,8}$	$S_{a,9}$
$S_{bi,1}^k S_{cj,1}^k$	2,8960	2,940 8	2,919 9	2,927 8	2,945 0	2,916 6	2,903 3	2,854 7	3,614 1
$S_{bi,1}^k S_{cj,2}^k$	2,9815	2,947 1	2,987 2	2,927 6	3,615 9	2,954 3	2,936 9	2,931 9	2,932 5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$S_{bi,9}^k S_{cj,8}^k$	5,1533	5,163 6	5,154 5	5,196 2	5,159 9	5,151 9	5,192 4	5,158 7	5,155 4
$S_{bi,9}^k S_{cj,9}^k$	5,2144	5,179 6	5,175 0	6,029 7	5,183 8	5,172 0	5,221 2	5,223 5	5,176 7

Selecionando-se o valor máximo desses mínimos $\left(\max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij} \right)$ encontra-se o vetor $l = (2,8960; 2,9408; 2,9199; 2,9276; 2,9354; 2,9166; 2,9033; 2,8547; 2,9325)$, levando em conta a existência de valores iguais.

Atribuindo a cada elemento do vetor l uma probabilidade de acordo com a metodologia, tem-se o vetor de distribuição de probabilidades $\omega = (0, 100, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Assim, de acordo com ω , dentre os pares de estratégias S_A representados na Tabela 4.5, a estratégia em que GU_A obtém maior lucro e maior probabilidade de aceitação com base nos lances encontrados pelas Vus , par de lances da estratégia $S_{A,2}$, com Lance 1: (20.0500; 100) e Lance 2: (26.8334; 100). Com ambos os lances a GU_A irá obter um lucro de $3,0837 \times 10^3$ \$/h.

Tabela 4.5- Conjunto de estratégias S_A do leilão fechado de segundo preço.

GU	Lance 1 (π_1, g_1)	Lance 2 (π_2, g_2)
S_{A,1}	(20.0500; 325,4)	(24.1501; 325,4)
S_{A,2}	(20.0500; 325,4)	(26.8334; 325,4)
S_{A,3}	(20.0500; 325,4)	(29.5167; 325,4)
S_{A,4}	(22.2778; 325,4)	(24.1501; 325,4)
S_{A,5}	(22.2778; 325,4)	(26.8334; 325,4)
S_{A,6}	(22.2778; 325,4)	(29.5167; 325,4)
S_{A,7}	(24.5056; 325,4)	(24.1501; 325,4)
S_{A,8}	(24.5056; 325,4)	(26.8334; 325,4)
S_{A,9}	(24.5056; 325,4)	(29.5167; 325,4)

Os lances encontrados na perspectiva de um leilão fechado de primeiro preço, após todos os jogos terem sido simulados e suas matrizes de *payoff* calculadas foram apresentados na Tabela 4.6 :

Tabela 4.6- Conjunto de estratégias S_A do leilão de primeiro preço,.

GU	Lance 1 (π_1, g_1)
S_{A,1}	(24.1501; 650,8)
S_{A,2}	(26.8334; 650,8)
S_{A,3}	(29.5167; 650,8)

Analisando o vetor de distribuição de probabilidade de todas as estratégias possíveis para a unidade geradora, obtém-se um maior lucro de $5,5841 \times 10^3$ \$/h com o lance $S_{A,3}$.

Sob a ótica do leilão holandês, levando em consideração apenas 3 lances na ordem decrescente numa vertente fechada, a quantidade de opções de lances, que podem ser ofertados para o SO aumenta. Portanto, os lances encontrados entre os 27 foram os lances com probabilidade de 11,12% expostos na Tabela 4.7.

Tabela 4.7- Conjunto de estratégias S_A do leilão holandês.

GU	Lance 1 (π_1, g_1)	Lance 2 (π_2, g_2)	Lance 3 (π_3, g_3)
S_{A,9}	(18.8200; 216.94)	(24.5056; 216.94)	(29.5167; 216.94)
S_{A,18}	(20.9111; 216.94)	(24.5056; 216.94)	(29.5167; 216.94)
S_{A,27}	(23.0022; 216.94)	(24.5056; 216.94)	(29.5167; 216.94)

Assim, para melhorar a expectativa da GU em relação ao seu lucro, esta deve escolher os lances contidos nas estratégias $S_{A,9}$, $S_{A,18}$ e $S_{A,27}$. Contudo, se a GU for uma unidade que aposta em um lucro menor de $2,4799 \times 10^3$ \$/h com uma margem segura de aceitação dos seus lances pelos SO o lance escolhidos deve ser o da estratégia $S_{A,3}$. De maneira análoga, só que no formato de lances crescente o leilão inglês se aproveitaria da mesma tabela escolhendo os valores no sentido contrário, levando em consideração um leilão de apenas três rodadas. Contudo, este tipo de leilão não se encaixa muito bem nesta

perspectiva das unidades geradoras, pois o Operador do Sistema almeja que os lances na licitação seja os menores possíveis.

4.2.1 Análise dos resultados

A seguir são apresentadas algumas conclusões em relação à aplicação da metodologia aos diversos tipos de leilões sob várias perspectivas:

a) Sob uma perspectiva geral

O valor do lucro esperado por cada GU, em todos os tipos de leilão, aumenta junto com o risco, o que é coerente com a teoria de que um investimento mais arriscado traz uma recompensa maior para o licitante.

Os resultados expostos confirmam a clara mudança de comportamento das GU's em cada tipo de leilão diante da percepção dos riscos. Além disso, permitem avaliar o quanto as incertezas sobre o preço e a geração de energia podem afetar diretamente o lucro de cada GU.

A quantidade de opções de lances que as GU's podem ofertar para o SO aumenta de acordo com a quantidade de GU's participantes de qualquer tipo de leilão.

b) Sob a perspectiva do Operador do Sistema

O SO é responsável pela formulação da sistemática e coordenação dos leilões. Um dos seus objetivos é comprar energia mais barata das GU's. Neste contexto, a não existência de coalizões pode se tornar um ponto chave para reduzir o preço de venda das GU's licitantes.

Analisando os resultados, foi constatado que os leilões do tipo fechado de primeiro e segundo preço reduzem a possibilidade de coalizão entre seus participantes, pois se os jogos fossem repetidos indefinidamente, os licitantes conheceriam todos os possíveis *payoffs* e seu comportamento racional induziria a consequências aparentemente de conluio. Entretanto, de acordo com as Tabelas 4.5 - 4.7, o leilão holandês mostrou-se

mais propicio a coalizão, trazendo os menores valores de retorno das GU's em relação aos outros dois tipos leilão.

Assim sendo, numa situação similar ao que foi simulado, criar uma sistemática de leilão no formato holandês é mais vantajoso na perspectiva do SO, já que, além de reduzir o valor do preço ofertado, o SO ainda minimiza a preocupação em relação às possíveis propostas de coalizões pelas GU's, pois é provável que nem todos os *payoffs* tornem-se públicos, não sendo acessíveis por todos os licitantes. Além disso, os *payoffs* das GU's concorrentes podem ser conhecidos apenas mediante um amplo e custoso intercâmbio de informações ou por meio de um movimento e da observação, posterior, das reações da oponente.

O segundo tipo de leilão mais vantajoso para o SO é o leilão de segundo preço, por apresentar em sua sistemática que converge para a revelação do preço mínimo que as GU's estão preparados a ofertar.

c) Sob a perspectiva das Unidades Geradoras

O objetivo das GU's é obter o maior lucro possível, delimitadas por dois fatores:

- quanto menor o valor de seu lance, maior é sua oportunidade de realizar a venda; por outro lado;
- quanto maior o valor de seu lance, maior tende a ser a receita adquirida na transação, caso seja efetuada.

Balizados por estes fatores, uma GU pode escolher em qual tipo de leilão participar dependendo das especificações deste.

Com base na análise dos resultados, observa-se que, na perspectiva da GU's, um leilão com as características do tipo fechado primeiro preço se torna mais vantajoso, pois:

- Se existissem vários lances, os licitantes poderiam mensurar os possíveis *payoffs* das VU, e se direcionar para uma coalizão, o que não seria muito lucrativo,

segundo os resultados encontrados no leilão holandês. Além disso, a sustentação de um resultado de conluio encontra-se relacionada ao fato da existência de variantes nas condições do mercado. Portanto, as GU's participantes do leilão necessitam modificar suas combinações de preços e quantidades repetidamente, tornando esse procedimento custoso.

- Nos três tipos de leilões apresentou a desvantagem de suas curvas de ofertas tenderem a ser reveladas para o operador. Contudo, o leilão fechado de primeiro preço se mostra menos propenso a isto, pois é dado apenas um lance ao operador do leilão.
- O leilão de segundo preço usa um artifício que tende a levar as GU's revelarem o preço mínimo ao qual estão dispostos a ofertar, pois na sistematização deste leilão pode ser definido um preço final de venda com base no maior lance de preço dos perdedores.

Portanto, do ponto de vista das GU's, caso tenham a opção de escolher em qual leilão participar, em primeiro lugar a escolha mais vantajosa é o leilão de primeiro preço, em segundo o leilão de segundo preço e, por último, o leilão holandês.

4.3 Aplicação da teoria dos jogos em leilões de energia eólica

4.3.1 Energia eólica

O ressurgimento das energias renováveis dá-se a partir das mudanças mercadológicas impressas pelas reformas comentadas no tópico 3.1 no contexto geral dos mercados elétricos, fato que levou a implementação de novas metodologias de comercialização da energia elétrica. Portanto, diante de acentuados aprimoramentos tecnológicos e da efetivação de mecanismos de incentivos governamentais, a geração eólica iniciou sua escalada de inclusão no cenário do setor elétrico mundial,

desempenhando, desde então, um papel de relevância crescente no suprimento energético [53] e [54].

Os programas de incentivos prestados pelos governos de alguns países vêm contribuindo para o crescimento do setor eólico. A Energia Eólica (EO) é hoje em dia vista como uma das mais promissoras fontes de energia renováveis. Contudo, ainda que a EO esteja associada a benefícios ambientais expressivos, do ponto de vista da emissão de substâncias nocivas à atmosfera, existem outros aspectos ligados com a preservação ambiental que não podem ser negligenciados[55]. Logo, é imprescindível que os projetos sejam adequadamente agregados à paisagem e desenvolvidos em colaboração com as comunidades locais, para manter o apoio da opinião pública a esta forma de energia.

4.3.2 Aplicação da metodologias da teoria dos jogos à leilões de energia eólica

A indústria do setor eólico e sua extensa cadeia produtiva vêm crescentemente se consolidando em várias regiões do mundo, evidenciando, como consequência, mais competitividade no mercado de eletricidade. Assim, a busca por melhores resultados nos leilões de EO se tornam fundamental para unidades geradoras deste tipo de energia.

Objetivando incorporar a metodologia apresentado no tópico 4.1 em leilões de energia eólica, será apresentado a seguir um modelo com algumas adaptações inerentes a este novo domínio:

Na sub tópico 4.1.3, onde é determinada a melhor estratégia das GU a partir dos seus lances, é efetivado um novo tipo de despacho econômico de mínimo custo em cada célula da matriz de *payoff*, será proposto pelas equações expostas de (4.15) à (4.18), conforme [56]. Este modelo é válido em qualquer período de tempo determinado. No entanto, para diminuir a confusão neste ponto, a dependência temporal das equações é suprimida.

$$\sum_i^N C_{wj}(\omega_i) + \sum_i^N C_{p,wj}(W_{i,av} - \omega_i) + \sum_i^N C_{r,\omega,i}(\omega_i - W_{i,av}) \quad (4.15)$$

S.a

$$p_i^{mín} \leq p_i(x) \leq p_i^{máx} \quad (4.16)$$

$$0 \leq \omega_i \leq \omega_{r,i} \quad (4.17)$$

$$\sum_i^N (\omega_i) = L \quad (4.18)$$

Onde:

- N número de geradores eólicos;
- (ω_i) energia eólica agendada a partir do gerador de energia eólica;
- $W_{i,av}$ energia disponível no i -ésimo gerador eólico. Esta é uma variável aleatória, com um intervalo $0 \leq \omega_i \leq \omega_{r,i}$ e probabilidades variando com uma função densidade probabilidade (fdp) . Será considerada a fdp Weibull para variação de vento;
- $\omega_{r,i}$ energia eólica nominal do i -ésimo gerador;
- $C(\omega_i)$ Custo para o i -ésimo gerador eólico.
- $C_{p,wj}$ função de custo de penalidade por não usar toda a energia disponível a partir do i -ésimo gerador eólico;
- $C_{p,wj}$ função de custo de reserva obrigatório, relativa à incerteza da energia eólica. Esta é efetivamente uma penalidade associada à superestimação da energia eólica disponível;
- L carga do sistema e perdas.

Para metodologia apresentada em 4.1, é demonstrada de forma estimada a função custo das GU's e das VU's. Portanto, examinando de perto a função objetiva (4.15), o primeiro termo é o custo direto para a energia derivada dos geradores eólicos.

A existência e o tamanho deste termo dependerão da posse dos geradores. Se os geradores são de propriedade do operador do sistema, este termo pode nem mesmo existir considerando apenas o custo incremental do combustível, que é zero para o vento. Entretanto, se o operador do sistema estiver pagando pela energia eólica do proprietário do parque eólico, um custo direto será envolvido.

O segundo termo, que será explicado mais detalhadamente a seguir, explica o não uso de toda a energia eólica disponível. Como o termo anterior, os custos associados a este termo dependerá de quem é dono dos geradores eólicos. Finalmente, o terceiro termo na função objetiva refere-se ao preço que deve ser pago pela superestimação da energia eólica disponível. Sem levar em conta a propriedade dos geradores eólicos, o modelo deve contar com a possibilidade de uma reserva precisar ser aproveitada se toda a energia eólica disponível for inadequada para cobrir a quantidade de energia eólica programada em um determinado período de tempo [56].

Nos geradores convencionais foi assumida uma função de custo quadrática, que é a forma prática da maioria dos casos; já para este modelo será assumida uma função de custo linear para a potência gerada pelo vento

$$C_{\omega,i}(\omega_i) = d_i \omega_i \quad (4.18)$$

Onde d_i é o coeficiente de custo direto para o i -ésimo gerador de energia eólica.

Assume-se que o custo de penalização por não usar toda a energia eólica disponível será linearmente relacionado à diferença entre a energia eólica disponível e a energia eólica real utilizada. A função de custo de penalização tomará então a seguinte forma

$$C_{p,\omega,i}(W_{i,av} - \omega_i) = k_{p,i}(W_{i,av} - \omega_i) = k_{p,i} \int_{\omega_i}^{\omega_{r,i}} (\omega - \omega_i) f_W(\omega) d\omega \quad (4.19)$$

Onde:

$k_{p,i}$ custo penalidade (subestimação) coeficiente para o i gerador de energia eólica;

$f_W(\omega)$ WECS (Sistemas de Conversão de Energia Eólica) energia eólica fdp.

Como com o custo direto, se o operador do sistema possuir os geradores eólicos, o custo da penalidade pode não existir.

O custo exigência de reserva será semelhante ao custo penalidade (4.19), na medida em que é uma parte integrante através da fdp da variável aleatória de energia eólica, exceto que, neste caso, é um custo devido à energia eólica disponível sendo menos que a energia eólica programada.

$$C_{r,\omega,i}(\omega_i - W_{i,av}) = k_{r,i}(\omega_i - W_{i,av}) = k_{r,i} \int_0^{\omega_i} (\omega_i - \omega) f_W(\omega) d\omega \quad (4.9)$$

Onde:

Onde $k_{r,i}$ é o coeficiente de custos de reserva (superestimação) para o i -ésimo gerador movido a vento.

Para evitar complexidade dispensável no modelo, é presumido que a diferença entre a energia eólica disponível e a energia eólica programada, multiplicada pela função de probabilidade de saída de energia eólica está linearmente relacionada ao custo de reserva [56].

Para obter um valor numérico para os custos de reserva e penalidade, é necessário encontrar ou assumir o pdf para a produção de energia eólica. Em geral, é claro, a velocidade do vento é desconhecida em qualquer momento futuro; contudo, a fim de obter alguns resultados quantitativos, alguma função de probabilidade conhecida para a velocidade do vento será assumida [56].

O restante das etapas da metodologia apresentada em 4.1 serão as mesmas. Logo, foram feitas algumas alterações na função custo e no problema do despacho a serem usados, podendo toda a metodologia adaptada ser modelada no MATLAB.

5 Conclusão

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões de novos tópicos a serem pesquisados em trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

Neste trabalho, foi utilizada uma abordagem para buscar a melhor estratégia de oferta das GU's, assim como para modelar alguns tipos de leilões. O método simulou o comportamento dos participantes num leilão de energia elétrica, considerando função objetivo da ISO. O método é um combinado de uma ferramenta da teoria dos jogos o maxim e distribuição de probabilidade com abordagem de um jogo não cooperativo, sendo possível verificar a disposição dos possíveis lances ganhadores no ambiente competitivo de licitação. Observou-se que esta metodologia se adapta aos vários tipos de leilões e pode ser estendida para redes mais complicadas com elevada precisão nos resultados. Contudo, de acordo com a Tabela A.3, a simulação mostra que em ambientes mais complexos, com uma grande quantidade de unidades geradoras participando do leilão, o esforço computacional aumenta exponencialmente. Nesse cenário, para 4, 5, 6 e 7 lances, respectivamente, obtêm-se tempos de execução iguais a 6.5667×10^4 , 1.7730×10^6 , $4,7871 \times 10^7$ e $1,2925 \times 10^9$ segundos.

Os resultados da análise mostraram que, sob o ponto de vista do SO, o melhor leilão a se aplicar é o leilão holandês. Já na perspectiva das GU's, o melhor leilão que elas podem participar é o que possui a sistemática do leilão de primeiro preço.

A prática de leilões na comercialização de energia elétrica se tornou uma constante na Indústria Elétrica. Logo, com esta prática há a seleção do melhor preço para a

sociedade, para garantir confiabilidade à energia retirada do sistema, na medida em que o mercado só aceitará pagar por algo que realmente exista. Portanto, é natural que haja um desenvolvimento gradativo das regras e formatos a serem adotados, de modo a corrigir falhas e a manter níveis de incerteza que são benéficos para explorar eficientemente o potencial de eficiência energética, estabelecendo um mercado competitivo com vários tipos de leilões.

Baseando-se na análise feita com a metodologia proposta e nos resultados alcançados pode-se concluir que o trabalho atingiu seus objetivos permitindo uma avaliação sobre várias perspectivas dos atores de um leilão de energia elétrica levando em conta as características do modelo. Além disso, vale ressaltar que uma análise comparativa da aplicação da teoria dos jogos aos vários tipos de leilões em mercados elétricos enriquece muito a literatura que abrange esta área.

5.2 Trabalhos futuros

Existem várias possibilidades de futuros desenvolvimentos relacionados com este trabalho de pesquisa sobre como aplicar a teoria dos jogos:

- Em leilões de fontes de energias renováveis (eólica, maremotriz, oceânica) e sistemas de armazenamento de energia (baterias, etc.);
- Na modelagem de mercados regidos por leilões na esfera do varejo, considerando os méritos dos veículos elétricos no provimento de compensação às flutuações de plantas de geração baseadas em fontes renováveis intermitentes e na prestação de serviços de regulação de potência das redes elétricas;
- Em outras áreas fora do domínio de mercados elétrico.

Apêndice A-Tabelas

Tabela A.1- Dados dos ramos do sistema IEEE 57.

barra-inicial	barra-final	r	X	B	TAP
1	2	0.0083	0.28	0.129	0
2	3	0.0298	0.85	0.0818	0
3	4	0.0112	0.0366	0.038	0
4	5	0.0625	0.132	0.0258	0
4	6	0.043	0.148	0.0348	0
6	7	0.02	0.102	0.0276	0
6	8	0.0339	0.173	0.047	0
8	9	0.0099	0.0505	0.0548	0
9	10	0.0369	0.1679	0.044	0
9	11	0.0258	0.0848	0.0218	0
9	12	0.0648	0.295	0.0772	0
9	13	0.0481	0.158	0.0406	0
13	14	0.0132	0.0434	0.011	0
13	15	0.0269	0.0869	0.023	0
1	15	0.0178	0.091	0.0988	0
1	16	0.0454	0.206	0.0546	0
1	17	0.0238	0.108	0.0286	0
3	15	0.0162	0.053	0.0544	0
4	18	0	0.555	0	0.97
4	18	0	0.43	0	0.978
5	6	0.0302	0.0641	0.0124	0
7	8	0.0139	0.0712	0.0194	0
10	12	0.0277	0.1262	0.0328	0
11	13	0.0223	0.0732	0.0188	0
12	13	0.0178	0.058	0.0604	0
12	16	0.018	0.0813	0.0216	0
12	17	0.0397	0.179	0.0476	0
14	15	0.0171	0.0547	0.0148	0
18	19	0.461	0.685	0	0
19	20	0.283	0.434	0	0
21	20	0	0.776	0	1.043
21	22	0.0736	0.117	0	0
22	23	0.0099	0.0152	0	0
23	24	0.166	0.256	0.0084	0
24	25	0	1.182	0	1
24	25	0	1.23	0	1
24	26	0	0.0473	0	1.043
26	27	0.165	0.254	0	0
27	28	0.0618	0.0954	0	0
28	29	0.0418	0.0587	0	0
7	29	0	0.0648	0	0.967
25	30	0.135	0.202	0	0
30	31	0.326	0.497	0	0
31	32	0.507	0.755	0	0
32	33	0.0392	0.036	0	0
34	32	0	0.953	0	0.975
34	35	0.052	0.078	0.0032	0
35	36	0.043	0.0537	0.0016	0
36	37	0.029	0.0366	0	0
37	38	0.0651	0.1009	0.002	0
37	39	0.0239	0.0379	0	0

36	40	0.03	0.0466	0	0
22	38	0.0192	0.0295	0	0
11	41	0	0.749	0	0.955
41	42	0.207	0.352	0	0
41	43	0	0.412	0	0
38	44	0.0289	0.0585	0.002	0
15	45	0	0.1042	0	0.955
14	46	0	0.0735	0	0.9
46	47	0.023	0.068	0.0032	0
47	48	0.0182	0.0233	0	0
48	49	0.0834	0.129	0.0048	0
49	50	0.0801	0.128	0	0
50	51	0.1386	0.22	0	0
10	51	0	0.0712	0	0.93
13	49	0	0.191	0	0.895
29	52	0.1442	0.187	0	0
52	53	0.0762	0.0984	0	0
53	54	0.1878	0.232	0	0
54	55	0.1732	0.2265	0	0
11	43	0	0.153	0	0.958
44	45	0.0624	0.1242	0.004	0
40	56	0	1.195	0	0.958
56	41	0.553	0.549	0	0
56	42	0.2125	0.354	0	0
39	57	0	1.355	0	0.98
57	56	0.174	0.26	0	0
38	49	0.115	0.177	0.003	0
38	48	0.0312	0.0482	0	0
9	55	0	0.1205	0	0.94

Tabela A.2- Dados de carga do sistema IEEE 57.

Barra	type	Potência_ativa	Potência_reativa
5	1	13	4
10	1	5	2
13	1	18	2.3
14	1	10.5	5.3
15	1	22	5
16	1	43	3
17	1	42	8
18	1	27.2	9.8
19	1	3.3	0.6
20	1	2.3	1
23	1	6.3	2.1
25	1	6.3	3.2
27	1	9.3	0.5
28	1	4.6	2.3
29	1	17	2.6
30	1	3.6	1.8
31	1	5.8	2.9
32	1	1.6	0.8
33	1	3.8	1.9
35	1	6	3
38	1	14	7
41	1	6.3	3

42	1	7.1	4.4
43	1	2	1
44	1	12	1.8
47	1	29.7	11.6
49	1	18	8.5
50	1	21	10.5
51	1	18	5.3
52	1	4.9	2.2
53	1	20	10
54	1	4.1	1.4
55	1	6.8	3.4
56	1	7.6	2.2
57	1	6.7	2

Tabela A.3- Valores de memória e CPU

Quantidade de GU's	1 GU	2 GU's	3 GU's
Memória MATLAB(Byte)	211141	628149	14068685
CPU(segundos)	4.1563	90.0781	2.6023x10 ³

Apêndice B - Glossário

Agentes distribuidores - Titular de concessão ou permissão para distribuição de energia elétrica a consumidor final ou a Unidade Suprida, exclusivamente de forma regulada.

Agente de comercialização - Titular de autorização, concessão ou permissão para fins de realização de operações de compra e venda de energia elétrica na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica.

Agente de geração ou unidades geradoras - Titular de concessão, permissão ou autorização para fins de geração de energia elétrica.

Ambiente de Contratação Livre - O segmento do mercado no qual se realizam as operações de compra e venda de energia elétrica, objeto de contratos bilaterais livremente negociados, conforme regras e procedimentos de comercialização específicos.

Ambiente de Contratação Regulada - O segmento do mercado no qual se realizam as operações de compra e venda de energia elétrica entre agentes vendedores e agentes de distribuição, precedidas de licitação, ressalvados os casos previstos em lei, conforme regras e procedimentos de comercialização específicos.

Balanco de energia elétrica - Conjunto de informações da quantidade de energia elétrica, em MWh, detalhadas pelas disponibilidades e pelos requisitos do mercado de energia elétrica da concessionária.

Consumidor Cativo - Consumidor autorizado a comprar energia somente da concessionária que atua na rede a qual está conectado.

Consumidor final - Pessoa física ou jurídica, responsável por unidade consumidora ou por conjunto de unidades consumidoras reunidas por comunhão de fato ou de direito, legalmente representada, e que, concomitantemente, estejam localizadas em áreas contíguas, possam ser atendidas por meio de um único ponto de entrega e cuja medição seja, também, única.

Consumidor Livre - Consumidor legalmente autorizado a escolher seu fornecedor de energia, ou seja, é aquele que, atendido em qualquer tensão, tenha exercido a opção de compra de energia elétrica.

Custo Marginal de Operação - Corresponde ao custo para se produzir o próximo MWh que o sistema necessita, sendo estabelecido para cada submercado, semana e período de comercialização

Operador do sistema - É como se fosse um coordenador do leilão, no Brasil o responsável pela execução do leilão e sua sistemática é a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE.

Demanda - Média das potências elétricas instantâneas solicitadas por consumidor ou concessionário durante um período especificado.

Despacho - Definição da quantidade de energia que uma usina irá gerar em um determinado momento.

Desverticalização - Separação das atividades de geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica dentro de uma mesma empresa. Pelo modelo proposto pelo governo para o setor elétrico, uma mesma empresa só pode exercer uma dessas atividades.

Energia Armazenada - Energia potencialmente disponível nos reservatórios das hidrelétricas, cujo cálculo considera o volume de água armazenado e a capacidade de geração da usina.

Energia Eólica - Energia gerada a partir da força dos ventos. A energia cinética do vento é transformada, pelas turbinas, em energia mecânica que, por sua vez, se transforma em energia elétrica.

Energia Hidrelétrica - Energia elétrica produzida pelo aproveitamento do potencial hidráulico de um rio. A água gira a turbina, transformando energia hidráulica em energia mecânica que, por sua vez, se transforma em energia elétrica.

Energia Limpa - Energia que não produz resíduos poluentes, como a solar e a eólica.

Energia Livre - Energia não contratada e comercializada no mercado de curto prazo (spot).

Energia Natural Afluente - Energia que pode ser produzida com a vazão de água de um determinado rio a um reservatório de uma usina hidrelétrica.

Energia Nova - Energia produzida por usinas recém construídas, cujos investimentos ainda não foram amortizados e que, por essa razão, é mais cara que a energia velha.

Energia Solar - Energia produzida por meio do aproveitamento da luz do sol. Existem dois aproveitamentos: o térmico e o fotovoltaico. No aproveitamento térmico, a luz do sol é usada apenas como fonte de calor para sistemas de aquecimento. No fotovoltaico, a luz do sol se transforma em energia elétrica.

Energia Térmica – A energia térmica ou calorífica é resultado da combustão de diversos materiais, como carvão, petróleo e gás natural. Ela pode ser convertida em energia mecânica por meio de equipamentos como a máquina a vapor, motores de combustão ou turbinas a gás.

Energia Velha - Energia produzida pelas hidrelétricas estatais cujos investimentos já foram parcialmente ou totalmente amortizados. Por causa disso, o preço da energia produzida por essas usinas é mais baixo do que o das usinas construídas recentemente e que ainda não recuperaram o investimento feito.

Fontes Renováveis de Energia (Fontes Alternativas) - Recursos naturais e renováveis que podem ser aproveitadas para geração de energia elétrica como os ventos, a força das

marés, a biomassa e a luz solar. Por serem naturais, o processo de geração de energia é menos poluente que o das fontes tradicionais, como os combustíveis.

Leilões de Energia - Mecanismo adotado para que as unidades geradoras possam vender a energia velha, mais barata, sem comprometer a formação de preços competitivos no mercado para não afastar novos investidores no setor.

Rede de Distribuição - Rede destinada à distribuição de energia elétrica em uma zona de consumo delimitada.

Rede de Transmissão - Rede ou sistema para transmissão de energia elétrica entre regiões ou entre países para alimentação de redes subsidiárias.

Rede Elétrica - Conjunto de subestações, linhas e outros equipamentos ligados entre si para conduzir a energia elétrica das centrais produtoras aos consumidores.

Reservatórios - Local para armazenamento da água necessária à movimentação das turbinas de uma usina hidrelétrica para geração de energia elétrica.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Russell e P. Norvig, *Inteligência Artificial*, 3a ed. Rio de Janeiro, Brasil: Elsevier, 2013.
- [2] J. G. Brookshear, *Ciência da Computação – Uma Visão Abrangente*, 11a ed. Porto Alegre, Brasil: Bookman, 2013.
- [3] Computer Science Curricula 2013 – Curriculum Guidelines for Undergraduate Degree Programs in Computer Science. (2013, Dec. 20). Association for Computing Machinery (ACM). [Online]. Available: <https://www.acm.org/education/CS2013-final-report.pdf>.
- [4] A. Blum and Y. Mansour, *Algorithmic game theory*. 5th ed. New York, United States of América: Cambridge University Press, 2007.
- [5] X. Yang, *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*, Hoboken: Wiley, 2010.
- [6] M. Birattari, L. Paquete, T. Stützle, and K. Varrentrapp, “Classification of Metaheuristics and Design of Experiments for the Analysis of Components,” *Intellektik - Technische Universität Darmstadt*, Darmstadt, Germany, Tech. Rep. AIDA-01-05, Nov. 2001.
- [7] R. Fiane, *Teoria dos Jogos – Com Aplicação em Economia, Administração e Ciências Sociais*, 2nd ed. São Paulo, Brasil: Campus, 2006.
- [8] U. Schwalbe and P. Walker. (1999, Oct). On an Application of Set Theory to the Theory of the Game of Chess [Online]. Available: <http://abel.math.harvard.edu/~elkies/FS23j.03/zermelo.pdf>
- [9] E. Borel, “La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique,” *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 173, no. 1304-1308, pp. 58, Apr 1921.
- [10] J. V. Neumann, “Zur theorie der gesellschaftsspiele,” *Mathematische Annalen*, vol. 100, no. 1, pp. 295–320, Dec 1928.
- [11] J. Von Neumann and O. Morgenstern, “Theory of games and economic behavior,” *Bull. Amer. Math. Soc*, vol. 51, no. 7, pp. 498–504, Jan 1945.
- [12] J. F. Nash, “Non-cooperative games,” *Annals of Mathematics*, vol. 54, no. 2, pp. 286-295, Sept. 1951.
- [13] J.F. Nash, “The bargaining problem,” *Econometrica*, vol. 18, no. 2, pp. 155–162, Apr. 1950.
- [14] J.F. Nash, “Two-person cooperative games,” *Econometrica*, vol. 21, no. 1, pp. 128–140, Jan. 1953.

- [15] R. Selten, "Spieltheoretische behandlung eines oligopolmodells mit nachfragerträglichkeit: Teil i: Bestimmung des dynamischen preisgleichgewichts," *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft/Journal of Institutional and Theoretical Economics*, vol. 121, no. H.2, pp. 301–324, Apr. 1965.
- [16] J. C. Harsanyi, "Games with incomplete information played by Bayesian players part ii. bayesian equilibrium points," *Management Science*, vol. 14, no. 5, pp. 320–334, Jan 1968.
- [17] J. Watson, *Strategy: an introduction to game theory*, Xnd ed. New York, USA: W. W. Norton & Company, 2013.
- [18] B. A. Sartini, G. Garbugio, H. J. Bortolossi, P. A. Santos, and L. S. Barreto, "Uma introdução à teoria dos jogos," *V Congresso Internacional de Matemáticos*, São Paulo - Brasil, 1912, pp. 501–504.
- [19] M. Allingham, *Choice theory: A very short introduction*. New York, USA: OUP Oxford, 2002.
- [20] H. P. Young, "Cost allocation," in *Handbook of game theory with economic applications*, vol. 2, R. J. Aumann and S. Hart, Eds. New Jersey, USA: Princeton University Press, 1994, pp. 1193–1235.
- [21] M. J. Osborne, *An Introduction to Game Theory*, 1nd ed. New York, USA: Oxford University Press, 2003.
- [22] S. Tadelis, *Game theory: an introduction*, 1nd ed. New Jersey, USA: Princeton University Press, 2013.
- [23] H. A. Simon, "Theories of decision-making in economics and behavioral science," *The American Economic Review*, vol. 49, no. 3, pp. 253–283, Jun. 1959.
- [24] E. A. de Souza e Silva and D. R. Figueiredo. "Uma breve introdução à teoria de jogos com aplicações a redes de computadores," in *Livro da Jornada de Atualização em Informática 2007*, vol X, T. Kowaltowski and K. Breitman, Eds. Rio de Janeiro, Brasil: PUC-Rio, 2007, pp. 57–114.
- [25] A. Mas-Colell, M. D. Whinston, and J. R. Green, *Microeconomic theory*. New York: Oxford university press, 1995.
- [26] A. W. Tucker, "A two-person dilemma," *Readings in games and information*, pp. 7–8, 1950.
- [27] R. Gibbons, *Game theory for applied economists*. New Jersey, USA: Princeton University Press, 1992.
- [28] D. Srinivasan, L. T. Trung, and C. Singh, "Bidding and cooperation strategies for electricity buyers in power markets," *IEEE Systems Journal*, vol. 10, no. 2, pp. 422–433, Jun. 2016.
- [29] P. L. Joskow, "Lessons Learned from the Electricity Market Liberalization," *Energy Journal*, vol. 29, no. Special, pp. 9-42, 2008.

- [30] S. Schöne, *Auctions in the electricity market: bidding when production capacity is constrained*. Berlin, Germany: Springer, 2009.
- [31] W. Vickrey, “Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders,” *The Journal of finance*, vol. 16, no. 1, pp. 8–37, Mar. 1961.
- [32] H. R. Varian, *Microeconomia: princípios básicos*, 5th ed. Rio de Janeiro, Brasil: Campus, 2000.
- [33] G. B. Sheblé, *Computational auction mechanisms for restructured power industry operation*. New York, USA: Springer Science & Business Media, 1999.
- [34] L. T. A. Maurer and L. A. Barroso, *Electricity auctions: an overview of efficient practices*. Washington, D.C.: World Bank Publications, 2011.
- [35] J. Hamrin, “Pricing a new generation of power,” *Public Utilities Reports*, vol. 8, 1990.
- [36] E. Bompard, Y. Ma, R. Napoli, G. Gross, and T. Guler, “Comparative analysis of game theory models for assessing the performances of network constrained electricity markets,” *IET generation, transmission & distribution*, vol. 4, no. 3, pp. 386-399, Mar. 2010.
- [37] P. Klemperer, *Auctions: theory and practice*. Oxford, United Kingdom: Princeton University Press, 2004.
- [38] S. Hunt, *Making Competition Work in Electricity*, New York: Wiley, 2002.
- [39] Krishna, *Auction theory*, 2nd ed. New Jersey, USA: Academic press, 2009.
- [40] S. Chen, X. Liu, and S. Chen, “A comparative analysis of several auction types with shill bidding,” in *Proc. of the International Conference on Business Management and Electronic Information*, 2011, vol. 3, pp. 736–739.
- [41] Leilões no setor elétrico brasileiro: Análises e recomendações. (n.d.). Instituto Acende Brasil. [Online]. Available: <https://goo.gl/mpvA2W>. Accessed Aug. 27, 2016.
- [42] C. Rosen and R. Madlener, “An auction mechanism for local energy markets: Results from theory and simulation,” in *Proc. of the Complexity in Engineering (COMPENG)*, 2012, pp. 1–4.
- [43] S. Bhattacharya, K. Kar, J. H. Chow, and A. Gupta, “Extended second price auctions with elastic supply for PEV charging in the smart grid,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 7, no. 4, pp. 2082–2093, Jul. 2016.
- [44] Z. Yang and G. Tang, “Application of genetic on analysis of market equilibrium strategy with game theory,” in *Proc. of the Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, 2008, pp. 238–241.

- [45] V. Krishna and V. C. Ramesh, “Intelligent agents for negotiations in market games. I. Model,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 3, pp. 1103–1108, Aug. 1998.
- [46] E. Hasan and F. D. Galiana, “Fast computation of pure strategy nash equilibria in electricity markets cleared by merit order,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 722–728, May 2010.
- [47] P. Silva and L. Nepomuceno, “Simulação de mercados de energia utilizando teoria de jogos e agentes inteligentes – descrição do modelo,” *SBAI-Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*. Brasília, Brasil, 2007, pp. 01–06.
- [48] J. Wang, Z. Zhou, and A. Botterud, “An evolutionary game approach to analyzing bidding strategies in electricity markets with elastic demand,” *Energy*, vol. 36, no. 5, pp. 3459–3467, May 2011.
- [49] J. V. Kumar and D. V. Kumar, “Particle swarm optimization based optimal bidding strategy in an open electricity market,” *International Journal of Engineering, Science and Technology*, vol. 3, no. 6, pp. 283–294, 2011.
- [50] J. V. Kumar and D. V. Kumar, “Generation bidding strategy based on game theory,” in *Proc. of the International Symposium Modern Electric Power Systems (MEPS)*, 2010, pp. 1–5.
- [51] H. Liu, L. Tesfatsion, and A. Chowdhury, “Locational marginal pricing basics for restructured wholesale power markets,” in *Proc. of the IEEE Power & Energy Society General Meeting*, 2009, pp. 1–8.
- [52] Power Systems Test Case Archive. (n.d.). University of Washington - Electrical Engineering. [Online]. Available: <https://www.ee.washington.edu/research/pstca/index.html>. Accessed May 27, 2016.
- [53] O setor eólico. (n.d.). REN. [online]. Available: https://www.ren.pt/pt-PT/o_que_fazemos/eletricidade/o_setor_eletrico/. Accessed Aug. 05, 2016.
- [54] *Energia Eólica – Princípios e Tecnologias*, CEPEL – CRESESB, 2008.
- [55] T. Ackermann, *Wind Power in Power Systems*. Chichester, U.K.: Wiley, 2005.
- [56] J. Hetzaer, D. Yu, and K. Bhattarai, “An Economic Dispatch Model Incorporating Wind Power,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 23, no. 2, Jun 2010.
- [57] M. Broom, and J. Rychtár. *Game-theoretical models in biology*. New York, USA: CRC Press, 2013.